بسمه تعالی

حل تمرین سری آخر **درس ماشینهای مخصوص**

۱. یک موتور القایی تکفاز دو خازنی ۲۲۰ ولت، ۵۰ هرتز و ۲ قطب مفروض است. پارامترهای موتور عبارتند از :

$r_{1m}=1.5\,\Omega$, $x_{1m}=3\,\Omega$, $r_{1a}=2.5\,\Omega$, $x_{1a}=3\,\Omega$, $r_2^{'}=1\,\Omega$, $x_2^{'}=2.5\,\Omega$,
$x_m=42\,\Omega$, $a=1$

ظرفیت خازن دایمی ۲۵ و خازن راه‌اندازی ۴۰۵ میکرو فاراد می‌باشد. الف) چنانچه موتور به ولتاژ نامی متصل گردد، گشتاور راه‌اندازی را محاسبه کنید. ب) اگر کلید گریز از مرکز همواره مدار باز باشد، گشتاور راه اندازی چقدر می‌شود. (ضریب k در محاسبه گشتاور را ۰/۱ بگیرید.)

حل:

امپدانس خازن‌ها در فرکانس ۵۰ هرتز به ترتیب ۷/۸۶ اهم و ۱۲۷/۳۹ اهم می‌باشد. در هنگام راه اندازی هر دو خازن وجود دارند که امپدانس معادل آنها ۷/۴ اهم است. در راه اندازی لغزش نیز برابر یک است، پس داریم: الف)

$$s=1 \;\rightarrow\; Z_f=Z_b=\frac{\frac{jx_m}{2}\left(\frac{r_2'}{2s}+\frac{jx_2'}{2}\right)}{\frac{r_2'}{2s}+\frac{jx_2'}{2}+\frac{jx_m}{2}}=0.45+1.19\,j$$

$$I_m=\frac{V}{Z_{1m}+Z_f+Z_b}=15.21-34.11\,j=37.34\angle-65.96^\circ$$

$$I_a=\frac{V}{Z_{1a}+Z_f+Z_b-jX_c}=53.66+45.17\,j=70.13\angle 40.1^\circ$$

$$T=k\cdot I_a\cdot I_m\cdot\sin(\alpha)=251.64(N.m)$$

ب) در اینصورت فقط خازن کوچکتر در هنگام راه اندازی در مدار است. پس:

$$I_m=37.34\angle-65.96^\circ$$

$$I_a=\frac{V}{Z_{1a}+Z_f+Z_b-jX_c}=0.035+1.8\,j=1.8\angle 88.9^\circ$$

$$T=k\cdot I_a\cdot I_m\cdot\sin(\alpha)=2.86(N.m)$$

۲. چنانچه موتور تمرین قبل در لغزش ۵٪ کار کند، الف) گشتاور خروجی و راندمان آن را تعیین کنید. ب) اگر در این سرعت، کلید گریز از مرکز قطع نشود، راندمان و گشتاور خروجی چقدر می شوند؟

حل: حل این مثال مانند مثال تمرین سری قبل می‌باشد که باید دستگاه دو معادله- دو مجهولی تشکیل داده و جریانها را تعیین کنید. جواب به‌صورت زیر است:

$I_m = 12.03 - 11.04\,j$ $\quad\quad$ $I_a = 1.16 + 1.42\,j$

$T = 7.63 \quad N.m$ $\quad\quad$ $\eta = 78.5\%$

برای حالت ب باید خازن معادل دو خازن به جای خازن دایمی در مدار قرار میگیرد.

