

به نام خداوند جان و خرد ... کزین برتر اندیشه برنگذرد

آزمون تئوری اول

دپارتمان ریاضی و کامپیوتر مشهد

mathdpt.blogfa.com

وقت آزمون : 4 ساعت

نکات آزمون :

این آزمون فقط برای دانش آموزان سال سوم تصحیح میشود .

سوال اول . مافیا ۳۰ امتیاز

در شهری n مافیا وجود دارد که هر کدام تعدادی دشمن دارد. (دشمنی رابطه ی دوطرفه نیست و هیچ کس با خودش دشمن نیست.)

از u (یکی از مافیا ها) به v (یکی دیگر از مافیا ها) رابطه ی دشمنی وجود دارد اگر و فقط اگر وجود داشته باشد $u_1, u_2, u_3, \dots, u_k$ که :

u_1 دشمن u

u_2 دشمن u_1

u_3 دشمن u_2

...

u_k دشمن v

میدانیم به ازای هر دو مافیای u و v یک رابطه ی دشمنی از u به v یا یک رابطه ی دشمنی از v به u وجود دارد.

پدرخوانده میخواهد حداکثر تعداد مافیا را با دستور کشتن بکشد. در هر دستور کشتن پدرخوانده یک مافیا را که تا به حال دستور را دریافت نکرده انتخاب میکند. سپس تعدادی از دشمنان آن را انتخاب میکند. سپس آن مافیا همه ی دشمنان انتخاب شده را میکشد. (بدیهی است که کسی که مرده نمیتواند کسی را بکشد.)

پدرخوانده میخواهد بیشترین تعداد مافیا را با مجموعه ای از این دستور ها نابود کند.

این بیشترین تعداد را بدست آورید به طوری که روابط دشمنی هر طوری که باشد پدرخوانده بتواند این تعداد مافیا را نابود سازد.

سوال دوم . پلیس ۳۵ امتیاز

در شهری تعدادی چهارراه وجود دارد که بعضی از آن ها با جاده ای بر یک دیگر وصلند . (هر چهار راه میتواند هر چند تا جاده داشته باشد و بین هر دو تا چهار راه یک مسیر وجود دارد) . نیروی انتظامی قصد دارد تعدادی ماشین پلیس از نقاطی دلخواه از شهر شروع به حرکت بدهد تا کل شهر را چک کنند . هر جاده باید دقیقاً توسط یک ماشین پلیس چک شود .

نشان دهید :

(اگر k تعداد رئوس درجه فرد باشد .)

$$k > 2$$

الف) حداکثر k ماشین لازم میشود . (۱۰ امتیاز)

ب) با $k/2$ ماشین نیز امکان پذیر است . (۲۵ امتیاز)

(واضح که اگه فقط قسمت ب رو هم جواب بدین کل نمره رو میگیرین)

سوال سوم . بازی ۳۵ امتیاز

بازی آ اینگونه تعریف میشود :

بازی روی جدول $n \times n$ شامل صفر و یک انجام میشود . میدانیم اگر خانه ی (j, i) برابر یک بود آنگاه خانه ی (i, j) نیز برابر یک خواهد بود . بازی به صورت زیر انجام میشود :

نفر اول در هر حرکت میتواند به دلخواه یکی از یک هارا انتخاب کرده و آن خانه را مال خودش کند .

نفر دوم باید خانه ی قرینه ی خانه ی انتخاب شده را مقدارش را صفر کند . (یعنی اگر نفر اول خانه ی (j, i) را برای خودش کرد نفر دوم باید خانه ی (i, j) را صفر کند .

اگر نفر اول بتواند در هر سطر یک خانه را از آن خودش کند برنده بازی میشود . در غیر این صورت نفر دوم برنده بازی میشود .

شرط لازم و کافی برای برد نفر اول پیدا کنید .

(حدس شرط به تنهایی ۱۵ امتیاز را شامل میشود)

موفق و پیروز باشید :