***** این از اون مقدمه ها نیست که نخونی چیزه زیادی از دست ندیدآآآآآآ ! *****

معلم فیزیکه در حال صحبت درباره ی مدیریت زمان، برای بعضی از دانش آموزاش، بود.
برای تفهیم موضوع، مثالی زد که هیچ وقت اونو فراموش نکنن.
اون همونطور که روبروی این بچه ها نشسته بودو مشغول بحث بود،به شوخی گفت: "خیل خوب، دیگه وقت امتحانه "!
بعد یک کوزه سنگی دهن گشادو از زیر میزش بیرون آوردو ، اونو رو میز گذاشت.
بعد حدود دوازده تا قلوه سنگ که هر کدام به اندازه ی یه مشت بودو یکی یکی و با دقت داخل کوزه چید.
وقتی کوزه پر شد و دیگه هیچ سنگی تو اون جا نگرفت از بچه ها پرسید: "آیا کوزه پره؟"
همه با هم گفتند: بله
معلمه گفت " :واقعاً؟"
بعد یک سطل ماسه از زیر میزش در آورد. یه خورده از ماسه ها رو روی سنگ های داخل کوزه ریخت و کوزه رو تکون داد تا دونه های ماسه، خودشونو تو فضای خالی بین سنگا جا بدن.
یه بار دیگه پرسید: "آیا کوزه پره؟"
این بار کلاس از اون جلوتر بود. یکی از بچه ها جواب داد: " احتمالا نه"
معلمه گفت: "خوبه" و بعد یه سطل شن ریزه رو از زیر میز بیرون آورد و شن ریزه ها رو داخل کوزه ریخت.
شن ریزه ها تو فضای خالی بین سنگا و دونه های ماسه جا گرفتن.
همون موقع یه پارچ آبم آوردو شروع به ریختن آب تو کوزه کرد تا وقتی که کوزه لب به لب پر شد.
بعد رو به کلاس کرد و پرسید :"کی می تونه بگه نکته ی این مثال تو چی بود؟"
یکی از بچه ها، مشتاقانه دستش رو بلند کرد و گفت: " این مثال می خواد به ما بگه که برنامه ی زمانی ما هر چقدرم که فشرده باشه، اگه واقعا زیاد تلاش کنیم همیشه می تونیم کارای بیشتری تو اون بگنجونیم. "
معلمه جواب داد: "نه" ! نکته این نیست،
حقیقتی که این مثال به ما یاد می ده اینه که، اگه سنگای بزرگو اول نذارید، هیچ وقت فرصت پرداختن به اونارو نخواهید یافت.
سنگای بزرگ زندگی شما چیا هستن؟
" تحصیلتون، رویاهاتون، محبوبیتتون، انگیزه های با ارزشتون، زمانی برای خودتون، سلامتی تون و... "
یادتون باشه که اول این سنگا ی بزرگو بذارید، در غیر این صورت هیچ وقت به اونا دست نخواهید یافت.
اگه با کارآی کوچیک (شن و ماسه) خودتونو خسته کنید، زندگی خودتونو با کارآی کوچیکی که اهمیت زیادی ندارن پر می کنید و هیچ وقت زمان کافی و مفید برای کارآی بزرگ و مهم (سنگ های بزرگ) نخواهید داشت.
هر صبح و شبی که به این مثال فکر کردی، این سوالو از خودت بپرس:
"سنگ های بزرگ زندگی من کدومان؟" اول اونارو داخل کوزه ی زندگیت بچین.

شاید این خلاصه درسها یکی از سنگای بزرگ کنکور فیزیکت بشه! این طور نیست؟
بعد خوندنش می تونی نظرتو برام بفرستی.

سینماتیک(حرکت شناسی): بررسی حرکت بدون توجه به عامل حرکت(نیرو)یعنی بررسی مکان و سرعت و شتاب .

۱) حرکت در یک بعد (حرکت مستقیم الخط): مثل حرکت بند باز روی طناب

A) بررسی مفاهیم حرکت (مکان،سرعت،شتاب و تعاریف آنها)

B)نمودارهای حرکت و نکات مربوط به هر کدام (مکان -زمان)، (سرعت- زمان)، (شتاب- زمان)

C) بررسی حالتهای خاص حرکت : الف) با سرعت ثابت

ب) با شتاب ثابت ۱: در راستای افقی

۲: در راستای قائم (سقوط آزاد)

۲) حرکت در دو بعد (حرکت در صفحه) : مثل دویدن دانش آموز در حیاط مدرسه شون

A) مفاهیم و نمودارهای حرکت

B) بررسی انواع حرکت در دو بعد: الف) در هر دو بعد یکنواخت (حرکت دایره ای یکنواخت)

ب)در یک بعد یکنواخت و در یک بعد شتابدار (پرتابه)

ج)در هر دو بعد شتابدار (حرکت دایره ای در راستای قائم)

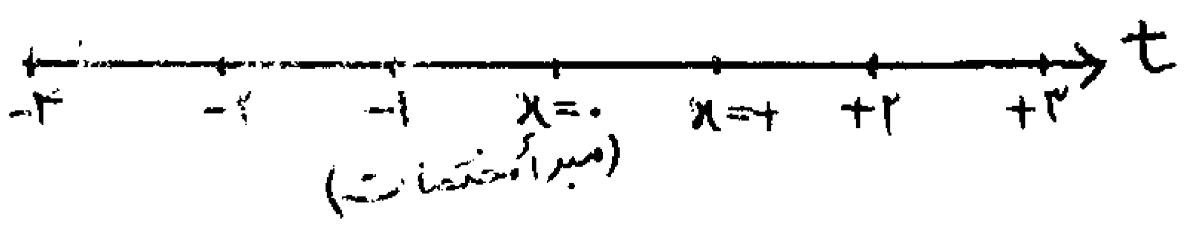
۳) حرکت در سه بعد (حرکت در فضا): مثل مانور یک جنگنده در فضا:

در دبیرستان مورد بحث قرار نمی گیره (ولی اصلا چیز سختی نیست)

A-۱) مفاهیم حرکت در یک بعد:

۱) محور مختصات (محورx): محوری است جهتدار با درجه بندی با طولهای مساوی که روی مسیر حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت میکند،منطبق میکنیم.

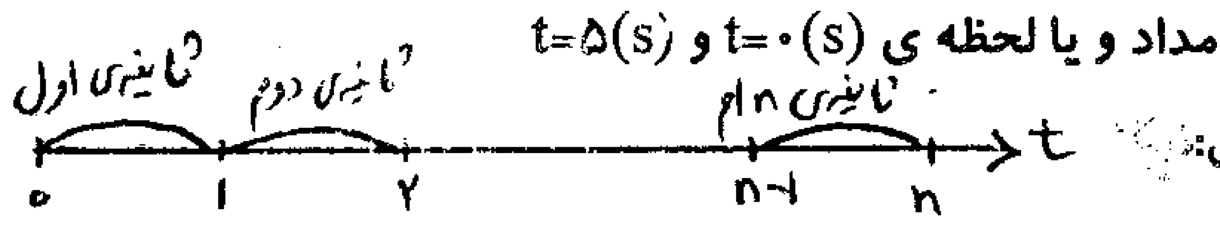
۲) مبدء مختصات (مبدا مکان) : نقطه ای اختیاری روی محور مختصات است که مختصه ی آنرا صفر در نظر میگیریم و(x=۰) درجه بندی محور مختصات را نسبت به آن انجام میدهیم.



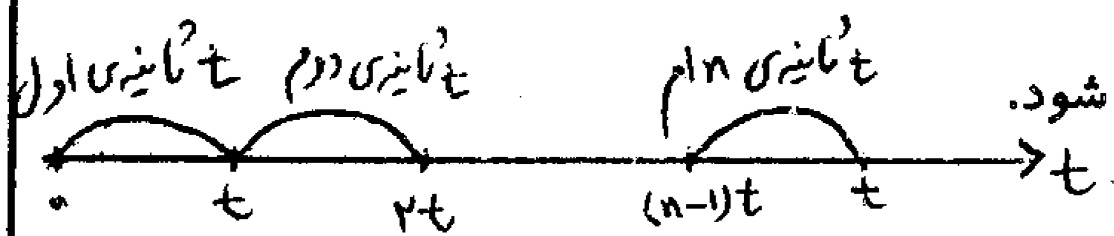
۳) زمان : فاصله ی بین تغییرات است.

الف) لحظه: یک آن است که میگذرد.مثل ساعت ۱۲ ظهر،۲۲ دقیقه ی بامداد و یا لحظه ی t=۰(s) و t=۵(s)

ب) بازه: فاصله ی بین دو لحظه است که شامل بی نهایت لحظه است.مثل:

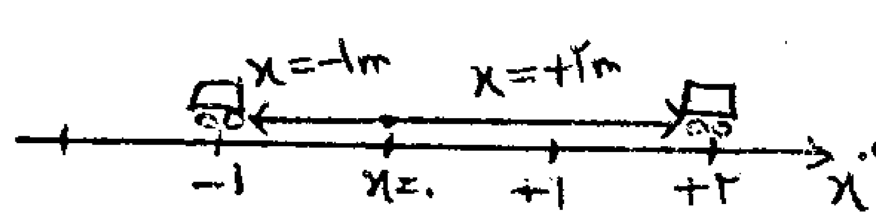


تذکر:در یک لحظه هیچ اتفاقی نمی افتد و همه تغییرات و اتفاقات در یک بازه ی زمانی انجام می شود.



۴) مبدا زمان: لحظه ی t=۰(s) است که آنرا با t_0 هم نمایش می دهند.

۵) مکان (بردار مکان) : برداری است که ابتدای آن مبدا مختصات (مبدا مکان) و انتهای آن محل جسم است.



توجه: تمامی بردارها در این مبحث رایعنی میتوان با اعداد جبری نمایش داد.(اعداد مثبت یعنی در جهت مثبت محور مختصات و اعداد منفی یعنی در خلاف جهت محور مختصات)

۶) فاصله : طول (مقدار) بردار مکان است.

۷) معادله ی حرکت (($x=f(t)$): تابعی است پیوسته و مشتق پذیر از x بر حسب t ، که در هر لحظه مکان جسم را مشخص می نماید.

amin@physicist.net

۸) مکان اولیه : مکان متحرک در مبدا زمان است($x|_{t=\cdot}$) که آنرا با $x_\cdot$ هم نشون می دن.(کلا اولیه ی هر چیزی،یعنی مقدار آن چیز در t=0)

۹) جابجائی (تغییر مکان): برداری است که مکان ابتدایی متحرک رو به مکان انتهایی آن وصل میکنه ولی تویه بازه ی زمانی مشخص.

۱۰) مسافت طی شده: طول کل مسیری که متحرک تویه بازه ی زمانی مشخص طی میکند.

۱۱) سرعت متوسط (average velocity): جابجائی متحرک در واحد زمان (یعنی1s) یا بهتر بگیم نسبت جابجائی متحرک به مدت زمان آن ($\overline{\vec{V}} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$).

۱۲) سرعت لحظه ای: سرعت متحرک در هر لحظه که علامت آن بیانگر جهت حرکت متحرک در هر لحظه است و مقدار آن از مشتق معادله ی مکان نسبت به زمان بدست می آید.

$$v = \frac{dx}{dt}$$

۱۳) تندی متوسط (average speed) :نسبت مسافت طی شده به مدت زمان طی آن:

$$\bar{s} = \frac{d}{\Delta t}$$

۱۴) سرعت خطی: مقدار سرعت متحرک در هر لحظه است (دقیقا همون چیزیه که سرعت سنج یا کیلو متر شمار ماشین نشون میده)

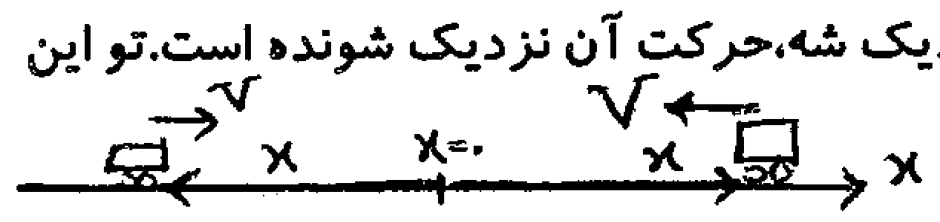
۱۵) شتاب متوسط : تغییر سرعت متحرک در واحد زمان (در1s) یا بهتر بگیم نسبت تغییرات سرعت به مدت زمان آن.($\overline{\vec{a}} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$)

۱۶) شتاب لحظه ای : ۱)جهت آن بیانگر جهت کشیده شدن یا فشرده شدن جسم تو هر لحظه است و با برآیند نیروها هم جهت.

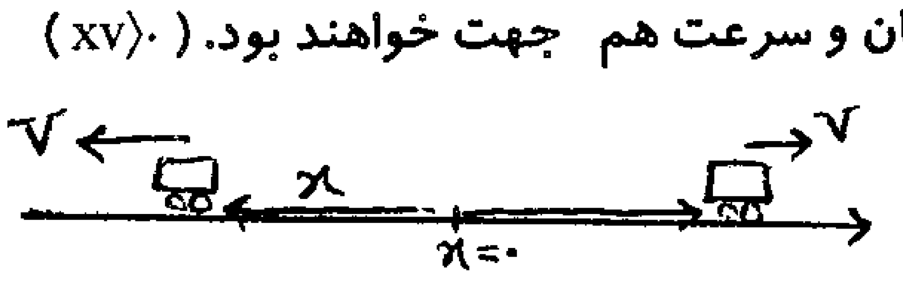
۲) مقدارشم از مشتق معادله ی سرعت نسبت به زمان بدست می آید:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

۱۷) حرکت دور شونده و نزدیک شونده: ۱) هر وقت متحرک به مبدا ($x=\cdot$) نزدیک شه،حرکت آن نزدیک شونده است.تو این حالت بردار مکان و بردار سرعت تو خلاف جهت همند. ($xv<0$)



۲) و هر وقت از مبدا مکان (x=0) دور شه،حرکتش دور شونده است و بردار مکان و سرعت هم جهت خواهند بود. ($xv>0$)



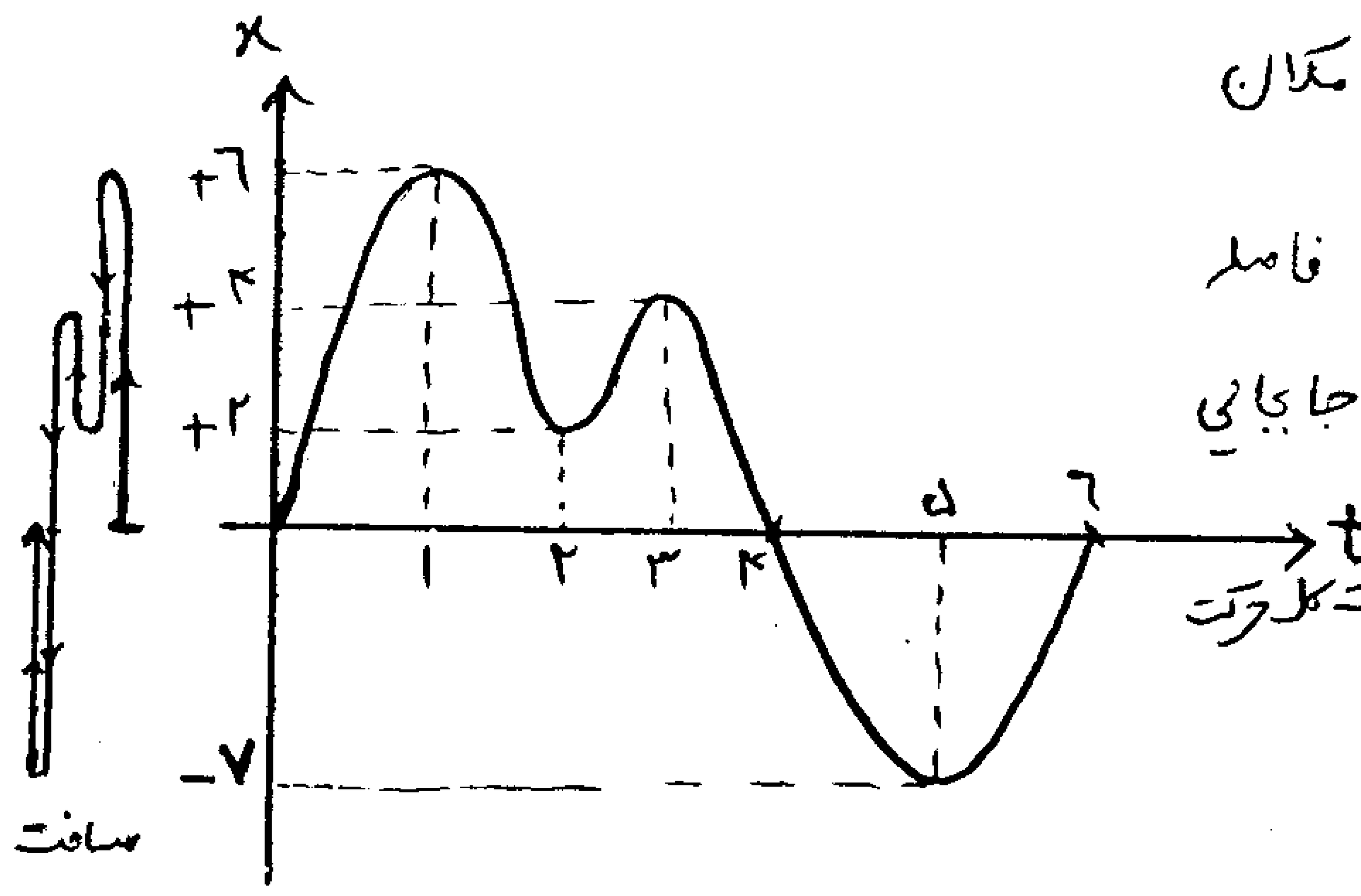
۱۸) انواع حرکت:

۱) یکنواخت: مقدار سرعت تو این حرکت تغییر نمیکنه و ثابته.

۲) تند شونده : مقدار سرعت افزایش پیدا می کند ≈ یعنی در جهت حرکت بکشیمش ≈ بردار سرعت و شتابش هم جهت باشن. ($av>0$)

۳) کند شونده : مقدار سرعت تو این حرکت کاهش پیدا می کنه ≈ یعنی تو خلاف جهت حرکت بکشیمش ≈ بردار سرعت و شتابش در خلاف جهت هم بشن. ($av<0$)

نکته: هر شروع به حرکتی یک حرکت تند شونده و هر حرکت منجر به توقف یک حرکت کند شونده است.



مکان: $x_{t=3} = +4m$

فاصله $|x_{t=5}| = 7m$

جابجایی $\Delta x_{(1,5)} = -7-6 = -13m$

مسافت کل حرکت $d = 6+4+2+4+7+7$

۱- B)نمودارهای حرکت:

نمودارهای مکان_زمان $(x-t)$:

۱) خوندن نمودار: تعیین :۱)بردار مکان

۲) فاصله از مبدا

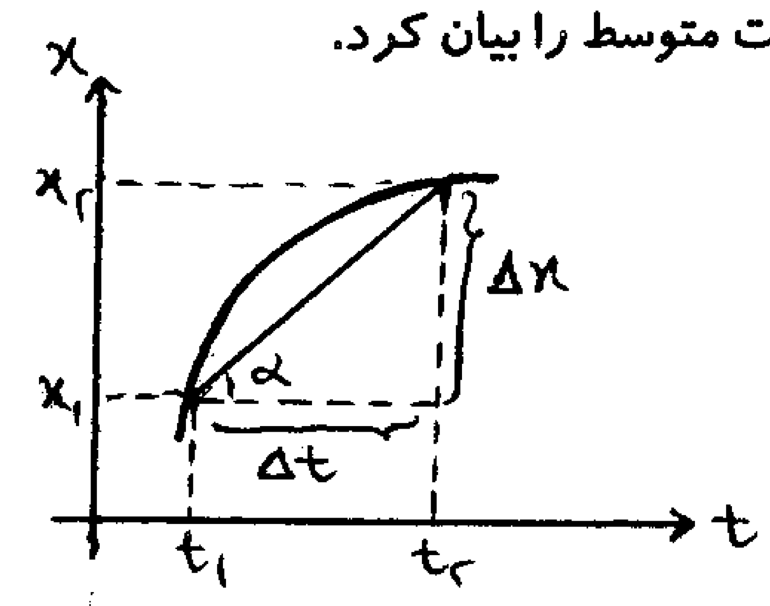
۳) بردار جابجائی

۴) مسافت طی شده و در نهایت تعیین مسیر حرکت

از این نمودار مقدور است.

۲) تعیین سرعت متوسط:

الف) با تعیین جابجائی از نمودار در یک بازه ی زمانی خاص می توان سرعت متوسط را بیان کرد.



ب)تحلیل هندسی: شیب خط قاطع در دو لحظه ی مورد نظر

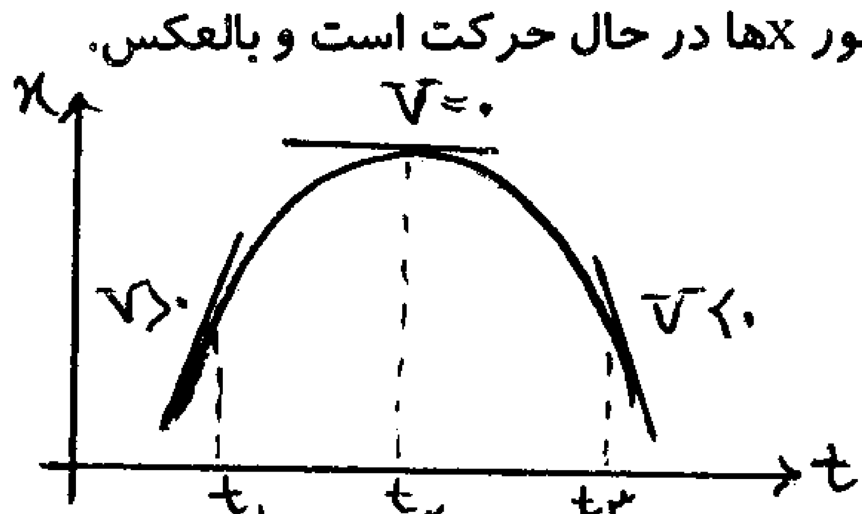
روی نمودار است. (شیب خط قاطع $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = tg\alpha$)

۳) تعیین سرعت لحظه ای:

الف) شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه بیانگر مقدار سرعت یا سرعت خطی در آن لحظه است.

ب) اگر این شیب صعودی (مثبت) باشد،یعنی متحرک در جهت محور xها در حال حرکت است و بالعکس.

ج) اکسترمم های این نمودار،همون جاهاوی که سرعتشون صفره.



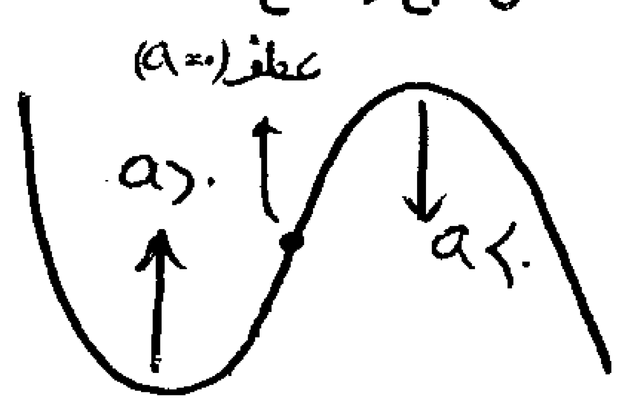
۴) تعیین علامت شتاب:

الف) هر گاه خط مماس بر نمودار زیر نمودار قرار گیرد ≈ گودی نمودار(تقعر) رو به سمت بالاست ≈ شتاب مثبت است.

ب) هر گاه خط مماس بر نمودار بالای نمودار قرار گیرد ≈ گودی نمودار (تقعر) رو به سمت پائین است ≈ شتاب منفی است.

ج) در نقاط عطف منحنی که قسمتی از مماس بالا و قسمتی از مماس پائین نمودار است و خط مماس تابع را قطع

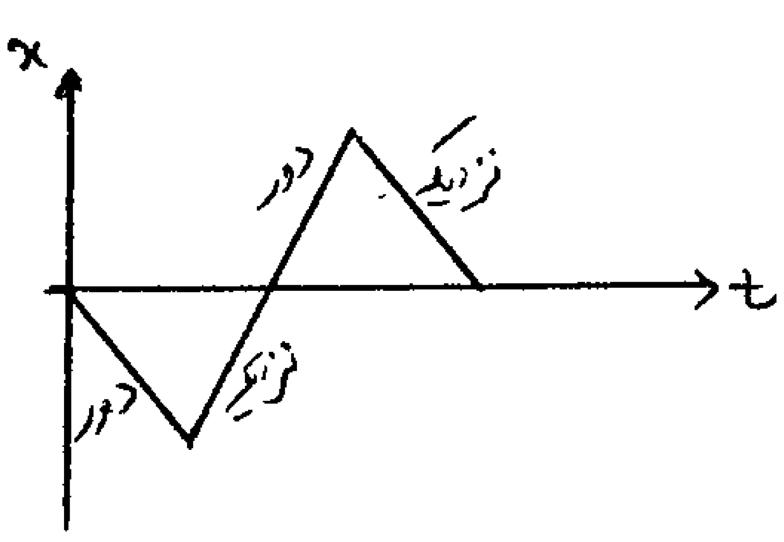
می کند ≈ نقطه ی عطف ≈ شتاب صفر است.



۵) تعیین دور و نزدیک شونده بودن حرکت:

الف) هر گاه از محور t دور شویم،حرکت دور شونده است.

ب) هر گاه به محور t نزدیک شویم،حرکت نزدیک شونده است.

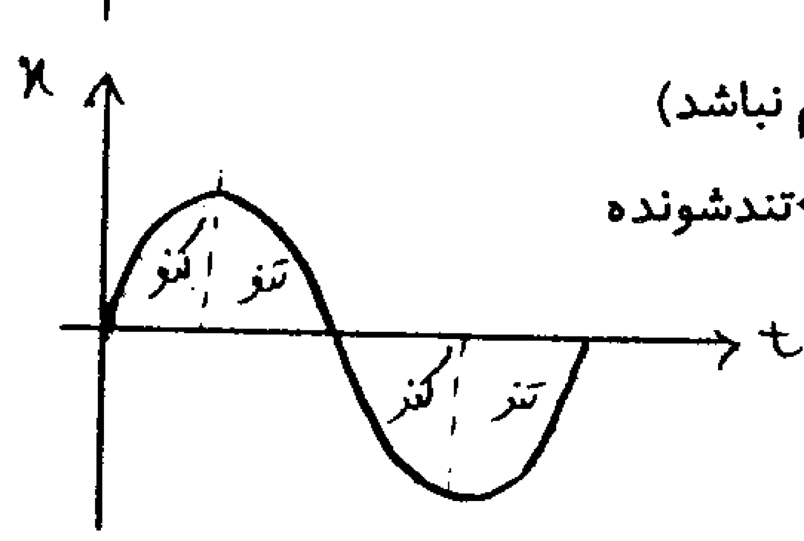


۶)تعیین نوع حرکت:

راه اول:از روی علامت a و v در هر بازه ی زمانی.

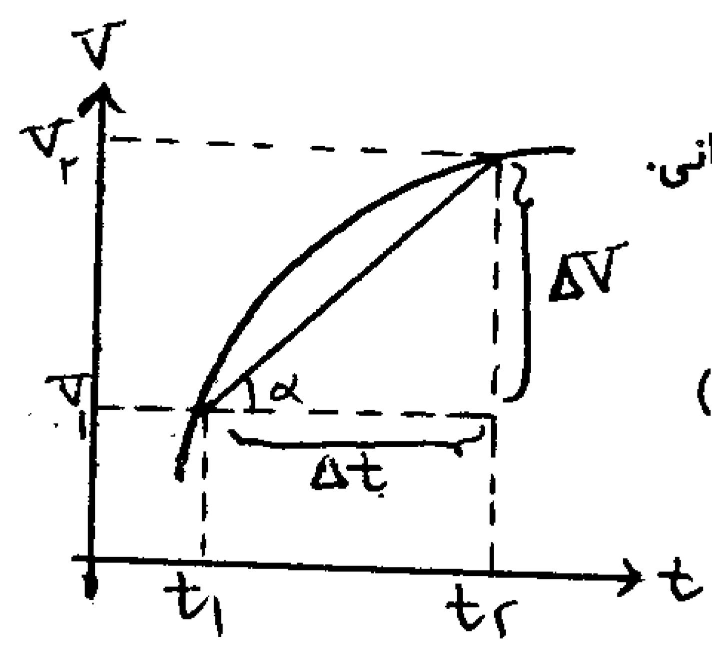
راه دوم:از روی شیب خط بدون توجه به علامت شیب(صعودی یا نزولی بودن مهم نباشد)

بریم به قله یا دره←کند شونده **از قله یا دره در بیایم←تندشونده**



نمودار سرعت- زمان $(v-t)$:

۱) خوندن نمودار: در هر لحظه میتوان سرعت متحرک و در نتیجه جهت حرکت متحرک رو تشخیص داد.

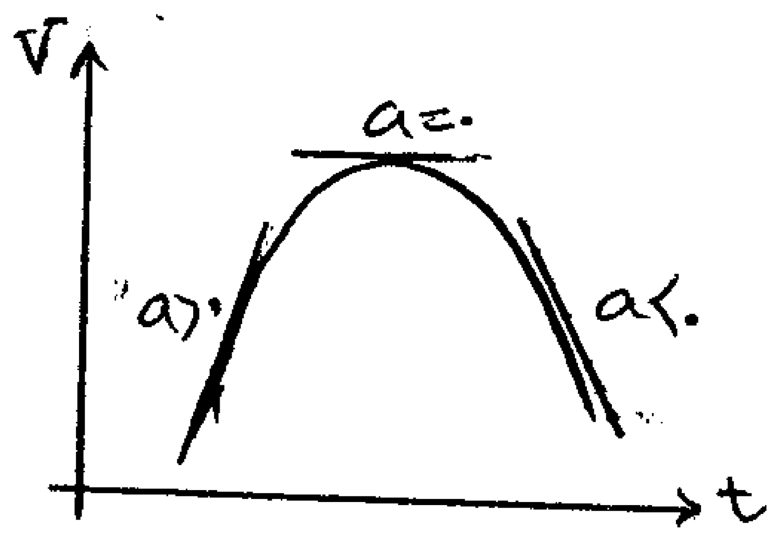


۲) تعیین شتاب متوسط:

راه اول: تعیین ΔV در بازه ی زمانی مورد نظر و تقسیم کردن این مقدار بر طول بازه ی زمانی.

راه دوم(تحلیل هندسی): بدست آوردن شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظه ی مورد نظر.

(شیب خط قاطع $= \frac{\Delta v}{\Delta t} = tg\alpha$)



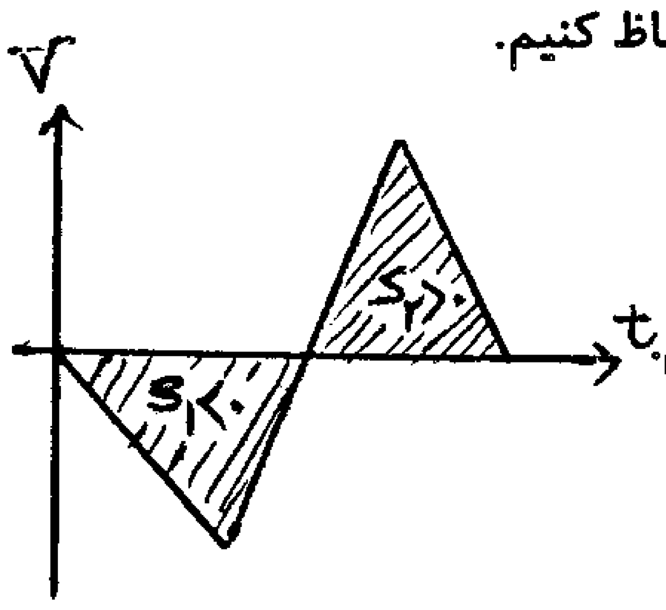
۳) شتاب لحظه ای و تعیین آن:

الف) شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه مقدار شتاب رو میده.

ب) اگه این شیب مثبت (صعودی)،شتاب مثبته و اگه منفی (نزولی باشه) شتاب هم منفیه.

تذکر: اکسترمم های این نمودار همون جاهائیه که شتابشون صفره.

۴) تعیین جابجایی: مساحت محصور بین نمودار و محور زمان،در هر بازه ی زمانی برابر جابجائی متحرک در همون بازه ی زمانی است.به شرط اینکه یادمون باشه مساحتهای بالای محور زمان رو مثبت و مساحتهای پائین محور زمان رو منفی لحاظ کنیم.



$\Delta x = S_1 + S_2$ (با علامت)

۵) تعیین مسافت طی شده: اگه فقط مقدار مساحتها را بدون علامت جمع کنیم،مسافت طی شده رو حساب کردیم.

$d = |S_1| + |S_2|$

۶) تعیین سرعت متوسط: با محاسبه ی جابجائی از مساحت زیر سطح نمودار و تقسیم کردن آن به بازه ی زمانی($\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t}$) سرعت متوسط بدست می آید.

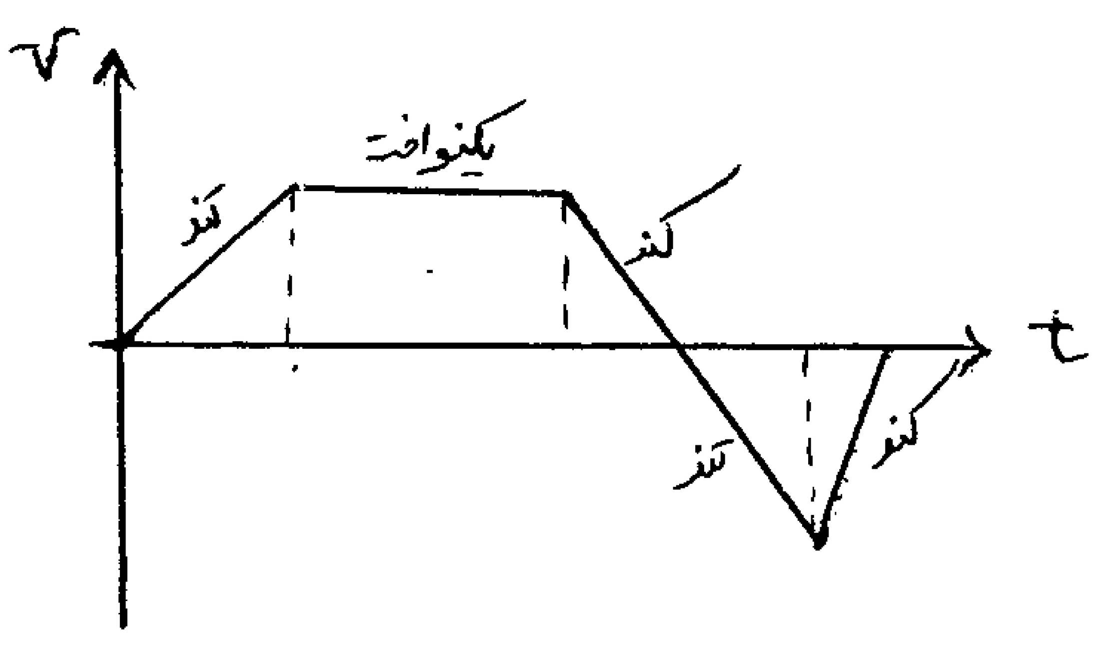
۷) تعیین تندی متوسط : معلومه دیگه،مگه نه!!!

$$\left(\bar{s} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{|s_1| + |s_2|}{\Delta t}\right)$$

۸) تعیین نوع حرکت:

راه اول: هر وقت از محور زمان دور شویم حرکت تند شونده است و هر وقت به محور زمان نزدیک شویم حرکت کند شونده است.

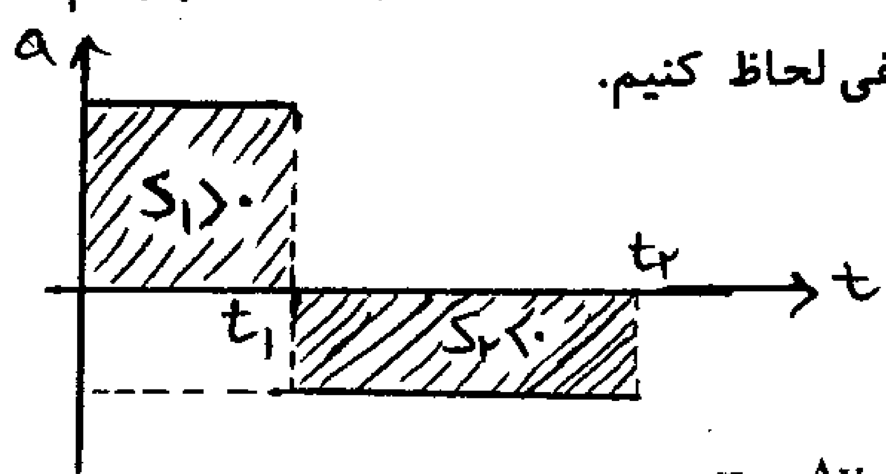
راه دوم: از روی علامت a وv تعیین کنیم.



نمودارهای شتاب- زمان $(a-t)$:

۱) خوندن نمودار: در هر لحظه می توان شتاب متحرک و جهت نیروی وارد بر آن را تعیین کرد.

۲) تغییر سرعت : مساحت محصور بین نمودار با محور زمان در هر بازه ی زمانی برابر تغییر سرعت متحرک در آن بازه است،باز هم به شرطی که یادمون نره که مساحت های بالای نمودار مثبت و مساحتهای پایین نمودارو منفی لحاظ کنیم.



$$\Delta V_{(0,t_2)} = S_1 + S_2 \quad (\text{با علامت})$$

۳) شتاب متوسط: بعد از محاسبه ی تغییر سرعت متحرک تویه بازه(Δt) میشه از تعریف ($\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) شتاب متوسط رو محاسبه کرد.

C-۱) بررسی حرکتهای خاص:

الف) حرکت سرعت ثابت:

* حرکت یکنواختی (مقدار سرعت ثابت) که روی خط راست و بر مسیر مستقیم (جهت آن ثابت) انجام میشود.

*ویژگی های حرکت:

الف) سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه از حرکت با سرعت در هر لحظه ی دلخواه برابر است.($\bar{v}_{(t_1,t_2)} = v_t = v =$ ثابت)

ب) مسافت طی شده در یک بازه ی زمانی دلخواه همواره با جابجائی در همان مدت زمان برابر است،زیرا متحرک تغییر جهت نمی دهد.