$I_m = 36.08 - 0.41\,j$ $\quad\quad$ $I_a = 29.5 - 29.45\,j$

$T = 18.4 \quad N.m$ $\quad\quad$ $\eta = 38.1\%$

۳. یک موتور dc سری ۲۲۰ ولتی، بار ثابتی با گشتاور $N.m$ ۲۰ را در سرعت ۱۴۰۰ دور بر دقیقه می‌چرخاند. مقاومت سیم‌پیچی و اندوکتانس آن به ترتیب ۰/۴ اهم و ۲۰ میلی هانری می‌باشند. راندمان موتور را در این حالت حساب کنید (ضریب ثابت گشتاور ۰/۲ فرض شود). اگر موتور همین بار را با ولتاژ تغذیه ۲۲۰ ولت ac ۵۰ هرتز بچرخاند، راندمان و سرعت موتور چقدر می شود؟

حل: اگر تغذیه موتور dc باشد.

$$T = k_{sr} \cdot I_a^2 \quad \rightarrow \quad I_a = 10\ A$$
$$E_a = V_t - R_a I_a = 220 - 0.4 \times 10 = 216\ V$$
$$P_{in} = 220 \times 10 = 2200\ W$$
$$P_{out} = E_a I_a = 2160\ W$$
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 98.2\%$$

اگر تغذیه ac باشد باید سلف ها را نیز در مدل در نظر بگیریم:

$$T = k_{sr} \cdot I_a^2 \quad \rightarrow \quad I_{a,rms} = 10\ A$$
$$X_L = 2\pi f L = 6.3\,\Omega$$
$$\vec{V}_t = \vec{E}_a + R_a \vec{I}_a + jX_a \vec{I}_a$$
$$E_a = \sqrt{V_t^2 - (X_a I_a)^2} - R_a I_a = \sqrt{220^2 - (6.3*10)^2} - 0.4*10 = 206.8\ V$$
$$\cos\varphi = \frac{E_a - R_a I_a}{V_t} = 0.958$$
$$P_{in} = 220 \times 10 \times \cos\varphi = 2107.6\ W$$
$$P_{out} = E_a I_a = 2068\ W$$
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 98.1\%$$
$$\frac{E_{a,ac}}{E_{a,dc}} = \frac{n_{ac}}{n_{dc}} \quad \rightarrow \quad n_{ac} = 1340\ rpm$$

۴. در یک موتور هیسترزیس از یک رینگ مغناطیسی نیمه سخت در رتور استفاده شده است که شعاع داخلی آن ۵ cm، ضخامت آن ۰/۵ cm و ارتفاع آن ۳ cm می‌باشد. رابطه تلفات هیسترزیس و گردابی در رینگ در زیر داده شده است. چنانچه ماکزیمم چگالی شار رتور ۱/۳ T باشد، رابطه گشتاور موتور را تعیین کنید.

$$P_h = 12.2\, fVB_m^2 \quad , \quad P_f = 0.006\, f^2 B_m^2 V$$

حل: برای تعیین تلفات ابتدا باید حجم ماده هیسترزیس را تعیین کرد. شعاع داخلی و خارجی ماده هیسترزیس استوانه‌ای شکل عبارتند از ۵ cm و ۵/۵ cm پس حجم آن می‌شود:

$$V = \pi\left[(5.5\times10^{-2})^2 - (5\times10^{-2})^2\right]\times 3\times10^{-2} = 4.95\times10^{-5}\ (m)$$
$$P_h = 12.2\times f\times 4.95\times10^{-5}\times 1.3^2 = 9.46\, f\times10^{-4}(W)$$
$$T_h = \frac{P_h}{s\omega_s} = \frac{9.46 s f_s\times10^{-4}}{s2\pi f_s} = 1.5\times10^{-4}(Nm)$$
$$P_f = 0.006\times f^2\times 4.95\times10^{-5}\times 1.3^2 = 5 f^2\times10^{-7}(W)$$
$$T_f = \frac{P_h}{s\omega_s} = \frac{s^2 f_s^2\times5\times10^{-7}}{s2\pi f_s} = s f_s\times8\times10^{-8}(Nm)$$
$$T_{total} = T_h + T_f$$

