

ریاضی و آمار 1، چند اتحاد جبری و کاربردها - 1 سوال -

۶۱- حاصل عبارت $۴(۱ - \sqrt{۳})^۲ + ۵(۱ + \sqrt{۳})^۲$ کدام است؟

۳۶ - $۲\sqrt{۳}$ (۲)

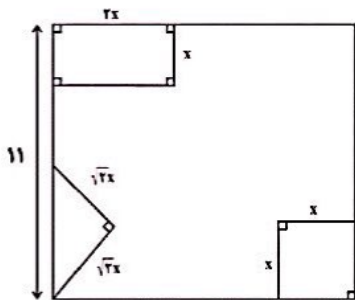
۳۶ + $۲\sqrt{۳}$ (۱)

$۳۶\sqrt{۳}$ (۴)

$۳۸\sqrt{۳}$ (۳)

ریاضی و آمار 1، حل معادله ی درجه ی 2 و کاربردها - 3 سوال -

۶۴- از مربعی به ضلع ۱۱cm مطابق شکل زیر، سه شکل بریده شده است. مساحت باقیمانده $۸۵cm^۲$ است. طول ضلع کوچک مستطیل



بریده شده کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۶- ریشه های کدام معادله زیر، قرینه معکوس یکدیگرند؟

$۵x^۲ + ۷x - ۵ = ۰$ (۲)

$۲x^۲ + ۳x - ۸ = ۰$ (۱)

$x^۲ - ۱۴۴ = ۰$ (۴)

$x^۲ - ۲\sqrt{۳}x + ۱ = ۰$ (۳)

۶۸- اختلاف ریشه های معادله $۲۵x^۲ - ۱۵۰x + ۱۱۵ = ۰$ کدام است؟

$\frac{۳۷}{۷}$ (۴)

$\frac{۲۰}{۷}$ (۳)

$\frac{۱۶}{۷}$ (۲)

$\frac{۲۳}{۷}$ (۱)

ریاضی و آمار 1، معادله های شامل عبارت های گویا - 1 سوال

۶۷- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $\frac{2x-1}{2+x} = \frac{x+1}{x-2}$ کدام است؟

۱۲۰ (۴)

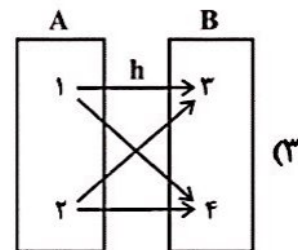
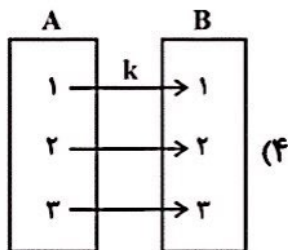
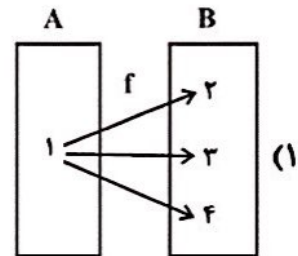
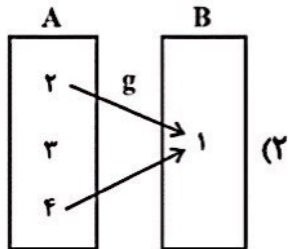
۹۶ (۳)

۶۴ (۲)

۱۶ (۱)

ریاضی و آمار ۱، مفهوم تابع - ۳ سوال -

۶۲- کدام نمودار زیر بیان‌گر یک تابع است؟



۶۳- کدام یک از گزینه‌های زیر تابع نیست؟

(۱) رابطه بین اتومبیل و شماره پلاک آن

(۲) رابطه‌ای که به هر فرد، ماه تولد او را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر فرد ورزش مورد علاقه‌اش را نسبت می‌دهد.

(۴) رابطه‌ای که به هر دایره مساحت آن را نسبت می‌دهد.