ج) جابجائی در هر بازه ی زمانی یکسان،برابر است و اگر بازه ی زمانی k برابر شود،جابجائی هم k برابر میشود.

د) شتاب حرکت صفر است،زیرا مقدار و جهت سرعت تغییر نمی کند.

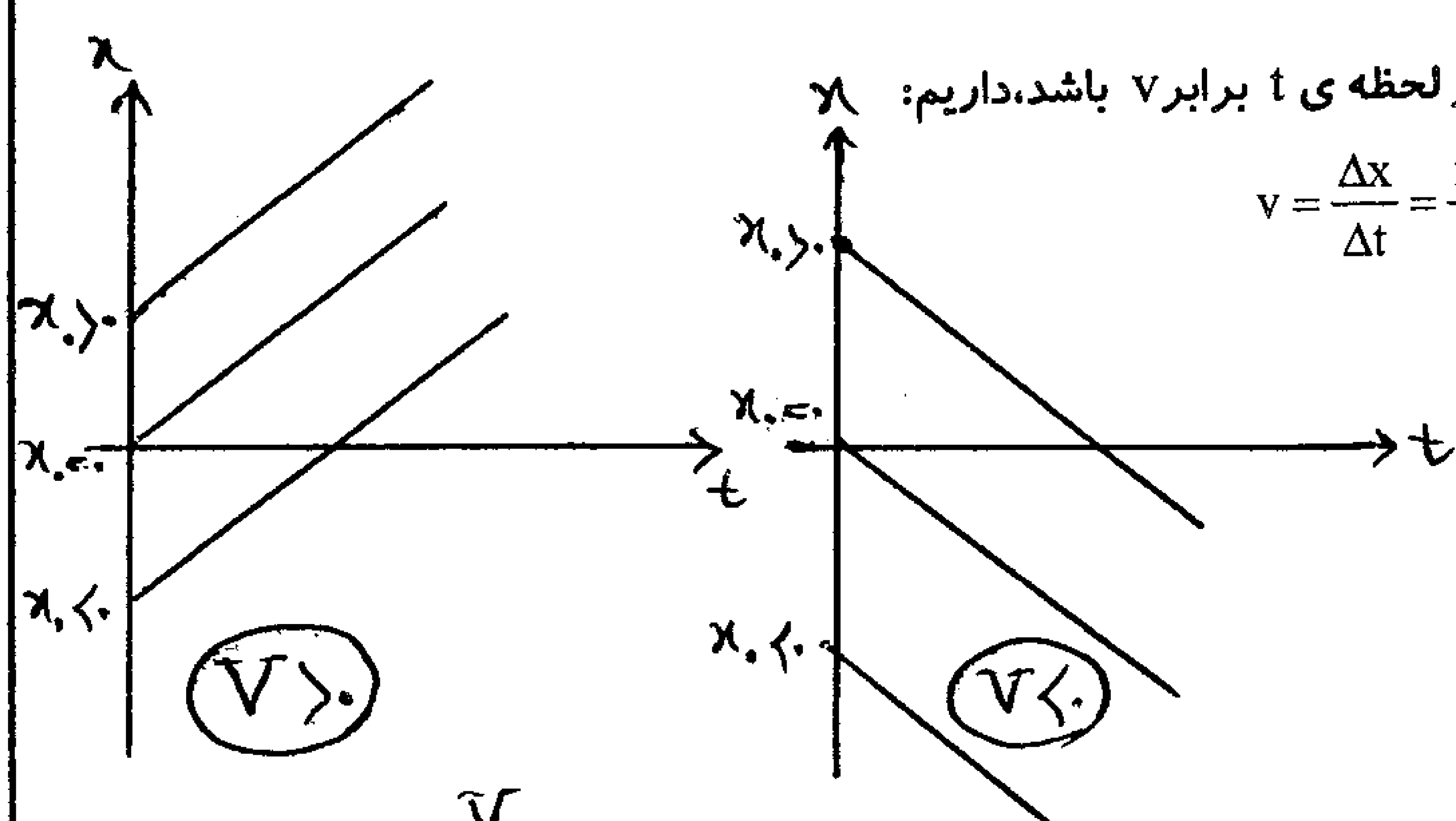
*معادلات حرکت و نمودارهای حرکت:

الف)مکان_زمان :اگر مکان اولیه ی متحرک x_0 و مکان آن در لحظه ی t برابرv باشد،داریم:

معادله ی مکان- زمان : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} \Rightarrow x = vt + x_0$

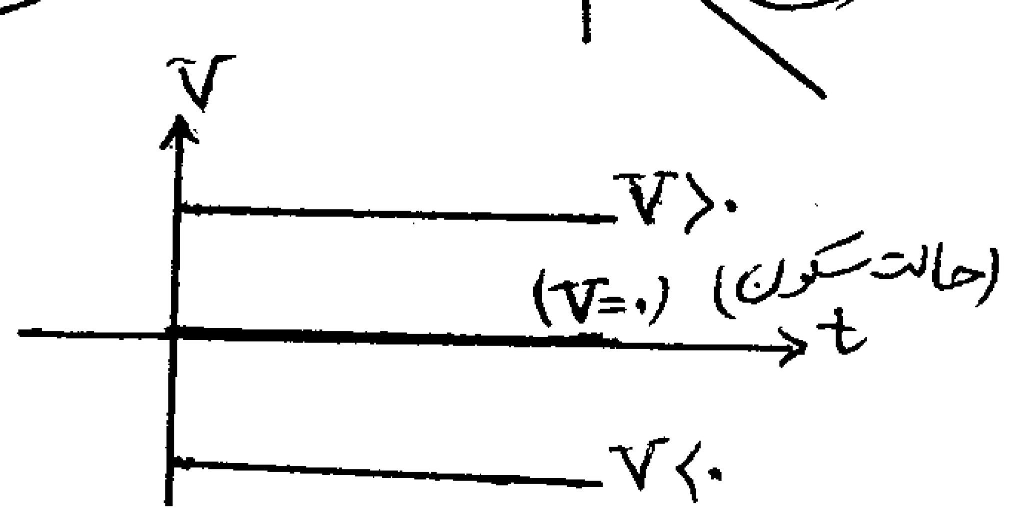
شیب خط: v

عرض از مبداء(محل قطع محور x ها): x_0



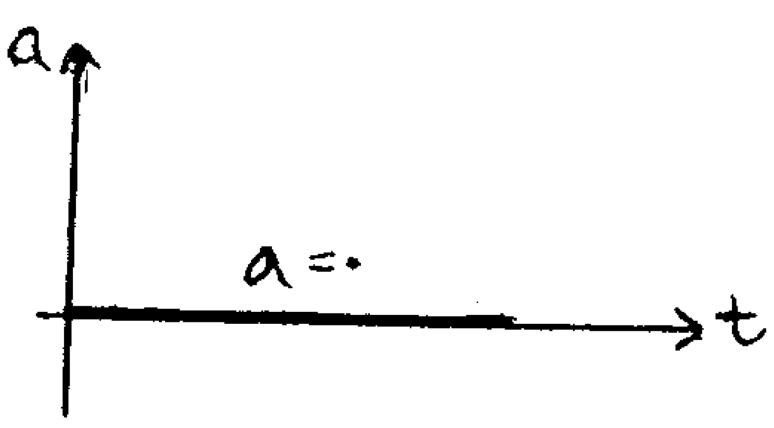
ب)سرعت- زمان:مقدار آن ثابت و برابر همان v است.

معادله ی سرعت- زمان: ($v_t = v =$ ثابت)



ج) شتاب_زمان: مقدار آن همواره صفر است.

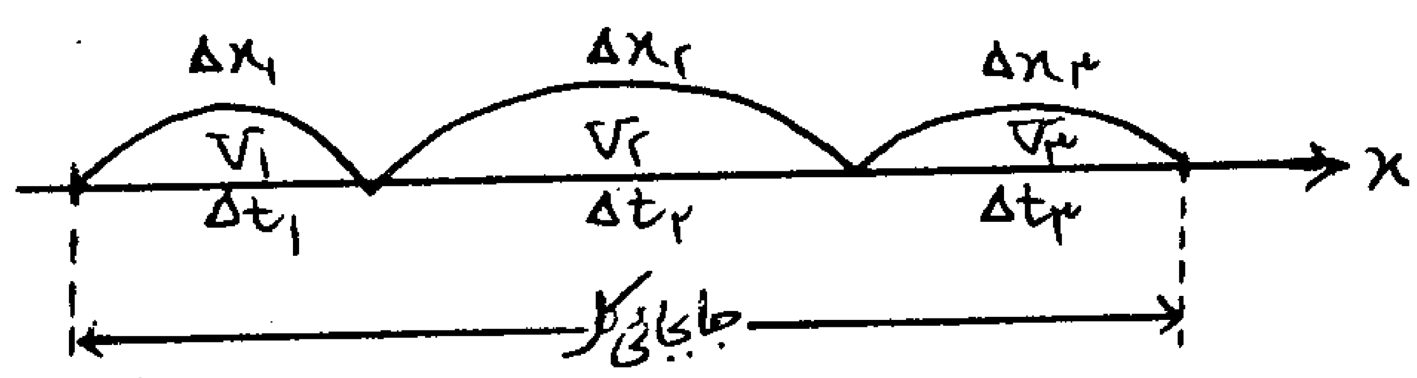
معادله ی شتاب- زمان: ($a = 0$)



* بررسی یک موضوع:

هر گاه یک متحرک طول یک مسیر را با سرعتهای ثابت متفاوت طی میکند،با صرف نظر از زمان تغییر سرعت،میتوان سرعت متوسط را از رابطه ی زیر محاسبه کرد :

$$\bar{V}_{کل}=\frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}$$



در رابطه ی فوق می توان به جای Δx ها و یا Δt ها از رابطه ی $(v=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ استفاده و در رابطه ی فوق جایگذاری نمود.
$\begin{cases}\Delta x=v\times\Delta t\\ \Delta t=\frac{\Delta x}{v}\end{cases}$

ب ۱) حرکت با شتاب ثابت روی خط راست(افقی):

* ویژگی های حرکت:

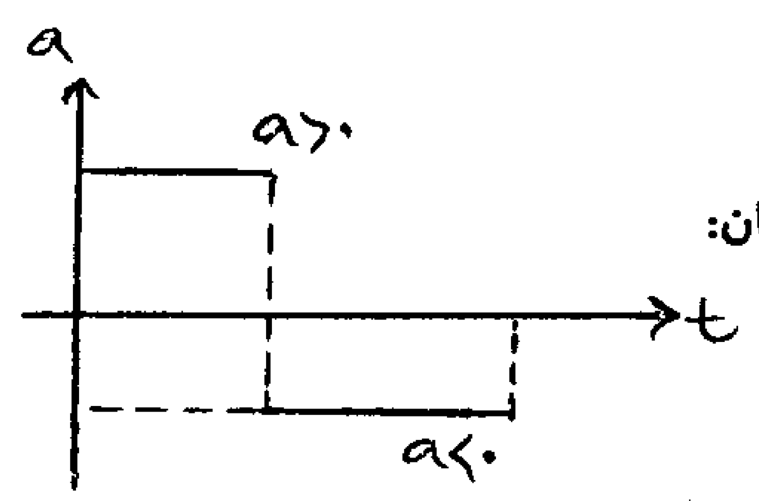
الف) سرعت متحرک با آهنگ ثابتی افزایش یا کاهش می یابد و تغییر سرعت متحرک در هر ثانیه مقداری ثابت و برابر شتاب حرکت است.

ب) شتاب لحظه ای در تمام لحظه ها و شتاب متوسط در تمام بازه های زمانی ثابت و دارای مقدار مشخصی است.

* بررسی معادلات و نمودارهای حرکت:

الف)شتاب- زمان:مقدار آن ثابت و نمودار آن بر حسب زمان خطی است موازی محور زمان:

(a=عدد ثابت)

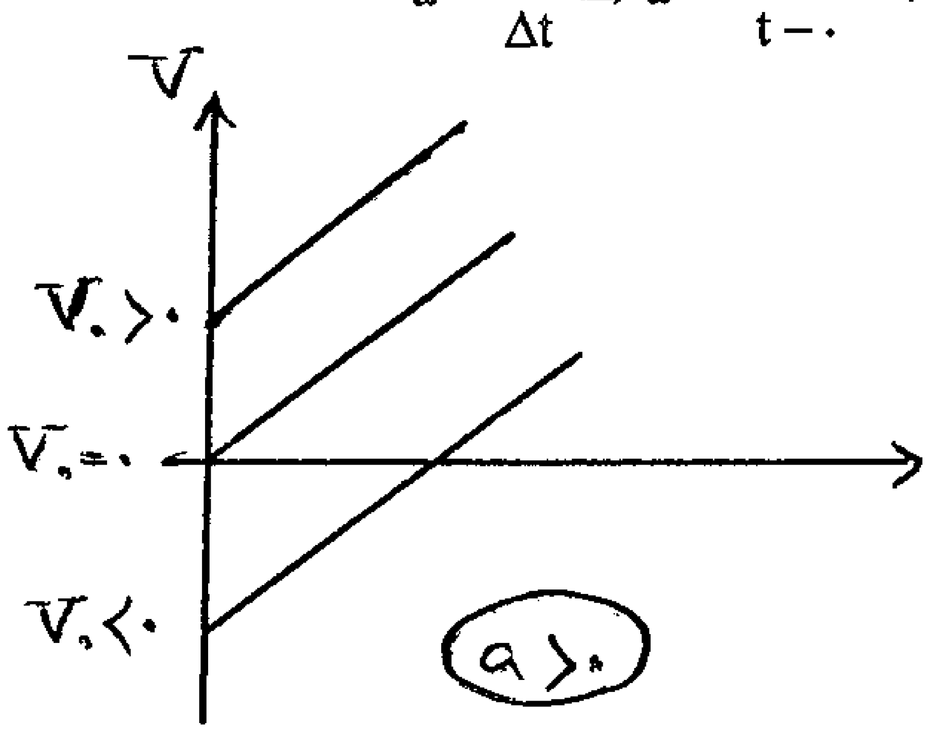


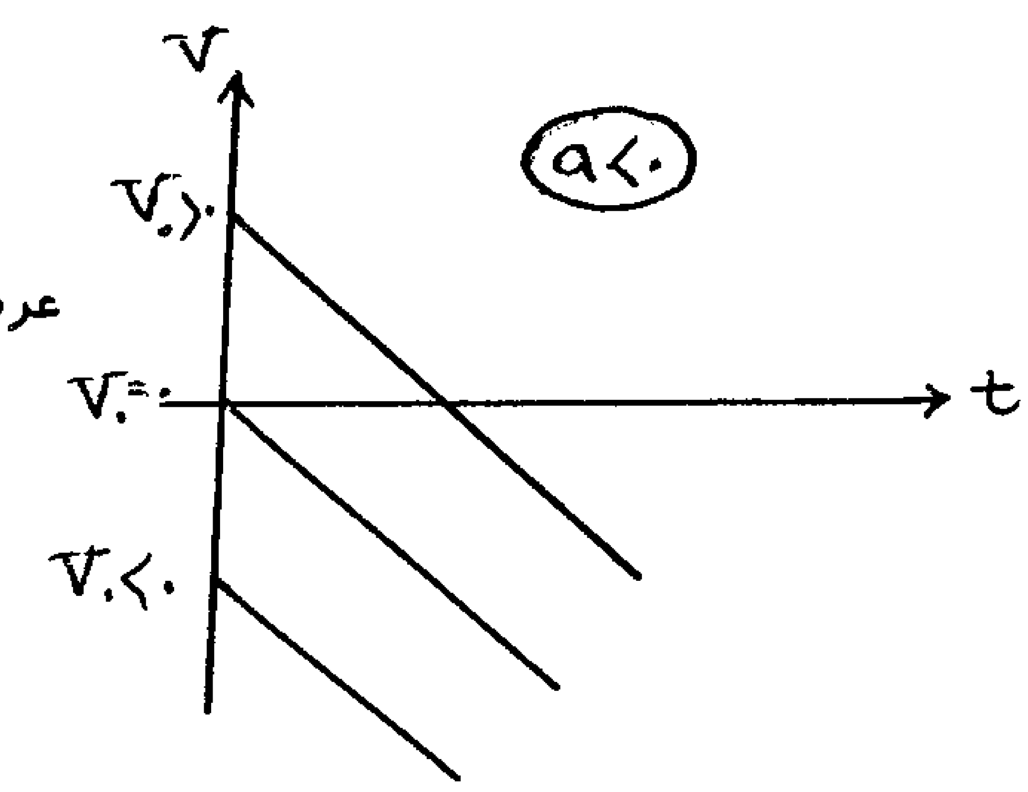
ب) معادله ی سرعت_زمان: اگر سرعت اولیه ی متحرک و سرعت آن در لحظه ی t برابر v باشد،داریم:

معادله ی سرعت- زمان: $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{v-v_0}{t-0}\Rightarrow v=at+v_0$

شیب خط: a

عرض از مبداء(محل قطع محور v ها): v_0



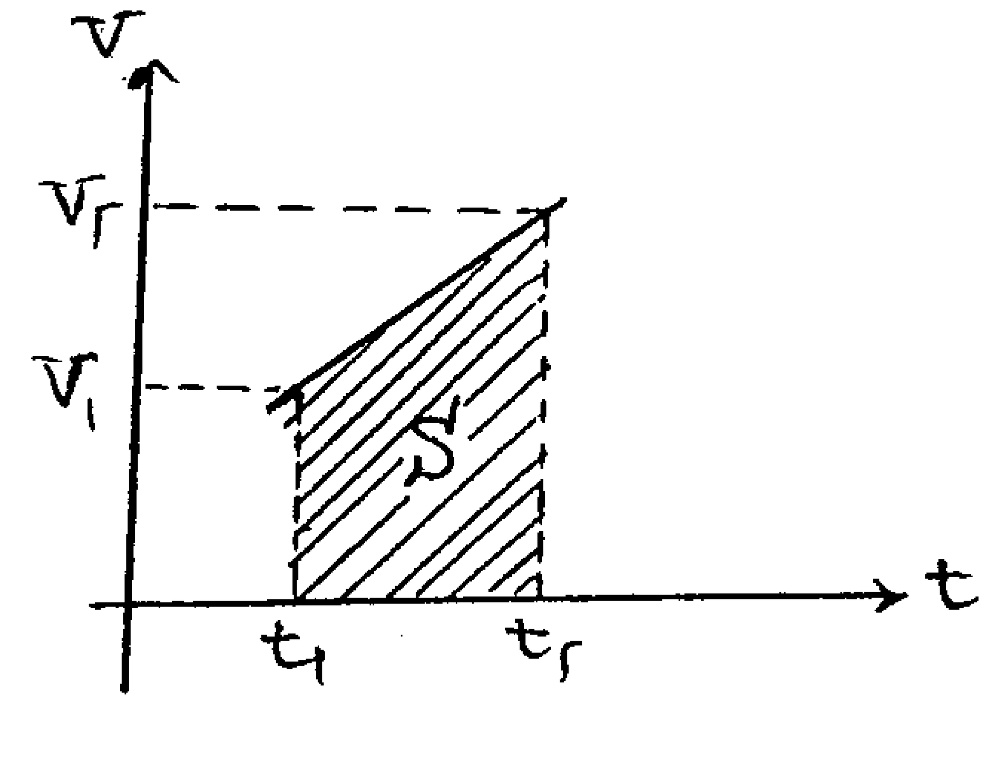


ج) معادله ی مکان- زمان:

۱) در حرکت شتاب ثابت روی خط راست،چون نمودار خطی است، سرعت متوسط بین دو لحظه ی معین ، سرعت های آن دو لحظه است.

$$\Delta x=s=\frac{(v_1+v_2)\Delta t}{2}$$

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{(v_1+v_2)\Delta t}{2}}{\Delta t}=\frac{(v_1+v_2)}{2}$$



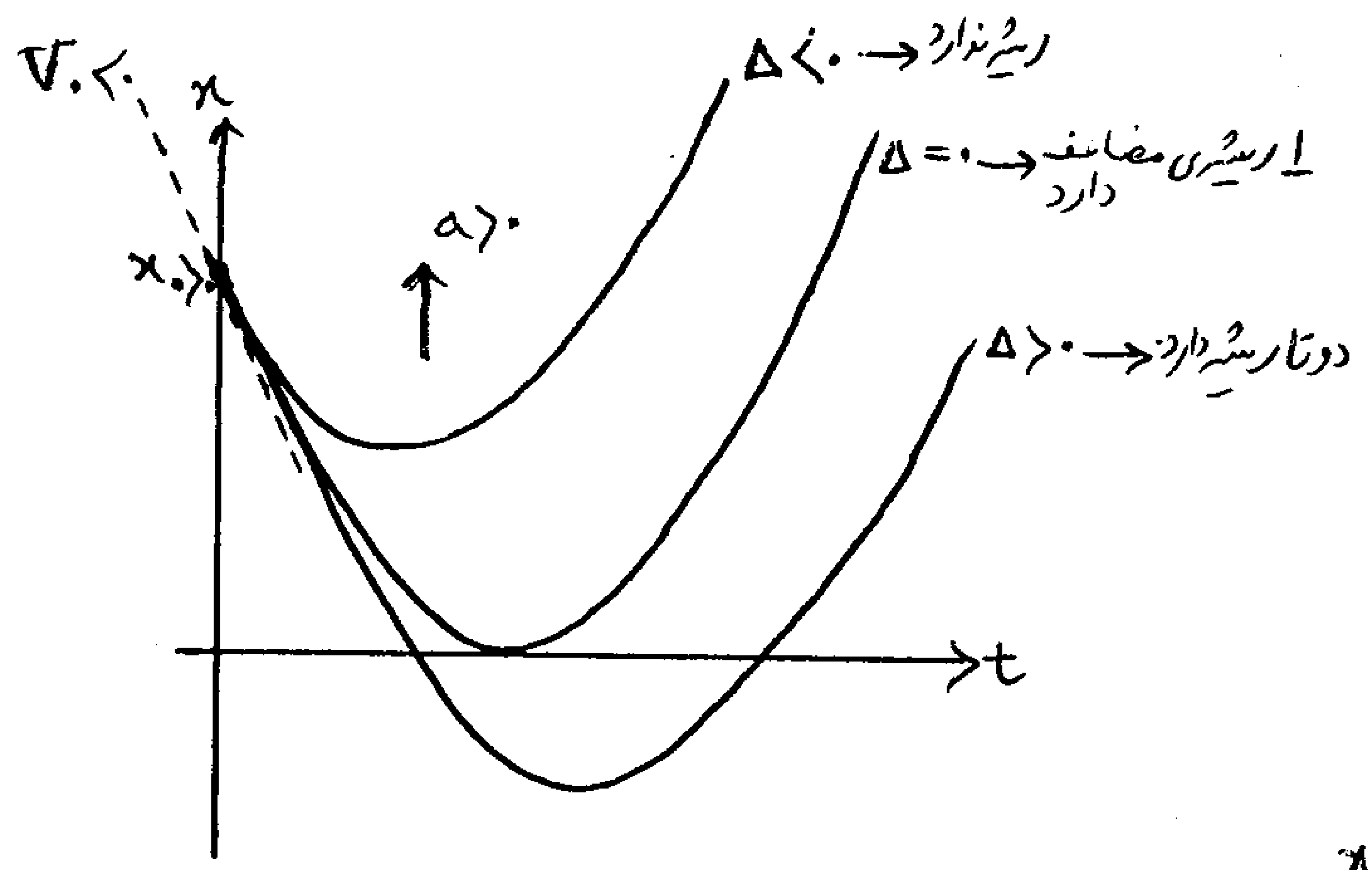
۲) اگر سرعت اولیه برابر v_0 و مکان اولیه برابر x_0 و نیز سرعت در لحظه ی t برابر v باشد و مکان در این لحظه برابر x باشد،داریم:

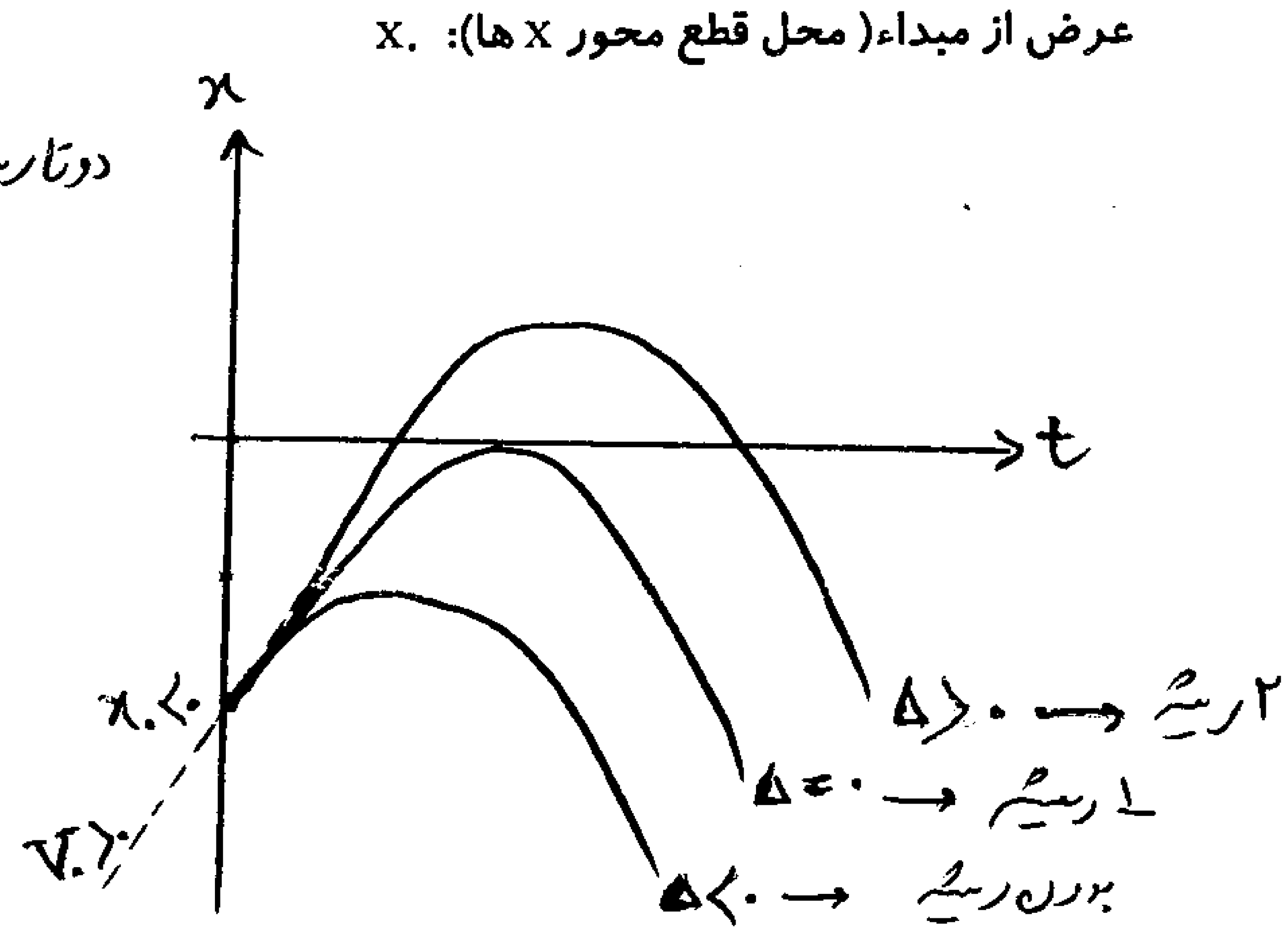
$$\bar{v} = \frac{(v+v_0)}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \frac{(v+v_0)}{2}(t-0) \xRightarrow{v=at+v_0} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

جهت تقعر(گودی)نمودار: a

شیب خط مماس بر نمودار در نقطه ی x_0: v_0

عرض از مبداء(محل قطع محور x ها): x_0





$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac = V_0^2 - 4x_0 \times \frac{1}{2}a = \overline{V_0^2 - 2ax_0}}$$

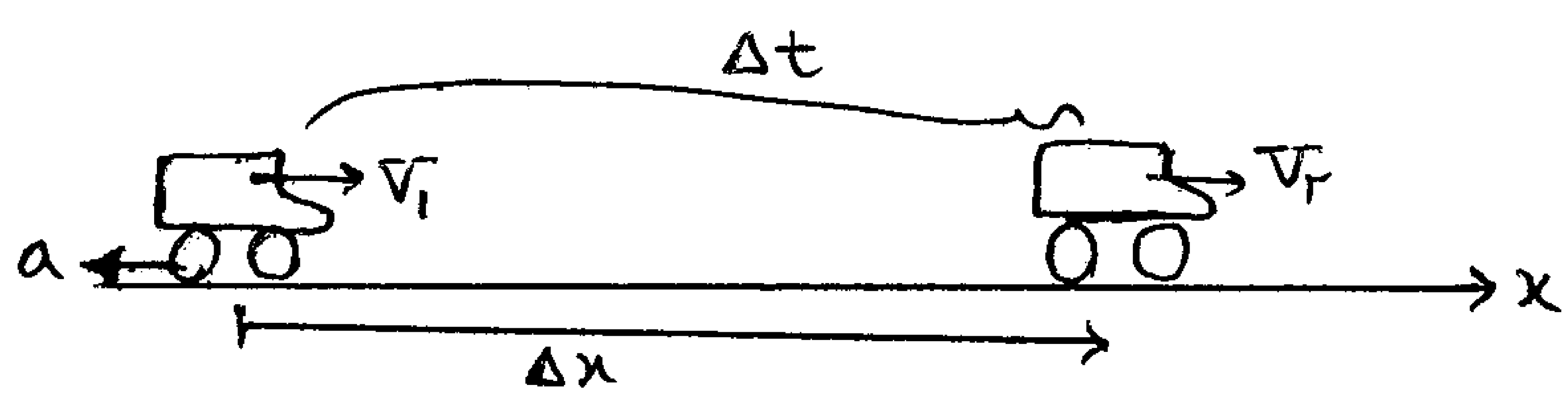
* از کدوم رابطه کجا استفاده کنیم!!؟؟

الف) ما در حل مسائل شتاب ثابت با ۵ کمیت اصلی سر و کار داریم که عبارتند از:

Δx	Δt	a	v_1	v_2
جابجائی	مدت زمان	شتاب	سرعت ابتدای بازه	سرعت انتهای بازه

که متناسب با آنها ۵ رابطه وجود داره که هر کدام از روابط، از یکی از کمیت ها مستقل میباشد.

و با توجه به اطلاعات مسئله می شود از یکی از آنها استفاده کرد.



ب)روابط:

۱) مستقل از جابجائی: $v_2 = a\Delta t + v_1$

۲) مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$

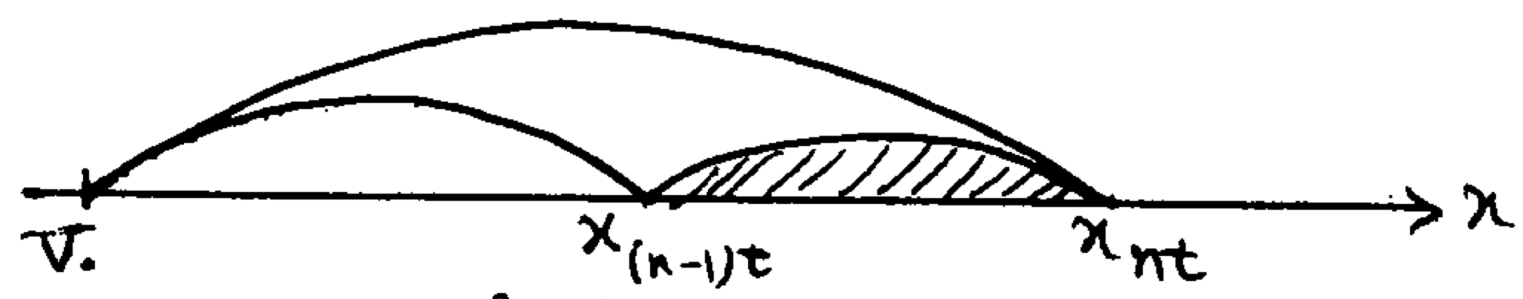
۳) مستقل از زمان: $v_2^2 - v_1^2 = 2a \times \Delta x$

۴) مستقل از سرعت نهائی: $\Delta x = \frac{1}{2}a \times \Delta t^2 + v_1 \times \Delta t$

۵) مستقل از سرعت ابتدایی: $\Delta x = -\frac{1}{2}a \times \Delta t^2 + v_2 \times \Delta t$

*** جابجایی در t ثانیه ی n ام:**

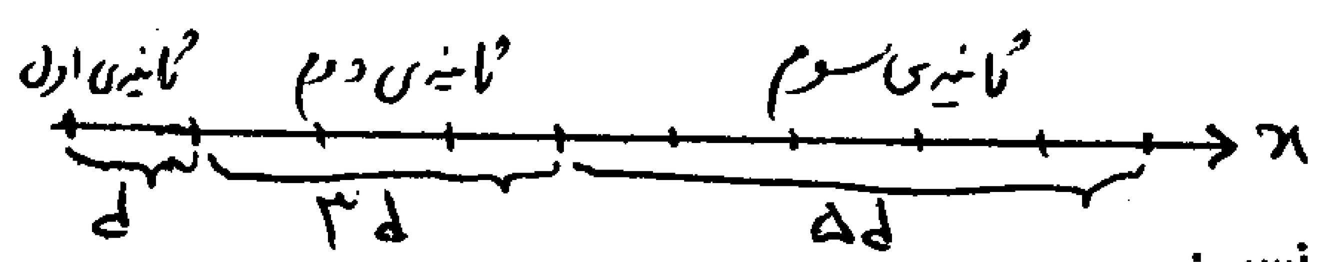
۱) مطابق شکل و بعد از کلی محاسبه داریم که اگه طول بازه ی زمانی t ثانیه باشد و ما بخواهیم در n امین شماره ، جابجایی رو حساب کنیم، داریم: $\Delta x_{(t,n)} = \frac{1}{2}a(2n-1)t^2 + v_0 t$



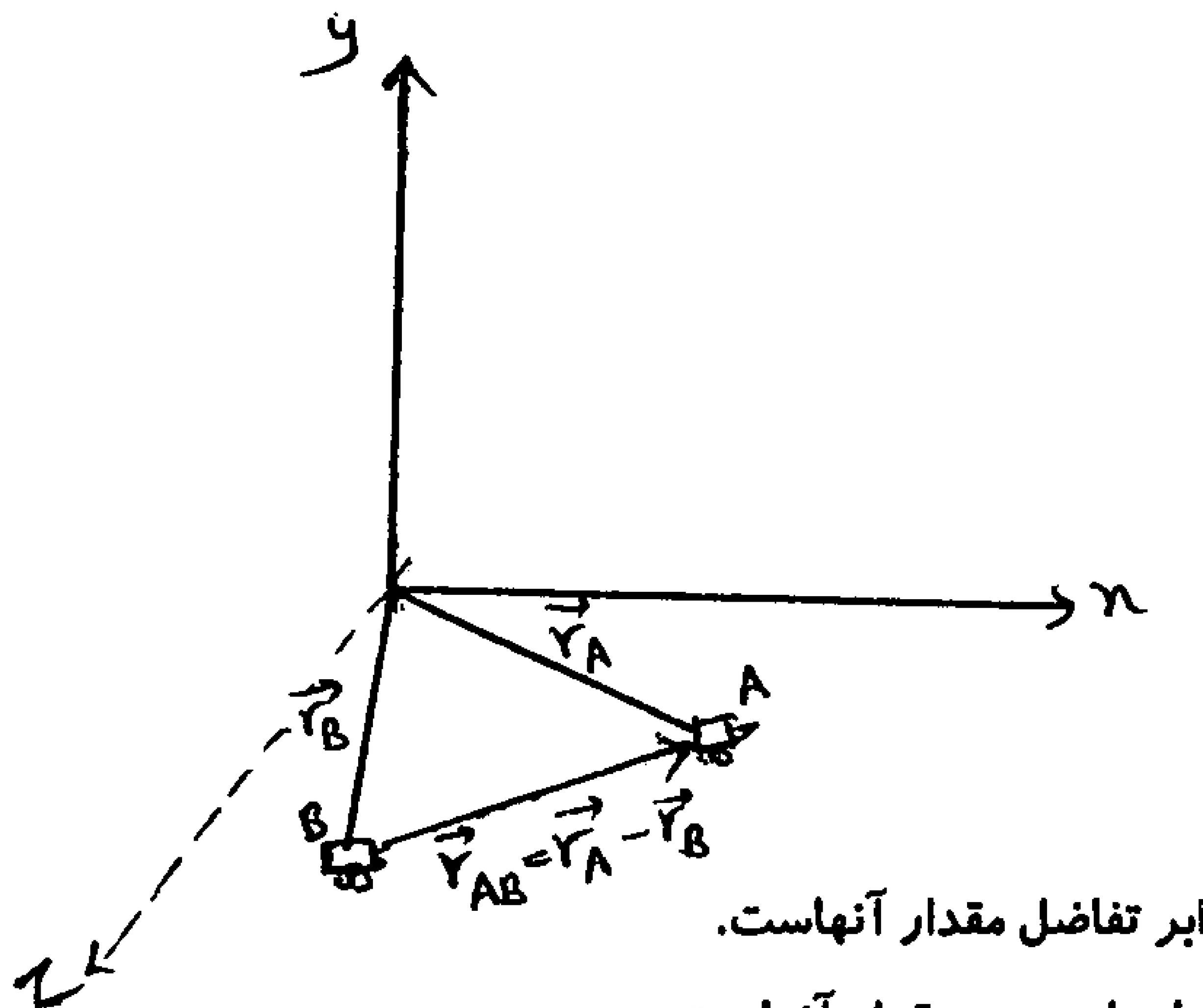
این جابجایی ها یک تصاعد حسابی رو تشکیل میدهند که قدر نسبت آنها at^2 است.

$$\begin{cases} \Delta x_{(t,1)} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \\ \Delta x_{(t,2)} = \frac{3}{2}at^2 + v_0 t \\ \Delta x_{(t,1)} = \frac{5}{2}at^2 + v_0 t \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(t,2)} - \Delta x_{(t,1)} = at^2$$

۲) اگه جابجایی ثانیه ی n ام رو بخواهیم باید $t=1$ فرض کنیم و قدر نسبت تصاعد تبدیل به a می شود: $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0$



*** حرکت نسبی دو متحرک و بررسی سرعت و شتاب نسبی:**



الف) در دو بعد :

۱) مکان A نسبت به B: $\vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$

۲) سرعت A نسبت به B: $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

۳) شتاب A نسبت به B: $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$

ب) در یک بعد:

قاعده: ۱)هر گاه هر دو برداری در جهت هم باشند، بردار نسبی آنها برابر تفاضل مقدار آنهاست.