۵. در یک موتو رلوکتانسی، رابطه تغییرات رلوکتانس بر حسب موقعیت رتور بصورت $R = (3-1.4\cos 2\theta)\times10^6$ می‌باشد. سیم‌پیچی موتور ۱۰۰ دور بوده و به ولتاژ ۲۲۰ ولت، ۵۰ هرتز متصل می‌شود. مطلوب است: الف) شار مغناطیسی ماکزیمم (φ_m)، ب) در چه سرعتی موتور گشتاور غیر صفر دارد؟ ج) گشتاور ماکزیمم و توان مکانیکی موتور چقدر است؟ (گشتاور موتور رلوکتانسی از رابطه $T = -\frac{1}{2}\varphi^2\frac{dR}{d\theta}$ بدست می‌آید.)

حل:

رابطه بین ولتاژ و شار بصورت زیر است.

$$\text{پس } v = N\frac{d\varphi}{dt} \quad\rightarrow\quad \varphi = \frac{1}{N}\int v dt \quad\rightarrow\quad \varphi = \frac{1}{100}\int 220\sqrt{2}\sin(2\pi\times50t)dt = -9.9\times10^{-3}\cos(2\pi\times50t) = -9.9\times10^{-3}\cos(\omega t)$$

شار ماکزیمم برابر است با $9.9\times10^{-3}(Wb)$.

موتور رلوکتانسی تنها در سرعت سنکرون دارای گشتاور می‌باشد که برابر است با $2\pi\times50 = 314(rad/s)$

با توجه به رابطه داده شده برای گشتاور داریم :

$$T = -\frac{1}{2}\varphi^2 \frac{dR}{d\theta} = -\frac{1}{2}(-9.9\times10^{-3}\cos(\omega t))^2 \cdot (2\times1.4\times10^{6}\sin 2\theta) = 137.2\cos^2\omega t \cdot \sin 2\theta$$

رابطه فوق مقدار لحظه‌ای گشتاور را مشخص می‌سازد. برای محاسبه مقدار لحظه‌ای توان می‌توان گشتاور را سرعت سنکرون ضرب کرد.

۶. یک موتور یونیورسال ۱۲۰ ولتی،۵۰ هرتز، ۰/۲۵ اسب بخار به منبع ۱۲۰ ولت dc متصل شده و با سرعت ۲۰۰۰ دور در دقیقه جریان ۰/۶ آمپر از شبکه می‌کشد. اگر موتور به منبع ۱۲۰ ولت ۵۰ هرتز متصل شود سرعت، گشتاور و ضریب قدرت موتور را در صورتی که جریان موثر موتور در این حالت ۰/۶ آمپر باشد، حساب کنید. مقاومت و اندوکتانس در ترمینال موتور ۲۰ اهم و۰/۲۵ هانری می‌باشند.

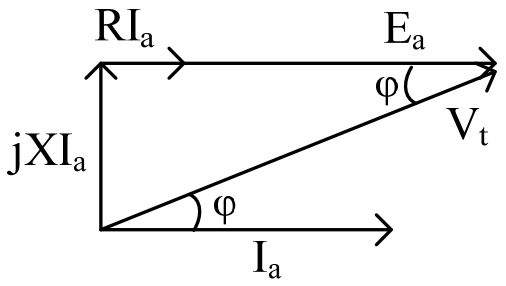
حل :

در حالت dc که منبع ۱۲۰ ولتی داریم، ولتاژ القا شده چنین محاسبه می‌شود :

$$E_{a,dc} = V_t - RI_a = 120 - 0.6 * 20 = 108V$$

اگر موتور به منبع ac متصل شود علاوه بر مقاومت سیم‌پیچی میدان (سری) و آرمیچر، اندوکتانس این دو سیم‌پیچی نیز وجود دارد و در واقع رابطه ولتاژ آرمیچر به‌صورت زیر در می‌آید که دیاگرام برداری آن نیز نشان داده شده است.