۶۹- اگر رابطه $f = \{(2,0), (3, 2a-3b), (2, a+1), (3,5)\}$ تابع باشد، در این صورت حاصل $a+b$ کدام است؟

$\frac{10}{3}$ (۴)

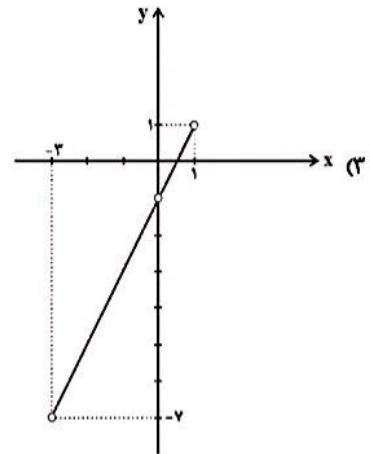
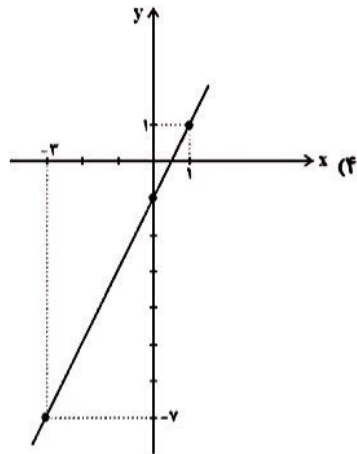
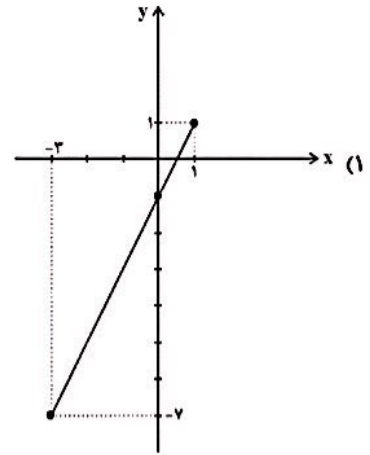
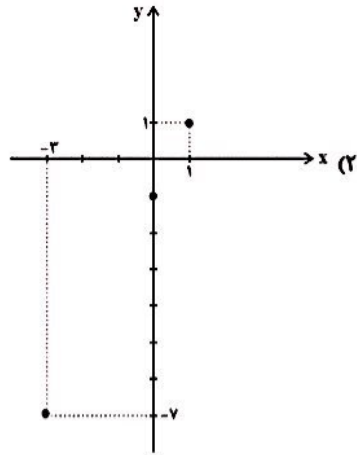
$-\frac{4}{3}$ (۳)

$-\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

ریاضی و آمار ۱، ضابطه ی جبری تابع - ۲ سوال

۷۰- نمودار مختصاتی تابع $f(x) = 2x - 1$ و $A = \{-3, 0, 1\}$ مطابق کدام گزینه است؟



۶۵- تابع f به هر عدد حقیقی نامنفی، 2 به اضافه 5 برابر جذر آن عدد را نسبت می‌دهد، در این صورت مقدار $f(9) - f(4)$ کدام است؟

(۴) -7

(۳) -5

(۲) 7

(۱) 5

ریاضی و آمار 1 - گواه، عبارتهای گویا - 1 سوال

۷۱- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{a^2b^2-1}{a^2b^2-2ab+1} \times \frac{a^3b^2-a^2b}{2a^3b}$ کدام است؟

(۴) $\frac{ab-1}{2b}$

(۳) $\frac{ab+1}{2a}$

(۲) $\frac{a}{ab-1}$

(۱) $\frac{1}{1+ab}$

ریاضی و آمار 1 - گواه، معادله و مسائل توصیفی - 1 سوال

۷۲- عددی برابر $\frac{3}{4}$ عدد دیگر است. اگر مجموع این دو عدد 136 باشد، عدد کوچکتر کدام است؟

(۴) 40

(۳) 64

(۲) 60

(۱) 72

۷۳- جواب کوچکتر معادله $(37x+2)^2 = (50x+28)^2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $-\frac{30}{87}$ (۴) $\frac{87}{30}$

۷۴- اگر بخواهیم معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنیم، در مراحل حل کدام گزینه زیر حاصل می شود؟

- (۱) $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{41}{16}$ (۲) $(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{41}{16}$ (۳) $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$ (۴) $(x - 2)^2 = \frac{9}{16}$

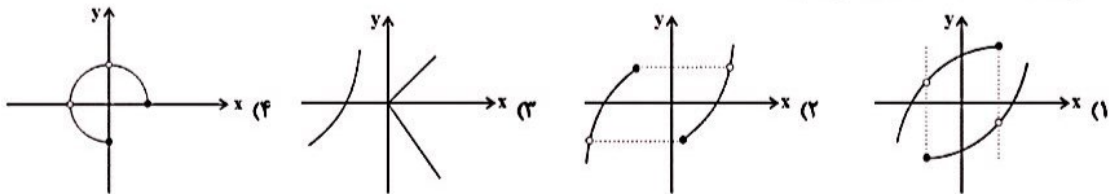
۷۵- به ازای چه مقدار a ، ریشه های معادله $x^2 + 4x - a - 1 = 0$ مساوی اند؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۷۶- اگر دو زوج مرتب $(2a - b, -3)$ و $(4, \frac{a}{3} - 2b)$ با یکدیگر برابر باشند، در این صورت حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۷۷- کدام یک از نمودارهای زیر تابع می باشد؟