۲)هر گاه هر دو برداری در خلاف جهت هم باشند،بردار نسبی آنها برابر جمع مقدار آنهاست.

تمامی معادلات مربوط به سرعت ثابت و شتاب نسبی را میتوان به صورت نسبی استفاده کرد.

$\Delta x_{\text{ن}} = v_{\text{ن}} \times \Delta t$

$\Delta x_{\text{ن}} = \frac{1}{2}a_{\text{ن}} \times \Delta t^2 + v_{0\text{ن}} \times \Delta t$

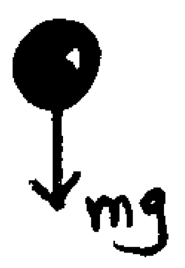
$v_{\text{ن}}^2 - v_{0\text{ن}}^2 = 2a_{\text{ن}} \times \Delta x_{\text{ن}}$

$v_{\text{ن}} = a_{\text{ن}}\Delta t + v_{0\text{ن}}$

ب ۲)حرکت با شتاب ثابت g در راستای قائم (سقوط آزاد):

***تعریف:** هر گاه به جسمی ضمن حرکت،تنها نیروی وزنش وارد شود و هیچ نیروی خارجی دیگری نداشته باشیم، می گوئیم جسم حرکت سقوط آزاد انجام میدهد.

☺ شتاب این حرکت تنها به ویژگی های فیزیکی (جرم و شعاع) سیاره ای که سقوط در مجاورت آن انجام می شود، بستگی دارد و به آن شتاب گرانش گویند.



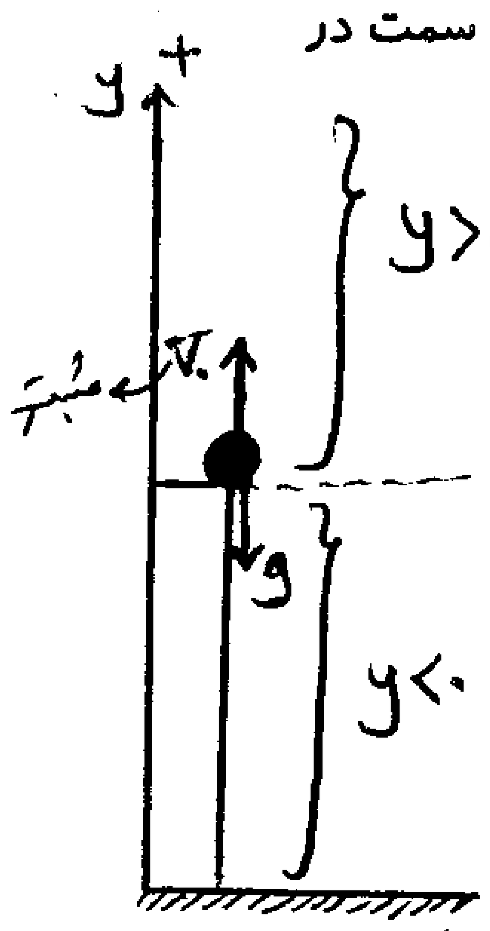
$$\left|\sum F\right| = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow \boxed{a = g}$$

***چند ویژگی حرکت :**

الف) شتاب گرانش همواره به سمت پائین است و مقدار آن در مجاورت زمین برابر $g=9/8\approx 10\ m/s$ است.

ب) کمیتهای سقوط آزاد، به جرم،جنس و شکل شکل جسم سقوط کننده بستگی ندارد.

ج) این که علامت شتاب یا سرعت را منفی یا مثبت در نظر بگیریم، بستگی به آن دارد که جهت مثبت محور را به کدام سمت در بگیریم.



ولی در مسائل یک گلوله جهت مثبت را در جهت پرتاب گلوله در نظر بگیریم،راحت تریم.

* پرتاب گلوله به سمت بالا:

الف) جهت مثبت محور را به سمت بالا در نظر می گیریم:

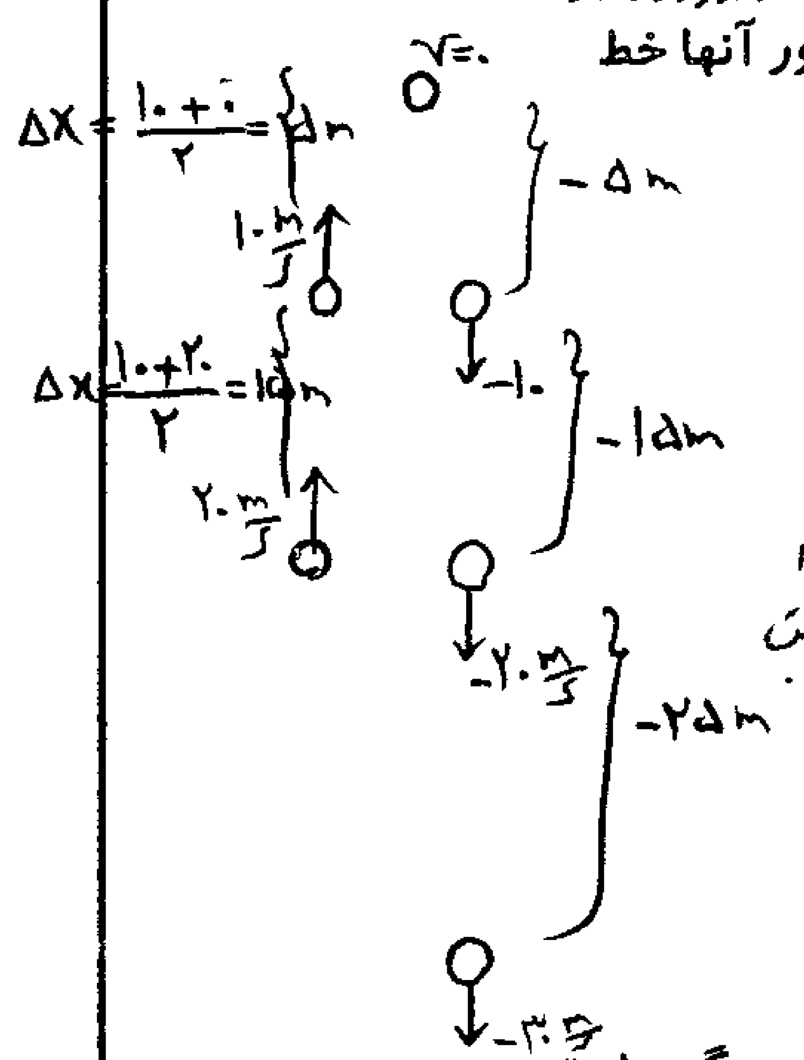
۱. شتاب همواره به سمت پائین و منفی g است.

۲. سرعتهای رو به بالا مثبت و سرعت های رو به پائین منفی است.

۳. معمولا محل پرتاب جسم را بعنوان مبدا مختصات $(y_0 = 0)$ می گیریم.

۴. مکان ها و جابجائی از مبدا، در بالای نقطه ی پرتاب مثبت و پائین آن منفی است.

ب) تمامی روابط شتاب ثابت را اینجا باز نویسی میکنیم.(با یه فرق کوچولو : $a = -g$ و سرعت و جابجائی ها، که دور آنها خط کشیده شده است، با علامت واردشوند.)



* متحرک در هر ثانیه $10\frac{m}{s}$ تغییر سرعت دارد و جابجایی در هر بازه‌ی ۱ ثانیه زمانی میانگین سرعت ابتدا و انتهای آن است.

۱. معادله ی سرعت_زمان: $\boxed{v} = -g\Delta t + \boxed{v_0}$

۲. معادله ی مستقل از شتاب: $\boxed{\Delta y} = \dfrac{\boxed{v} + \boxed{v_0}}{2}\Delta t$

۳. معادله ی مستقل از زمان: $\boxed{v}^2 - \boxed{v_0}^2 = -2g \times \boxed{\Delta y}$

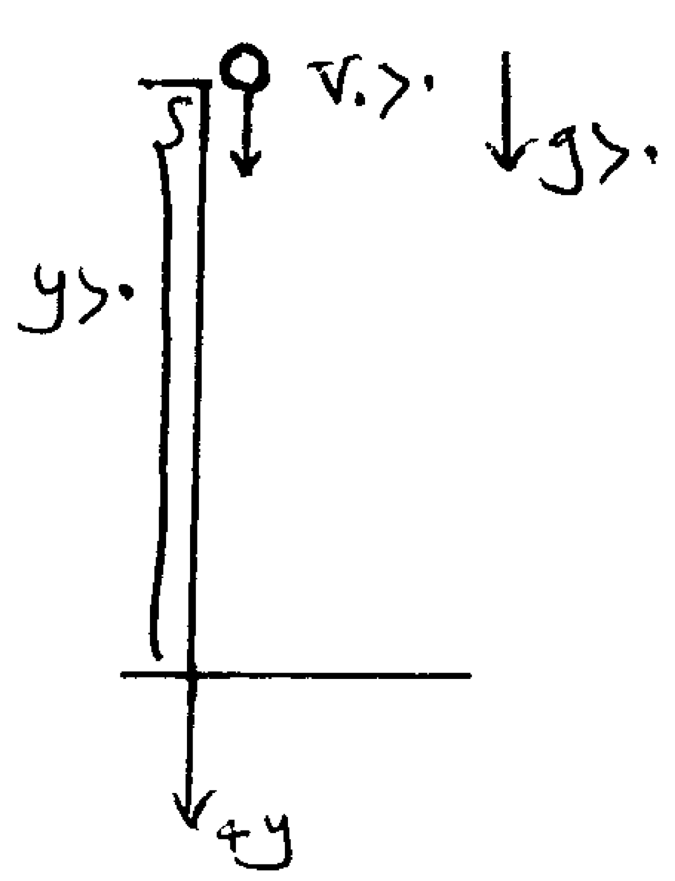
۴. معادله ی مکان_زمان: $\boxed{\Delta y} = -\frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + \boxed{v_0} \times \Delta t$

۵. معادله ی مستقل از سرعت اولیه: $\boxed{\Delta y} = \frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + \boxed{v} \times \Delta t$

* پرتاب گلوله به سمت پائین و یا زمانی که گلوله رها میشود:

الف) اگر جهت محور مختصات را به سمت پائین در نظر بگیریم.تمامی بردارها (مکان،سرعت،شتاب و جابجائی و ... همگی مثبت خواهند بود و در روابط هیچکدام علامت نمی خواهند.)

ب) روابط :



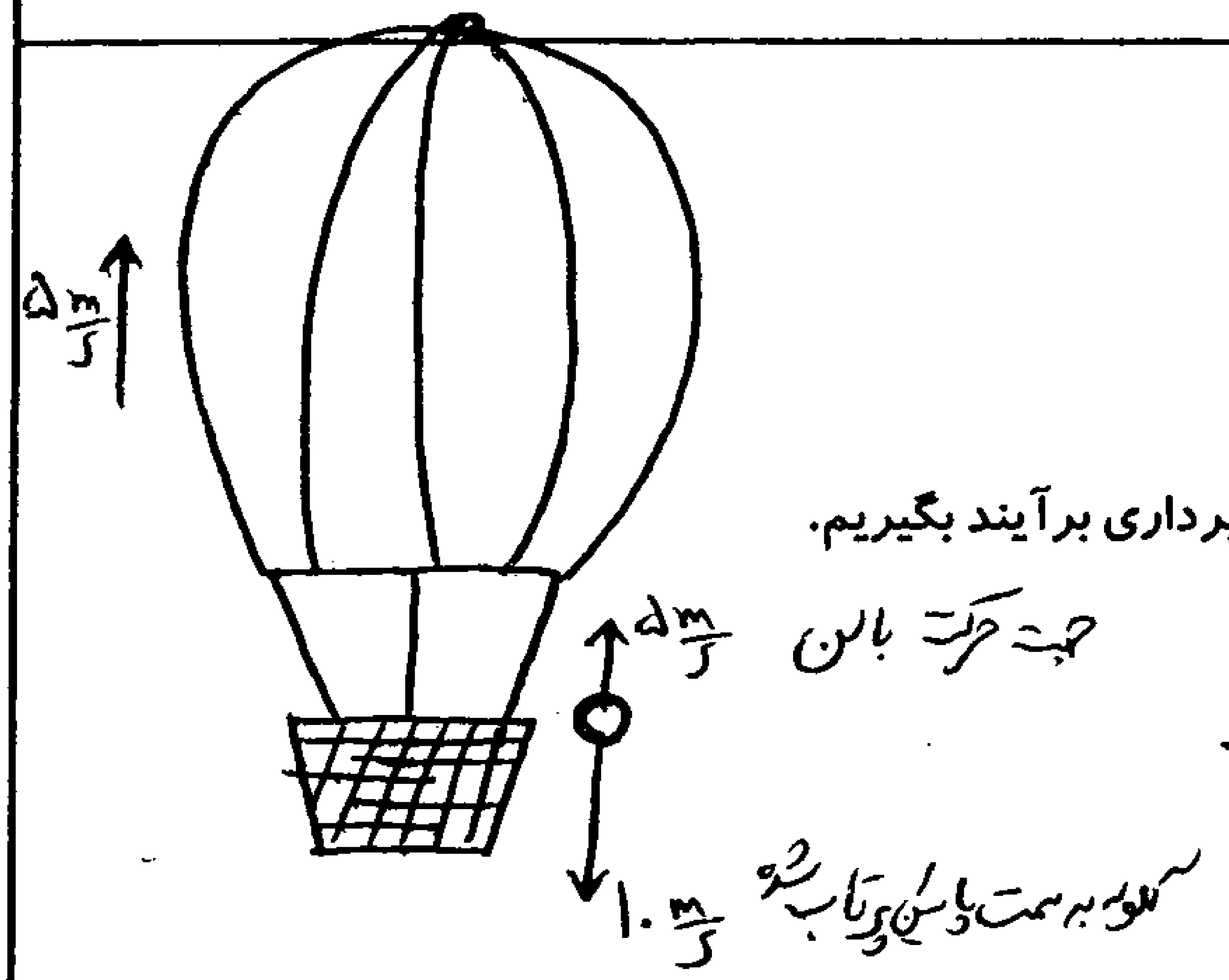
$$v = gt + v_0$$

$$\Delta y = \frac{v + v_0}{2}.t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g.\Delta y$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + v_0 \times \Delta t$$

amin@physicist.net



*** پرتاب جسم در راستای قائم در سیستم متحرک:**

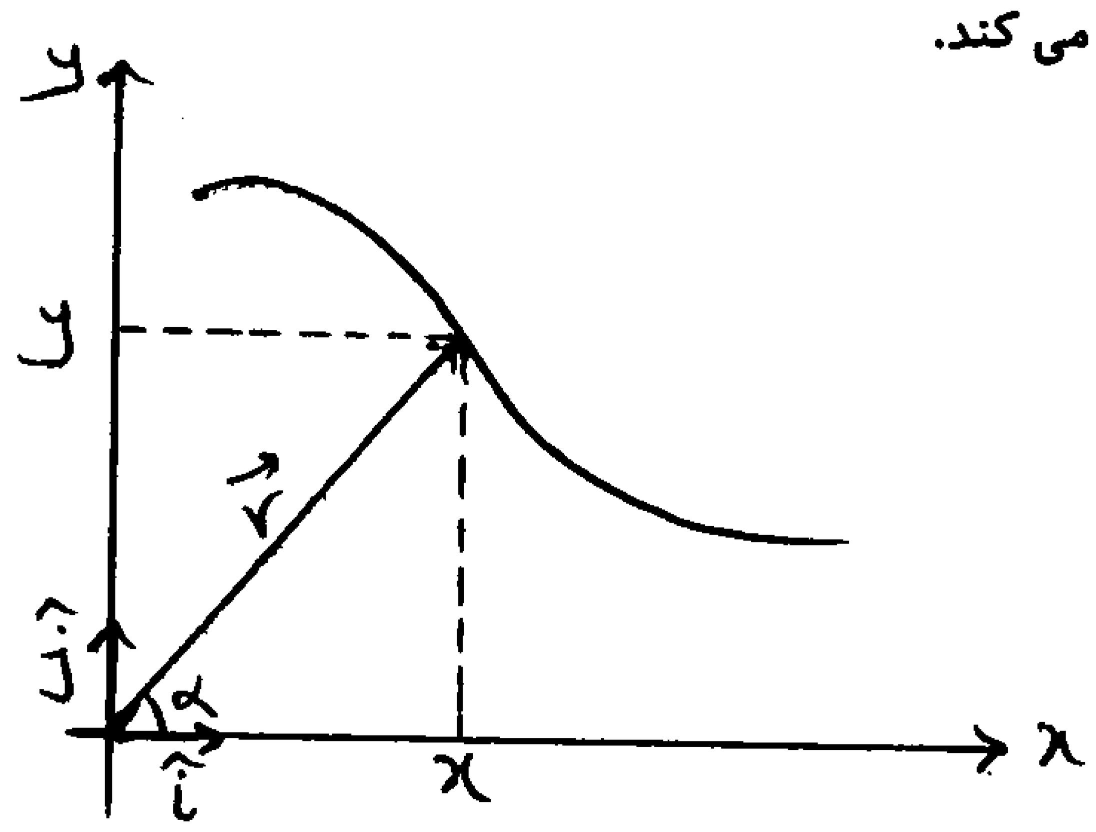
در این حالت کافیست برای تعیین سرعت اولیه ی گلوله از سرعت های آن به صورت برداری برآیند بگیریم.

$\Rightarrow V_0 = 5\frac{m}{s}$ به سمت پایین

<u>حرکت در دو بعد (حرکت در صفحه)</u>

<u>مفاهیم و نمودارهای حرکت:</u>

۱. بردار مکان : برداری است که نقطه ی O (مبدا مختصات) را به محل جسم متصل می کند.



الف) اگر بر حسب بردار یکه x و y بیان شود :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\begin{cases} x = r\cos\alpha \\ y = r\sin\alpha \end{cases}$$

ب) اگر بر حسب بردار یکه زمان عنوان شود : $\vec{r} = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j}$

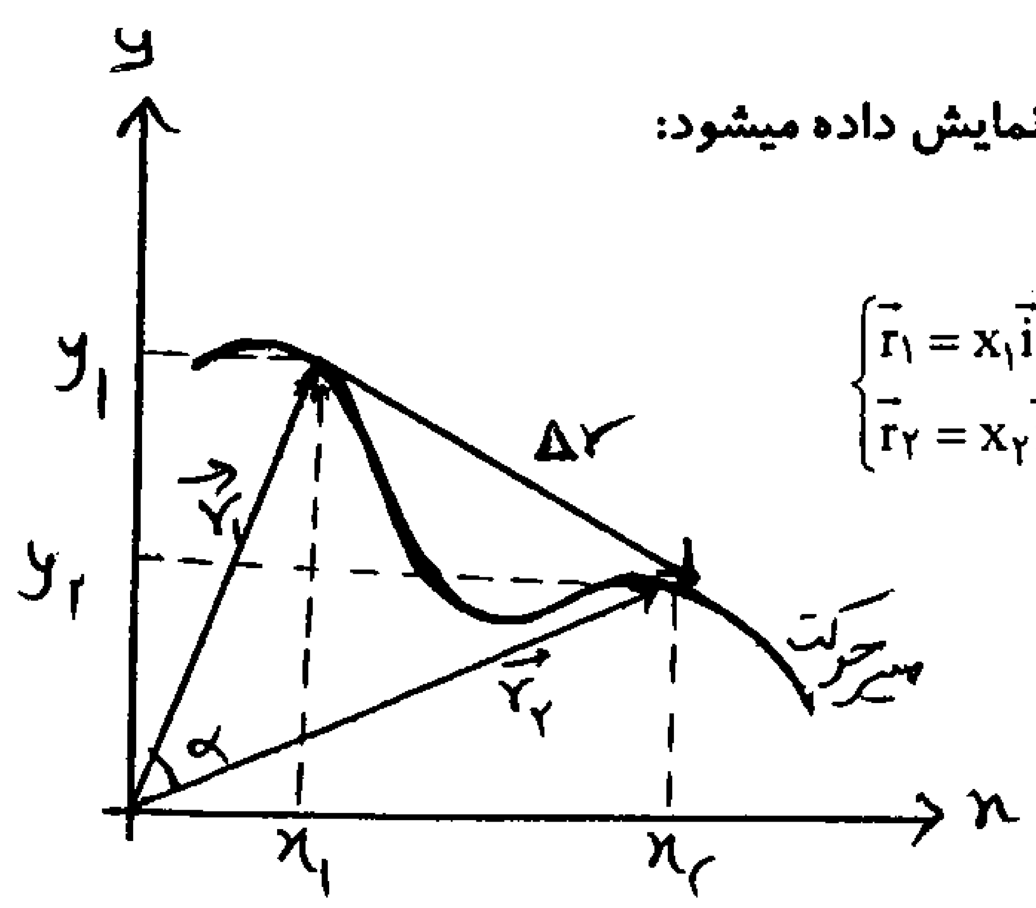
x تابعی از زمان باشد: $x = f(t)$

y هم تابعی از زمان باشد: $y = g(t)$

پ) معادله ی مسیر: تابع y بر حسب x است[y=f(x)]که میتوان باحذف t بین معادله های x=f(t) و y=g(t) بدست آورد.

۲.بردار جابجائی:

الف)برداری است که مکان اولیه جسم را به مکان نهائی آن متصل می کند و با Δr نمایش داده میشود:



$$\begin{cases} \vec{r}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} \\ \vec{r}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$

ب)محاسبه ی بزرگی بردار جابجائی:

۱) اگر اندازه ی r_1 و r_2 و زاویه ی بین آنه معلوم باشد:

$$|\vec{\Delta r}| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha}$$

۲) اگر r_1 و r_2 برحسب x و y معلوم باشد:

$$|\vec{\Delta r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

۳. سرعت متوسط:

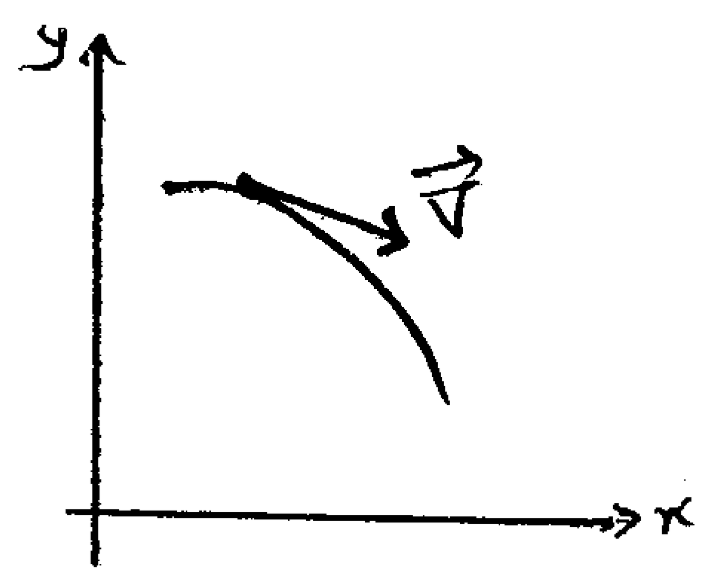
الف)کافیست بردار جابجائی بالا را بر مدت زمان آن ($\Delta t = t_2 - t_1$) تقسیم کنیم.

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\vec{v}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} = \bar{v}_x\vec{i} + \bar{v}_y\vec{j}$$

ب)محاسبه ی بزرگی بردار سرعت متوسط:

۱. $$\left|\bar{\vec{v}}\right| = \frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta x^{2} + \Delta y^{2}}}{\Delta t}$$

۲. $$\left|\bar{\vec{v}}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^{2} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^{2}} = \sqrt{\bar{v}_x^{\,2} + \bar{v}_y^{\,2}}$$



۴. سرعت لحظه ای :

الف) جهت : همواره مماس بر مسیر حرکت است.

مقدار: مشتق بردار مکان جسم نسبت به زمان است: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

ب)اگر بردار مکان بر حسب بردار یکه x و y بیان شود میتوان سرعت لحظه ای را بر حسب مولفه های سرعت در امتداد محور x ها و y ها بیان کرد:

۱. $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

۲. مقدار آن برابر است با: $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^{2} + v_y^{2}}$

۳. زاویه ی سرعت لحظه ای با محور x ها : $tg\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

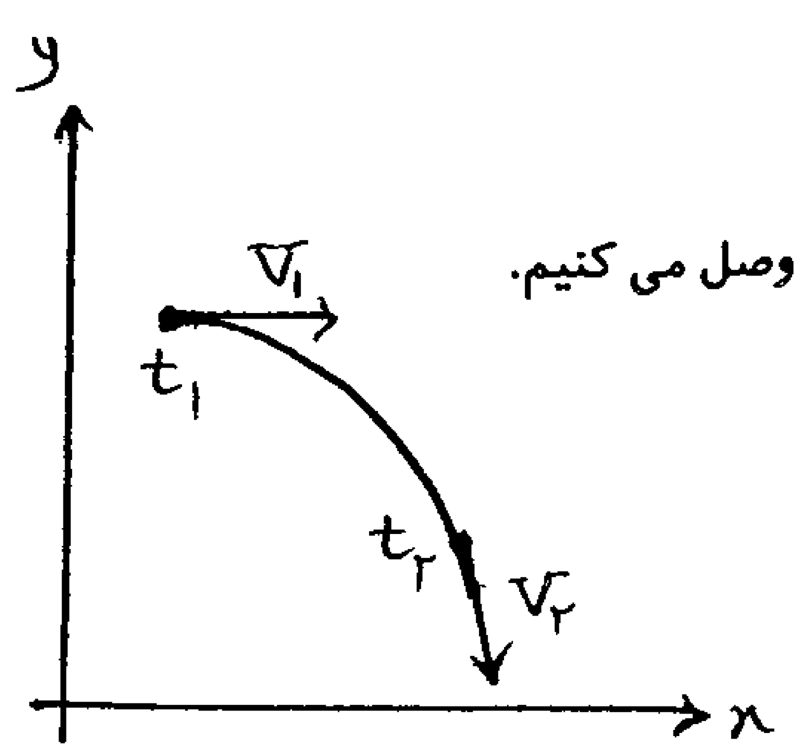
نتیجه: اگر مسیر حرکت منحنی باشد ، سرعت متحرک ثابت نیست، زیرا جهت سرعت دائما در حال تغییر است و حتی اگر سرعت خطی هم ثابت بماند، باز هم حرکت جسم شتابدار خواهد بود.

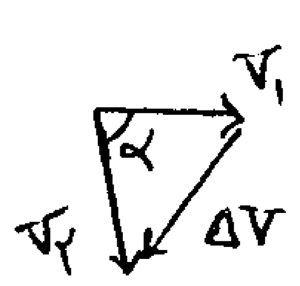
۵) شتاب متوسط :

الف)گفتیم که حرکت روی مسیر منحنی حتما شتابداره و متوسط آن برابره: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

ب) بردار شتاب متوسط همواره هم جهت $\Delta\vec{v}$ است زیرا Δt همواره مثبت است.

برای رسم بردار تفاضل : دو بردار رو از یه نقطه رسم می کنیم و سر انتهای اولی رو به انتهای دومی وصل می کنیم.





پ)در حرکت روی مسیر خمیده هیچ گاه بردار شتاب متوسط $\bar{a}$ با بردار های سرعت لحظه ای v_1 و v_2 هم جهت نیست:

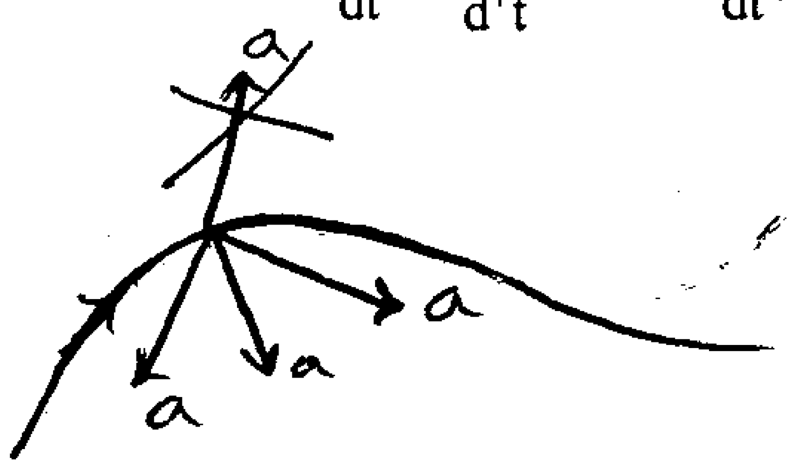
$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}$$

ت)شتاب متوسط بر حسب بردارهای یکه: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} \Rightarrow \Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_x + \Delta\vec{v}_y \Rightarrow \bar{\vec{a}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\vec{j} = \bar{a}_x\vec{i} + \bar{a}_y\vec{j}$

۶) شتاب لحظه ای:

جهت: اگر مسیر خمیده باشد، همواره این بردار به سمت داخل خمیدگی است و بیرون آن نمی باشد.

مقدار: برابر مشتق سرعت لحظه ای بر حسب زمان است: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ or } \frac{d^2\vec{r}}{d^2t} \Rightarrow \vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$



پرتابه و حرکت پرتابی:

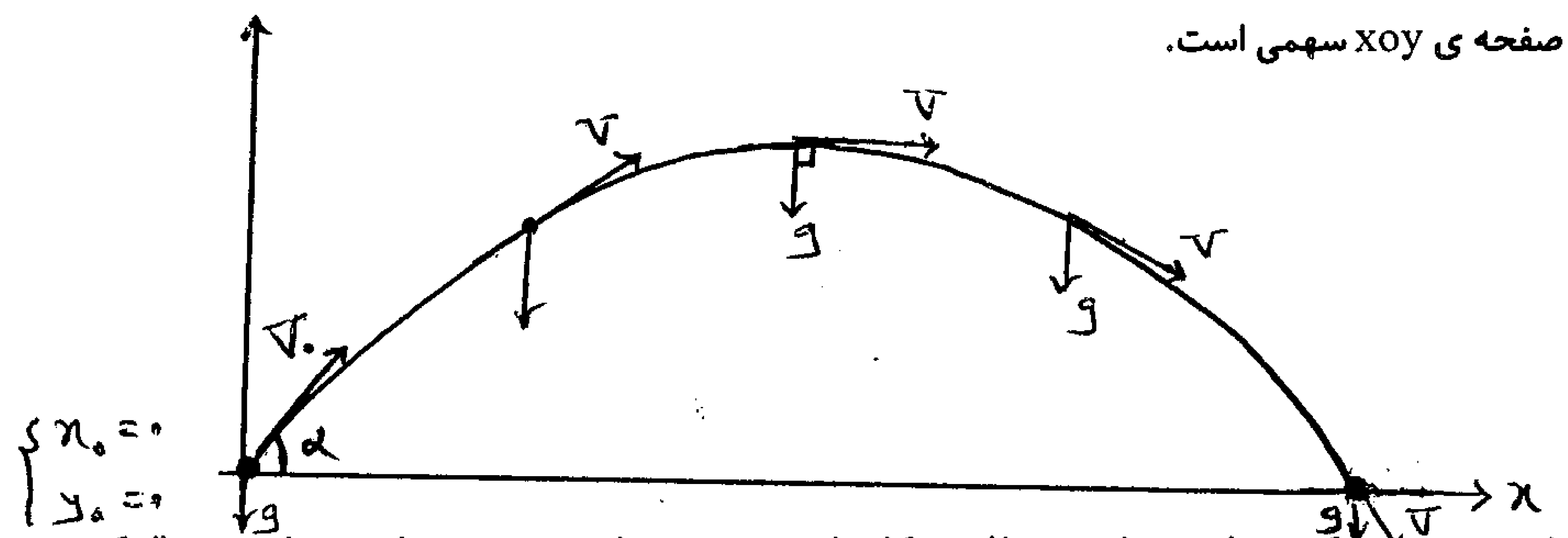
*تعریف: هر گاه گلوله ای را نسبت به امتداد قائم با زاویه ای مخالف صفر پرتاب کنیم و از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، حرکت جسم را پس از جدا شدن از عامل پرتاب، حرکت پرتابی و جسم را پرتابه گویند.

*ویژگی ها:

۱.تنها نیروی وارد بر پرتابه، وزن است. در شکل می بینیم که:

$$\begin{cases} \sum F_y = -mg \Rightarrow a_y = -g \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \end{cases}$$

۲. مسیر حرکت پرتابه در صفحه ی xoy سهمی است.



۳. سرعت پرتابه در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس میباشد و مطابق شکل زاویه ی بین بردار سرعت و شتاب همواره در حال کم شدن است.

۴. حرکت پرتابی را می توان به صورت ترکیب دو حرکت در نظر گرفت: یکی تصویر پرتابه در راستای محور x با سرعت ثابت $(a_x = 0)$ و دیگری تصویر پرتابه در راستای قائم و با شتاب ثابت $(a_y = -g)$

*بررسی حرکت روی محور x ها:

مولفه ی سرعت جسم در راستای محور x ثابت و در هر لحظه برابر است با:

معادله ی حرکت آن نیز با در نظر گرفتن $(x_0=0)$ به صورت روبروست :

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ x = v_{0x} \times t = v_0\cos\alpha \times t \end{cases}$$

*بررسی حرکت روی محور yها:

سایه ی پرتابه روی محور y یک حرکت رفت و برگشت انجام می دهد که مانند پرتاب در راستای قائم با شتاب $(-g)$ و رو به بالاست.

***معادلات حرکت:**

۱. معادله ی حرکت قایم : $y=-\frac{1}{2}gt^2+v_{0y}\times t=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\times t$

۲.سرعت پرتابه روی محور y در لحظه ی t : $v_y=-gt+v_{0y}\Rightarrow v_y=-gt+v_0\sin\alpha$

۳.سرعت پرتابه روی محور y در مکان y : $v_y^2-v_{0y}^2=-2g.y$

۴.سرعت پرتابه در یک نقطه از مسیر : $v^2-v_0^2=-2g.y$

***معادلات کلی حرکت :**

۱. **بردار مکان :** $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}=(v_0\cos\alpha\times t)\vec{i}+(-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\times t)\vec{j}$

۲. **بردار سرعت :** $\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=(v_0\cos\alpha)\vec{i}+(-gt+v_0\sin\alpha)\vec{j}$

۳. **معادله ی مسیر :با حذف زمان از معادله ی y داریم:**

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha\times t \\ t=\frac{x}{v_0\cos\alpha} \end{cases}\Rightarrow y=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2+v_0\sin\alpha\times\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)\Rightarrow y=\boxed{\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}}x^2+\boxed{tg\alpha}x$$

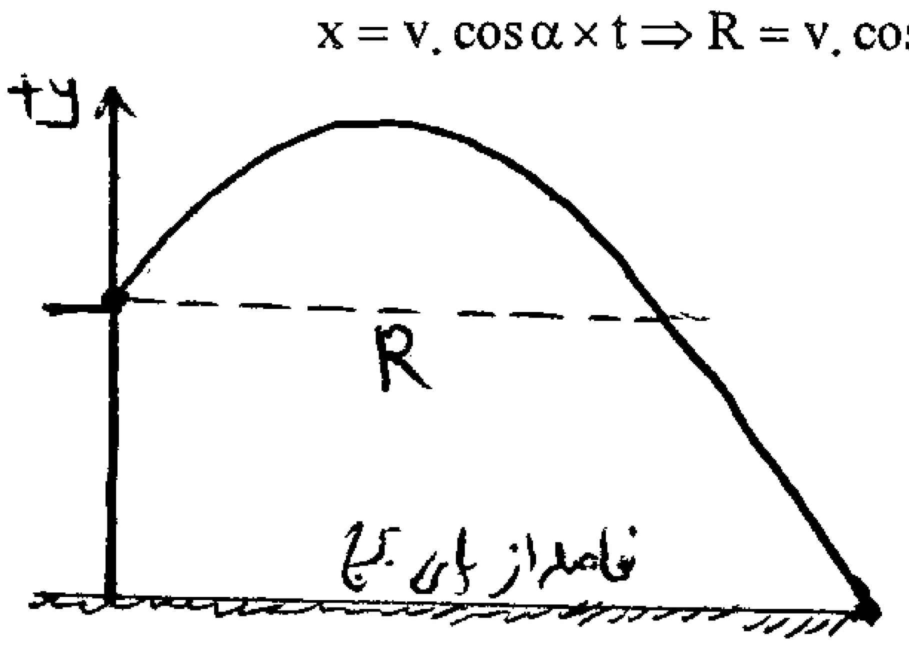
ضرایب x و x^2 اعداد ثابتی هسند و معادله ی مسیر، سهمی است.

۴. **زمان اوج : از حرکت پرتابی روی محور y داریم:** $T=\frac{v_{0y}}{g}\Rightarrow T=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$

۵. **ارتفاع اوج :** $H=\frac{0-v_0^2}{2g}\Rightarrow H=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

۶. **برد پرتابه : زمان حرکت از نقطه ی پرتاب تا بازگشت به سطح اولیه، دو برابر زمان اوج است و جابجائی پرتابه در این مدت را برد حرکت گویند.**

$$x=v_0\cos\alpha\times t\Rightarrow R=v_0\cos\alpha\times 2\frac{v_0\sin\alpha}{g}\rightarrow \left| \begin{array}{l} R=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \\ R=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} \end{array}\right.$$



***نکات مهم :**

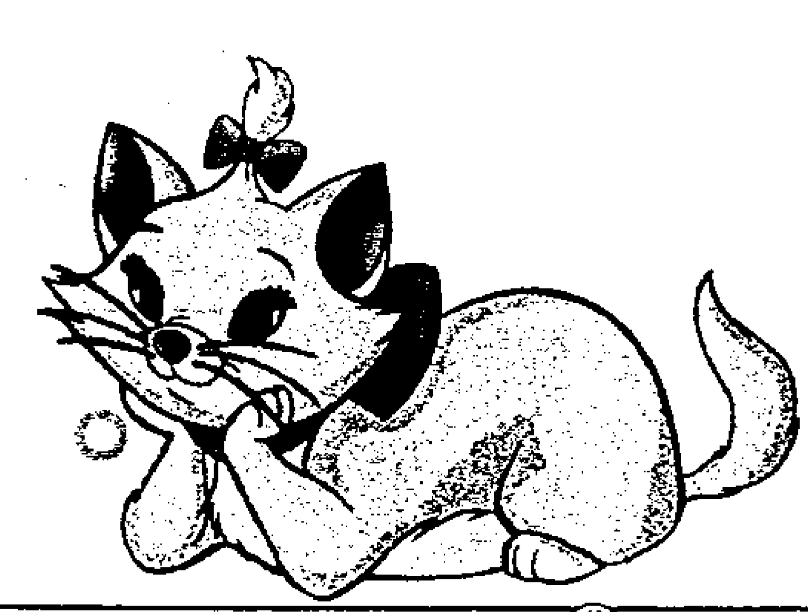
۱. اگر زاویه ی پرتاب (α) افزایش یابد، زمان اوج پرتاب (T) ، ارتفاع اوج پرتاب (H) و زمان رفت و برگشت پرتابه افزایش می یابد.

