

به نام خدا

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

امتحان میان ترم درس: سیگنال و سیستم تاریخ: ۱۳۹۶/۰۹/۱۱ مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال ۱	سوال ۲	سوال ۳	سوال ۴	سوال ۵	سوال ۶	سوال ۷	جمع
۱۲	۱۶	۹	۲۵	۱۶	۷	۱۵	۱۰۰

سوال ۱: دوره تناوب اصلی سیگنال‌های زیر را بیابید.

الف -

$$x[n] = e^{j\frac{2\pi}{3}n} + e^{j\frac{3\pi}{4}n}$$

حل:

$$N_1 = m \frac{2\pi}{\omega} = m \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3m \xrightarrow{m=1} N_1 = 3$$

$$N_2 = m \frac{2\pi}{\omega} = m \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}} = m \frac{8}{3} \xrightarrow{m=3} N_2 = 8 \Rightarrow N = 3 \times 8 = 24$$

ب -

$$x(t) = \cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2}{5}t\right)$$

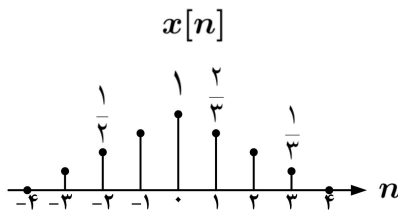
حل:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{2}{5}} = 5\pi \Rightarrow T = 10\pi$$

سوال ۲: مطلوبست $x[2n]$ و $x[\frac{1}{2}n]$ اگر $x[n]$ به صورت شکل ۱ باشد.

حل:



شکل ۱: سیگنال $x[n]$

fig27

حل: تعریف می‌کنیم: $y[n] = x[2n]$ در این صورت داریم:

$$y[-2] = x[-4] = 0 \quad y[-1] = x[-2] = \frac{1}{2} \quad y[0] = x[0] = 1$$

$$y[1] = x[2] = \frac{1}{2} \quad y[2] = x[4] = 0$$

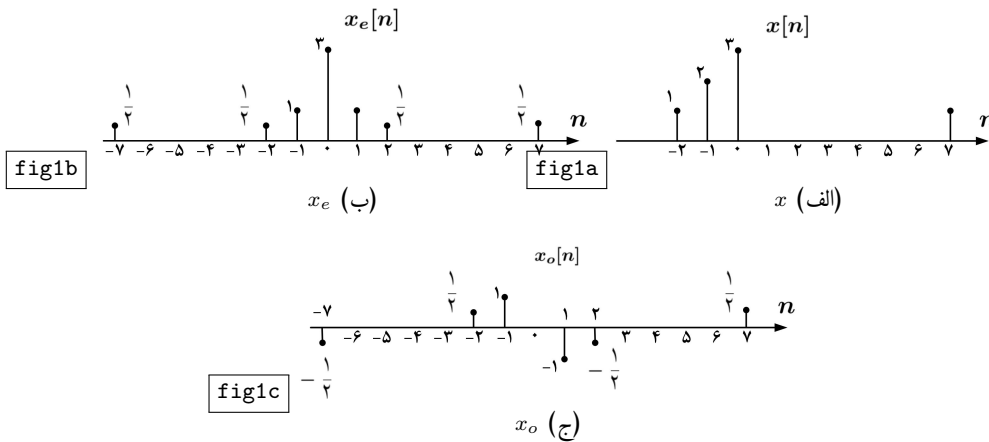
سوال ۴: بخش‌های زوج و فرد سیگنال نشان داده شده در شکل ۵ (الف) را تعیین و رسم کنید. ترسیم‌های خود را به دقت مدرج کنید.

$$x[n] = \delta[n+2] + 2\delta[n+1] + 3\delta[n] + \delta[n-7]$$

$$x[-n] = \delta[n-2] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n] + \delta[n+7]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\} = \frac{1}{2}\delta[n+2] + \delta[n+1] + 3\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-7] + \frac{1}{2}\delta[n-2] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n+7]$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\} = \frac{1}{2}\delta[n+2] + \delta[n+1] + \frac{1}{2}\delta[n-7] - \frac{1}{2}\delta[n-2] - \delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n+7]$$