۷۸- دامنه و برد تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 5$ کدام است؟

- (۱) $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = \mathbb{R}$ (۲) $D_f = \{5\}$, $R_f = \mathbb{R}$ (۳) $D_f = \{5\}$, $R_f = \{5\}$ (۴) $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = \{5\}$

۷۹- اگر مجموعه $\{-1, 0, 2\}$ برد تابع $f(x) = \frac{x}{x+3}$ باشد، دامنه این تابع کدام است؟

(۴) $\{6, -\frac{3}{2}, 0\}$

(۳) $\{-6, -\frac{3}{2}\}$

(۲) $\{\frac{3}{2}, -6, 0\}$

(۱) $\{-6, -\frac{3}{2}, 0\}$

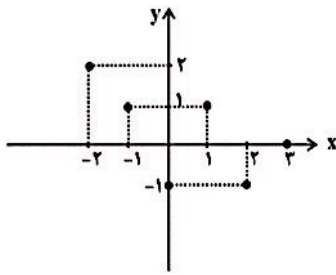
۸۰- دامنه و برد تابع مقابل به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $R_f = \{-1, 1, 2\}$ و $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

(۲) $R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 2\}$ و $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$

(۳) $R_f = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$

(۴) $R_f = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$



۶۱-

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

از اتحادهای زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(1-\sqrt{3})^2 = 1^2 - 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$(1+\sqrt{3})^2 = 1^2 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 + 2\sqrt{3} + 3 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت اصلی} = 4(4 - 2\sqrt{3}) + 5(4 + 2\sqrt{3})$$

$$= 16 - 8\sqrt{3} + 20 + 10\sqrt{3} = 36 + 2\sqrt{3}$$

۴

۳

۲

۱

۶۴-

(عمید زرین‌کفش، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

مساحت مربع بزرگ از مجموع مساحت شکل‌های بریده شده و مساحت باقیمانده تشکیل شده است. پس:

مساحت باقیمانده + (مجموع مساحت شکل‌های بریده شده) = مساحت کل

$$11 \times 11 = (x \times 2x + x \times x + \sqrt{2}x \times \sqrt{2}x \times \frac{1}{2}) + 85$$

$$\Rightarrow 121 - 85 = 2x^2 + x^2 + x^2 \Rightarrow 36 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

۴

۳

۲

۱

اگر ریشه‌های معادله مورد نظر را α و β در نظر بگیریم، می‌توان چنین نوشت:

$$\alpha = \frac{-1}{\beta} \Rightarrow \alpha\beta = -1 \Rightarrow \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow c = -a$$

پس باید به دنبال معادله‌ای بگردیم که در آن a و c دو عدد قرینه باشند و فقط معادله گزینه «۲» چنین خاصیتی را دارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون مجموع ضرایب معادله صفر است. $(۳۵ - ۱۵۰ + ۱۱۵ = ۰)$ پس یکی از ریشه‌های

معادله $x=1$ و ریشه دیگر آن $\frac{c}{a} = \frac{۱۱۵}{۳۵} = \frac{۲۳}{۷}$ می‌باشد، پس اختلاف ریشه‌ها برابر

است با:

$$\text{اختلاف ریشه‌ها} = \frac{۲۳}{۷} - ۱ = \frac{۱۶}{۷}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بین دو کسر، علامت تساوی وجود دارد پس کافی است طرفین وسطین انجام دهیم:

$$\frac{۲x-1}{۲+x} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow (۲x-1)(x-2) = (x+1)(۲+x)$$

$$\Rightarrow ۲x^2 - 4x - x + 2 = ۲x + x^2 + 2 + x \Rightarrow x^2 - ۸x = ۰$$

$$\Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & (\text{قابل قبول}) \\ x=8 & (\text{قابل قبول}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مربعات ریشه‌ها} = 0^2 + 8^2 = 64$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۲

(امیر زراندوز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

نمودار پیکانی مربوط به یک رابطه، در صورتی تابع است که از هر عضو مجموعه A دقیقاً و حتماً یک پیکان خارج شده باشد، لذا فقط نمودار پیکانی گزینه «۴» بیان‌گر تابع است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۶۳

(عمیر زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» تابع می‌باشد ولی گزینه «۳» تابع نیست زیرا هر فرد می‌تواند به چند ورزش علاقه داشته باشد، پس رابطه آن تابع نیست.