۲. با یک بزرگی سرعت اولیه ، بیشینه ی برد در $\alpha=45°$ اتفاق می افتد، زیرا: $1=\sin(2\times45°)$

۳. برد پرتابه هایی که با سرعت اولیه ی v_0 و زاویه های $45°+\theta°$ و $45°-\theta°$ پرتاب می شوند، یکسان است، زیرا :

$\sin2(45+\theta)=\sin2(45-\theta)$

$\sin(90+2\theta)=\sin(90-2\theta)\rightarrow-\cos2\theta=-\cos2\theta$



نیرو :

نیرو نتیجه‌ی تأثیر متقابل دو جسم بر یکدیگر است، تأثیر دو جسم بر هم ممکن است ناشی از تماس دو جسم باشد یا دو جسم از راه دور بر یکدیگر نیرو وارد کنند.

نکته‌های مهم

۱ - در تأثیر دو جسم بر یکدیگر همواره دو نیرو به وجود می‌آید که هر نیرو را یک جسم به جسم دیگری وارد می‌کند.

۲ - نیرو را نمی‌توان ذخیره کرد یعنی همین که تأثیر اجسام بر یکدیگر قطع شود نیرو هم قطع می‌شود.

۳ - نیرو کمیتی برداری است، یعنی دارای بزرگی (اندازه) و جهت است. و از محاسبه‌های برداری پیروی می‌کند. بزرگی نیرو را به کمک نیرو سنج اندازه می‌گیریم.

یکای اندازه‌گیری نیرو در SI نیوتون (N) است.

قانون‌های نیوتون:

۱ - قانون اول نیوتون: اگر بر جسمی هیچ نیرویی وارد نشود چنانچه جسم ساکن باشد، همچنان ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، حرکت آن، یکنواخت روی خط راست خواهد بود.

نکته **همه‌ی اجسام تمایل دارند که وضعیت سکون یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ کنند. به این تمایل اجسام لَختی (اینرسی) گفته می‌شود، به همین دلیل به قانون اول نیوتون قانون لَختی نیز می‌گویند به علت این خاصیت اجسام در برابر تغییر حالت سکون یا حرکت بدون شتاب، مقاومت می‌کنند؛ یعنی اگر بخواهیم جسم را از حالت سکون به حرکت در آوریم و یا سرعت آن را تغییر دهیم (به جسم شتاب بدهیم) باید به جسم نیرو وارد کنیم، بنابراین می‌توان گفت نیرو عامل تغییر بردار سرعت جسم است.**

۲ - قانون دوم نیوتون: اگر به یک جسم نیروهایی وارد شود، شتابی می‌گیرد که با برآیند نیروهای وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{یا} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

در رابطه‌ی بالا، $\vec{F}$ برآیند تمام نیروهای وارد بر جسم، m جرم جسم و $\vec{a}$ شتاب جسم است.

نکته **یکای نیرو در SI نیوتون نام دارد و به کمک قانون دوم نیوتون به صورت زیر تعریف می‌شود.**

$$F = ma \quad , \quad 1N = 1kg.m/s^2$$

«یک نیوتون نیرویی است که اگر به جسمی به جرم یک کیلوگرم وارد شود به آن شتابی برابر یک متر بر مجذور ثانیه بدهد»

نکته **پیش از این گفتیم که جهت شتاب، الزاماً با جهت حرکت، یکی نیست، در نتیجه می‌توان گفت که نیروی برآیند وارد بر جسم لزوماً هم جهت با حرکت نیست.**

۳ - قانون سوم نیوتون: «هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم اندازه‌ی آن، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.»

اگر نیرویی که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند را نیروی کُنش (عمل) بنامیم، نیروی جسم دوم که بر جسم اول وارد می‌شود، واکنش (عکس العمل) خواهد بود.

نکته **برای شناخت نیروهای کنش و واکنش توجه کنید که:**

۱ - این دو نیرو همواره هم اندازه، هم راستا و در سوهای مخالف یکدیگر هستند.

۲ - به دو جسم وارد می‌شوند، نیروی کنش را جسم اول به دوم و نیروی واکنش را جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند.

۳ - این دو نیرو هم نوع اند. به عنوان مثال یا هر دو گرانشی اند و یا هر دو الکتریکی اند.

قانون‌های نیرو:

در تعریف نیرو گفتیم که نیرو نتیجه‌ی تاثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است. بنابراین برای نمایش نیروهای وارد بر هر جسم ابتدا باید معین کنیم چه اجسامی بر آن تأثیر می‌گذارند و برای شناخت و اندازه‌گیری نیروهایی که از طرف اجسام مؤثر بر جسم مورد نظر وارد می‌شوند از قانون‌های نیرو استفاده می‌کنیم. قانون یک نیرو عامل‌های مؤثر در ایجاد آن نیرو را مشخص می‌کند و هر قانون نیرو رابطه‌ای را به دست می‌دهد که به کمک آن می‌توانیم اندازه‌ی نیرو را محاسبه کنیم.

انواع نیروهای موجود در طبیعت را که میان کوچک‌ترین ذرات تا بزرگ‌ترین اجرام موجود است از نظر عامل پیدایش به ۴ نوع تقسیم کرده‌اند.

۱ - نیروهای گرانشی: هر دو جرم همواره با نیرویی یکدیگر را جذب می‌کنند که به آن نیروی گرانشی می‌گوئیم. نیروی گرانشی همواره جاذبه است. اندازه این نیرو در صورتی قابل ملاحظه است که حداقل جرم یکی از دو جسم بسیار بزرگ باشد. نیروی وزن اجسام، نیروی گرانش زمین بر آنها است.

• در انتهای این فصل در جلد دوم، نحوه‌ی محاسبه نیروی گرانشی میان دو جسم را به طور کامل برای شما توضیح خواهم داد.

۲ - نیروهای الکترومغناطیسی: هر دو بار الکتریکی بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به این نیروها نیروهای الکترومغناطیسی می‌گوئیم. خارج از هسته‌ی اتم و به غیر از نیروی وزن، تمام نیروهایی که شما با آنها سروکار دارید از نوع نیروهای الکترومغناطیسی هستند.

۳ - نیروهای قوی هسته‌ای

۴ - نیروهای ضعیف هسته‌ای

آشنایی با چند نیرو :

۱ - نیروی وزن $\vec{W}$: برآیند نیروهای گرانشی که زمین بر ذره‌های یک جسم وارد می‌کند، نیروی وزن نام دارد.

در بحث سقوط آزاد دیدید که شتاب در حرکت سقوط آزاد برای تمام جسم‌ها یکسان و برابر g است و از طرف دیگر می‌دانیم که نیروی وزن باعث سقوط جسم می‌شود در نتیجه خواهیم داشت:

$$F = ma \Rightarrow w = mg \quad , \quad N = kg \times m/s^2$$

توجه داشته باشید که جرم با وزن تفاوت دارد جرم جسم به مقدار ماده سازنده جسم بستگی دارد.

تفاوت بین وزن و جرم:

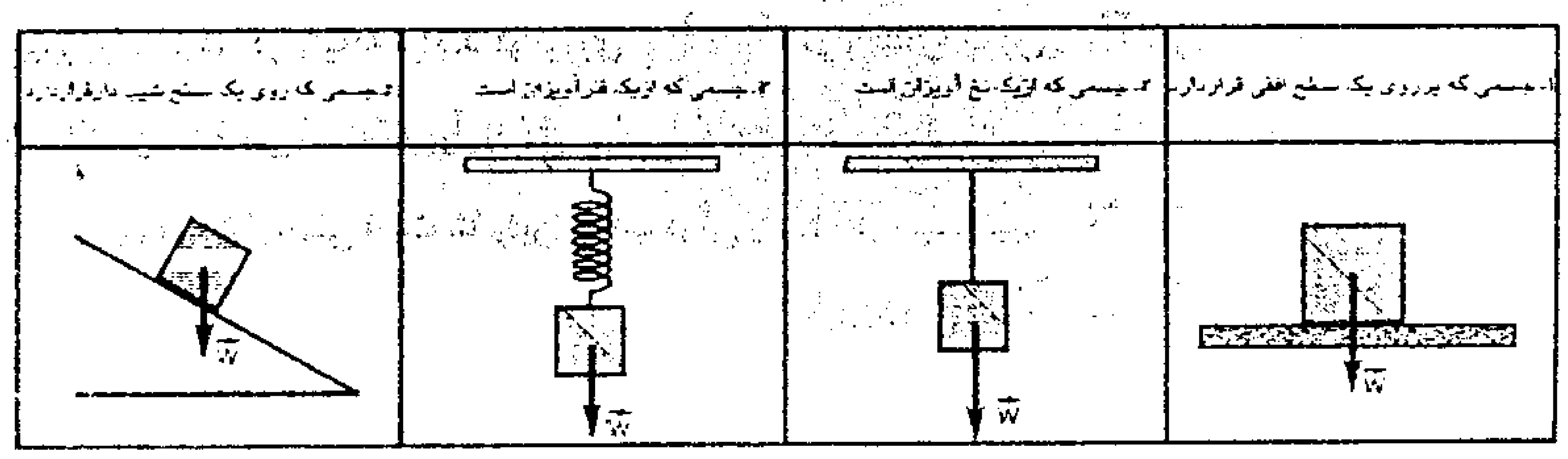
۱) جرم جسم در همه جا یکسان است ولی وزن جسم در نقاط مختلف متغیر است زیرا وزن به شتاب گرانش (g) بستگی دارد و هر چه از سطح زمین دور شویم کمتر می‌شود.

۲) جرم یک کمیت نرده‌ای می‌باشد ولی وزن یک کمیت برداری است.

نکته **با وجود اینکه وزن اجسام در نقاط مختلف متفاوت است ولی نسبت وزن اجسام در نقاط مختلف همیشه ثابت است زیرا:** $\frac{w_2}{w_1} = \frac{m_2 g}{m_1 g} =$ ثابت

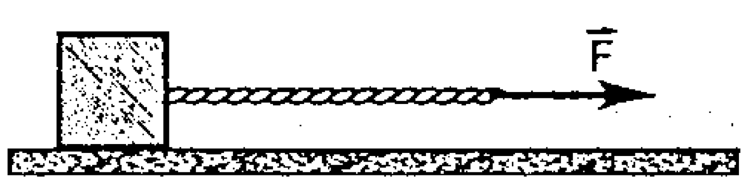
در نتیجه اگر یک دستگاه در زمین درحال تعادل باشد در هر جای دیگر نیز متعادل باقی می‌ماند.

در شکل‌های زیر بردار نیروی وزن یک جسم در چند حالت نمایش داده شده است.



نیروی کشش نخ:

در نظر بگیرید مطابق شکل، طناب سبکی را به جسمی به جرم m بسته و با نیروی افقی $\vec{F}$ طناب را بکشیم در اثر اعمال نیروی $\vec{F}$ طناب به حالت کشیده در می‌آید و هر ذره‌ی طناب بر ذره‌ی مجاورش نیرو وارد می‌کند. به این نیروها که به طور متقابل، هر ذره به یکدیگر وارد می‌کنند نیروی کشش نخ گفته می‌شود، ذره‌های طناب را می‌توانید مانند حلقه‌های زنجیری در نظر بگیرید که کشیدن یک حلقه‌ی آن باعث کشیده شدن حلقه‌های دیگر می‌شود.



توجه : ۱ - طناب همواره اجسام متصل به خود را به طرف خود می‌کشد و هیچ گاه جسمی را نمی‌راند بنابراین جهت نیروی کشش نخ از جسم رو به خارج و در امتداد طناب است.

۲ - اگر جرم طناب ناچیز باشد بنابر قانون دوم نیوتن، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است $(\vec{F} = 0 \times a = 0)$ در نتیجه باید به دو سر طناب یا به دو سر هر قسمت از طناب همواره دو نیروی هم اندازه و در خلاف جهت وارد شود. بنابراین می‌توان گفت که در تمام نقطه‌های یک طناب سبک بزرگی کشش یکسان است.

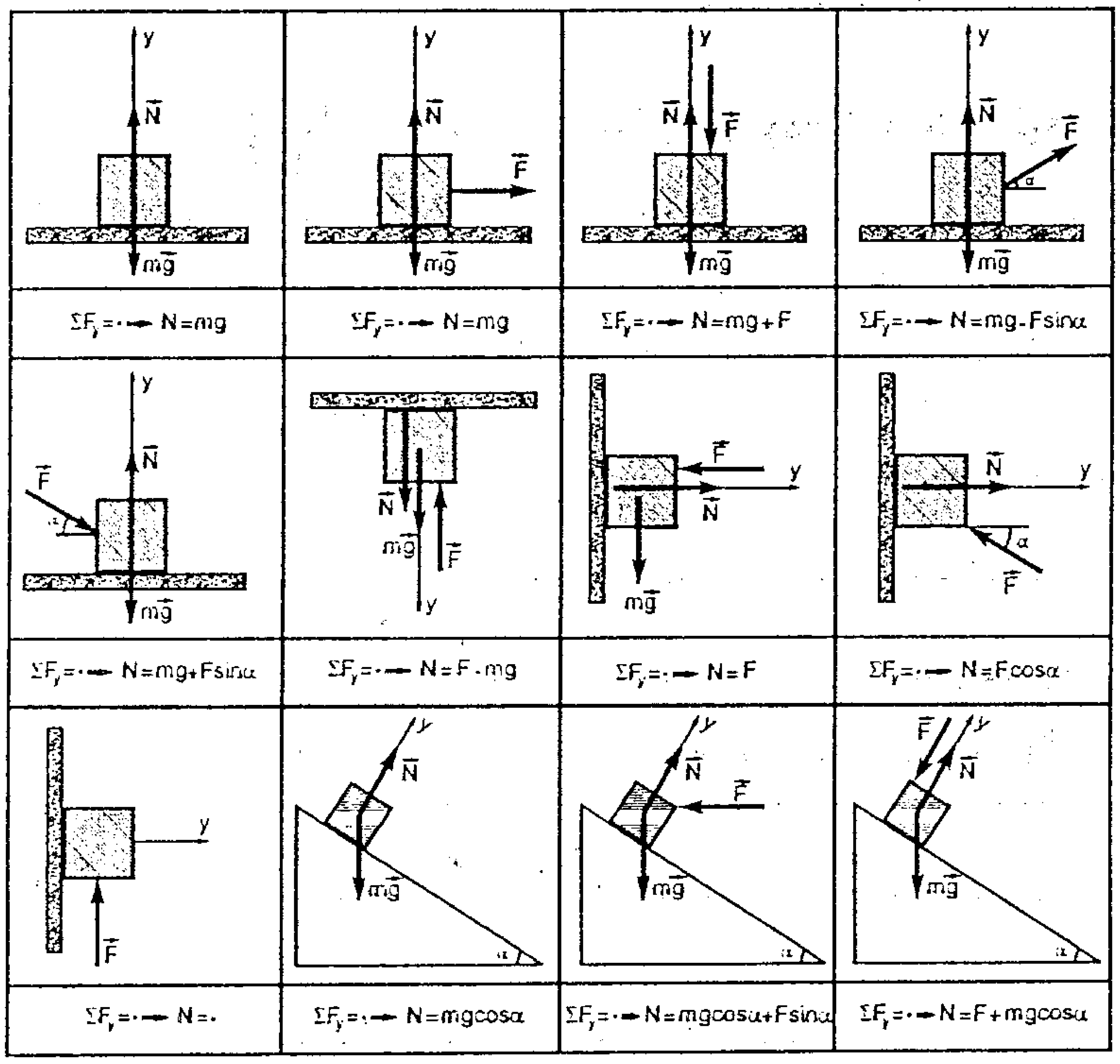
۳ - برای محاسبه‌ی بزرگی نیروی کشش نخ قانون نیرویی وجود ندارد و باید ابتدا شتاب حرکت را محاسبه کنیم و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن نیروی کشش نخ را محاسبه کنیم که طریقه‌ی محاسبه‌ی آن را با حل تست‌های مختلف در بخش‌های بعدی در هر قسمت برای شما شرح خواهم داد.

۴ - اگر نخی از روی یک قرقره گذشته باشد و جرم نخ و قرقره ناچیز باشد در صورتی که در طول نخ جسمی با جرم قابل توجه آویخته نباشد می‌توان گفت که بزرگی کشش در تمام نقطه‌های نخ یکسان است.

نیروی عمودی تکیه گاه :

وقتی یک جسم بر جسم دیگر تکیه می‌کند، از طرف تکیه گاه (سطح تماس) نیرویی در امتداد عمود بر سطح تماس به آن وارد می‌گردد، این نیرو را نیروی عمودی تکیه گاه می‌نامیم و با نماد N نشان می‌دهیم. جهت این نیرو از سطح به طرف جسم است.

به منظور محاسبه‌ی بزرگی نیروی عمودی تکیه گاه، ابتدا باید همه‌ی نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم، سپس آنها را روی دو محور، یکی موازی سطح و دیگری عمود بر سطح تجزیه نمائیم، سپس:

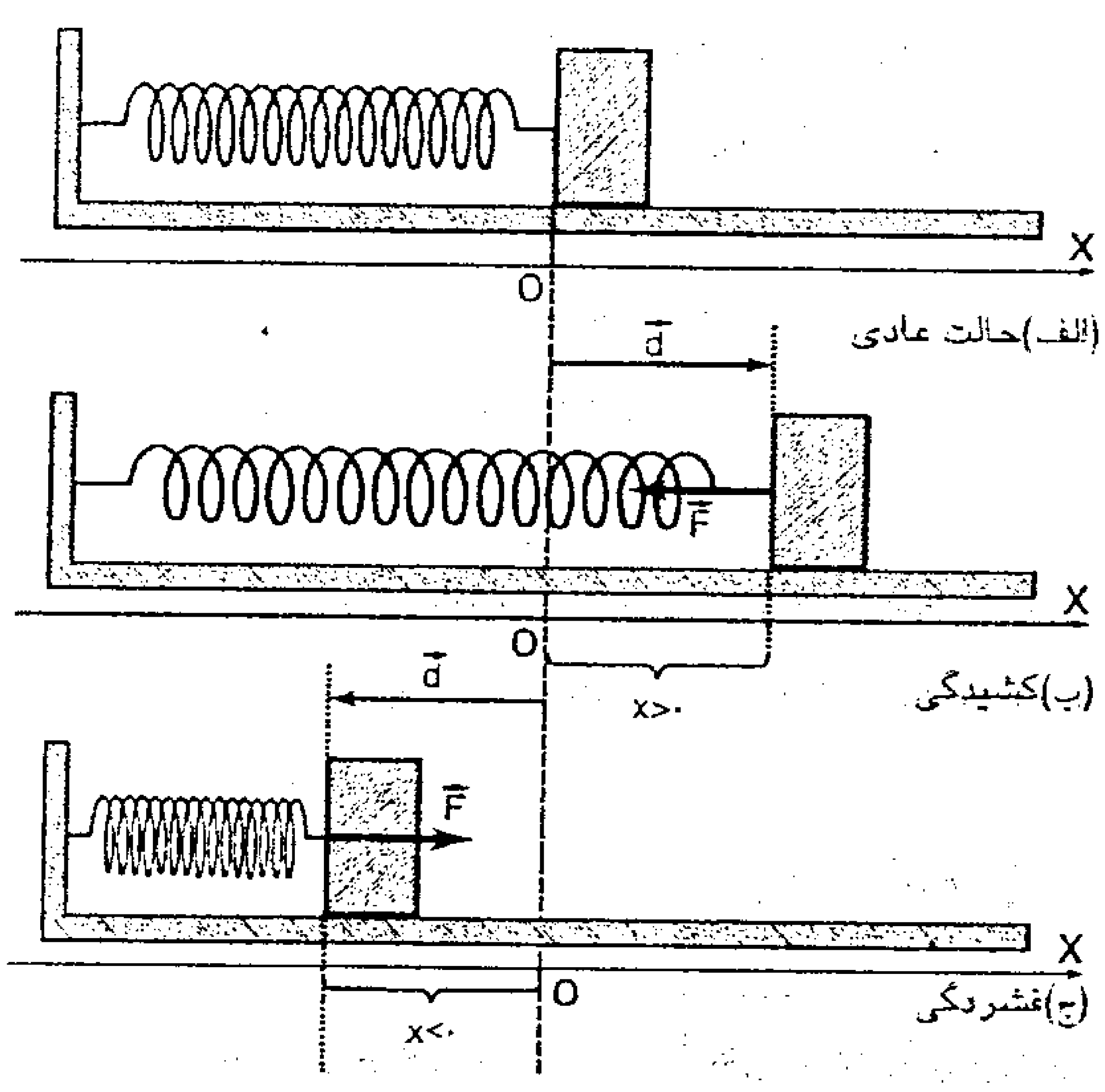


۱ - اگر جسم مورد نظر در راستای عمود بر سطح شتاب نداشته باشد، برآیند نیروهای عمود بر سطح را برابر صفر قرار می‌دهید تا مقدار N به دست آید:

در جدول رو به رو در چند مورد نیروی عمودی تکیه گاه ($\vec{N}$) در این حالت مشخص شده است.

۲ - اگر جسم در راستای عمود بر سطح شتاب داشته باشد برآیند نیروهای عمود بر سطح را برابر حاصلضرب جرم جسم در بزرگی شتاب جسم در آن راستا قرار می‌دهیم تا مقدار N به دست آید.

نیروی کشسانی فنر :



اگر فنر راکشیده یا فشرده کنیم فنر برای برگشت به حالت عادی خود به اجسام متصل به دو انتهای خود در راستای خودش نیرویی در خلاف جهت جابجایی وارد می‌کند، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر گفته می‌شود.

آزمایش‌های متعدد نشان می‌دهد که جابجایی فنر ($\vec{d}$) با نیروی کشسانی فنر متناسب است.

$$\vec{F} = -k\vec{d}$$

این رابطه به قانون هوک معروف است.

نکته‌های مهم:

۱ - علامت منفی در رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که جابجایی انتهای فنر ($\vec{d}$) و نیروی کشسانی فنر ($\vec{F}$) در خلاف جهت یکدیگر هستند (شکل‌های بالا صحت این موضوع را تأیید می‌کنند).

۲ - ضریب k در رابطه‌ی بالا ثابت نیروی فنر نام دارد که از مشخصات فنر است و به طول فنر (یا تعداد حلقه‌های فنر)، شعاع حلقه‌های فنر، جنس سیم فنر و...... بستگی دارد و یکای آن در SI نیوتن بر متر (N/m) است.

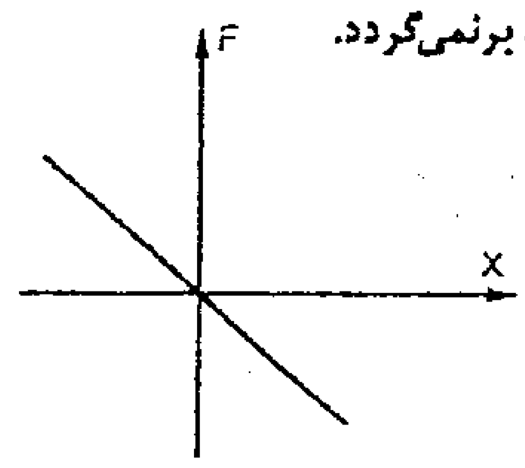
۳ - مطابق شکل‌های بالا اگر محور X را منطبق بر مسیر حرکت جسم و مبدأ محور را منطبق بر انتهای فنر در حالت عادی در نظر بگیریم رابطه‌ی برداری $\vec{F} = -k\vec{d}$ را می‌توانیم به صورت رابطه‌ی جبری زیر بنویسیم.

$$F = -Kx$$

به منظور محاسبه ی بزرگی یا اندازه ی نیروی کشسانی فنر می‌توانیم رابطه ی بالا را بدون علامت استفاده کنیم.

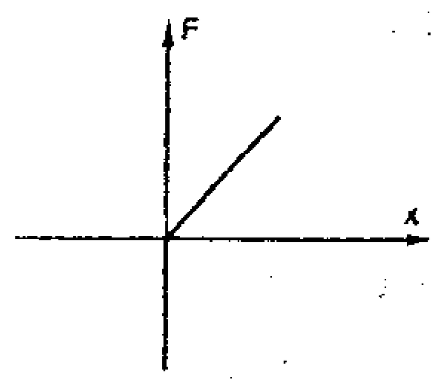
$|F| = kx$ **بزرگی (اندازه) نیروی** F

توجه اگر نیروی وارد بر فنر از حد معینی که حد کشسانی فنر نام دارد تجاوز کند. فنر تغییر شکل دائمی پیدا کرده و دیگر به حالت اولیه برنمی‌گردد.



۲ - نمودار تغییرات نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول آن (تا حد کشسانی فنر) به صورت روبه‌رو است. $(F = -kx)$

شیب نمودار $= \dfrac{\Delta F}{\Delta x} = -k$

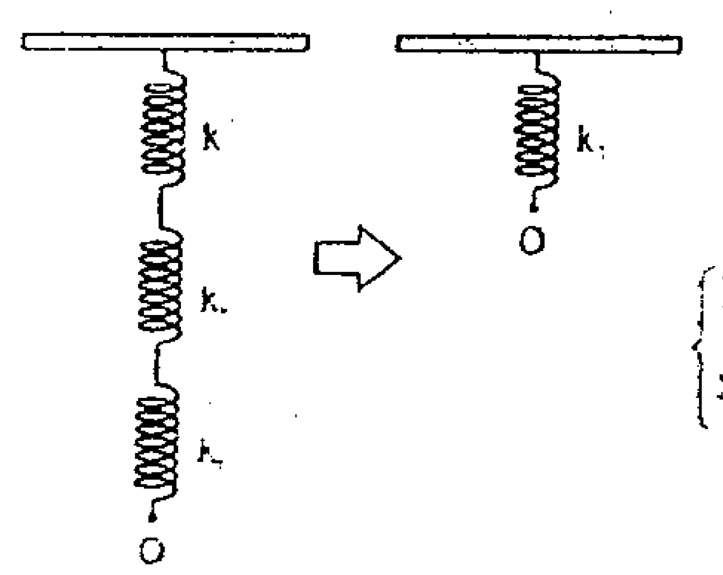


نمودار تغییرات بزرگی (اندازه) نیروی کشسانی فنر بر حسب اندازه ی تغییر طول آن (تا حد کشسانی فنر) به صورت روبه‌رو است $(F = kx)$

شیب نمودار $= \dfrac{\Delta F}{\Delta x} = k$

اتصال فنرها:

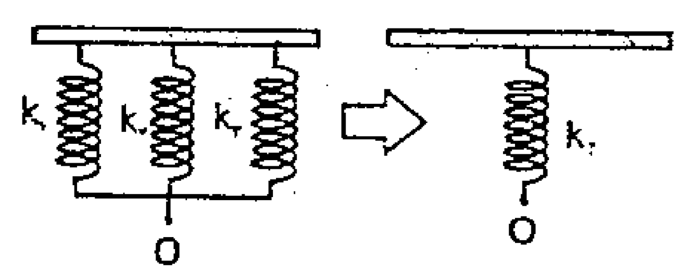
اگر چند فنر به یکدیگر وصل شده باشند، فنری که جایگزین مجموعه فنرها می‌شود و به تنهایی همان تاثیر مجموعه فنرها را داشته باشد فنر معادل نام دارد. ثابت نیروی فنر معادل را با k_T نمایش می‌دهیم.



۱ - اتصال سری: اگر فنرها به صورت سری (مطابق شکل) به یکدیگر وصل شده باشند. نیروی کشسانی فنرها، یکسان و برابر نیروی کشسانی فنرها معادل است. از طرفی این نیروها به هر یک از فنرها تغییر طولی می‌دهد که تغییر طول فنر معادل، برابر مجموع تغییر طول فنرها است.

$$\begin{cases} F_T = F_1 = F_2 = F_3 = \dots \\ x_T = x_1 + x_2 + x_3 + \dots \end{cases} \Rightarrow \frac{F_T}{k_T} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} + \dots \Rightarrow \frac{1}{k_T} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

توجه داشته باشید که در این حالت ثابت فنر معادل، از ثابت هر یک از فنرها، کوچک‌تر است.



۲ - اتصال موازی: در این نوع اتصال، تغییر طول فنرها یکسان است. اما نیرویی که مجموعه‌ی فنرها بر نقطه‌ی O وارد می‌کنند، برابر مجموع نیروی کشسانی فنرها است.

$$\begin{cases} x_T = x_1 = x_2 = x_3 = \dots \\ F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \end{cases} \Rightarrow k_T x_T = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + \dots \Rightarrow k_T = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$$

توجه داشته باشید که در این حالت ثابت نیروی فنر معادل از ثابت نیروی هر یک از فنرها بزرگ‌تر است.

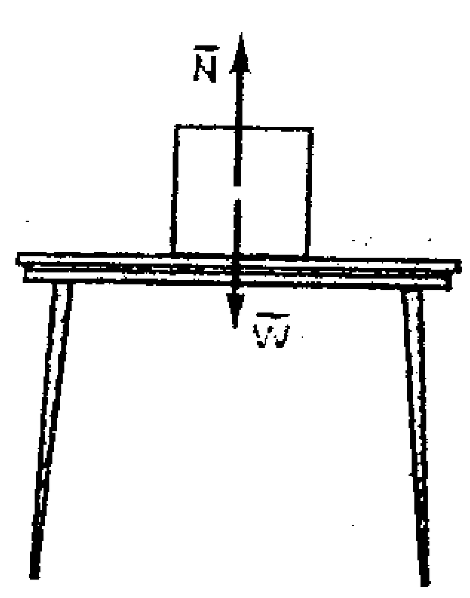
انرژی ذخیره شده در فنر:

اگر به فنری با ثابت k نیرویی اعمال کنیم که از صفر به F برسد و فنر به اندازه‌ی x تغییر طول دهد، انرژی ذخیره شده در فنر از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$U = \frac{1}{2} Fx = \frac{1}{2} kx^2$$

نیروی اصطکاک :

هر گاه دو جسم که با هم در تماس هستند تمایل به لغزش روی یکدیگر داشته باشند (چه ساکن بمانند و چه حرکت کنند) در سطح تماس، به هر یک از دو جسم نیرویی از طرف جسم دیگر وارد می‌شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می‌کند. این نیروها که موازی سطح تماس (در خلاف جهت یکدیگر) به هر یک از دو جسم وارد می‌شوند نیروی اصطکاک نام دارند. حال اگر دو جسم نسبت به هم ساکن بمانند نیروی اصطکاک بین آن‌ها را نیروی اصطکاک ایستایی می‌نامیم و آن را با نماد $\vec{f_s}$ نمایش می‌دهیم و اگر دو جسم نسبت به هم در حرکت باشند. نیروی اصطکاک را اصطکاک جنبشی می‌نامیم و آن را با نماد $\vec{f_k}$ نمایش می‌دهیم.

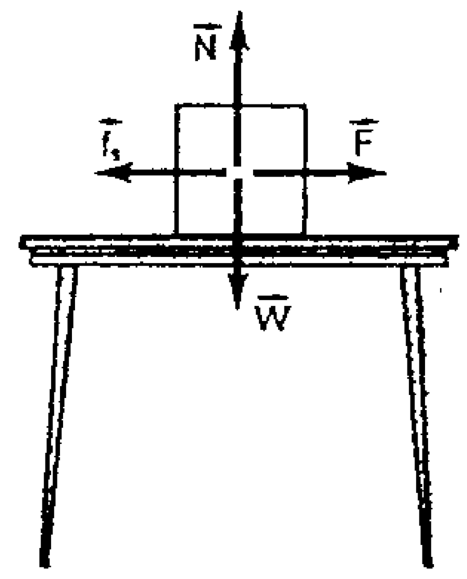


۱ - اصطکاک ایستایی: مطابق شکل جسمی روی یک میز افقی قرار دارد اگر نخواهیم جسم را نسبت به میز حرکت دهیم اصطکاک صفر است. و بر جسم فقط نیروی عمودی تکیه‌گاه و وزن جسم (W , N) وارد می‌شود، که چون جسم ساکن است بزرگی این دو نیرو یکسان و برآیند آنها صفر است.

حال اگر مطابق شکل (ب) نیرویی موازی سطح تماس به جسم وارد شود اما جسم ساکن بماند، بنا به قانون دوم نیوتن باید برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، بنابراین باید نیرویی افقی مانند $\vec{f_s}$ به جسم وارد شده باشد تا با خنثی کردن اثر نیروی $\vec{F}$ مانع شتاب گرفتن و حرکت جسم شده باشد به این نیرو نیروی اصطکاک ایستایی می‌گوییم.

$$F - f_s = ma = m \times 0 = 0 \Rightarrow f_s = F$$

اگر اندازه‌ی نیروی F را کمی زیادتر کنیم ولی باز جسم نسبت به میز حرکت نکند نیروی اصطکاک همچنان از نوع ایستایی بوده و اندازه‌ی آن با اندازه‌ی جدید نیروی F برابر است.



(ب)

نیروی اصطکاک ایستایی با افزایش نیروی F افزایش می‌یابد و تا زمانی که جسم ساکن است همواره $f_s = F$.

نیروی اصطکاک ایستایی دارای مقدار بیشینه‌ای است که به آن نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت گفته می‌شود و با $f_{s_{max}}$ نشان داده می‌شود.

آزمایش نشان می‌دهد که اندازه‌ی نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد.

$$f_{s_{max}} = \mu_s N$$

در این رابطه N نیروی عمودی تکیه گاه است و μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد.

نتیجه **بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بین صفر تا $\mu_s N$ می‌تواند تغییر کند** $(0 \le f_s \le \mu_s N)$

نکته‌های مهم

۱- نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت:

الف) به مساحت سطح تماس واقعی دو جسم بستگی دارد.

ب) به مساحت سطح تماس ظاهری دو جسم بستگی ندارد.

ج) به نیروی عمودی تکیه گاه بستگی دارد (این نیرو باعث می‌شود که سطح تماس واقعی دو جسم افزایش یابد).

د) به جنس سطح تماس دو جسم و همچنین صافی و زبری آن‌ها نیز بستگی دارد.

هـ) به دمای دو جسم و همچنین میزان رطوبت هوا نیز بستگی دارد.

۲- جهت نیروی اصطکاک ایستایی را بعد از رسم سایر نیروها، با استفاده از قوانین نیوتن در حرکت مشخص می‌کنیم.

۲- نیروی اصطکاک جنبشی: بگذارید بازگشتی داشته باشیم به شکل (ب) در درسنامه‌ی اصطکاک ایستایی، در آن شکل جسمی روی سطح افقی میزی قرار گرفته بود و توسط نیروی افقی $\vec{F}$ کشیده می‌شد. اگر نیروی F از $f_{s_{max}}$ بیش‌تر باشد جسم حرکت می‌کند و از این لحظه به بعد اصطکاک بین دو جسم از نوع جنبشی می‌باشد که آن را با نماد $\vec{f_k}$ نمایش می‌دهیم مقدار اصطکاک جنبشی از رابطه‌ی روبه رو به دست می‌آید. $f_k = \mu_k N$

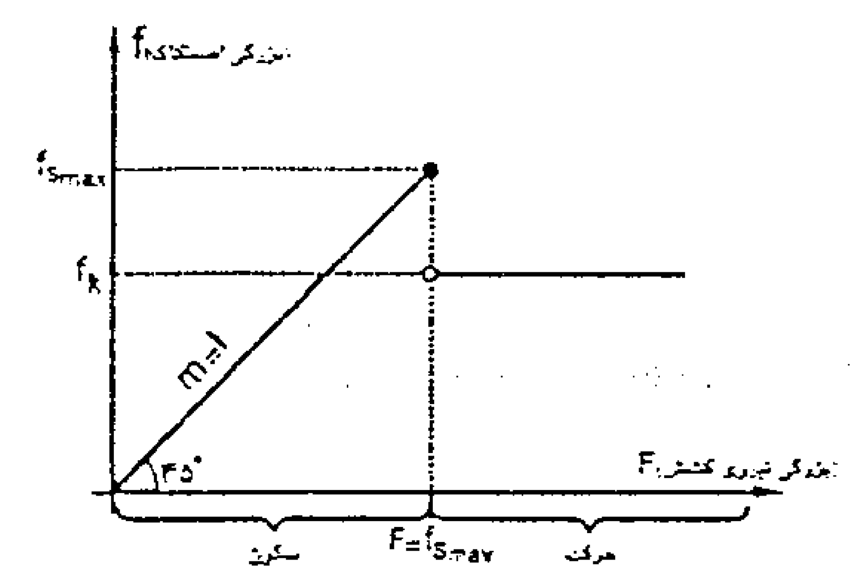
در این رابطه N نیروی عمودی تکیه گاه است و μ_k ضریب اصطکاک جنبشی نام دارد.

نکته‌های مهم

۱- نیروی اصطکاک جنبشی نیز مانند نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت به سطح تماس واقعی دو جسم، نیروی عمودی تکیه‌گاه، جنس سطح تماس دوجسم و همچنین صافی و زبری آن‌ها، و به دمای سطح تماس دو جسم و رطوبت هوا بستگی دارد ولی به سطح تماس ظاهری دو جسم بستگی ندارد.

۲- تجربه نشان می‌دهد، که ضریب اصطکاک جنبشی بین دو سطح معین از ضریب اصطکاک ایستایی بین آن دو سطح کوچک‌تر است. بنابراین بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی کوچک‌تر از بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت است.

۳- جهت نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر یک جسم، در خلاف جهت حرکت آن جسم نسبت به سطحی است که با آن تماس دارد.



۴- با توجه به مطالب گفته شده در مورد این دو نوع اصطکاک (ایستایی و جنبشی) نمودار تغییرات بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم بر حسب تغییرات F به شکل روبه‌رو است. ابتدا نیروی محرکی به جسم وارد نمی‌شود $f = 0$ است. با وارد شدن نیروی F تا زمانی که جسم ساکن است بزرگی اصطکاک و بزرگی نیروی F با هم برابر هستند $(f_s = F)$ در نتیجه نمودار آن خط راستی است با شیب یک که از مبدأ می‌گذرد.