$$\vec{E}_{a,ac} = \vec{V}_t - R\vec{I}_a - jX\vec{I}_a$$



با توجه به مثلثی که در شکل بالا تشکیل شده می‌توان نوشت :

$$E_{a,ac} + RI_a = \sqrt{V_t^2 - (XI_a)^2} = 110.37V \quad \rightarrow \quad E_{a,ac} = 110.37 - RI_a = 98.37V$$

می‌دانیم که :

$$\frac{E_{a,dc}}{E_{a,ac}} = \frac{n_{dc}}{n_{ac}} \quad \rightarrow \quad \frac{108}{98.37} = \frac{2000}{n_{ac}} \quad \rightarrow \quad n_{ac} = 1821.7\ rpm$$

از روی دیاگرام بالا مشخص است که کسینوس فی (ضریب توان) در مثلث فوق برابر است با ضلع مجاور به وتر، یعنی :

$$\cos\varphi = \frac{E_{a,ac} + RI_a}{V_t} = 0.92$$

برای محاسبه گشتاور نیز :

$$T = \frac{P_{mech}}{\omega_m} = \frac{E_a.I_a}{n.2\pi/60} = \frac{98.37*0.6}{1821.7*2*3.14/60} = 0.31N.m$$

۷. یک موتور سری تکفاز ۲۳۰V هنگام تغذیه باری با گشتاور ثابت، جریان ۲ آمپر را در ضریب توان ۰/۷ پسفاز از منبع کشیده و سرعت آن ۳۰۰۰ rpm است.مقاومت آرمیچر را ۰/۲ اهم در نظر بگیرید. الف) اگر ولتاژ تغذیه به ۲۰۰ V کاهش یابد، مطلوب است محاسبه سرعت و ضریب قدرت. ب) اگر با ولتاژ ۲۰۰ ولت dc موتور تغذیه شود، سرعت آن را حساب کنید.

حل:

می‌دانیم که در موتور سری گشتاور با توان دوم جریان متناسب است. پس اگر گشتاور بار به ازای تمام سرعت‌ها ثابت باشد یعنی اندازه جریان موتور همواره ثابت است. در این صورت با توجه به نمودار تمرین قبل چنانچه ولتاژ ترمینال کم شود، چون مقادیر RI و JXI ثابت می‌مانند پس باید E کم شود که در اینصورت ضریب توان نیز کاهش می‌یابد.

با توجه به رابطه ضریب توان که در بالا داده شده داریم :

$$\cos\varphi = \frac{E_{a,ac} + RI_a}{V_t} = 0.7 \quad \rightarrow \quad E_{a,ac} = V_t\cos\varphi - RI_a = 230*0.7 - 0.2*2 = 160.6V$$

$$(E_{a,ac} + RI_a)^2 + (XI_a)^2 = V_t^2 \quad \rightarrow \quad X = 82.13\,\Omega$$

اکنون می‌توان برای حالتی که ولتاژ تغذیه به ۲۰۰ ولت متناوب کاهش می‌یابد نوشت :

$$(E_{a,ac} + RI_a)^2 + (XI_a)^2 = V_t^2 \quad \rightarrow \quad (E_{a,ac} + 0.2*2)^2 + (82.13*2)^2 = 200^2 \quad \rightarrow \quad E_{a,ac} = 113.7V$$

$$\cos\varphi = \frac{E_{a,ac} + RI_a}{V_t} = \frac{113.7 + 0.2*2}{200} = 0.57$$

$$\frac{E_{a1}}{E_{a2}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad \frac{160.6}{113.7} = \frac{3000}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 = 2123.9\ rpm$$

در حالتی که منبع dc باشد اندوکتانس‌ها حذف شده و روابط از حالت برداری خارج می‌شوند یعنی دیگر بین ولتاژ و جریان‌ها اختلاف فاز وجود ندارد.

$$E_{a,dc} = V_t - RI_a = 200 - 0.2*2 = 199.6V$$

$$\frac{E_{a,dc}}{E_{a,ac}} = \frac{n_{dc}}{n_{ac}} \quad \rightarrow \quad n_{dc} = 3728.5\ rpm$$