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۶۹

(عمیر زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

چون می‌خواهیم f یک تابع باشد، پس می‌بایست دو زوج مرتب $(2, a+1)$ و $(2, 0)$ که دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند، مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشد و همین استدلال در مورد زوج مرتب‌های $(3, 2a-2b)$ و $(3, 5)$ نیز صادق است.

$$f = \{(2, 0), (2, 2a - 2b), (2, a + 1), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2, 0) = (2, a + 1) \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 & (1) \\ (3, 2a - 2b) = (3, 5) \Rightarrow 2a - 2b = 5 & \xrightarrow{(1)} \end{cases}$$

$$2 \times (-1) - 2b = 5 \Rightarrow 2b = -7 \Rightarrow b = \frac{-7}{2}$$

$$a + b = -1 - \frac{7}{2} = -\frac{9}{2}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به دامنه تابع، ابتدا برد آن را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 2x - 1, A = \{-3, 0, 1\} \end{cases}$$

x	-3	0	1
y	$2 \times (-3) - 1 = -7$	$2 \times (0) - 1 = -1$	$2 \times (1) - 1 = 1$

پس نمودار آن به صورت ۳ نقطه می باشد که مشابه گزینه «۲» می باشد.

۴

۳

۲

۱

ابتدا ضابطه تابع را به دست می آوریم:

$$f(x) = 5\sqrt{x} + 2, D_f = \{x \geq 0\}$$

$$f(9) = 5\sqrt{9} + 2 = 5 \times 3 + 2 = 17$$

$$f(4) = 5\sqrt{4} + 2 = 5 \times 2 + 2 = 12$$

$$\Rightarrow f(9) - f(4) = 17 - 12 = 5$$

۴

۳

۲

۱

با استفاده از اتحاد مزدوج، اتحاد مربع دو جمله‌ای و فاکتورگیری عبارت را تجزیه کرده و سپس ساده می کنیم:

$$\frac{a^2b^2 - 1}{a^2b^2 - 2ab + 1} \times \frac{a^2b^2 - a^2b}{2a^2b}$$

$$= \frac{(ab-1)(ab+1)}{(ab-1)^2} \times \frac{a^2b(ab-1)}{2a^2b} = \frac{ab+1}{2a}$$

۴

۳

۲

۱

یکی از اعداد را x و دیگری را y در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}y \xrightarrow{\times(12)} 12\left(\frac{2}{3}x\right) = 12\left(\frac{3}{4}y\right)$$

$$\Rightarrow 8x = 9y \Rightarrow x = \frac{9}{8}y \quad (1)$$

$$x + y = 136 \xrightarrow{(1)} \frac{9}{8}y + y = 136$$

$$\Rightarrow \frac{9+8}{8}y = 136 \Rightarrow \frac{17}{8}y = 136 \Rightarrow y = \frac{136 \times 8}{17} = 64$$

$$\xrightarrow{(1)} x = \frac{9}{8} \times 64 = 72$$

پس عدد کوچکتر ۶۴ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸ کتاب (درسی))

ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج معادله را تجزیه می‌کنیم، داریم:

$$(50x + 28)^2 = (37x + 2)^2 \Rightarrow (50x + 28)^2 - (37x + 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow ((50x + 28) - (37x + 2))((50x + 28) + (37x + 2)) = 0$$

$$\Rightarrow (13x + 26)(87x + 30) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 13x + 26 = 0 \Rightarrow 13x = -26 \Rightarrow x = -\frac{26}{13} = -2 & \text{ریشه کوچکتر} \\ 87x + 30 = 0 \Rightarrow 87x = -30 \Rightarrow x = -\frac{30}{87} = -\frac{10}{29} & \text{ریشه بزرگتر} \end{cases}$$

که ریشه کوچکتر این معادله -۲ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۴۲ کتاب درسی)

ابتدا عدد ثابت را به طرف راست تساوی منتقل می‌کنیم. سپس طرفین معادله را به ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم و در نهایت مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$2x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2}{2} - \frac{3x}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x = 2 \xrightarrow{\text{اضافه کردن مربع نصف ضریب } x} \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2 = 2 + \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{9}{16} + 2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸ کتاب درسی)