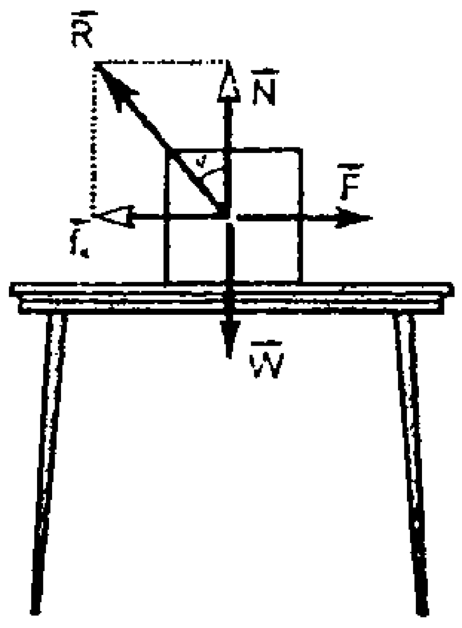
اگر بزرگی نیروی F از بیشینه‌ی اصطکاک ایستایی بیش‌تر شود جسم به حرکت در می‌آید و نیروی اصطکاک وارد بر آن نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) می‌شود و چون $\mu_k < \mu_s$ آنگاه $f_k < f_{s_{max}}$ خواهد بود. و از این به بعد با افزایش F نیروی اصطکاک جنبشی تقریباً ثابت می‌ماند.

۵- با توجه به نکته شماره (۴) اگر در مسئله خواستید نیروی اصطکاک را محاسبه کنید، باید ببینید در کدام وضعیت قرار داریم. حال اگر در مسئله وضعیت جسم مشخص نباشد، برای اینکه ببینیم جسم ساکن است یا در حال حرکت ابتدا با توجه به رابطه‌ی $f_s = \mu_s N$ مقدار f_s را به دست می‌آوریم. که سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد.

۱ - اگر $F < f_s$ (محرک) آنگاه جسم ساکن است و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و بزرگی آن با بزرگی نیروی محرک برابر است.

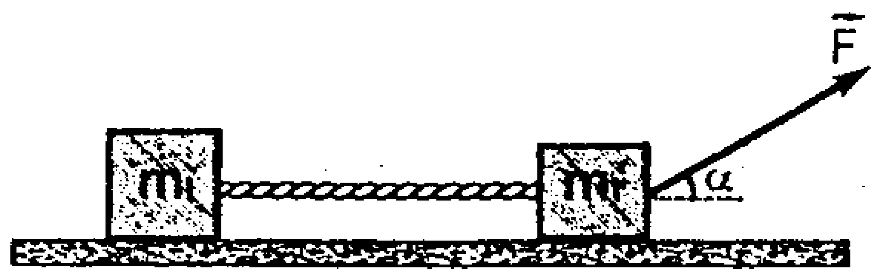
۲ - اگر $F = f_s$ (محرک) آنگاه جسم در آستانه‌ی حرکت است و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و بزرگی آن برابر است با $f_s = \mu_s N$

۳ - اگر $F > f_s$ (محرک) آنگاه جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک از نوع جنبشی و بزرگی آن برابر است با $f_k = \mu_k N$



۶ - در تعریف نیرو به شما گفتیم که نیرو نتیجه‌ی تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است بنابراین برای نمایش نیروهای وارد بر هر جسم ابتدا باید معین کنیم چه اجسامی بر آن تأثیر می‌گذارند در شکل روبه‌رو به غیر از نیرویی که ما به جسم وارد می‌کنیم ($\vec{F}$) زمین و سطح میز به جسم نیرو وارد می‌کنند، از طرف زمین نیروی ($\vec{W}$) بر جسم وارد می‌شود و از طرف سطح میز نیروهای $\vec{f_k}$ یعنی اصطکاک جنبشی و ($\vec{N}$) یعنی نیروی عمودی تکیه‌گاه. شاید بپرسید: چطور سطح میز می‌تواند دو نیرو به جسم وارد کند؟ که در جواب به این سئوال شما باید بگوییم که سطح میز در حقیقت فقط یک نیرو بر جسم وارد می‌کند که واکنش سطح نامیده می‌شود و آن را با $\vec{R}$ نمایش می‌دهیم. ولی ما با دو مؤلفه‌ی آن که یکی موازی سطح میز است (نیروی اصطکاک) و دیگری عمود بر آن (نیروی عمودی تکیه‌گاه) کار داریم. فرمول نیروی اصطکاک نشان می‌دهد که این دو نیرو دارای یک منشا هستند.

کاربرد قانون‌های نیوتن در مسأله‌های دینامیک :



برای حل مسأله‌های دینامیک پیشنهاد می‌شود که مرحله‌های زیر را به ترتیب اجرا کنید، تا حل مسأله‌ها راحت‌تر انجام شود:

۱ - جسم یا مجموعه‌ای از چند جسم را که می‌خواهیم قانون دوم نیوتن را درباره‌ی آن به کار ببریم انتخاب کرده و آن را دستگاه می‌نامیم.

احتیاط: **در صورتی می‌توانیم مجموعه‌ای از چند جسم متصل به هم را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم، که شتاب آنها از نظر بزرگی (اندازه) و جهت یکسان باشد، در غیر این صورت حق نداریم آن‌ها را یک دستگاه در نظر بگیریم.**

برای مثال در شکل بالا مجموعه‌ی دو جسم و طناب متصل به آن‌ها یک دستگاه است و هر یک از دو جسم یا طناب نیز می‌تواند دستگاه مورد نظر باشد.

۲ - نیروهای وارد بر دستگاه انتخاب شده را رسم می‌کنیم.

احتیاط: **اگر مجموعه‌ای از چند جسم را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم نیازی به رسم نیروهای داخلی (نیروهایی که اجزای دستگاه به هم وارد می‌کنند) نیست زیرا همانطور که پیش از این نیز گفته شد نیروهای داخلی یک دستگاه نمی‌توانند به دستگاه شتاب دهند.**

یادآوری : **پیش از این گفتیم که نیرو نتیجه‌ی تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است. بنابراین برای مشخص کردن نیروهای وارد بر دستگاه، باید ببینیم چه اجسامی بر دستگاه تأثیر می‌گذارند. برای مثال در شکل بالا اگر مجموعه‌ی دو جسم و طناب متصل به آن‌ها را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم، تکیه‌گاه و کره‌ی زمین به جسم نیرو وارد می‌کنند. توجه داشته باشید که در این حالت نیازی به رسم نیروهایی که طناب به جسم‌ها یا جسم‌ها به طناب وارد می‌کنند نیست زیرا این نیروها جزو نیروهای داخلی دستگاه هستند. و اگر دستگاه را جرم m_1 انتخاب کنیم طناب متصل به آن، تکیه گاه و کره‌ی زمین به آن نیرو وارد می‌کنند.**

۳ - یک دستگاه محورهای مختصات انتخاب می‌کنیم به طوری که یک محور آن در راستای شتاب دستگاه باشد و محور دوم را عمود بر آن انتخاب می‌کنیم. انتخاب جهت محورها دلخواه است و در نتیجه ی محاسبه‌ها تأثیر ندارد، سپس نیروهای وارد بر دستگاه را از مبدأ مختصات رسم می‌کنیم و در صورت لزوم نیروهای وارد بر جسم را روی دو محور انتخابی تصویر کرده و بزرگی مؤلفه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

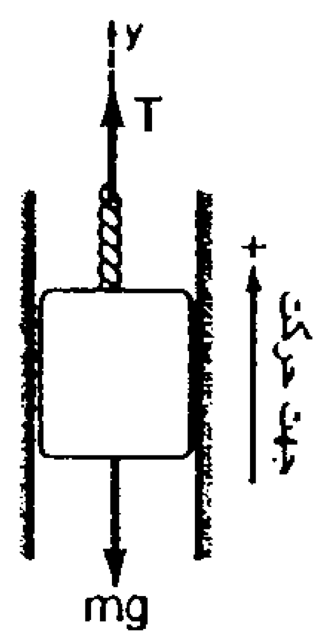
۴ - طبق قانون دوم نیوتن برآیند نیروهای وارد بر دستگاه باید در راستای شتاب دستگاه باشد، بنابراین برآیند نیروها، روی محور هم راستا با شتاب، برابر Ma است که M جرم کل دستگاه است و برآیند نیروها روی محور دیگر صفر است. برای مثال اگر محور x هم راستا با شتاب دستگاه در نظر گرفته شود می‌توان نوشت :

$$\begin{cases} \sum F_x = Ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

توجه داشته باشید که $\sum F_x$, $\sum F_y$ جمع جبری مؤلفه‌ها در امتداد محورهای x و y هستند اگر مؤلفه‌ای در جهت یک محور باشد اندازه‌ی آن با علامت مثبت و اگر در خلاف جهت محور باشد اندازه‌ی آن با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.

amin@physicist.net

۲ - دینامیک اجسام در حرکت در راستای قائم :



۱ - ۲ - تعیین کشش کابل آسانسور: آسانسور از یک اتاقک تشکیل شده است، که توسط کابل حرکت می‌نماید، برای به دست آوردن نیروی کشش کابل کافی است جهت حرکت را مثبت در نظر گرفته و قانون دوم نیوتن را برای آسانسور بنویسیم.

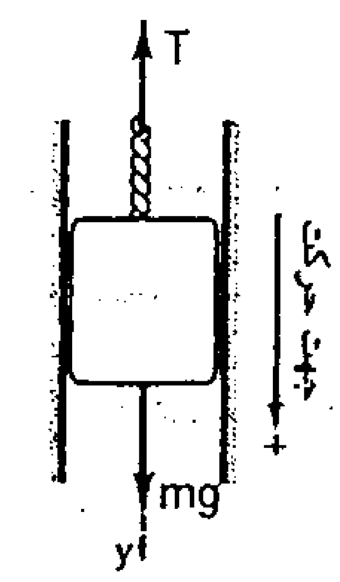
نیروی کشش کابل در حالت‌های مختلف به صورت زیر می‌باشد:

۱ - آسانسور با شتاب ثابت رو به بالا حرکت کند.

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow \boxed{T = m(g+a)}$$

۲ - آسانسور با سرعت ثابت رو به بالا حرکت کند.

$$\sum F_y = ma = m \times 0 = 0 \Rightarrow T - mg = 0 \Rightarrow \boxed{T = mg}$$



۳ - آسانسور با شتاب ثابت رو به پایین حرکت کند.

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow \boxed{T = m(g-a)}$$

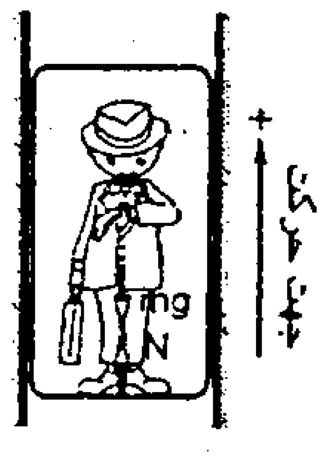
۴ - آسانسور با سرعت ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg - T = 0 \Rightarrow \boxed{T = mg}$$

۲ - ۲ - وزن ظاهری در آسانسور : پیش از این گفته شد که وزن یک جسم در صورتی تغییر می‌کند که g یا m تغییر کند، در بعضی موارد بدون آنکه g یا m تغییر کند گفته می‌شود که وزن جسم تغییر کرده است، به عنوان مثال شاید شنیده باشید که می‌گویند، جسمی که در مجاورت سطح زمین در حال سقوط آزاد است در حالت بی‌وزنی است ولی همان طور که می‌دانید در این حالت m یا g هر دو ثابت هستند، توجه داشته باشید که منظور از بی وزنی در این حالت صفر بودن وزن جسم نیست بلکه صفر بودن نیروی دیگری به نام وزن ظاهری است که طبق تعریف «وزن ظاهری نیرویی است که جسم به سطح تکیه گاه خود وارد می‌کند» و چون نیروی وزن ظاهری و نیروی عمودی سطح دو نیروی کنش و واکنش هستند، برای محاسبه‌ی اندازه‌ی وزن ظاهری می‌توانیم اندازه‌ی نیروی عمودی تکیه گاه را به دست آوریم. حالا می‌توانید بگوئید چرا یک جسم که در مجاورت سطح زمین در حال سقوط آزاد است در حالت بی وزنی است؟ زیرا هنگامی که یک جسم در حال سقوط آزاد است روی سطحی تکیه ندارد و هیچ نیروی دیگری به جز نیروی جاذبه به جسم وارد نمی‌شود.

آیا چتربازی که سقوط می‌کند حالت بی وزنی را حس می‌کند یا خیر؟ خیر زیرا همان طور که پیش از این گفتیم برای آنکه جسمی بی وزن شود باید شرایطی فراهم کرد که در آن هیچ نیروی دیگری به جز نیروی جاذبه بر جسم وارد نشود اما در این جا یک نیروی دیگر به جز نیروی جاذبه درکار است و آن هم مقاومت هواست.

حال فرض کنید شخص به جرم m درون یک آسانسور قرار دارد می‌خواهیم وزن ظاهری شخص را در حالت‌های مختلف محاسبه می‌کنیم.



پاسخ ۱ - آسانسور با شتاب ثابت رو به بالا حرکت کند.

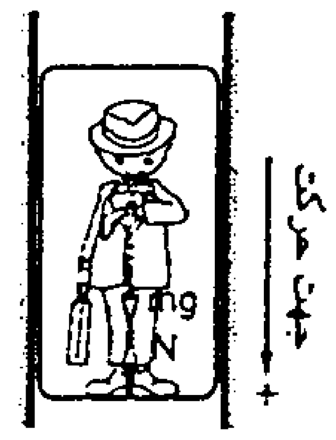
$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow \boxed{N = m(g+a)}$$

g' شتاب ظاهری (شتاب جسم در داخل آسانسور)

$$N = mg' \Rightarrow mg' = m(g+a) \Rightarrow \boxed{g' = g + a}$$

۲ - آسانسور با سرعت ثابت رو به بالا حرکت کند.

$$N - mg = m \times 0 = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg} \Rightarrow \boxed{g' = g}$$



۳ - آسانسور با شتاب ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow \boxed{N = m(g-a)} \Rightarrow \boxed{g' = g - a}$$

۴ - آسانسور با سرعت ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$mg - N = m \times 0 = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg} \Rightarrow \boxed{g' = g}$$

نتیجه: هنگامی که جسمی داخل آسانسور قرار دارد اگر آسانسور شتاب a به سمت بالا داشته باشد، وزن جسم $m(g+a)$ احساس خواهد شد، پس در صورتی که حرکت تند شونده و به سمت بالا باشد a با g جمع می‌شود و در تمام روابط $g+a$ جایگزین g می‌شود. اگر در حرکت هرکدام از این دو مورد یعنی تند شونده و یا به بالا بودن، وارونه شوند علامت a قرینه می‌شود.

تعادل

در کتاب‌های درسی دوره‌ی دبیرستان در بررسی‌های سینماتیک و دینامیک جسم‌ها را به عنوان نقطه ی مادی یا ذره در نظر می‌گیریم یعنی جسم فقط حرکت انتقالی دارد. و حول محوری دوران ندارد. برای آن که چنین جسمی در حال تعادل باشد کافی است که شتاب حرکت آن صفر باشد (نسبت به دستگاه مختصات لخت ساکن و یا در حرکت یکنواخت روی خط راست) در این صورت طبق قانون دوم نیوتن برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. ($\sum \vec{F} = 0$) در نتیجه اگر نیروهای وارد بر جسم را روی هر محور دلخواهی تصویر کنیم جمع جبری مؤلفه‌های نیروهای وارد بر جسم صفر است. ($\sum F_x = 0 \; , \; \sum F_y = 0$)

● برای حل مسأله‌های تعادل باید مرحله‌های زیر را به ترتیب اجرا کنید.

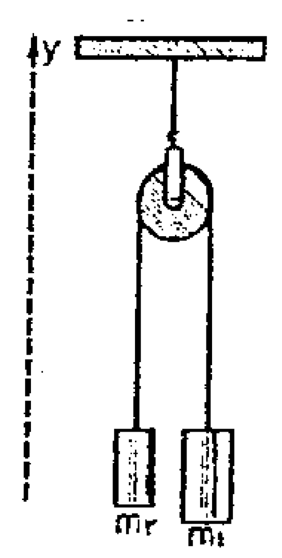
۱ - نیروهای وارد بر جسم در حال تعادل را مشخص می‌کنیم.

۲ - دستگاه‌های محورهای مختصات مناسبی را انتخاب کرده و نیروهای وارد بر جسم را از مبدأ مختصات رسم می‌کنیم و در صورت لزوم نیروها را تجزیه می‌کنیم.

۳ - جمع جبری مؤلفه‌ها را در امتداد محورهای مختصات برابر صفر قرار می‌دهیم. ($\sum F_x = 0 \; , \; \sum F_y = 0$) و از حل دو معادله‌ی به دست آمده مجهول‌های مسأله را محاسبه می‌کنیم.

ماشین آتوود:

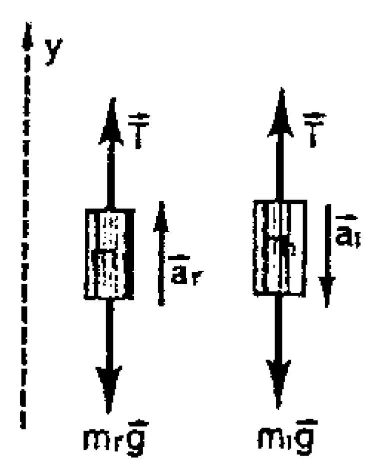
ماشین آتوود از یک قرقره‌ی سبک تشکیل شده است که ریسمان سبکی از داخل شیار آن عبور کرده و به هر یک از دو سر ریسمان وزنه‌ای بسته شده و اصطکاک محور قرقره ناچیز است.



۱ - بزرگی و جهت شتاب : مطابق شکل روبه‌رو دو وزنه به جرم‌های m_1 و m_2 از دو سر ریسمانی که از روی یک قرقره ثابت (کار این قرقره تغییر جهت محور حرکت دستگاه می‌باشد) گذشته آویزان شده‌اند اگر $m_1 > m_2$ و وزنه‌ها از حال سکون رها شوند. وزنه‌ی m_1 پایین آمده و وزنه‌ی m_2 بالا می‌رود. محور y را قائم و به طرف بالا در نظر می‌گیریم. چون طول ریسمان ثابت است بزرگی جابجایی وزنه‌ها در یک بازه ی زمانی مشخص برابر است اما جابجایی وزنه‌ی m_1 منفی و جابجایی وزنه‌ی m_2 مثبت است پس داریم :

$$\vec{y}_2 = -\vec{y}_1 \Rightarrow \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -\frac{d^2 y_1}{dt^2} \Rightarrow a_2 = -a_1$$

یعنی شتاب دو وزنه هم اندازه ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند. می‌توان نشان داد که نیروی کشش نخ در تمام طول آن یکسان است.



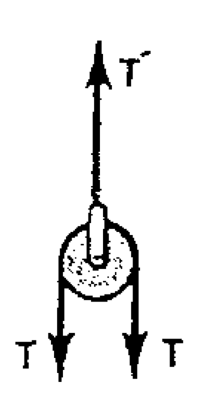
درشکل روبه‌رو نیروهای وارد بر هر وزنه نشان داده شده است. قانون دوم نیوتن را برای هر یک از وزنه‌ها می‌نویسیم، در نتیجه داریم :

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow \begin{cases} T - m_1 g = m_1(-a) \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g}$$

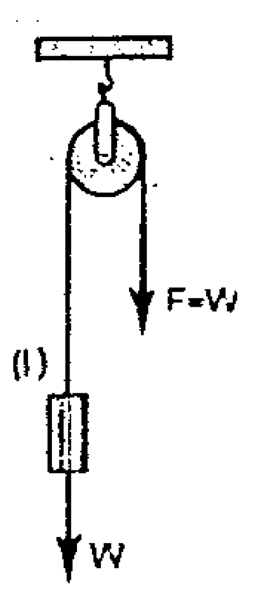
۲ - کشش نخ : حال یکی از وزنه‌ها را مورد بررسی قرار داده و کشش نخ را به دست می‌آوریم

$$\boxed{T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

به منظور محاسبه‌ی کشش نخ بالای قرقره، قرقره را به تنهایی به عنوان دستگاه انتخاب می‌کنیم. و چون جرم قرقره ناچیز است. باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در غیر این صورت شتاب قرقره بی نهایت خواهد شد که غیر فیزیکی است.

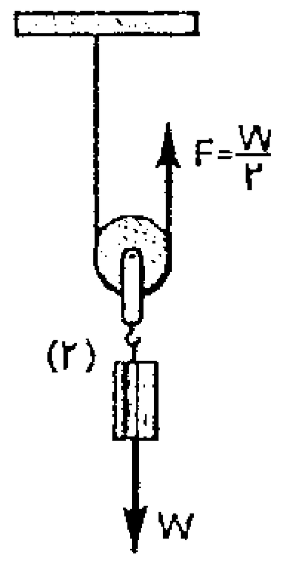


$$T' = 2T \Rightarrow \boxed{T' = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

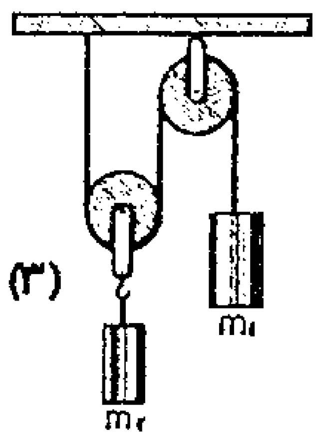


قرقره‌ی متحرک :

در قرقره‌ی متحرک با جابجایی نیروی محرک قرقره نیز جابجا می‌شود. شکل (۱) یک قرقره ی ثابت را نشان می‌دهد. در این جا نیرویی به بزرگی $F = W$ لازم است تا دستگاه به حال تعادل بماند، پس همان طور که گفته شد قرقره ثابت با تغییر دادن جهت نیرو به ما کمک می‌کند.



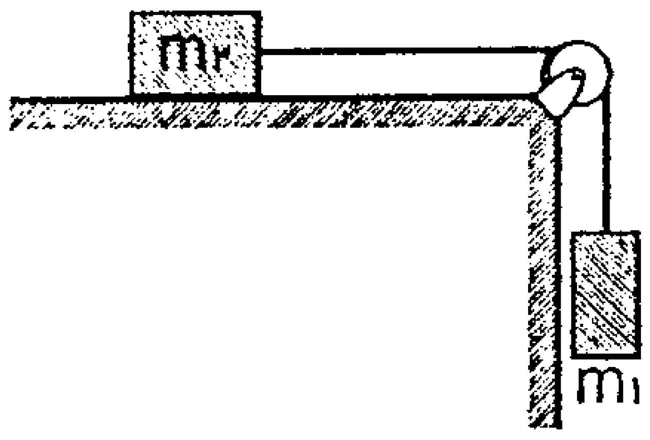
شکل (۲) یک قرقره‌ی متحرک را نشان می‌دهد که نیرویی به بزرگی $F = \frac{W}{2}$ لازم است. تا دستگاه به حال تعادل بماند. پس قرقره‌ی متحرک با کم‌کردن نیروی مقاوم به ما کمک می‌کند. حال شکل سوم را در نظر بگیرید که از یک قرقره‌ی متحرک و یک قرقره‌ی ثابت تشکیل شده است. اگر در یک بازه‌ی زمانی مشخص وزنه‌ی m_2 به اندازه‌ی y_2 جابجا شود، در این صورت به نخ‌های دو طرف قرقره ی متصل به وزنه‌ی m_2 به اندازه‌ی $2y_2$ نخ اضافه شده است و چون طول کل نخ ثابت است می‌توان گفت که در این بازه‌ی زمانی وزنه‌ی m_1 به اندازه‌ی $2y_2$ جابجا شده است و می‌توان نوشت :



$$y_1 = 2y_2 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} = \dfrac{2dy_2}{dt} & \Rightarrow V_1 = 2V_2 \\ \dfrac{d^2y_1}{dt^2} = \dfrac{2d^2y_2}{dt^2} & \Rightarrow a_1 = 2a_2 \end{cases}$$

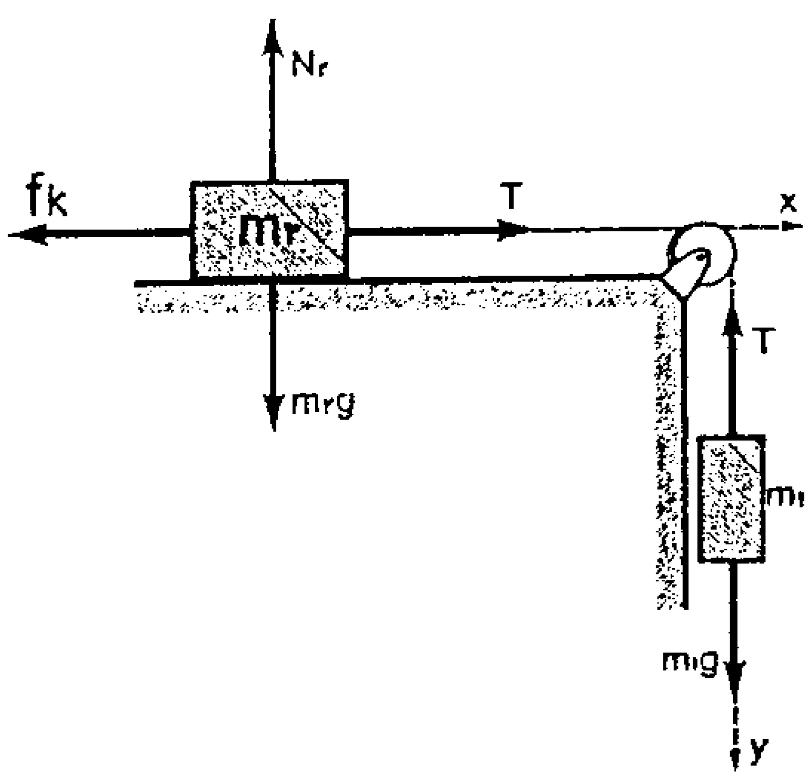
پس بزرگی سرعت و شتاب وزنه‌ی m_1 دو برابر وزنه‌ی m_2 است.

دینامیک حرکت اجسام در دو بعد:



به منظور محاسبه‌ی بزرگی شتاب در دستگاهی مطابق شکل روبه‌رو از نظر اصولی نمی‌توانیم کل مجموعه را به عنوان دستگاه در نظر بگیریم زیرا شتاب حرکت وزنه‌ها با هم برابر نیست (فقط بزرگی شتاب وزنه‌ها یکسان است) بنابراین هر یک از وزنه‌ها را جداگانه به عنوان دستگاه انتخاب کرده و قانون دوم نیوتن را برای آن می‌نویسیم و از حل دستگاه دو معادله دو مجهول به دست آمده بزرگی شتاب مجموعه را به دست می‌آوریم.

فرض کنید نیروی وزن وزنه‌ی m_1 (m_1g) از نیروی اصطکاک وزنه‌ی m_2 با سطح افقی بیش‌تر باشد که در این صورت وزنه‌ی m_2 به طور افقی و وزنه‌ی m_1 در راستای قائم رو به پایین شتاب می‌گیرد و چون بزرگی شتاب دو وزنه یکسان است می‌توان نوشت:



$$a_{2y} = 0 \Rightarrow N_2 = m_2g$$

$$f_k = \mu_k N_2 = \mu_k m_2 g$$

$$\begin{cases} (\overset{+}{\longrightarrow})\ T - \mu_k m_2 g = m_2 a \\ (+\downarrow)\ m_1 g - T = m_1 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{(m_1 - \mu_k m_2)g}{m_1 + m_2}$$

توجه **برای حل تست نیاز به انجام مراحل بالا نیست و چون بزرگی شتاب دو وزنه یکسان است می‌توان کل مجموعه را به عنوان دستگاه انتخاب کرده و نوشت.**

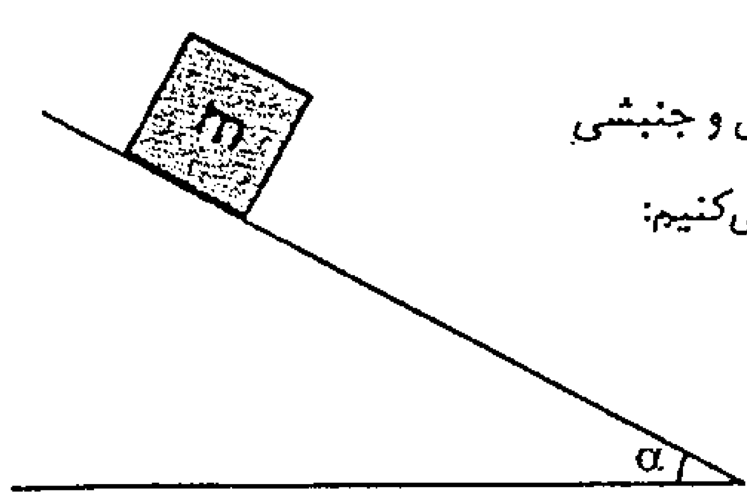
$$a = \frac{F_{\text{مؤثر}}}{M_{\text{کل}}} = \frac{m_1g - f_k}{m_1 + m_2}$$

برای به دست آوردن کشش نخ، یکی از وزنه‌ها مثلاً m_1 را در نظر گرفته و می‌نویسیم (کشش کابل آسانسوری که از حال سکون پایین می‌آید)

$$T = m_1(g-a)$$

و با جاگذاری مقدار a که از رابطه‌ی قبلی به دست آمده مقدار کشش نخ را محاسبه می‌کنیم.

سطح شیبدار :



فرض کنید که جسمی به جرم m را روی سطح شیبداری که با افق زاویه‌ی α می‌سازد قرار می‌دهیم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح شیبدار به ترتیب μ_s و μ_k باشد نیروی اصطکاک وارد بر جسم وشتاب حرکت را در حالت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

۱) جسم ساکن باشد

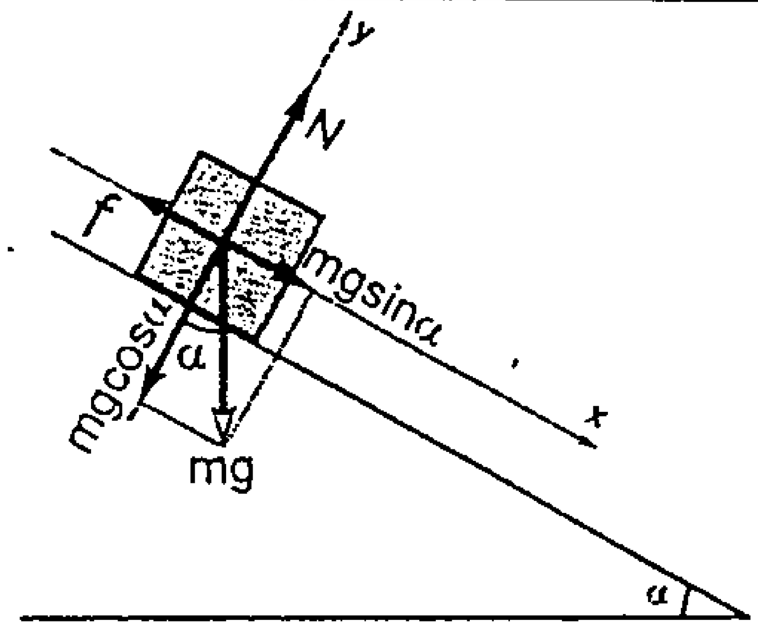
۲) جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد.

۳) جسم با سرعت ثابت به طرف پایین حرکت کند.

۴) جسم با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند.

۵) جسم را از پایین سطح شیب دار با سرعت اولیه‌ی V_0 به طرف بالای سطح پرتاب کنیم.

در هر ۵ حالت به جسم m نیروهای وزن، عمودی تکیه گاه و اصطکاک وارد می‌شود.

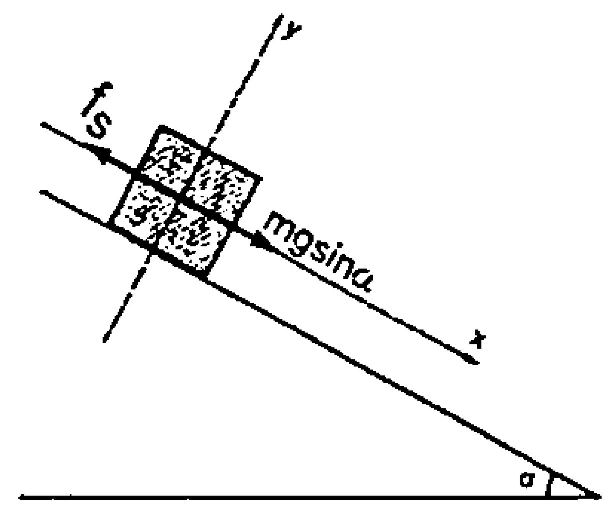


توجه کنید که سطح شیبدار یک نیرو به جسم وارد می‌کند اما برای سادگی در حل مسأله‌ها از مؤلفه‌های آن یعنی نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک استفاده می‌کنیم.

اکنون دستگاه مختصاتی را در نظر بگیرید که محور X آن موازی سطح شیبدار و محور y آن عمود بر سطح شیبدار باشد. چون نیروی وزن در امتداد هیچ یک از محورهای انتخابی نیست باید آن را به دو مؤلفه تجزیه کنیم. توجه کنید که زاویه‌ی نیروی وزن با محور y همان زاویه‌ی سطح شیب دار با افق است زیرا اضلاع این دو زاویه بر هم عمود هستند. چون جسم در راستای عمود بر سطح شیبدار حرکت نمی‌کند در نتیجه شتاب جسم در امتداد محور y صفر است و با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت:

$$a_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = ma_y = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg\,\mathrm{Cos}\,\alpha}$$

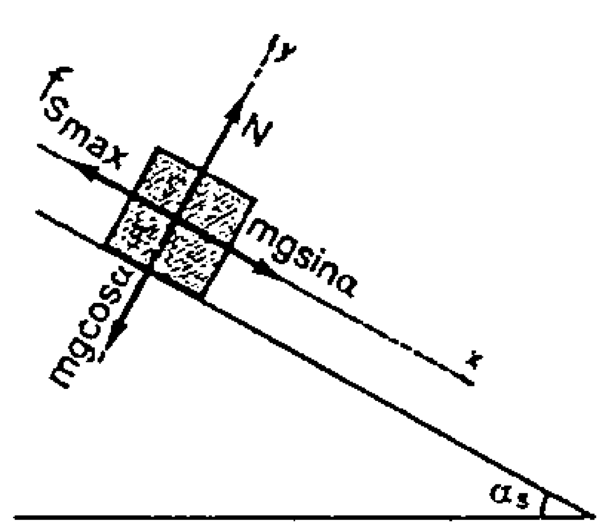
حالت (۱) جسم ساکن باشد: در این حالت چون جسم روی سطح شیبدار ساکن است، نیروی اصطکاک وارد بر جسم ایستایی است و شتاب حرکت جسم در امتداد محور X صفر می‌باشد در نتیجه:



$$\sum F_x = ma_x = 0 \Rightarrow mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha - f_s = 0 \Rightarrow \boxed{f_s = mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha}$$

رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که اگر زاویه‌ی α به تدریج افزایش یابد نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم نیز افزایش می‌یابد. این افزایش تا زمانی ادامه می‌یابد که نیروی اصطکاک ایستایی به بیشینه‌ی مقدار خود برسد یعنی جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد.

حالت (۲) جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد: در این حالت اولاً چون هنوز جسم ساکن است داریم:



$$\sum F_x = ma_x = 0 \Rightarrow mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_s - f_{s_{max}} = 0 \Rightarrow \boxed{f_{s_{max}} = mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_s}$$

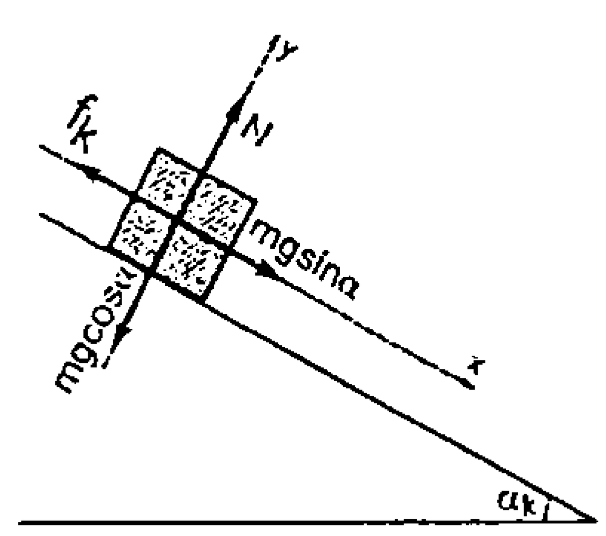
از طرف دیگر چون جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد می‌توان نوشت:

$$f_{s_{max}} = \mu_s N \Rightarrow \boxed{f_{s_{max}} = \mu_s mg\,\mathrm{Cos}\,\alpha_s}$$

بنابراین هنگامی که جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد. نیروی اصطکاک را از هر دو رابطه‌ی بالا می‌توان محاسبه کرد پس :

$$f_{s_{max}} = mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_s = \mu_s mg\,\mathrm{Cos}\,\alpha_s \Rightarrow \boxed{\mu_s = \tan\alpha_s}$$

حالت (۳) جسم با سرعت ثابت به طرف پایین حرکت می‌کند: در این حالت چون جسم روی سطح شیبدار حرکت می‌کند نیروی اصطکاک وارد بر جسم جنبشی است و چون حرکت آن یکنواخت است پس $a_x = 0$ است و می‌توان نوشت:



$$\sum F_x = ma_x = 0 \Rightarrow mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_k - f_k = 0 \Rightarrow \boxed{f_k = mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_k}$$

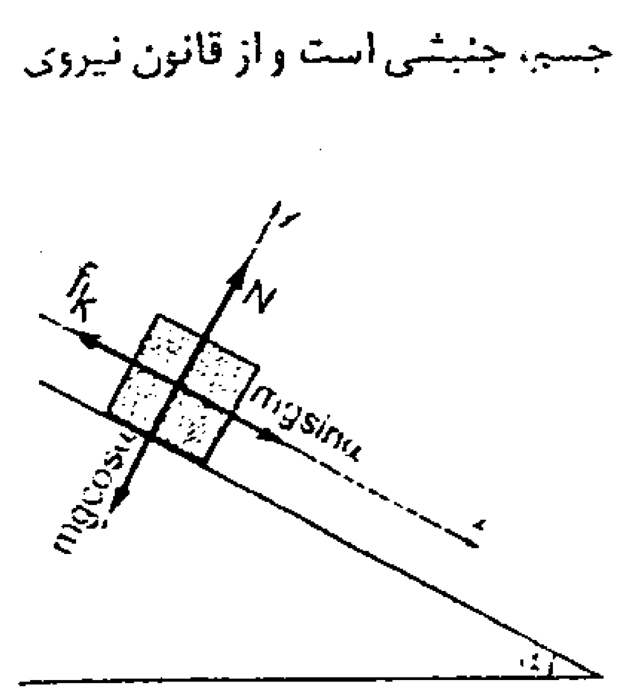
و از طرف دیگر چون جسم در حال حرکت است نیروی اصطکاک از قانون نیروی زیر به دست می‌آید.