شکل ۵: سیگنال

سوال ۵: مقدار انرژی و توان سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

الف - $x_1(t) = Ae^{-\alpha t}u(t), \quad \alpha > 0$

حل:

$$E_\infty = \int_0^{+\infty} |Ae^{-\alpha t}u(t)|^2 dt = A^2 \int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt = \frac{A^2}{-2\alpha} [0 - 1] = \frac{A^2}{2\alpha}$$

$$P_\infty = 0$$

ب - $x_2(t) = A \cos(\omega t + \theta)$

حل:

$$P_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |A \cos(\omega t + \theta)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^T [\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega t + \theta)] dt = \frac{A^2}{2}$$

$$E_\infty = \infty$$

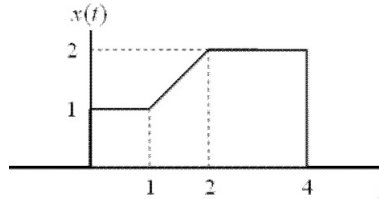
$$x_3(t) = \begin{cases} 2 & t < -1 \\ 4 & -1 < t \leq 1 \\ 6 & t \geq 1 \end{cases} \quad \text{ج}$$

حل:

$$P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left(\int_{-T}^{-1} 4 dt + \frac{-1}{1} \int_{-1}^1 16 dt + \frac{1}{T} \int_1^T 36 dt \right) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4(-1 \cdot 0 + T) + 16(1 \cdot 0 + 1) + 36(T - 1)}{2T}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot T + 16 \cdot 0}{2T} = 2, \quad E_{\infty} = \infty$$

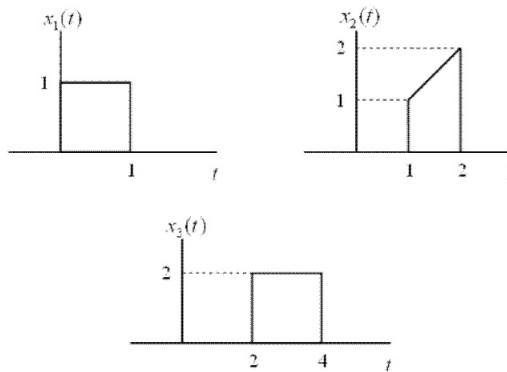
سوال ۶: ضابطه ریاضی سیگنال شکل زیر را بیابید.



شکل ۶: سیگنال

fig50

حل: این سیگنال را به سه جز تقسیم می‌کنیم.



شکل ۷: سیگنال

fig51

بنابراین:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$$

$$x_1(t) = u(t) - u(t - 1)$$

$$x_2(t) = t[u(t - 1) - u(t - 2)]$$

$$x_3(t) = 2[u(t - 2) - u(t - 4)]$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$x(t) = u(t) - u(t - 1) + t[u(t - 1) - u(t - 2)] + 2[u(t - 2) - u(t - 4)]$$

سوال ۷: مقدار انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$I = \int_{-1}^2 t^2 [\delta(t) + 2\delta(t + 1) + \delta(t - 4)] dt \quad \text{الف}$$

حل:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2}^2 t^2 \delta(t) dt + 2 \int_{-2}^2 t^2 \delta(t+1) dt + \int_{-2}^2 t^2 \delta(t-4) dt \\ &= 0 + 2(-1)^2 \int_{-2}^2 \delta(t+1) dt + 4^2 \int_{-2}^2 t^2 \delta(t-4) dt = 0 + 2(-1)^2 + 0 = 2 \end{aligned}$$

$$II = \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(t) + e^{-t-1} \delta(t+1) + \cos(\omega\pi t) \delta(t) + e^{-t^2} \delta(t+1)] dt = 1 + 1 + 1 + e^{-1} = 3 + e^{-1} \quad \text{ب-}$$

موفق باشید-آدینه