معادله درجه دوم هنگامی دو ریشه مساوی دارد که مبین معادله یا Δ برابر صفر باشد، داریم:

$$x^2 + 4x - a - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \frac{a'x^2 + b'x + c' = 0}{a'x^2 + b'x + c' = 0}$$

$$\begin{cases} a' = 1 \\ b' = 4 \\ c' = -a - 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' = (4)^2 - 4(1)(-a - 1)$$

$$\Rightarrow \Delta = 16 - 4(-a - 1) = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4a + 20 = 0$$

$$\Rightarrow a = -\frac{20}{4} = -5$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، مفهوم تابع، صفحه ۵۸ کتاب درسی)

دو زوج مرتب هنگامی با یکدیگر برابرند که مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم و مؤلفه‌های دومشان نیز با هم برابر باشند:

$$\left(۴, \frac{a}{۳} - ۲b \right) = (۲a - b, -۳) \Rightarrow \begin{cases} ۴ = ۲a - b & (۱) \\ \frac{a}{۳} - ۲b = -۳ & (۲) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a - b = ۴ \\ a - ۶b = -۹ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\times(-۲)} \begin{cases} ۲a - b = ۴ \\ -۲a + ۱۲b = ۱۸ \end{cases}$$

$$۱۲b - b = ۱۸ + ۴ \Rightarrow ۱۱b = ۲۲ \Rightarrow b = ۲$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۲a - ۲ = ۴ \Rightarrow ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳$$

$$\frac{a}{b} = \frac{۳}{۲}$$

 ۴

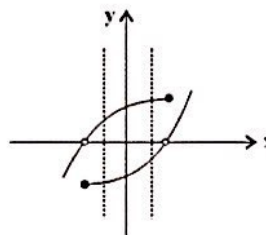
 ۳

 ۲

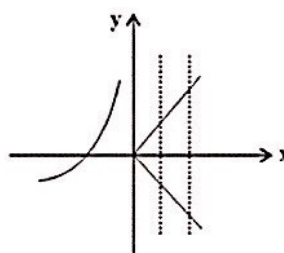
 ۱

نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به نمودارهای داده شده تنها نمودار مربوط به گزینه «۲» تابع می‌باشد. دلیل تابع نبودن گزینه‌های دیگر را در شکل‌های زیر مشاهده می‌کنید.

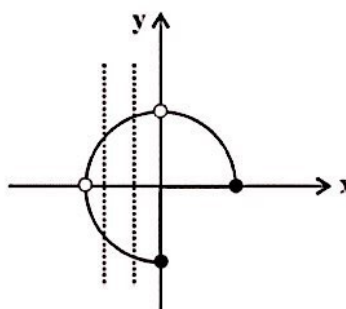
گزینه «۱»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



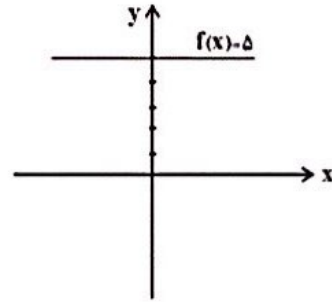
۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به آن که نمودار تابع $f(x) = 5$ به شکل زیر می‌باشد:



مشاهده می‌شود که به ازای هر مقدار حقیقی روی محور x ها تنها مقدار $y = 5$

حاصل می‌شود. بنابراین دامنه تابع تمام اعداد حقیقی و برد آن مقدار ۵ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با داشتن ضابطه تابع و جایگذاری مقادیر برد تابع به جای $f(x)$ مقادیر x (دامنه تابع) را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{x}{x+3} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \Rightarrow \frac{x}{x+3} = -1 \\ f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x}{x+3} = 0 \\ f(x) = 2 \Rightarrow \frac{x}{x+3} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow x = -x - 3 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ \Rightarrow x = 0 \\ \Rightarrow x = 2x + 6 \Rightarrow -x = 6 \Rightarrow x = -6 \end{cases}$$

پس مجموعه دامنه تابع $\{-\frac{3}{2}, 0, -6\}$ است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، ضابطه جبری تابع، صفحه ۶۶ تا ۷۱ کتاب درسی)

نمودار تابع شامل تعداد محدودی نقطه است. لذا با توجه به مختصات نقطه‌ها دامنه

تابع تنها شامل $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ و برد آن نیز شامل اعضای

$R_f = \{-1, 0, 1, 2\}$ است.

۴

۳

۲

۱