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow \boxed{f_k = \mu_k mg\,\mathrm{Cos}\,\alpha_k}$$

پس در این حالت نیز نیروی اصطکاک را از هر دو رابطه می‌توان محاسبه کرد در نتیجه:

$$f_k = mg\,\mathrm{Sin}\,\alpha_k = \mu_k mg\,\mathrm{Cos}\,\alpha_k \Rightarrow \boxed{\mu_k = \tan\alpha_k}$$

حالت (۴) جسم با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند: در این حالت جهت شتاب به طرف پایین است و نیروی اصطکاک وارد بر جسم، جنبشی است و از قانون نیروی $f_k = \mu_k N$ به دست می‌آید.



$$f_k = \mu_k mg\,Cos\,\alpha$$

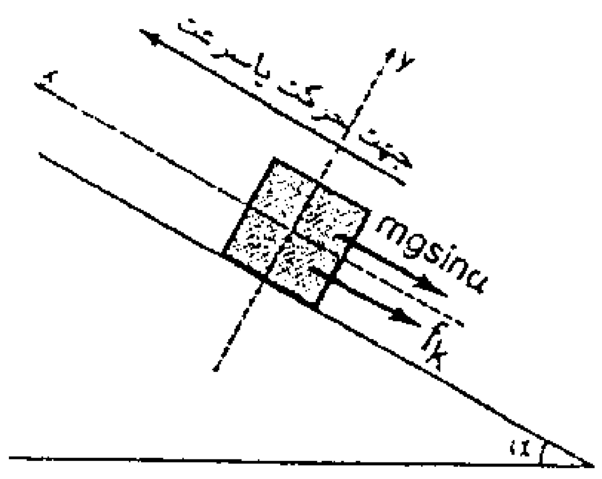
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow mg\,Sin\,\alpha - \mu_k mg\,Cos\,\alpha = ma \Rightarrow a = g\,(Sin\,\alpha - \mu_k Cos\,\alpha)$$

نکته‌های مهم :

۱ - همان گونه که در رابطه‌ی بالا مشاهده می‌کنید شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد یعنی اگر دو جسم هم جنس با جرم‌های متفاوت را بر روی یک سطح شیبدار قرار دهیم هر دو با یک شتاب به طرف پایین حرکت می‌کنند.

۲ - اگر اصطکاک ناچیز باشد ($\mu_k \simeq 0$) شتاب حرکت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mu_k = 0 \Rightarrow \boxed{a = g \sin\alpha}$$



حالت (۵) جسم را از پایین سطح شیبدار با سرعت اولیه‌ی V_0 به طرف بالای سطح پرتاب می‌کنیم: هنگامی که جسم به طرف بالای سطح حرکت می‌کند، نیروهای $mg\sin\alpha$ (مؤلفه‌ی وزن جسم) و اصطکاک جنبشی (f_k) هر دو به طرف پایین سطح است.

توجه کنید که در این حالت جسم در اثر سرعت اولیه‌ی داده شده به طرف بالا حرکت می‌کند و دو نیروی وارد شده به جسم که در خلاف جهت حرکت آن هستند با ایجاد شتاب سرعت جسم را کم می‌کنند و تا زمانی که جسم سرعت دارد به طرف بالا حرکت می‌کند. اگر جهت محور X را در جهت حرکت در نظر بگیریم داریم:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow 0 - (mg\sin\alpha + \mu_k\, mg\cos\alpha) = ma \Rightarrow \boxed{a = -g(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)}$$

نکته‌های مهم :

۱ - علامت منفی در رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که شتاب جسم در خلاف جهت حرکت (یا سرعت) می‌باشد در نتیجه حرکت جسم کند شونده است.

۲ - در رابطه‌ی بالا اگر $\mu_k = 0$ باشد بزرگی شتاب حرکت جسم در این حالت نیز $a = g\sin\alpha$ می‌شود به عبارتی می‌توان گفت که اگر $\mu_k = 0$ باشد زمان بالا رفتن روی یک سطح شیبدار تا یک محل برابر زمان برگشت از آنجا به مکان اولیه است، مانند حرکت در راستای قائم و در شرایط خلاء.

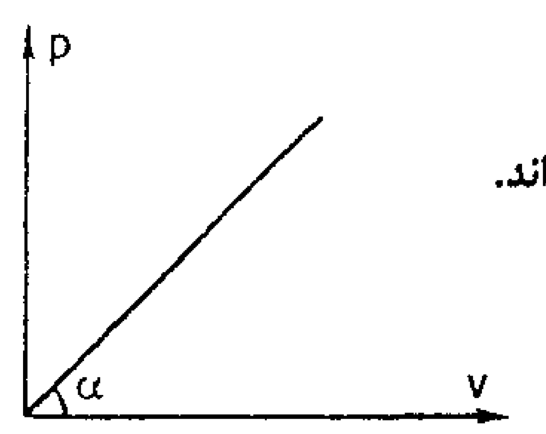
۱ - تکانه (اندازه حرکت): حاصلضرب جرم جسم در سرعت آن را «تکانه یا اندازه حرکت» می‌نامیم و آن را با نماد $\vec{p}$ نمایش می‌دهیم.

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

یکای اندازه‌گیری تکانه در SI کیلوگرم در متر بر ثانیه (kg.m/s) است.

نکته‌های مهم :

۱ - چون تکانه حاصلضرب یک کمیت نرده‌ای (جرم) در یک کمیت برداری (سرعت) است بنابراین خود یک کمیت برداری است و چون جرم مثبت است، تکانه ($\vec{p}$) و سرعت ($\vec{V}$) جسم هم جهت هستند.



tanα=m

۲ - اگر جرم جسم ثابت باشد نمودار p - t شبیه به نمودار V - t است که اعداد روی محور سرعت در جرم ضرب شده‌اند.

۳ - اگر جرم جسم ثابت باشد، تکانه و سرعت رابطه‌ی خطی دارند که شیب این خط نشانگر جرم جسم است.

۲ - تکانه و قانون دوم نیوتن: اگر از دو طرف رابطه $\vec{p} = m\vec{V}$ نسبت به زمان مشتق بگیریم نتیجه می‌شود:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \xrightarrow{\text{چون m ثابت است}} \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}$$

بنا به قانون دوم نیوتن ($\vec{F} = m\vec{a}$) می‌توان نوشت.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

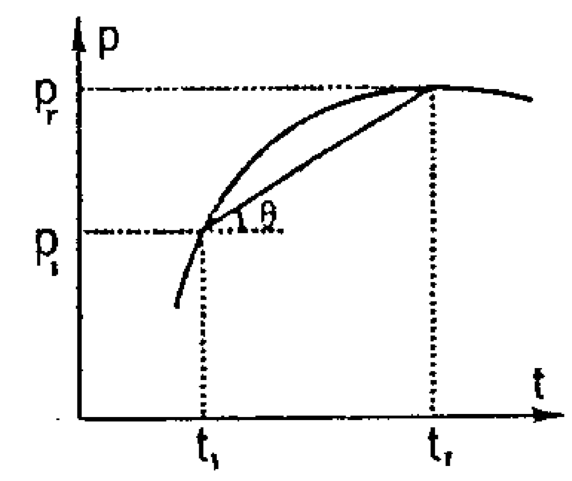
یعنی آهنگ تغییر تکانه‌ی یک جسم نسبت به زمان برابر برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است. به بیان دیگر برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم، مشتق تکانه‌ی آن نسبت به‌زمان است.

نکته: **شیب خط مماس بر منحنی p − t در هر لحظه نشان دهنده نیروی وارد بر جسم در آن لحظه است.**

۳ - اگر در بازه‌ی زمانی Δt تغییر تکانه‌ی یک جسم $\Delta\vec{p}$ باشد، نتیجه می‌شود:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{V} \\ \text{(شتاب متوسط)}\ \vec{\bar{a}} = \dfrac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{V} = \vec{\bar{a}}\,.\,\Delta t\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\vec{p} = m\vec{\bar{a}}\,.\,\Delta t \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{\bar{F}}\,.\,\Delta t$$

(نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی Δt) $\vec{\bar{F}} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$



نکته: نیروی متوسط برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار $p - t$ مربوط به لحظه‌های داده شده را به هم وصل می‌کند.

$$\tan\theta = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \overline{F}$$

$$\Delta t \to 0 \Rightarrow F = \frac{dp}{dt}$$

۴ - ضربه:

حاصلضرب نیرو در بازه‌ی زمانی است که نیرو برجسم اثر می‌کند، ضربه‌ی نیرو که با $\vec{I}$ نشان داده می‌شود کمیتی است برداری و چون زمان مثبت است جهت بردار ضربه همان جهت نیرو و شتاب جسم است.

$$\vec{I} = \vec{F}.t$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = \dfrac{\vec{V} - \vec{V_0}}{t}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F} = m\left(\frac{\vec{V} - \vec{V_0}}{t}\right) \Rightarrow \vec{F}.t = m\vec{V} - m\vec{V_0} = \vec{p} - \vec{p_0} \Rightarrow \boxed{\vec{F}.t = \Delta\vec{p}}$$

یعنی ضربه برابر تغییر اندازه حرکت جسم است.

نکته‌های مهم :

۱ - سطح زیر نمودار $F - t$ برابر ضربه یا تغییر اندازه حرکت جسم است.

۲ - یکای اندازه‌گیری ضربه و اندازه حرکت در SI برابر kg.m/s است.

۵ - پایستگی تکانه:

اگر برآیند نیروهای خارجی وارد بر دستگاهی برابر صفر باشد تکانه‌ی دستگاه ثابت می‌ماند.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} \\ \vec{F} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{ثابت}$$

حال در نظر بگیرید نیروی برآیندی از خارج به اجزای یک دستگاه وارد نمی‌شود. چنین دستگاهی را اصطلاحاً یک دستگاه منفرد می‌نامند. ثابت می‌شود که تکانه دستگاه منفرد همیشه‌ثابت است. یعنی اگر تکانه‌ی کل دستگاه در یک لحظه برابر $\vec{p}$ و تکانه‌ی اجزای تشکیل دهنده‌ی آن $\vec{p_1}$, $\vec{p_2}$ و...... باشد نتیجه می‌شود.

$$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + ...$$

اگر به علت برخورد اجزای دستگاه به یکدیگر تکانه‌ی ذرات تغییر نماید و در لحظه‌ی دیگر برابر $\vec{p_1'}$, $\vec{p_2'}$,.... شود تکانه‌ی کل دستگاه در این لحظه برابر است با:

$$\vec{p'} = \vec{p_1'} + \vec{p_2'} + ...$$

طبق قانون پایستگی تکانه داریم:

$$\vec{p} = \vec{p'}$$

$$\vec{p_1} + \vec{p_2} + ... = \vec{p_1'} + \vec{p_2'} + ...$$

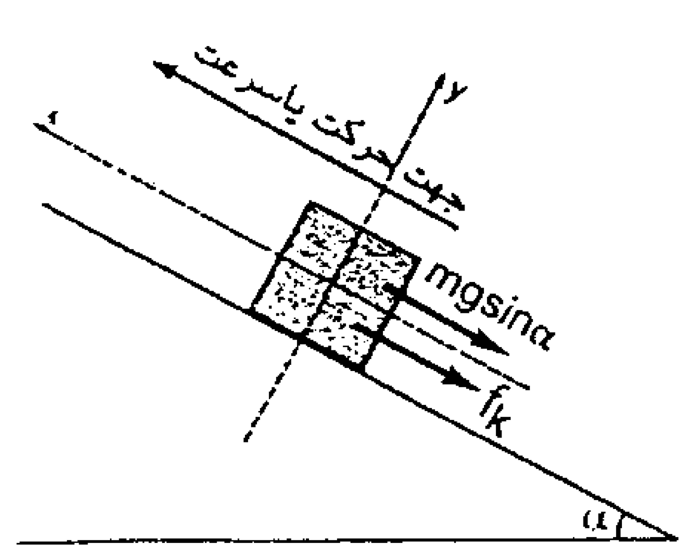
$$m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2} + ... = m_1\vec{V_1'} + m_2\vec{V_2'} + ...$$

درس

در نظر بگیر جسمی را با سرعت اولیه ی V_0 روی سطح شیبداری به طرف بالای سطح پرتاب می‌کنیم. همان طور که می‌دانید شتاب این حرکت کند شونده برابر است با :

(جهت حرکت جسم را مثبت در نظر گرفته‌ایم)

$$a = -g(Sin\,\alpha + \mu_k Cos\,\alpha)$$

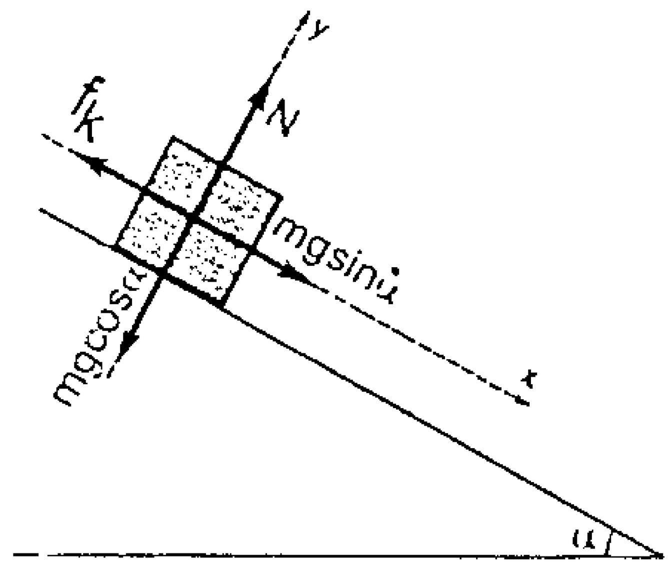


این جسم تا زمانی روی سطح بالا می‌رود که سرعت آن صفر شود، اکنون با استفاده از معادله ی سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم مدت زمان این حرکت کند شونده را به دست آوریم.

$$V = at + V_0 \xrightarrow{V=0} t = \frac{-V_0}{a} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)}}$$

و با استفاده از معادله ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم بزرگی جابجایی یا مسافتی را که جسم روی سطح بالا می‌رود به دست آوریم:

$$V^2 - V_0^2 = 2a\,\Delta x \xrightarrow{V=0} \Delta x = \frac{-V_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{V_0^2}{2g\,(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)}}$$



بعد از توقف جسم، اگر زاویه ی سطح شیبدار با افق بیش‌تر از α_s باشد، جسم به طرف پایین سطح باز می‌گردد، که بزرگی شتاب جسم در این حالت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید: (جهت حرکت جسم را مثبت در نظر گرفته‌ایم)

$$a = g\,(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)$$

اکنون با توجه به اینکه بزرگی جابجایی جسم در بازگشت به مکان اولیه‌اش با بزرگی جابجایی آن در موقع بالا رفتن، برابر است با استفاده از معادله‌ی جابجایی - زمان می‌توانیم زمان حرکت جسم را از لحظه‌ی توقف در بالای سطح تا رسیدن به مکان اولیه‌اش به دست آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \xrightarrow{V_0=0} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a}} \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{V_0}{g\sqrt{(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)}}}$$

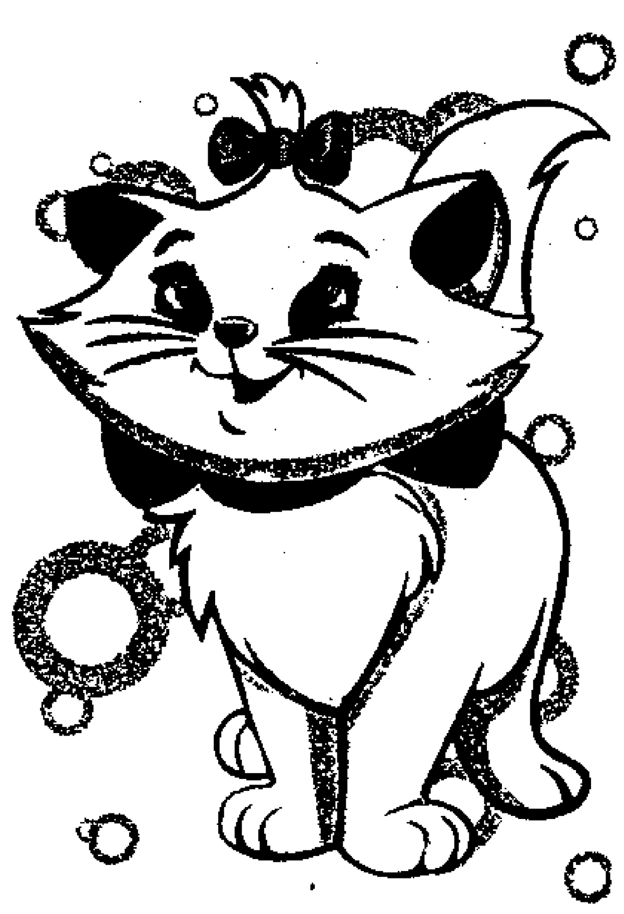
و با استفاده از معادله ی مستقل از زمان می‌توانیم بزرگی سرعت جسم را در لحظه ی برگشت به مکان اولیه‌اش به دست آوریم :

$$V^2 - V_0^2 = 2a\,\Delta x \xrightarrow{V_0=0} V = \sqrt{2a\,\Delta x} \Rightarrow \boxed{V = V_0\sqrt{\frac{\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha}{\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha}}}$$

نتیجه :

چون در هنگام بالا رفتن جسم بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم بیش‌تر از هنگام پایین آمدن است پس بزرگی شتاب حرکت در هنگام بالا رفتن بیش‌تر از هنگام پایین آمدن است و چون بزرگی جابجایی در هر دو حالت (بالا رفتن و پایین آمدن) یکسان است می‌توان گفت: $t_2 > t_1$, $V < V_0$ است (چرا؟)

مانند حرکت یک جسم در راستای قائم در هوا که می‌توان نشان داد هنگام بالا رفتن بزرگی شتاب متوسط بیش‌تر از هنگام پایین آمدن است و در نتیجه مدت زمان بالا رفتن کم‌تر از مدت زمان پایین آمدن می‌باشد.



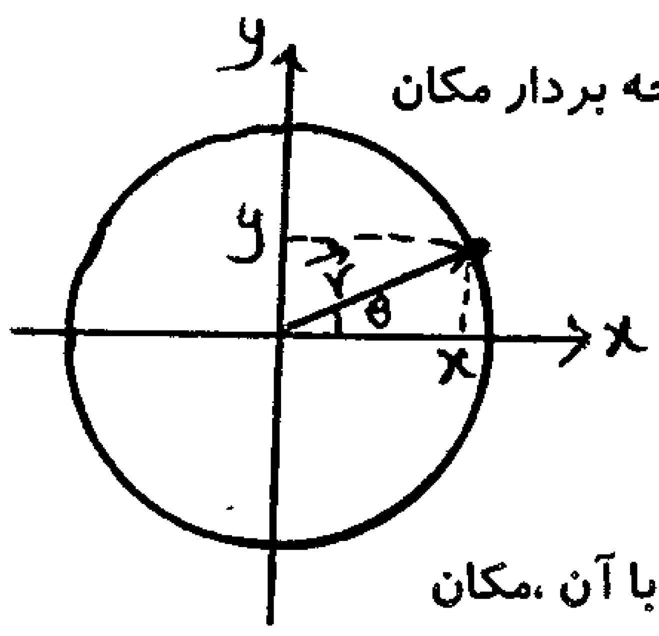
حرکت دایره ای:

۱) حرکت دایره ای: هر وقت مسیر حرکت جسم، دایره یا قسمتی از محیط یک دایره باشد، آنرا حرکت دایره ای گویند.

۲) دایره ای یکنواخت: اگر در یک حرکت دایره ای، سرعت خطی (اندازه ی سرعت جسم) ثابت باشد، آنرا حرکت حرکت دایره یکنواخت گویند.

در این حرکت جهت بردار سرعت که مماس بر مسیر حرکت است، مرتبا تغییر می کند و این حرکت یک شتابدار است.

این حرکت به هیچ وجه یک حرکت با سرعت ثابت محسوب نمی شه، چون حرکت سرعت ثابت حتما روی خط راست انجام میشه.



۳) مکان زاویه ای (θ): برای بررسی راحتر این حرکت محورهای مختصات را از مرکز دایره می گذرانیم. در نتیجه بردار مکان جسم همواره از مرکز به محیط دایره کشیده می شود.

به زاویه ی بین بردار مکان و جهت مثبت محور x ها ، مکان زاویه ای گویند.

این کمیت از جنس زاویه است، پس واحد ان رادیان (rad) میباشد.

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$\vec{r} = r\cos\theta\,\vec{i} + r\sin\theta\,\vec{j}$

۴) سرعت زاویه ای: وقتی که جسم روی محیط دایره حرکت می کند، مکان آن تغییر می کند، در نتیجه متناسب با آن ،مکان زاویه ای (θ) هم تغییر می کند.

* سرعت زاویه ای متوسط: به نسبت تغییرات فاز(مکان زاویه ای) به مدت زمان آن، سرعت زاویه ای متوسط گویند و واحد آن رادیان بر ثانیه (rad/s) است. $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

تغییر فاز	زمان
$\Delta\theta$	Δt
$\bar{\omega}$	1s

$\Rightarrow \bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

* سرعت زاویه ای لحظه ای: مشتق مکان زاویه ای نسبت به زمان است. $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

* در حرکت دایره ای یکنواخت، چون سرعت زاویه ای متوسط و لحظه ای برابر است(مثل سرعت ثابت در خط راست) پس معادله ی مکان زاویه ای به صورت $\theta = \omega t + \theta_0$ در می آید.

*به منظور راحت تر بودن با این مبحث می توانید از هم ارزی های روبرو استفاده کنید:

$x \sim \theta$

$V \sim \omega$

$\bar{V} \sim \bar{\omega}$

۵) دوره(T) : در حرکت دایره ای یکنواخت، جسم پس مدت زمان ثابت و مشخص به مکان اولیه اش باز می گردد. این مدت زمان را دوره گویند و واحد آن s است.

۶) بسامد(f) : تعداد دورهایی که متحرک در واحد زمان (1s) می چرخد، بسامد گویند.(لزومی ندارد بسامد عددی صحیح باشد و میتواند یک عدد اعشاری هم باشد.)

* بسامد عکس دوره است و لذا واحد آن 1/s (برثانیه) یاHz (هرتز) می باشد.

۷) رابطه ی بین بسامد و دوره و بسامد زاویه ای: اگر جسمی در مدت t ثانیه n دور بزنند، داریم:

تعداد دور	زمان (s)
n	t
1	T
f	1

$\longrightarrow \begin{cases} f = \frac{n}{t} \\ T = \frac{t}{n} \end{cases} \Rightarrow T = \frac{1}{f}$

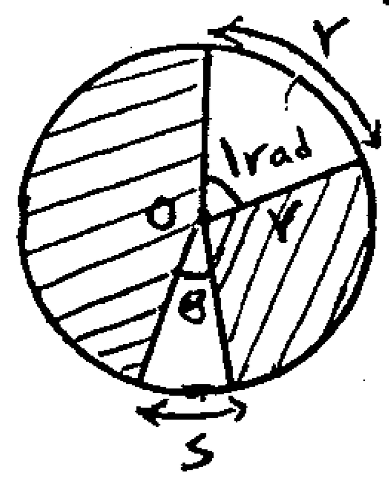
تغییر فاز	زمان
2π	T
ω	1s

$\longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

۸) سرعت خطی:

*یه کم ریاضی: یک رادیان، زاویه ی مرکزی روبرو به کمانی از دایره است که طول کمان آن برابر شعاع دایره است.

پس طول هر کمان مقابل به زاویه ی θ رادیان برابر است با: $s = r\theta$



طول کمان	زاویه (رادیان)
r	۱
S	θ

محیط یک دایره به شعاع واحد، برابر ۲π رادیان و ۳۶۰ درجه است پس داریم: $\frac{\theta}{۲\pi} = \frac{D}{۳۶۰}$

* مقدار: اگر کمان در S مدت T ثانیه طی شود، داریم: $|V| = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega$

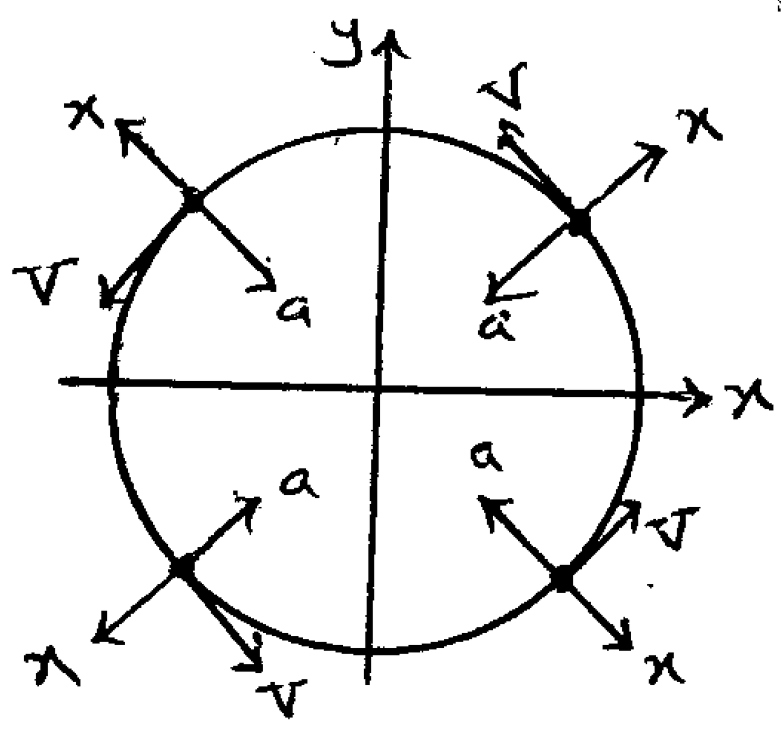
* جهت: همواره مماس بر مسیر حرکت خواهد بود.

۹)شتاب مرکز گرا:

* مقدار: $a = r\omega^۲ = V\omega = \frac{V^۲}{r}$ این سه رابطه معادل یکدیگرند و با توجه به اطلاعات مسئله میتوان از هر یک استفاده کرد.

* جهت: جهت این شتاب در حرکت دایره ای یکنواخت همواره به سمت مرکز است و به همین دلیل به آن شتاب مرکز گرا نیز می گویند.

*چون بردار مکان همواره از مرکز به سمت محیط دایره است، پس شتاب مرکز گرا همواره در خلاف جهت بردار مکان است.



۱۰) زاویه ی بین بردار مکان و سرعت و شتاب:

* زاویه ی بین سرعت و شتاب همواره $\frac{\pi}{۲}$ رادیان است و شتاب تقدم فاز دارد.

* زاویه ی بین مکان و سرعت همواره $\frac{\pi}{۲}$ رادیان است و سرعت تقدم فاز دارد.

* زاویه ی بین مکان و شتاب همواره π رادیان است و شتاب تقدم فاز دارد.

۱۱) نیروی مرکزگرا:

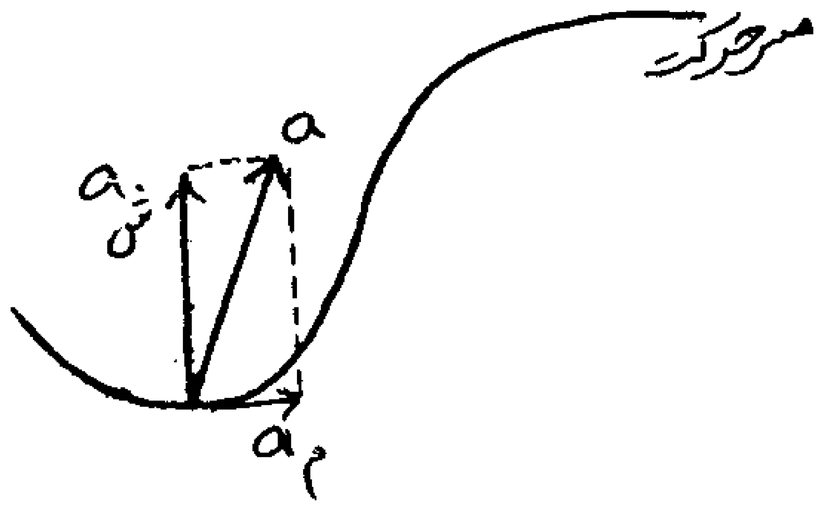
* شتاب مرکزگرا به علت نیرویی است، هم جهت با آن که به آن نیروی مرکزگرا گویند و طبق قانون دوم نیوتن داریم: $F_r = ma_r = mr\omega^۲ = mv\omega = m\frac{V^۲}{r}$

* F_r برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع است و در این نیرو به هیچ وجه یکی از نیرو های وارد بر جسم نیست.

* رابطه ی نیروی مرکز گرا با تکانه ی و بسامد زاویه ای: $P = mV, V = r\omega \Rightarrow P = mr\omega \quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m\frac{\Delta V}{\Delta t}$

۱۲) بررسی سه موضوع مهم:

اول) * شتاب را میتوان به دو راستای مماس و عمود بر مسیر حرکت تجزیه کرد. این مولفه را شتاب مماسی و شتاب شعاعی مینامیم.



*شتاب مماسی تنها مقدار سرعت را تغییر میدهد و کاری با جهت آن ندارد.

* شتاب شعاعی تنها جهت حرکت را تغییر میدهد و کاری به مقدار ندارد.

دوم) * در حرکت دایره ای یکنواخت ، مقدار سرعت ثابت است،پس شتاب مماسی نداریم، بلکه فقط شتاب شعاعی داریم که عمود بر مسیر حرکت است.

* نیروی مرکز گرا هم که هم جهت شتاب مرکزگراست عمود بر مسیر حرکت است. بنابراین کار این نیرو همواره صفر است.

* پس این نیرو نه سرعت حرکت را زیاد میکند و نه کم و باعث حرکت هم نیست. تنها وظیفه ی این نیرو، اصلاح جهت حرکت متحرک برروی مسیر دایره است.

سوم) * اگر نیروی مرکزگرا نبود جسم به حرکت خود روی خط راست ادامه میداد.(قانون اول نیوتن)

* تمایل اجسام به حرکت روی خط راست و عدم انجام حرکت دایره ای را خاصیت گریز از مرکز گویند.

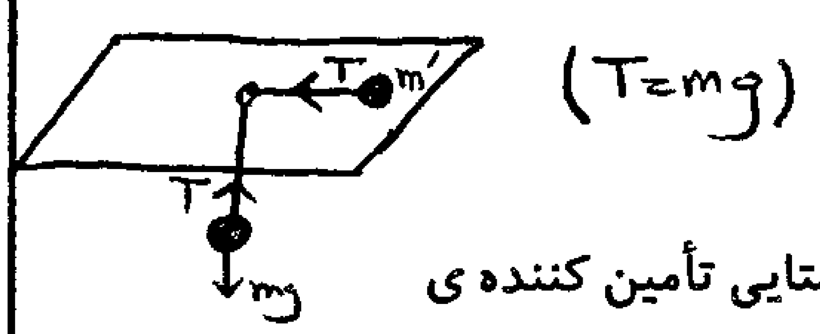
* بنابراین نیرویی به نام نیروی گریز از مرکز وجود ندارد. این فقط یک خاصیت است و بیان دیگری از قانون اسحاق.

* پس نقش نیروی مرکزگرا در حرکت دایره ای یکنواخت جلوگیری از خروج جسم از مسیر دایره ای و مقابله با خاصیت گریز از مرکز است.

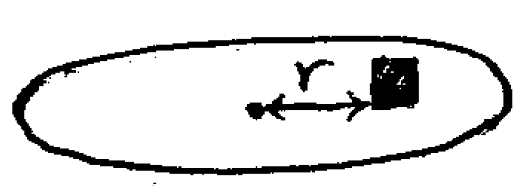
۱۳) انواع حرکت دایره ای:

۱) حرکت دایره ای در سطح افق:

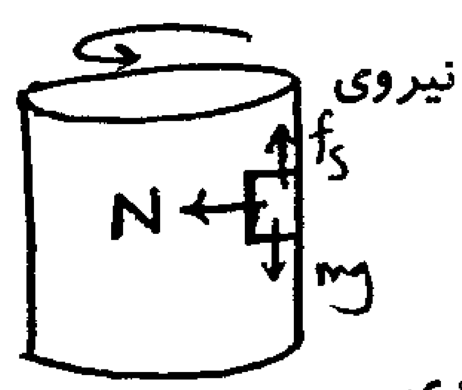
الف) گلوله ای که روی سطح افقی بدون اصطکاک متصل به طناب است← در این حالت کشش نخ تأمین کننده ی نیروی مرکز گرا است. $(F_r = T)$



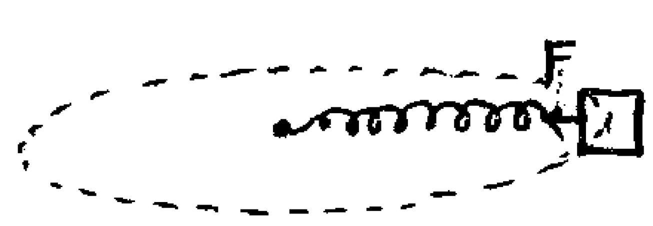
ب) سکه ای روی صفحه ی گرامافون و یا ماشینی که روی پیچ افقی جاده می گردد← نیروی اصطکاک ایستایی تأمین کننده ی نیروی مرکز گراست. $(F_r = f_s) \le f_{s\,max} \Rightarrow m\frac{V^2}{r} \le \mu_s.mg \Rightarrow V \le \sqrt{\mu_s.g.r}$



ج) ماشین لباس شویی یا در دیوار مرگ←نیروی عمودی تکیه گاه تأمین کننده ی نیروی مرکزگراست. $(F_r = N)$ و دو نیروی اصطکاک و وزن یکدیگر را خنثی می کنند: $f_s = mg$



د) گلوله ای که به فنری متصل شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک می چرخد← در این حالت نیروی فنر تأمین کننده ی نیروی مرکزگراست. $(F_r = kx)$



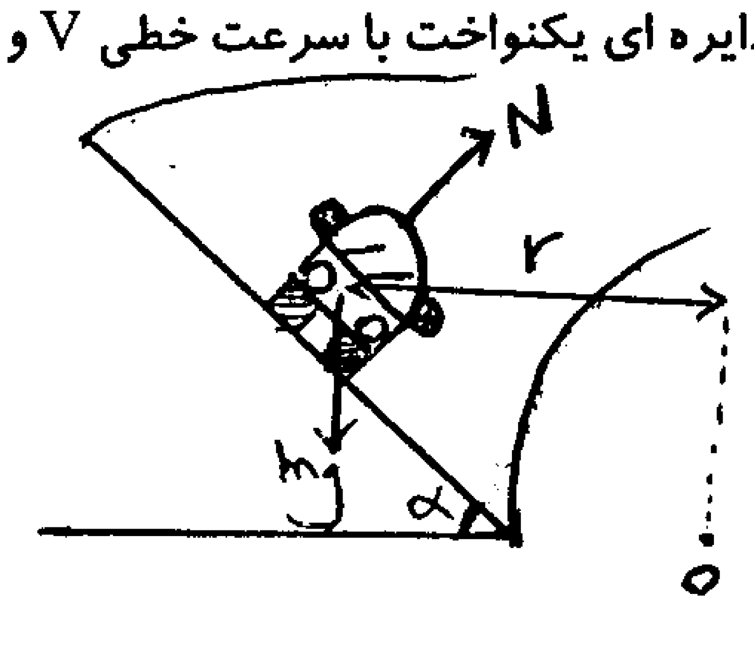
۲) شیب عرضی:

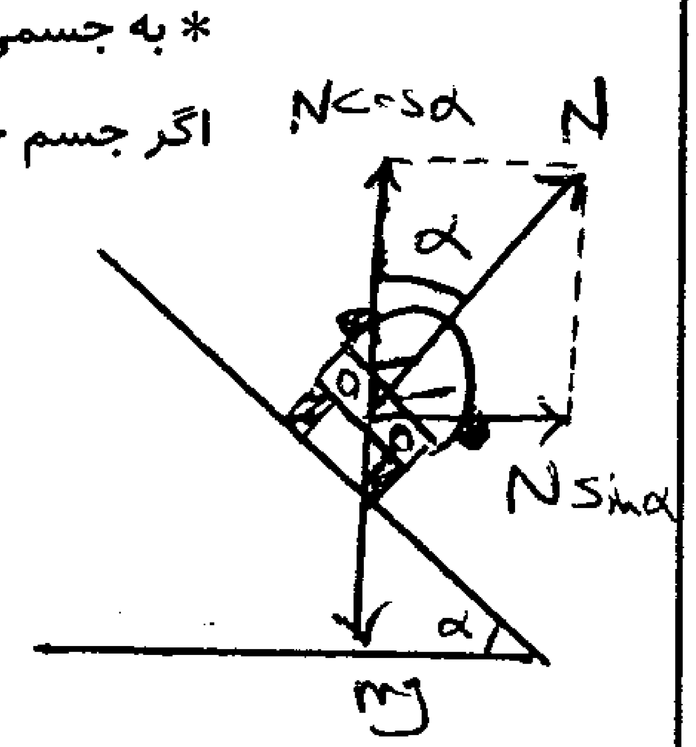
* شیبی است که در جهت عرضی به جاده می دهند به گونه ای که با افق زاویه ی α پیدا می کند، مثل پیست دوچرخه سواری یا پیچ دور برگردانها.

* به جسمی که روی جاده ای با شیب عرضی α حرکت میکند، اگر اصطکاک را در نظر نگیریم، دو نیروی N و mg وارد میشود.

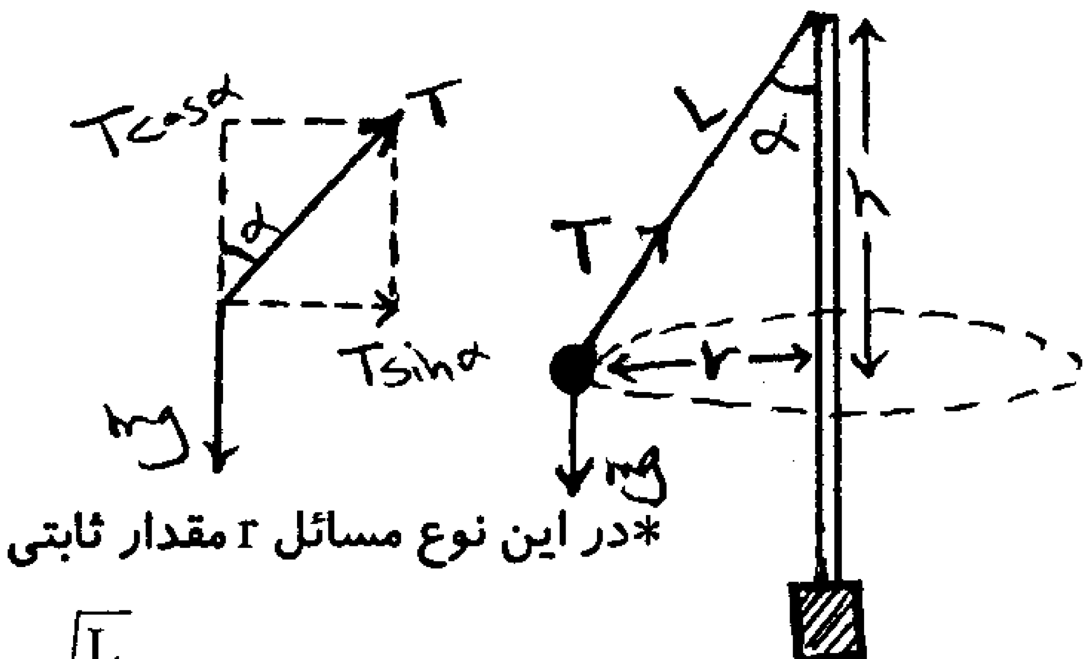
اگر جسم حرکت دایره ای یکنواخت با سرعت خطی V و شعاع r انجام دهد، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_r = N\sin\alpha = m\frac{V^2}{r} \\ N\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow tg\alpha = \frac{V^2}{rg} \Rightarrow V = \sqrt{r.g.tg\alpha}$$





۳) آونگ مخروطی: اگر گلوله ای را مطابق شکل به نخی ببندیم و آنرا به دوران در آوریم، نخ با راستای قائم زاویه ی α می سازد که در این حالت تنها دو نیروی T و mg به جسم وارد می شوند که برآیند آنها همان نیروی مرکز است و داریم:



$$\begin{cases} F_r = T\sin\alpha = m\dfrac{V^2}{r} \Rightarrow tg\alpha = \dfrac{V^2}{rg} \Rightarrow V = \sqrt{r.g.tg\alpha} \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$$

*در این نوع مسائل r مقدار ثابتی نیست بلکه تنها وابسته به α است و برای آن داریم: $r = L\sin\alpha$

*دوره تناوب آونگ:

$$\begin{cases} T\sin\alpha = mr\omega^2 \\ T\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow T\sin\alpha = m(L\sin\alpha)\omega^2 \Rightarrow \frac{mg}{\cos\alpha} = mL\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

۴) حرکت ماهواره ها:

*ماهواره ها اجسامی هستند که به دور زمین (یا هر سیاره ی دیگری) حرکت دایره ای یکنواخت انجام میدهد و نیروی مرکز گرا در حرکت آنها ، همان نیروی گرانش آنهاست.

*برای سرعت و بسامد زاویه ای آنها داریم:

$$F_r = F \rightarrow \frac{mV^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}, \omega = \sqrt{\frac{GM_e}{r^3}}$$

*بنابراین سرعت و سرعت زاویه ای هر ماهواره ای در هر مداری به شعاع $(r = R_e + h)$ مشخص، مقداری مشخص است و این ربطی به جرم ماهواره و یا فاکتورهای دیگر ندارد و کافیست شعاع مدار ماهواره ای را بدانیم تا سرعت و بسامد زاویه ای آن تعیین کنیم.

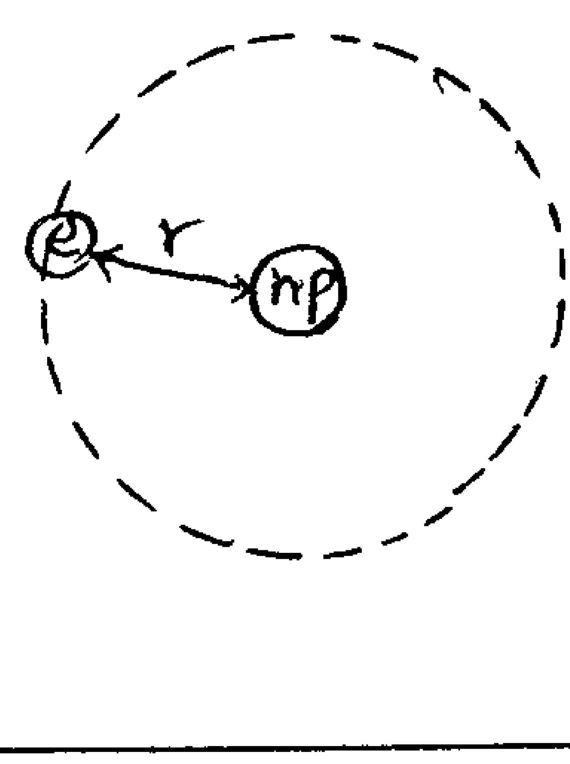
*هرجسم دیگری نیز میتواند با هر جرم دلخواهی در مدار بچرخد به شرط آنکه سرعت و سرعت زاویه ای لازم را داشته باشد.

*چون سرعت حرکت همه ی اجسامی که روی یک مدار هستند یکسان است، پس اجسامی که در کنار هم روی یک مدار حرکت می کنند نسبت به هم ساکن اند.

*تذکر مهم: حالت بی وزنی حالتی است که در ان اجسامی که کنار هم هستند به هم نیرو وارد نکنند (نه اینکه نیروی وزن به انها وارد نشود.

پس تمامی اجسامی که با هم روی یک مدار چرخش می کنند به هم نیرو وارد نمی کنند و تنها به انها نیروی گرانش همان جسم وارد می شود و این اجسام در حالت بی وزنی هستند.

۵) حرکت الکترونها به دور هسته: در این حالت نیروی الکتریکی تأمین کننده ی نیروی مرکزگراست. اگر الکترونی در فاصله ی r از هسته با n پروتون برگردد داریم: $F_r = k\dfrac{e.ne}{r^2} = m\dfrac{V^2}{r} = mr\omega^2$



۶) حرکت دایره ای در راستای قائم: اگر گلوله ای را به نخی ببندیم و در راستای قائم به حرکت در آوریم، هنگامی که گلوله روی محیط دایره بالا می آید:

*ارتفاع آن زیاد می شود پس انرژی پتانسیل گرانشی آن زیاد می شود و بالعکس.

*با صرف نظر از نیروهای اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم باید ثابت بماند، پس با افزایش انزی پتانسیل انرژی جنبشی جسم کاهش می یابد و بالعکس.

*کاهش انرژی جنبشی به معنای کاهش سرعت جسم است و بالعکس.

*در بالای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی و سرعت جسم کمینه است و بالعکس.

*با تغییر سرعت، سرعت زاویه ای نیز متناسب با آن تغییر میکند.($v=r\omega$)

* تفاوت نیروی مرکزگرای بالا و پایین $۴mg$ است.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k_۱ + U_۱ = k_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲{}_۲ = \frac{۱}{۲}mV^۲{}_۱ + ۲mg \Rightarrow \frac{mV^۲{}_۲}{r} = \frac{mV^۲{}_۱}{r} + ۴mg \Rightarrow F_۲ = F_۱ + ۴mg$$

* تفاوت نیروی کشش نخ در بالا و پائین مسیر $۶mg$ است.

$$\begin{cases} F_۱ = T_۱ + mg \Rightarrow T_۱ = F_۱ - mg \\ F_۲ = T_۲ - mg \Rightarrow T_۲ = F_۲ + mg \end{cases} \Rightarrow T_۲ - T_۱ = (F_۲ - F_۱) + ۲mg = ۶mg$$

*در این حرکت سرعت خطی مرتبا تغییر می کند و این به معنی آن است که جسم مؤلفه ی مماسی نیز دارد.

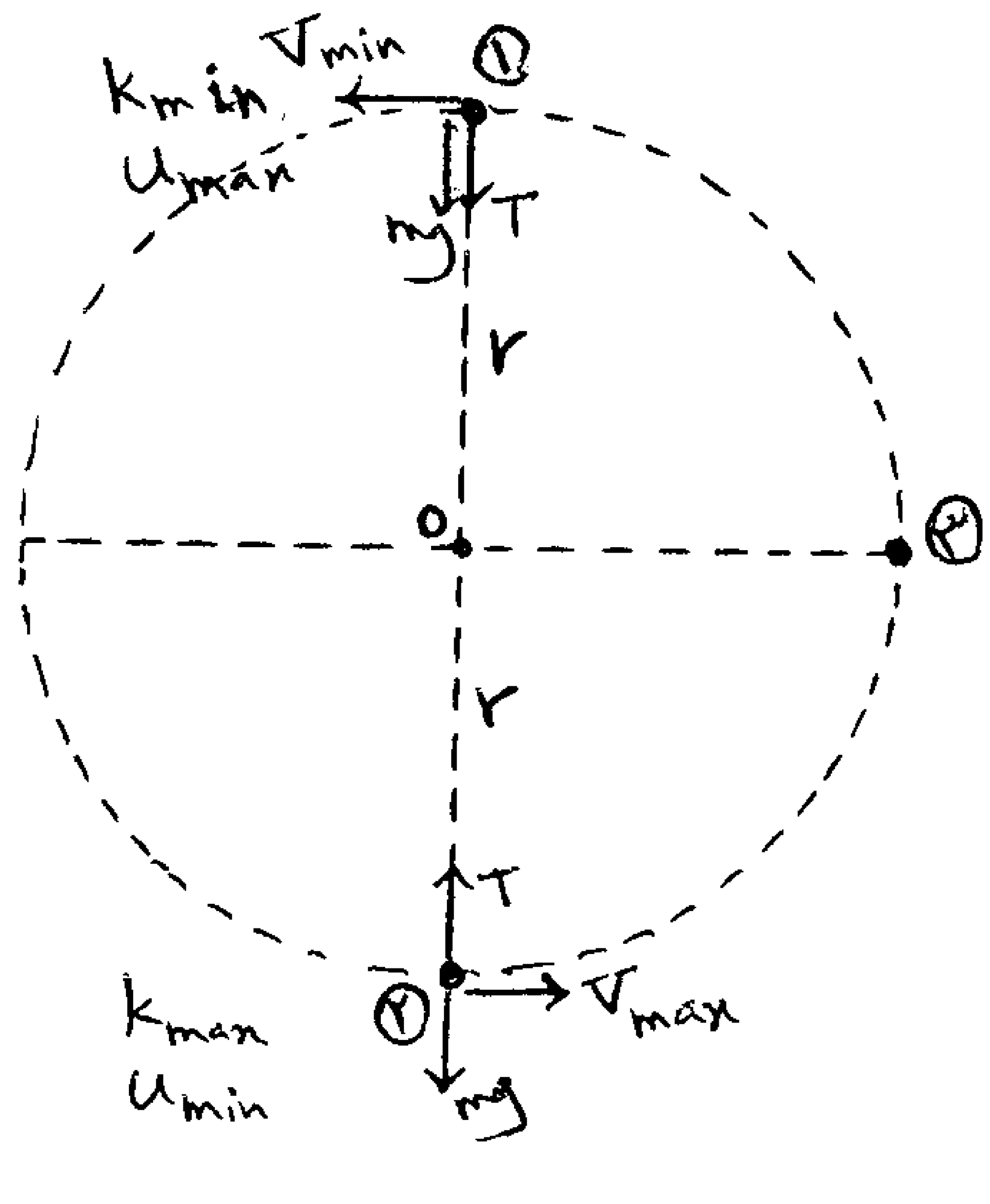
ودر حالت کلی داریم:

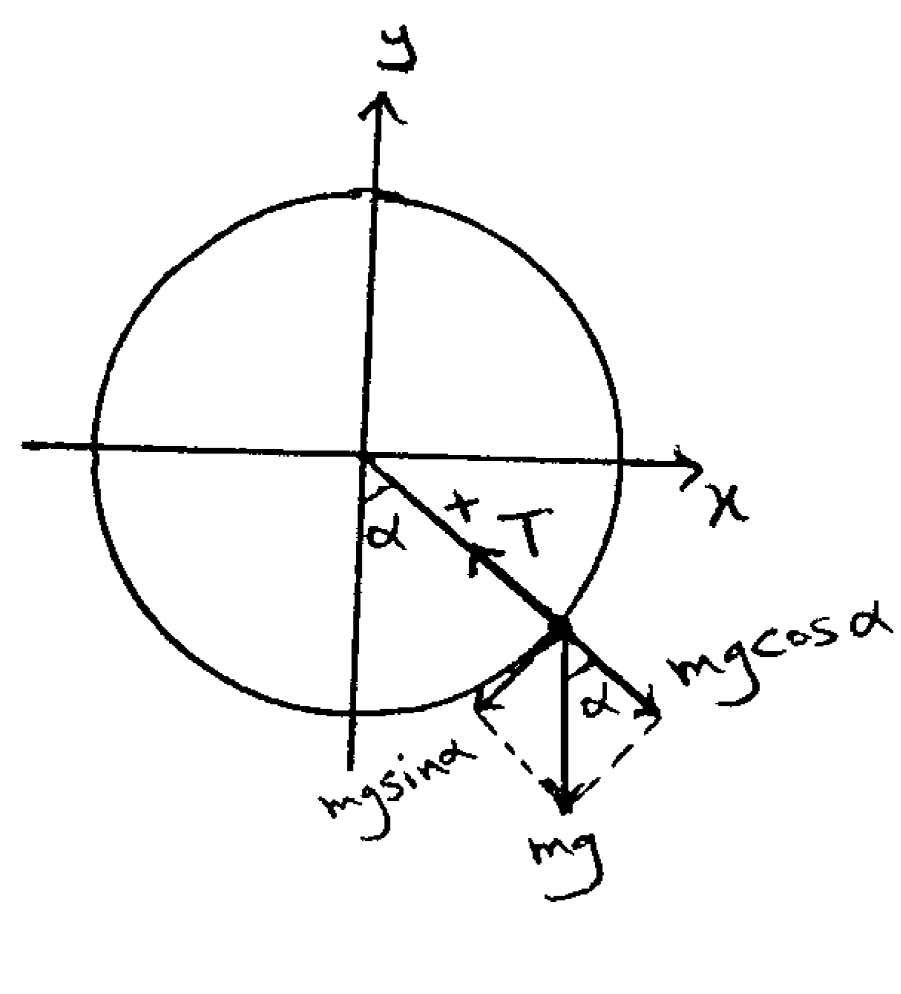
سرعت از روابط کار وانرژی باید محاسبه شود.

$$\begin{cases} F_r = T - mg\cos\alpha = m\frac{V^۲}{r} \\ F_m = mg\sin\alpha \Rightarrow a_m = g\sin\alpha \end{cases}$$

* میتوان نقطه ی ۳ را هم مورد بررسی قرار داد:

$$\begin{cases} F_۳ = T_۳ = m\frac{V_۳{}^۲}{r} \\ E_۳ = \frac{۱}{۲}mV_۳{}^۲ + mgr \end{cases}$$





نوسان:

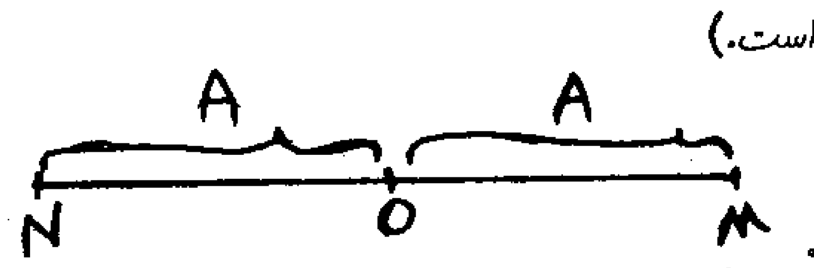
۱) حرکت نوسانی (دوره ای):حرکتی است که درآن متحرک پس از مدت زمانی مشخص به وضعیت اولیه برمی گردد و حرکت قبل را عینا تکرار می کند.

۲) حرکت نوسانی ساده: نوعی حرکت نوسانی است که دارای ۳ ویژگی است:

۱. مسیر حرکت متحرک یک خط راست است.
۲. نقطه ی تعادل دقیقا وسط این پاره خط است (نقطه ی تعادل جایی است که در آن برآیند نیروهای وارد بر نوسانگر صفر است.)
۳. علت بازگشت جسم به نقطه ی تعادل ،نیروی بازگرداننده است.

* این نیرو همواره به سمت مرکز تعادل است و اندازه ی آن با فاصله ی متحرک از مبدأ تعادل (بعد نوسانگر) متناسب است. $|F|=kx$ (قانون هوک).

۳) دامنه: اگر نوسانگر روی پاره خط MN در حال نوسان باشد، نقطه ی تعادل (O) وسط این پاره خط خواهد بود. به فاصله ی نقطه تعادل (O)تا هر یک از دو سر مسیر(نقطه ی M یا N) یک دامنه گویند.(دامنه نصف طول مسیر حرکت است.)



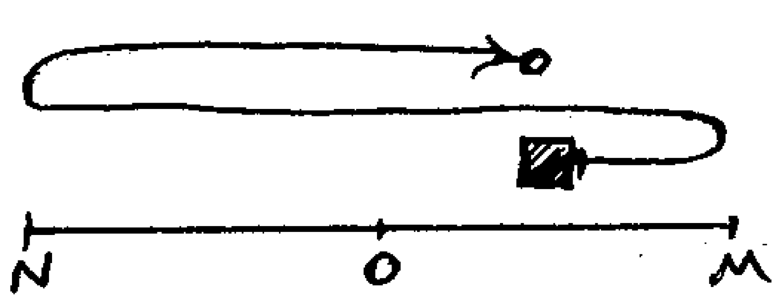
۴) نوسان کامل: هر گاه نوسانگر دوباره به شرایط اولیه برگردد یک نوسان کامل انجام داده است.

در این صورت تمامی کمیت های نوسانگر (مثل مکانفسرعت و شتاب و انرژی جنبشی و پتانسیل)دوباره همان مقادیر اولیه خواهد بود.

*البته نیازی نیست شما تمامی موارد بالارا چک کنید.فقط کافیست نوسانگر به مکان اولیه برگشته و جهت حرکت آن همان جهت اولیه باشد.

*در این حالت نوسانگر دوباره طول مسیر نوسان را طی می کند و مسافتی برابر۴A را طی می کند.(مهم نیست که از کجا شروع به حرکت کرده)

*در نوسان کامل ، نوسانگر از هر نقطه از مسیر دو بار عبور می کند.



۵) دوره(T) : مدت زمانی است که طول می کشد تا نوسانگر یک نوسان کامل انجام دهد و واحد آن s است.

*در یک نوسان ساده، T مقدار مشخص و ثابتی است و ربطی به نقطه ی شروع نوسان ندارد.

۶) بسامد(f) : به تعداد نوسان هایی که نوسانگر در یک ثانیه انجام می دهد بسامد گویند و واحد آن $\frac{1}{s}$ یا Hz هرتز است.

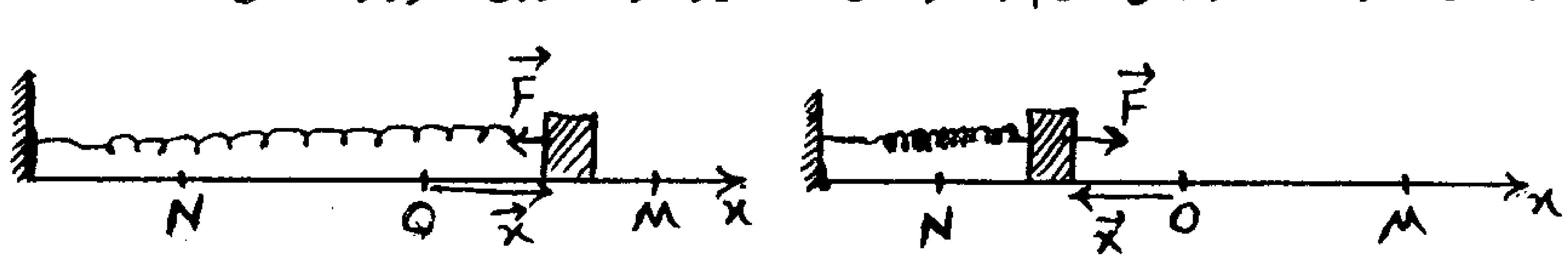
* هر چه T بزرگتر باشدنوسان بیشتر طول می کشد پس f کمتر خواهد بود.

زمان	T	1s
نوسان	1	f

$\Rightarrow f=\frac{1}{T}$

۷) دستگاه وزنه-فنر: از یک جسم متصل به فنر تشکیل شده است، که برای تحلیل راحتتر یک حرکت نوسانی ساده استفاده میشود.

* برای این کار آنرا روی محور x ها قرار می دهیم. به گونه ای که مسیر حرکت روی محور و نقطه ی تعادل روی مبدأ محور قرار می گیرد.



۸) بررسی کمیت ها در وزنه-فنر:

* مکان (بعد) نوسانگر: اگر نوسانگر در سمت راست مبدأ (O) قرار داشته باشد (بین O و M) x مثبت است.

اگر نوسانگر در سمت چپ مبدأ (O) قرار داشته باشد (بین O و N) x منفی است.

*** نیروی وارد بر نوسانگر (نیروی بازگرداننده):**

اگر نوسانگر روی نقطه ی تعادل باشد (x=0) ، فنر طول عادی خود را دارد.($|F| = kx = 0$)

اگر نوسانگر در انتهای مسیر باشد (x=A) ، فنر بیشترین کشیدگی یا فشردگی را دارد و نیرو بیشینه است. ($|F| = kA$)

اگر جسم سمت راست نقطه ی تعادل باشد (بین O و M) ، نیروی فنر به سمت چپ است(خلاف محور x) و بالعکس.

بنابراین F و X مختلف العلامه اند. ($\vec{F} = -k\vec{x}$)

نیروی بازگرداننده ی F بهمواره به سمت مبدأ است و می خواهد نوسانگر را به مرکز نوسان بکشد و بردار مکان همواره از مبدأ به سمت محل جسم است و این به معنی ($\vec{F}.\vec{x} \le 0$) است.

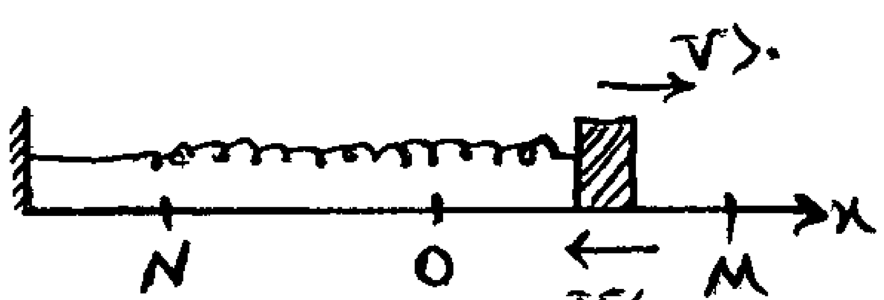
*** شتاب نوسانگر:** متناسب با نیروی فنر است ($\vec{F} = m\vec{a}$) پس : در مبدأ مکان داریم: $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$

در سمت راست نقطه ی O شتاب منفی است، چون نیرو منفی است.

در سمت چپ نقطه ی O شتاب مثبت است، چون نیرو مثبت است.

*** سرعت نوسانگر:** هنگامی که نوسانگر به سمت راست، حرکت میکند (در جهت محورx) سرعت آن مثبت و هنگامی که به سمت چپ حرکت می کند، سرعت آن منفی است.

از روی مکان جسم نمی توان به جهت سرعت آن پی برد.مثل شکل روبرو

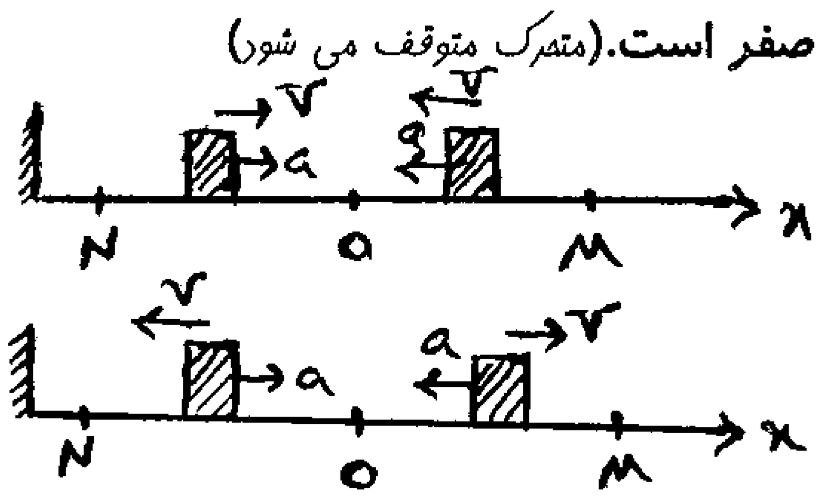


*** نوع حرکت نوسانگر:** هر چه نوسانگر به مبدأ نزدیک تر باشد، اندازه ی سرعت آن بیشتر است. و هر چه از مبدأ دورتر باشد اندازه ی سرعت آن کمتر است.

در نقطه ی تعادل، اندازه ی سرعت بیشینه و در دوسر مسیر اندازه سرعت صفر است.(متحرک متوقف می شود)

پس هر گاه به مبدأ نزدیک شویم حرکت تند شونده است. ($av > 0$)

هر گاه از مبدأ دور شویم حرکت کند شونده است. ($av < 0$)



*** انرژی های نوسانگر(وزنه فنر):**

الف) انرژی پتانسیل کشسانی : $U = \frac{1}{2}Kx^2$

در مرکز نوسان، فنر طول عادی خود را دارد. $x = 0 \Rightarrow U = 0$

در دو سر مسیر، فنر بیشترین کشیدگی یا فشردگی خود را دارد. $x = \pm A \Rightarrow U = \frac{1}{2}kA^2$

ب) انرژی جنبشی: $k = \frac{1}{2}mv^2$

در مرکز نوسان سرعت نوسانگر بیشینه است. $V = \pm V_{max} \Rightarrow k = \frac{1}{2}mV_{max}^2$

در دو سر مسیر، سرعت نوسانگر صفر است. $V = 0 \Rightarrow k = 0$

ج) انرژی مکانیکی: دستگاه وزنه-فنر در هر لحظه دارای انرژی پتانسیل و جنبشی است، که به مجموع این دو انرژی انرژی مکانیکی می گویند. ($E = K + U$)

اگر از اصطکاک و دیگر نیروهای ناپایستار، صرف نظر کنیم، کار این نیروها صفر خواهد بود و انرژی مکانیکی ثابت می ماند. (کار و انرژی)

چنین نوسانگری را یک نوسانگر ایده آل گویند. $\Delta E = W_f = 0 \Rightarrow E =$ ثابت

وقتی نوسانگر، نوسان می کند انرژی های جنبشی و پتانسیل آن دائما به یکدیگر تبدیل می شوند.

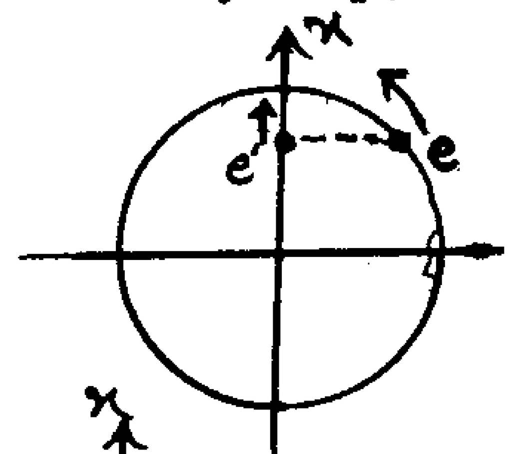
مرکز نوسان: $E = 0 + k_{max}$

$E = K + U$

در دو سر مسیر: $E = U_{max} + 0 \rightarrow E = k_{max} = U_{max}$

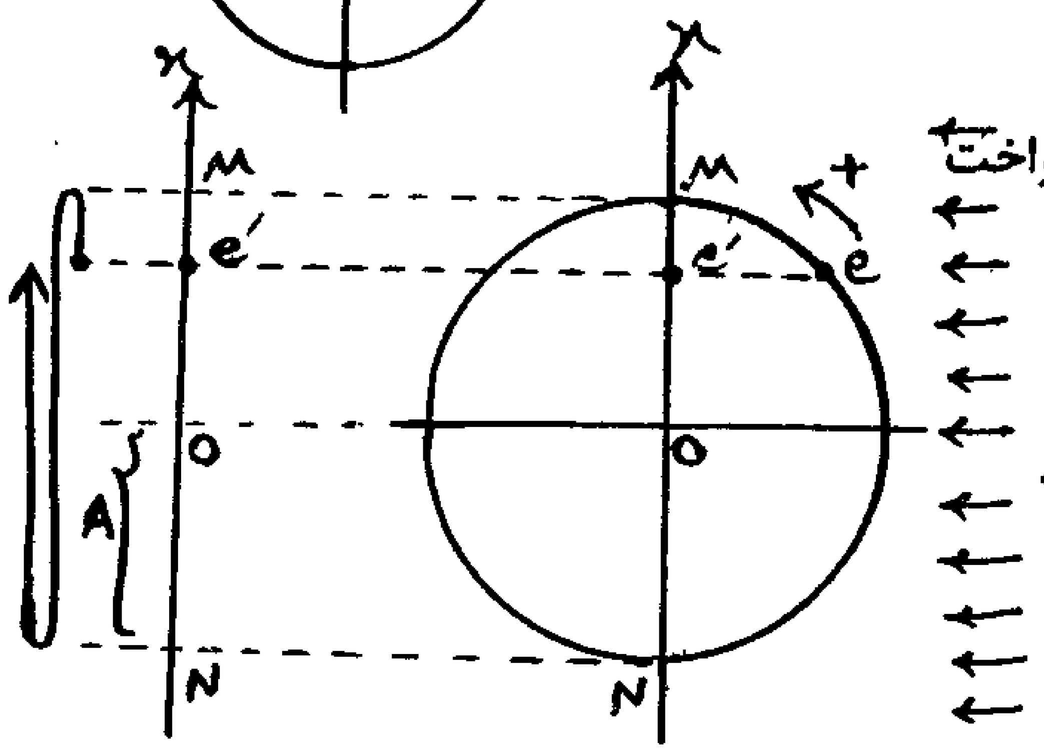
۹) دایره ی مرجع:

* اگر ذره ی e روی محیط دایره ، حرکت دایره ای یکنواخت انجام دهد، سایه (تصویر) آن روی محور عمودی (نقطه e) یک حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد.



* به ازای هر دور کامل ذره ی e ،نقطه ی e' یک نوسان کامل را انجام می دهد.

یعنی دوره ی (T) هر دو حرکت یکسان است.



*در هر لحظه با داشتن مکان ذره ی e می توان موقعیت نقطه ی e' را بدست آورد و

در واقع می توان حرکت یک نوسانگر ساده (نقطه ی e') را با یک حرکت دایره ای یکنواخت (حرکت نقطه ی e) در جهت مثبت مثلثاتی شبیه سازی کرد.

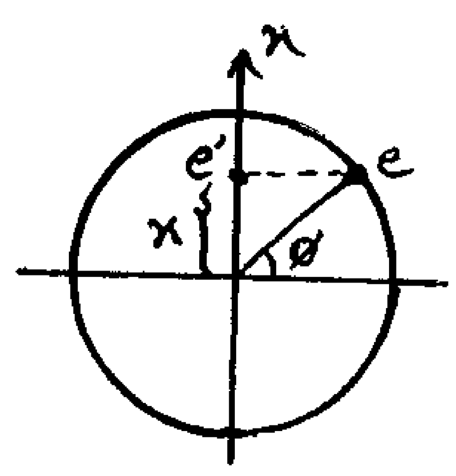
*به دایره ای که e روی آن حرکت می کند، دایره ی مرجع گویند.

مرکز این دایره بر نقطه ی تعادل منطبق است و شعاع آن A (دامنه ی حرکت) می باشد.

*مهم: چون شعاع دایره A است پس: $x = A\sin\phi$

و چون نقطه ی e حرکت دایره ای یکنواخت انجام می دهد.

فاز حرکت نیز به صورت خطی تغییر می کند: $(\phi = \omega t + \phi_0)$



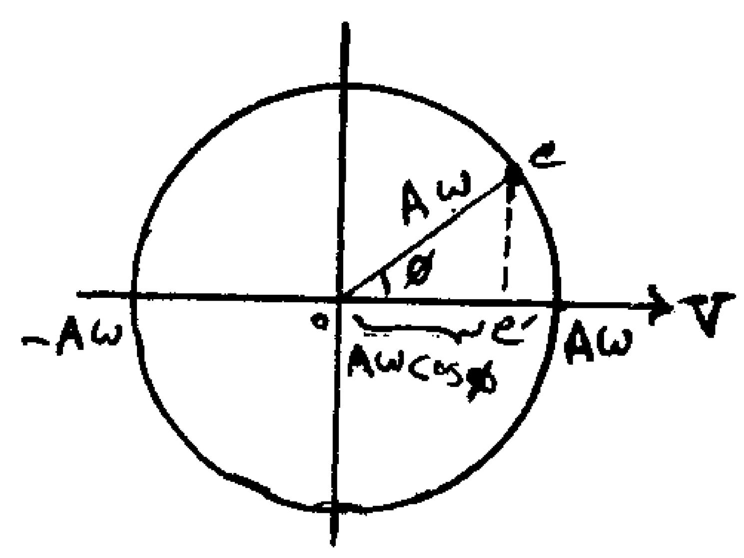
۱۰) معادلات حرکت نوسانی:

* **مکان-زمان:** $x = A\sin(\omega t + \phi_0) \rightarrow x_m = \pm A$

*سرعت-زمان: مشتق معادله مکان نسبت به زمان است. $V = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0)$

اگر شعاع دایره ی مرجع $A\omega$ باشد.آنگاه سایه ی e روی محور افقی (نقطه ی e") در هر لحظه بیانگر سرعت نوسانگر است.

پس محور افقی را محور سرعت می نامیم.



* **شتاب-زمان:** مشتق معادله ی سرعت نسبت به زمان است. $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\sin(\omega t + \phi_0)$

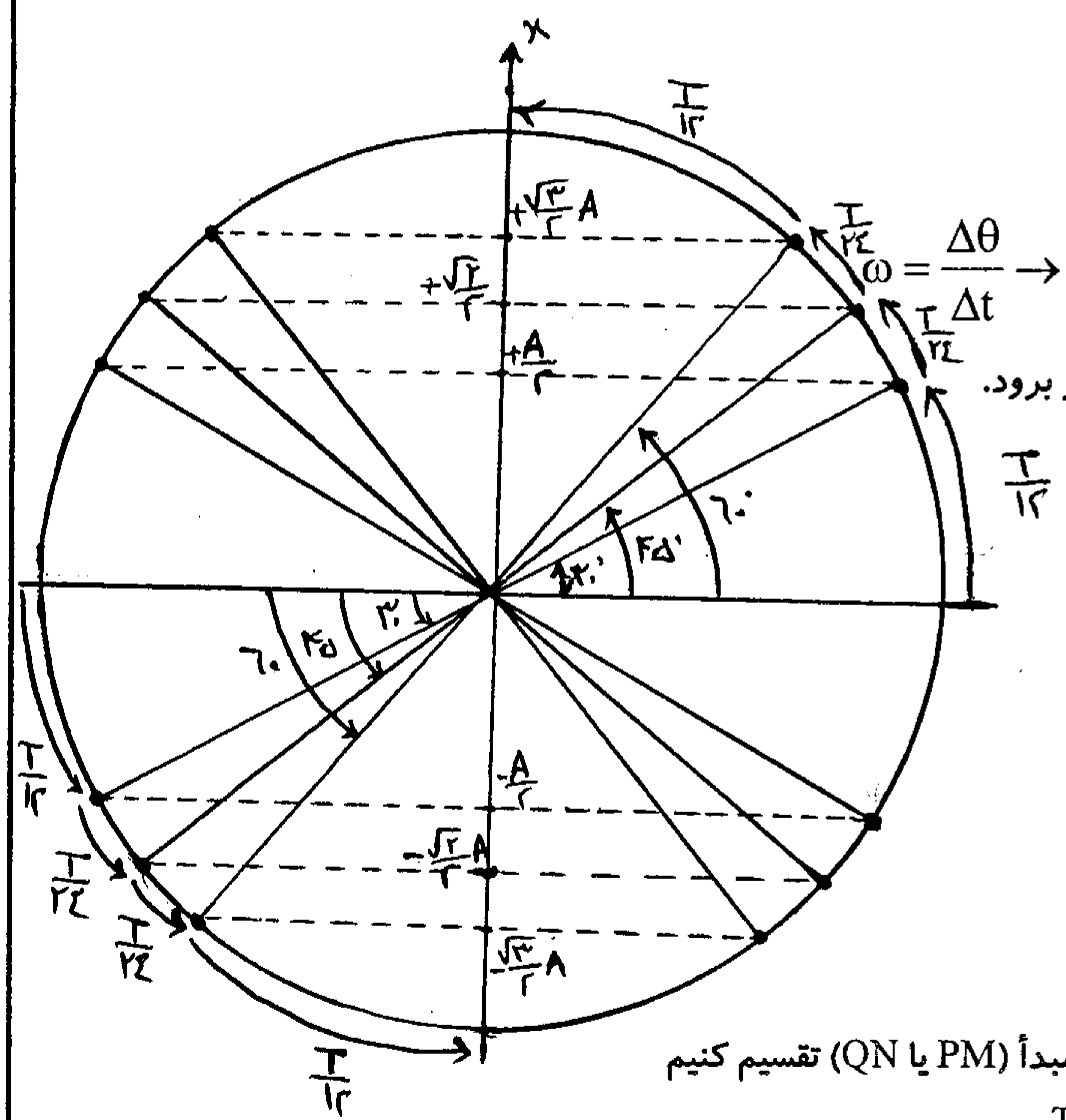
* **نیرو-زمان:** طبق قانون دوم، برآیند نیروهای وارد بر یک جسم عبارت است از:

$$F = ma = -mA\omega^2\sin(\omega t + \phi_0) \rightarrow F_{max} = \pm mA\omega^2$$

۱۱) برنامه زمانی حرکت نوسانگرها:

*در نوسانگرها، نیرو متغیر است، پس شتاب هم متغیر است و نیز سرعت هم متغیر خواهد بود.پس دلیلی ندارد که نوسانگر دربازه های زمانی یکسان مسافت های یکسان را طی کند.

* اما تغییر فاز یک نوسانگر به صورت یکنواخت انجام می شود. پس زمان انجام جابجائی های متفاوت را از روی تغییر فازشان می توان حساب کرد. $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \times T$



* نتایج:

الف) یک نوسان کامل همواره ثانیه طول می کشد و مهم نیست که نوسانگر از چه نقطه ای شروع به حرکت کند.

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\rightarrow\Delta t=\frac{\Delta\theta}{\omega}=\frac{\Delta\theta}{2\pi}\times T$$

ب) $\frac{T}{2}$ ثانیه طول می کشد تا نوسانگر از یک سر مسیر به سر دیگر برود.

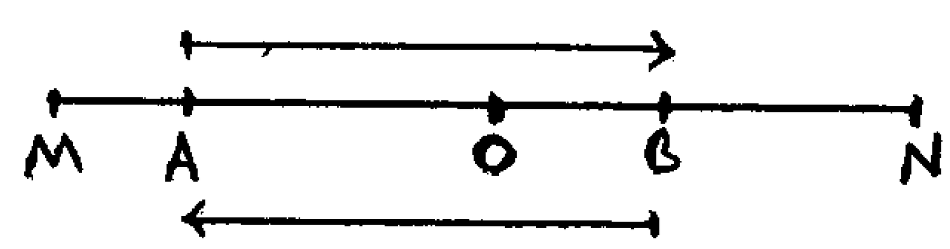
ج) زمان طی کردن یک دامنه همواره $\frac{T}{4}$ ثانیه است.

د) اگر دامنه را به دو نیمه ی نزدیک به مبدأ (OP یا OQ) و دور از مبدأ (PM یا QN) تقسیم کنیم

نیمه ی نزدیک به مبدأ را در $\frac{T}{12}$ ثانیه نیمه ی دور از مبدأ رادر $\frac{T}{6}$ طی می کند.

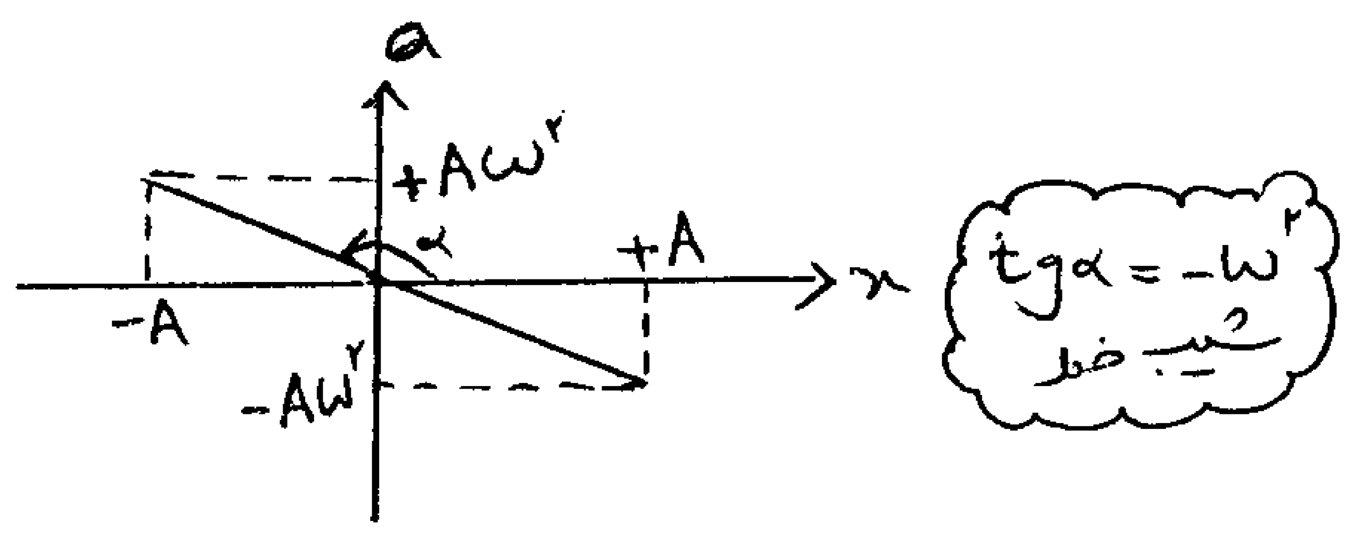
پس طی کردن نیمه ی دور ۲ برابر طی کردن نیمه ی نزدیک زمان می برد.

ه) دو نقطه ی دلخواه از مسیر را A و B می نامیم. اگر حرکت از A تا B، n ثانیه طول بکشد، حرکت از B تا A نیز n ثانیه طول خواهد کشید.



۱۲) رابطه ی بین کمیت ها و نمودار آنها :

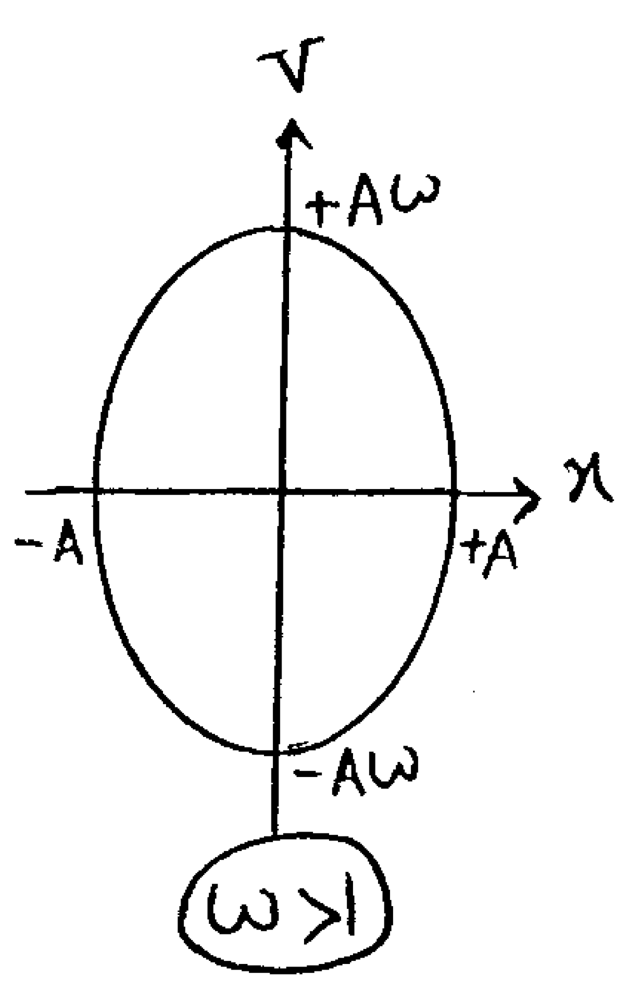
* رابطه ی مکان-شتاب:

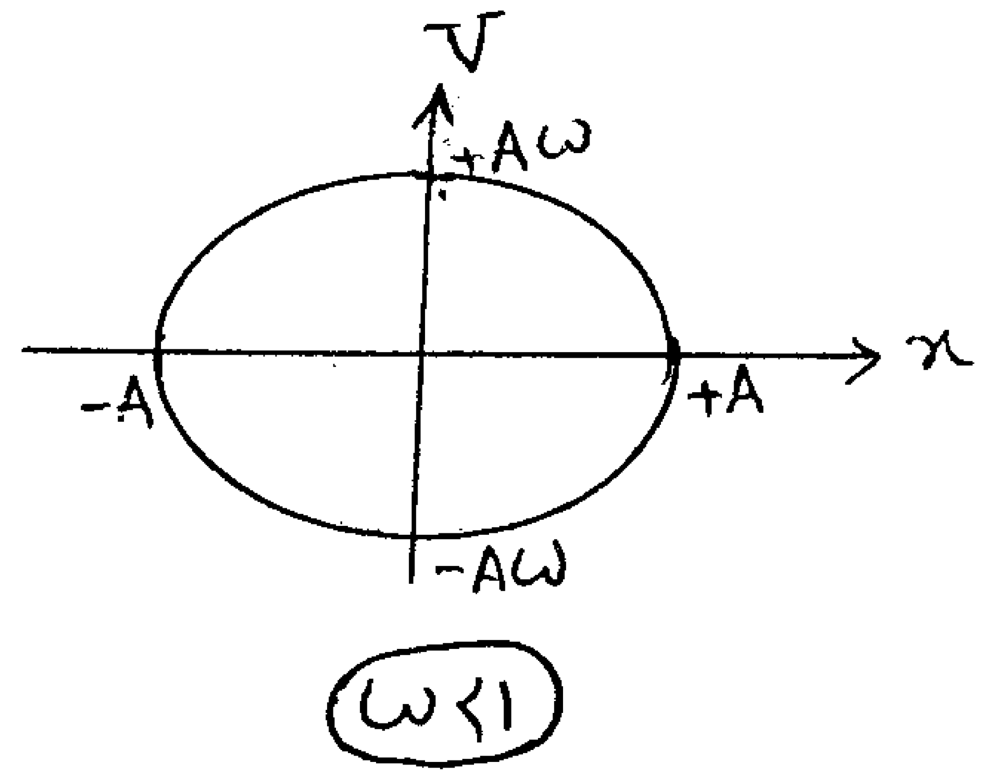


$$\begin{cases}a=-A\omega^2\sin(\omega t+\phi_0)\\ x=A\sin(\omega t+\phi_0)\end{cases}\Rightarrow\vec{a}=-\omega^2\vec{x}$$

* رابطه ی مکان-سرعت:

$$\begin{cases}x=A\sin\phi\rightarrow\frac{x}{A}=\sin\phi\\ V=A\omega\cos\phi\rightarrow\frac{V}{A\omega}=\cos\phi\end{cases}\Rightarrow\sin^2\phi+\cos^2\phi=1\Rightarrow\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(\frac{V}{A\omega}\right)^2=1\rightarrow V=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$$



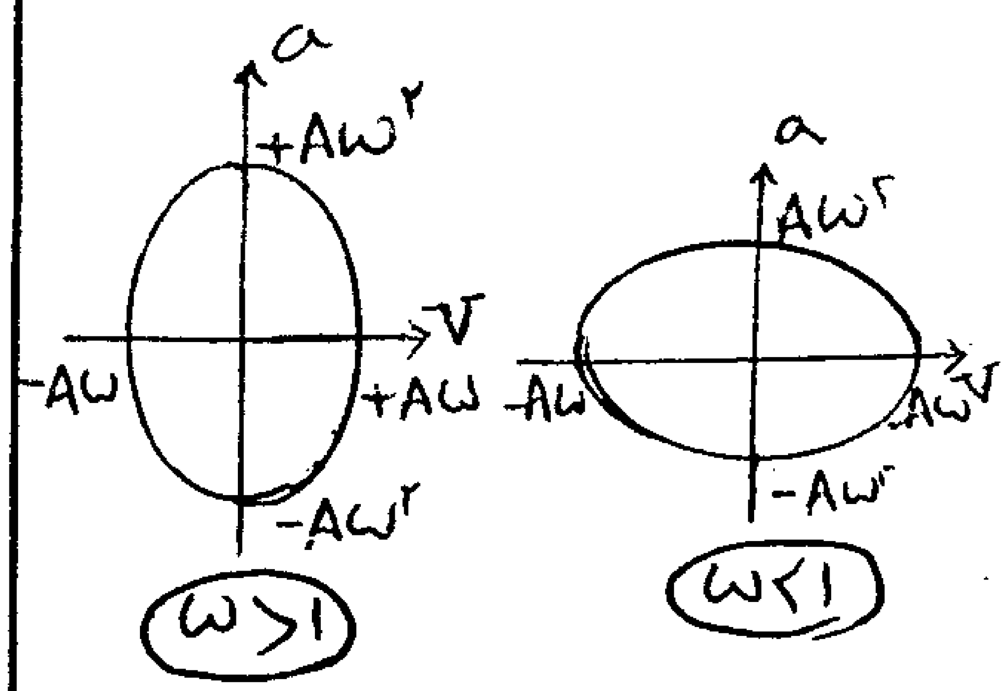


*معادله ی فوق، معادله ی یک بیضی است.

اگر $\omega=1$ شود← معادله ی دایره می شود.

اگر $\omega>1$ شود← بیضی قائم است.

اگر $\omega<1$ شود← بیضی افقی است.



*** رابطه ی سرعت-شتاب:**

$$\begin{cases} V = A\omega\cos(\phi) \rightarrow \dfrac{V}{V_{max}} = \cos\phi \\ a = -A\omega^2\sin(\phi) \rightarrow \dfrac{a}{a_{max}} = -\sin\phi \end{cases} \Rightarrow (\cos\phi)^2 + (-\sin\phi)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{V}{V_{max}}\right)^2 + \left(\frac{a}{a_{max}}\right)^2 = 1$$

***مقایسه ی نیروی نوسانگر و نیروی وزنه- فنر:**

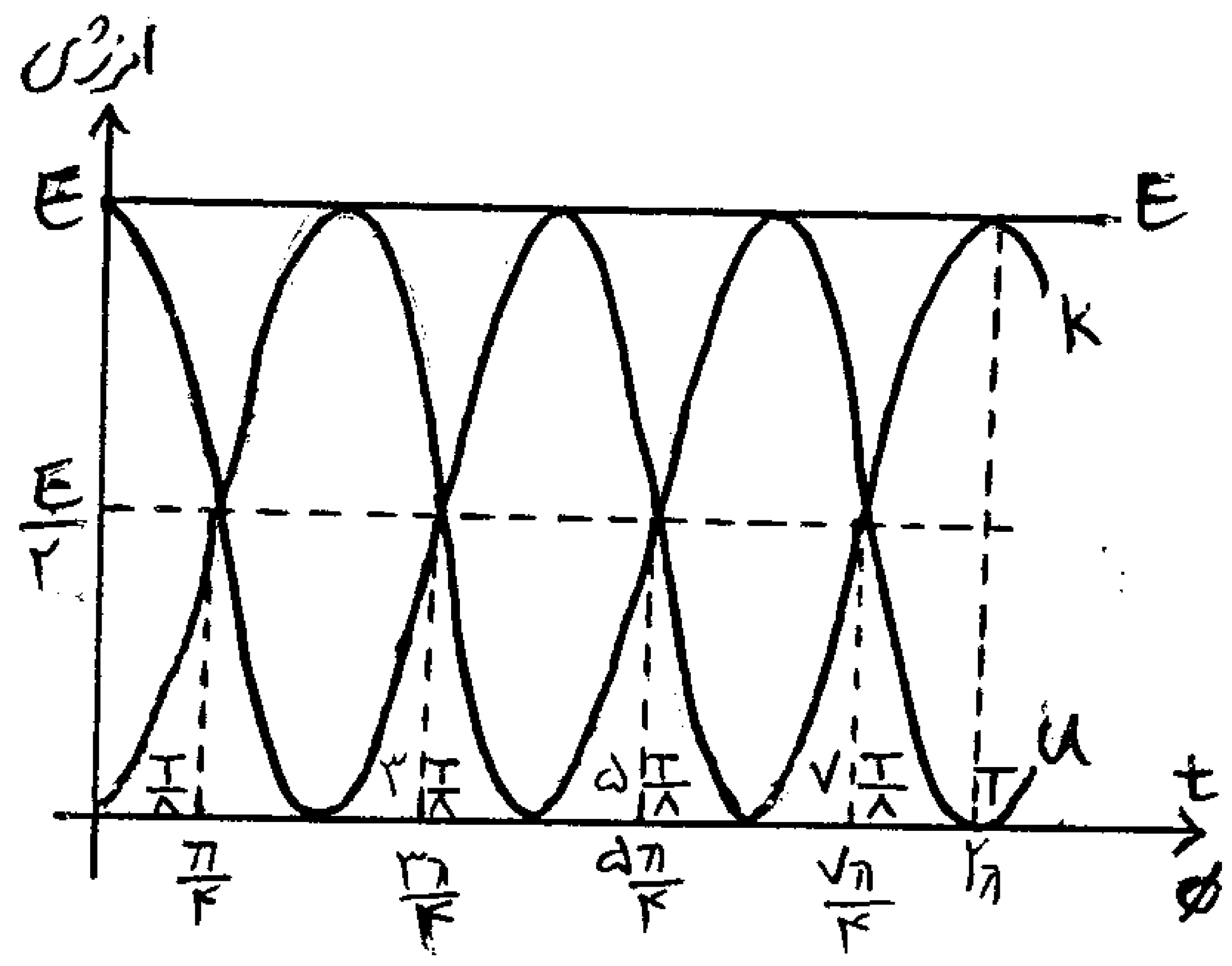
$$\begin{cases} \vec{a} = -\omega^2\vec{x} \rightarrow \vec{F} = -m\omega^2\vec{x} & \text{نیروی نوسانگر} \\ \vec{F} = -k\vec{x} & \text{نیروی وزنه فنر} \end{cases} \Rightarrow -m\omega^2\vec{x} = -k\vec{x} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

و با داشتن ω ، T و f رابدست می آوریم:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \\ f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases}$$

نتیجه ۱) ω و T و f تنها وابسته به شرایط فیزیکی نوسانگر (جرم نوسانگر و سختی فنر متصل به نوسانگر) می باشد و نحوه ی نوسان و دامنه ی نوسان تأثیری روی آن ندارد.

نتیجه ۲) نمودارهای نیرو بر حسب مکان و سرعت به صورت نمودارهای شتاب بر حسب مکان و سرعت است. فقط اینجا یک ضریب m اضافه می شود.



*** رابطه ی بین انرژی ها:**

۱. بر حسب فاز و زمان:

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\big(A\sin(\omega t + \phi_0)\big)^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\phi = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\phi \\ k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\big(A\omega\cos(\omega t + \phi_0)\big)^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\phi = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\phi \\ E = k + U = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\phi + \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2\phi = \boxed{\frac{1}{2}mA^2\omega^2 = k_{max} = U_{max}} \end{cases}$$

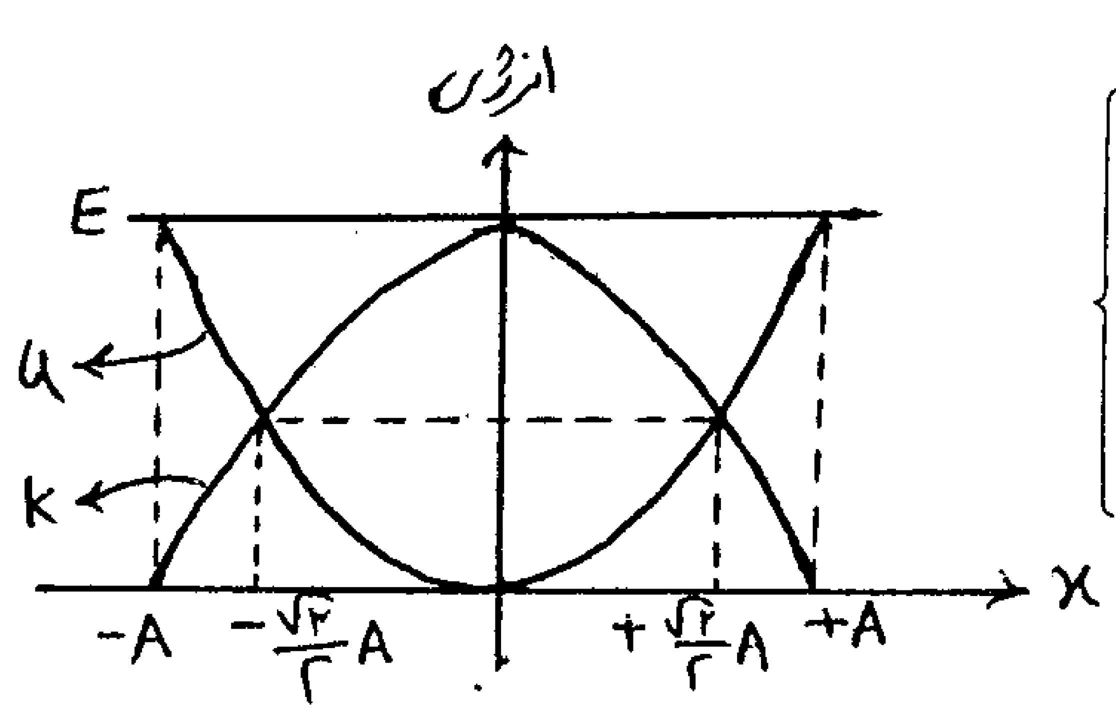
*** نسبت ها:**

$$\frac{U}{E} = \sin^2\phi = \sin^2(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{k}{E} = \cos^2\phi = \cos^2(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{U}{k} = tg^2\phi = tg^2(\omega t + \phi_0)$$

۲. بر حسب مکان:



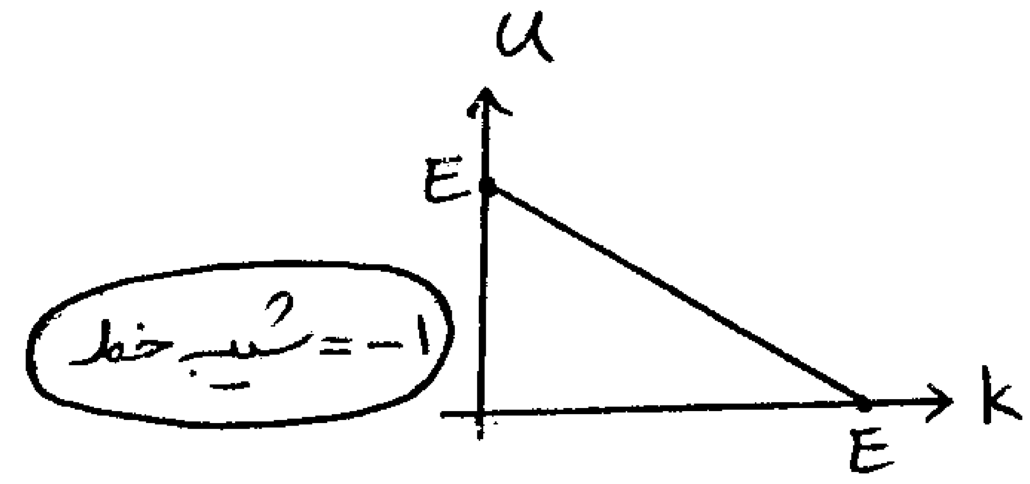
$$\begin{cases} U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \\ k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) \\ E = K + U = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2 + x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \end{cases}$$

* نسبت ها:

$$\frac{U}{E}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2}=\left(\frac{x}{A}\right)^2$$

$$\frac{k}{E}=\frac{\frac{1}{2}mV^2}{\frac{1}{2}mV_m{}^2}=1-\left(\frac{x}{A}\right)^2=\frac{A^2-x^2}{A^2}$$

$$\frac{U}{K}=\frac{\frac{U}{E}}{\frac{K}{E}}=\frac{\frac{x^2}{A^2}}{\frac{A^2-x^2}{A^2}}=\frac{x^2}{A^2-x^2}$$



۳.رابطه ی انرژی جنبشی و پتانسیل:

$U+k=E=$ ثابت $\rightarrow U=E-K$ (رابطه ی خطی)

۱۳) مقایسه ی فاز مکا ن وسرعت و شتاب:

***فاز حرکت: منظور از فاز ، کمان حالت اصلی معادلات است. پس اگر معادله ای دارند و فاز آن را خواستند، ابتدا آنرا به شکل اصلی معادلات تبدیل می کنیم و سپس فاز اعلام می نمائیم.**

***اختلاف فاز: تفاوت فاز دو حرکت را اختلاف فاز می نامند.**

اگر اختلاف فاز دو نوسانگر صفر باشد آنها همفازند.

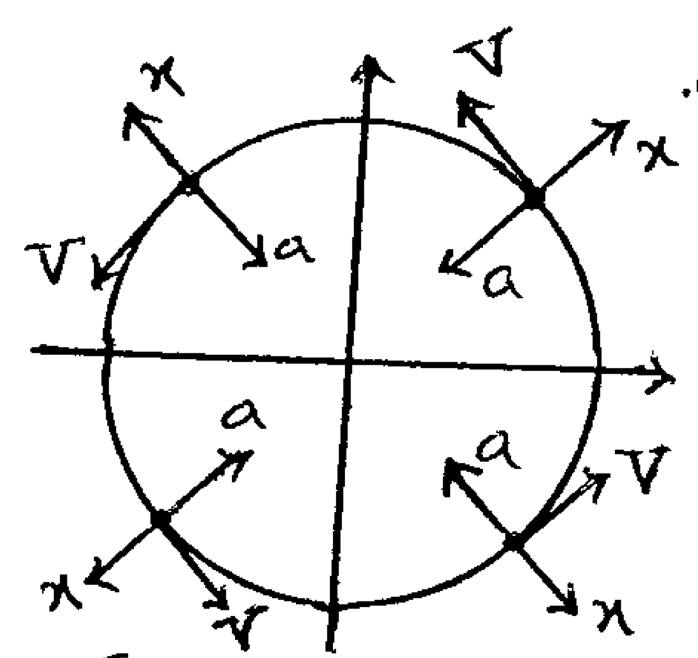
اگر اختلاف فاز آنها πrad باشد، در فاز مخالفند.

***تقدم فاز: اگر معادلات مکان و سرعت و شتاب را بر حسب sin بنویسیم داریم:**

$$x=A\sin(\omega t+\phi_.)$$

$$V=A\omega\cos(\omega t+\phi_.)\rightarrow V=A\omega\sin\left(\omega t+\phi_.+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$a=-A\omega^2\sin(\omega t+\phi_.)\rightarrow a=A\omega^2\sin(\omega t+\phi_.+\pi)$$

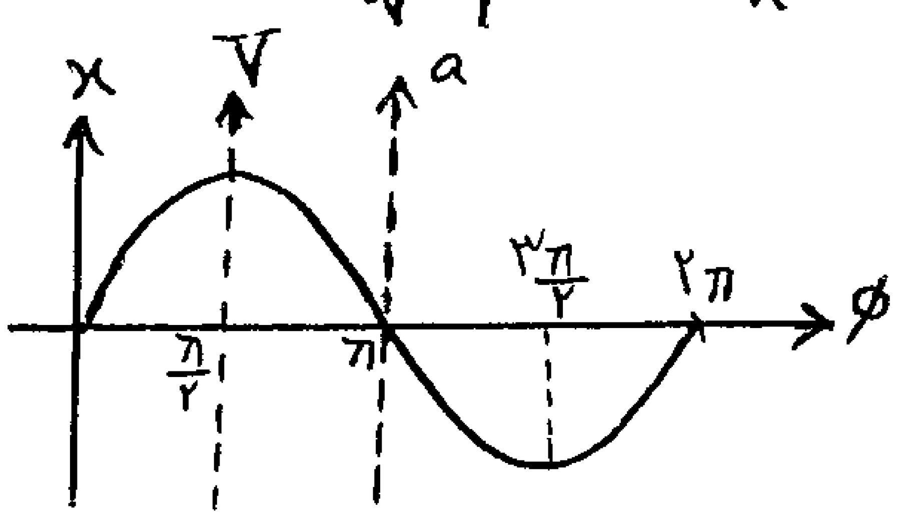


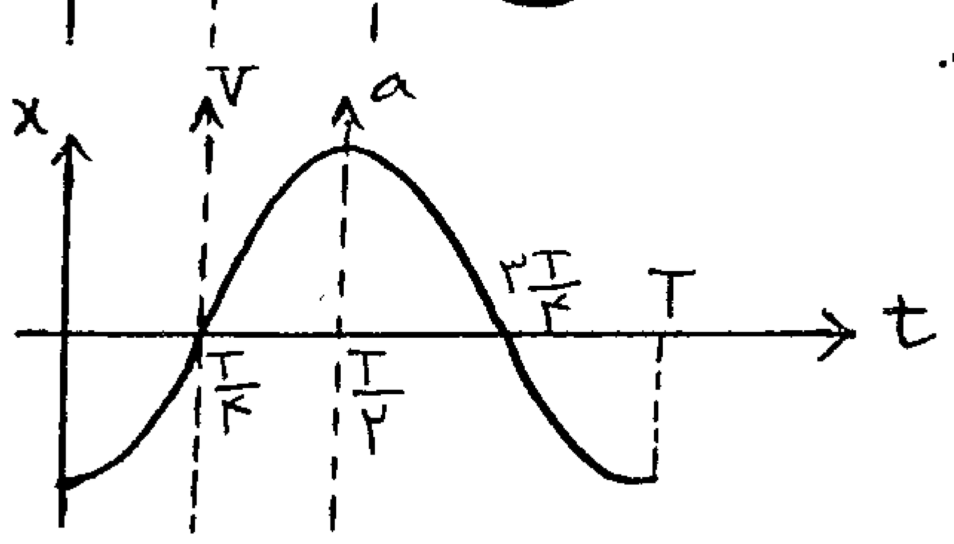
می بینیم که فاز سرعت $\frac{\pi}{2}$ بیشتر از فاز مکان و فاز شتاب $\frac{\pi}{2}$ بیشتر از فاز سرعت است.

پس: سرعت نسبت به مکان $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد.

شتاب نسبت به سرعت $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد.

شتاب نسبت به مکان π رادیان تقدم فاز دارد.





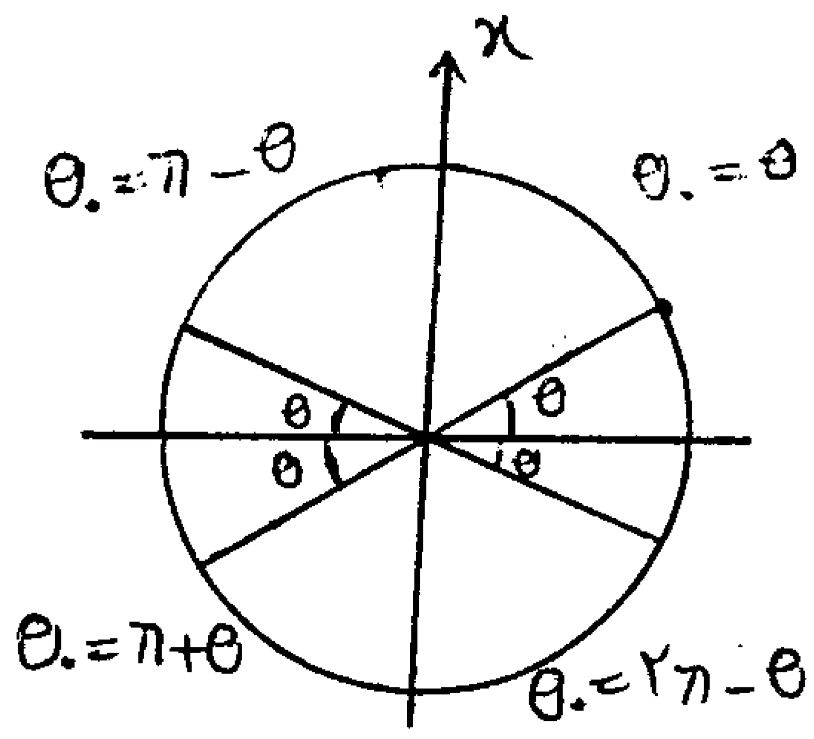
***مقایسه ی نمودارها:**

نمودار سرعت شبیه نمودار مکان است ولی به اندازه ی $\frac{\pi}{2}$rad یا $\frac{T}{4}$s به جلو کشیده شده است.

نمودار شتاب شبیه نمودار سرعت است ولی به اندازه ی $\frac{\pi}{2}$rad یا $\frac{T}{4}$s به جلو کشیده شده است.

نمودار شتاب شبیه نمودار مکان است ولی به اندازه ی πrad یا $\frac{T}{2}$s به جلو کشیده شده است.

توجه مهم: **نمودار a شبیه قرینه ی نمودار x نسبت به محور فاز یا زمان است.**



۱۴) تعیین فاز اولیه از روی نمودارها:

از روی نمودار $(x-t)$:

الف)ابتدا بعد اولیه (x_0) را نگاه می کنیم:

* اگر مثبت باشد:
  - اگر نمودار به طرف مکان max (قله) می رفت←ناحیه اول
  - اگر نمودار به سمت محور t می رفت←ناحیه دوم

*اگر منفی باشد:
  - اگر نمودار به طرف مکان min (دره) می رفت←ناحیه ی سوم
  - اگر نمودار به سمت محور t می رفت←ناحیه ی چهارم

ب) بعد از تعیین ناحیه ، مقدار زاویه با محور افقی θ را از رابطه ی $\sin\theta=\left|\frac{x_0}{A}\right|$ تعیین می کنیم و برای تعیین فاز اولیه θ_0 از دایره ی روبرو استفاده می کنیم.

از روی نمودار $(V-t)$:

الف) ابتدا سرعت اولیه (V_0) را نگاه می کنیم:

اگر مثبت بود (متحرک در جهت محور حرکت می کند):
  - اگر نمودار به طرف محور t رفت←ناحیه ی اول
  - اگر نمودار به طرف max (قله) می رفت←ناحیه ی چهارم

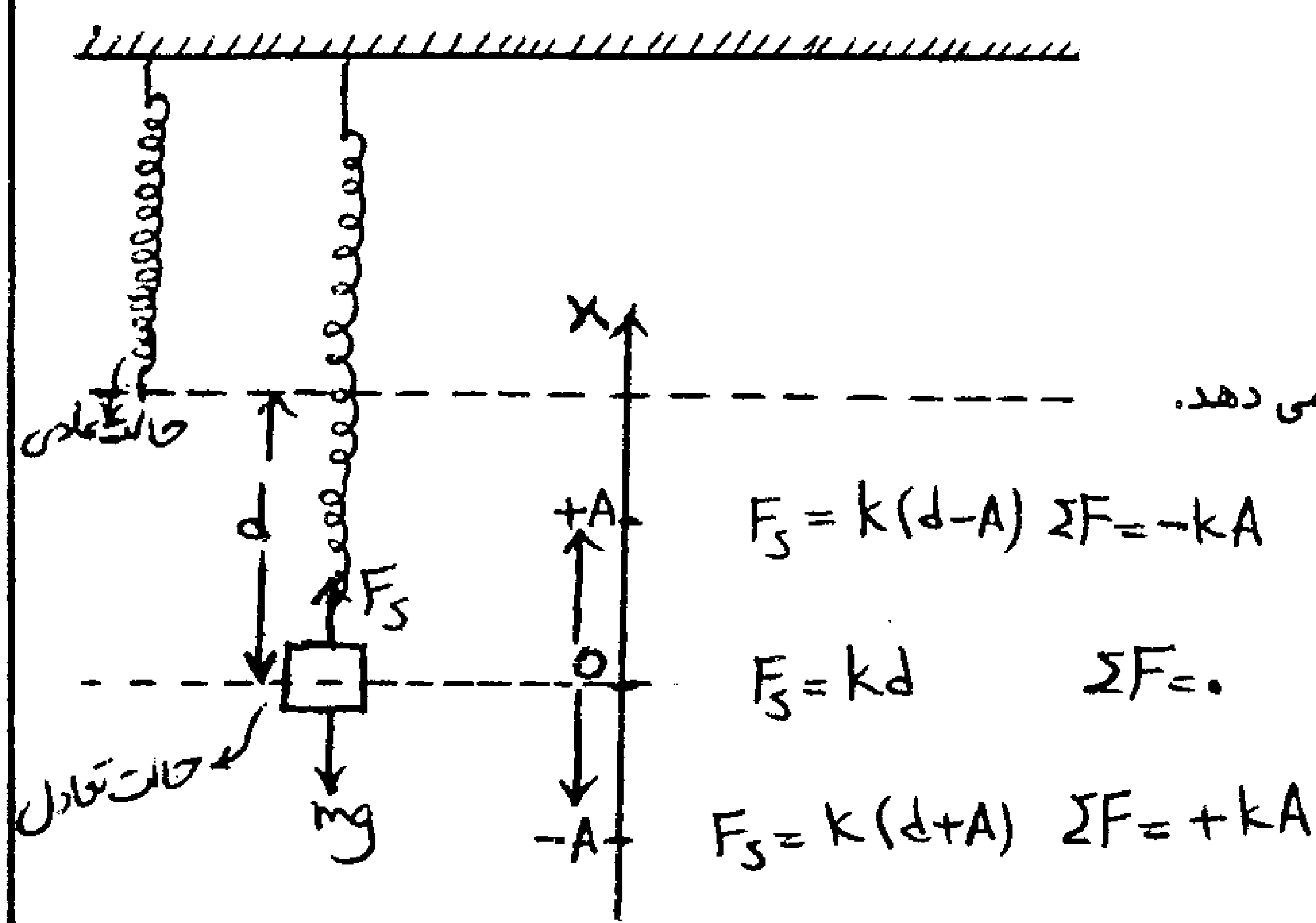
اگر منفی بود (متحرک در خلاف جهت محور t حرکت می کند):
  - اگر نمودار به طرف محور t می رفت← ناحیه ی سوم
  - اگر نمودار به طرف min (دره) می رفت← ناحیه ی دوم

ب) بعد از تعیین ناحیه ، مقدار θ را از رابطه ی $\cos\theta=\left|\frac{V}{V_{max}}\right|$ تعیین می کنیم و برای تعیین فاز اولیه θ_0 باز هم به دایره ی مرجع بالایی رجوع می کنیم.

از روی نمودار $(a-t)$:

الف) در این حالت کافیست ، قرینه ی نمودار را نسبت به محور t رسم کنید تا نمودار $(x-t)$ مربوط به حرکت مورد نظر را بدست آورید. (یادتون هست که $\vec{a}=-\omega^2\vec{x}$)

ب) بعد از خوندن نمودار $(x-t)$ و تعیین ناحیه ی حرکت در اینجا از رابطه ی $\sin\theta=\left|\frac{a}{a_{max}}\right|$ مقدار θ رو بدست آورده و به سراغ دایره ی فوق بروید.



۱۵) حرکت نوسانی در راستای قائم:

الف) جسمی به جرم m را به فنری به ثابت k می بندیم و آنرا آرام رها می کنیم تا جسم در حال تعادل قرار گیرد، در این صورت فنر به اندازه ی d تغییر طول می دهد.

در این صورت داریم:

جسم در حال تعادل $F = mg \Rightarrow kd = mg \begin{cases} d = \dfrac{m}{k}g \\ \dfrac{m}{k} = \dfrac{d}{g} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d}{g}} \end{cases}$

*** اگر جسم را به اندازه ی A، از حالت تعادل خارج کنیم، جسم حول نقطه ی تعادل(O) با دامنه ی A نوسان می کند.**

*** برای بدست آوردن نیروی فنر در هر لحظه ، تغییر طول فنر را از حالت عادی محاسبه می کنیم:** $F_S = -k(x-d)$

*** برای بدست آوردن نیروی باز گرداننده در هر لحظه ، تغییر طول فنر را از حالت تعادل محاسبه می کنیم:** $F = -kx$

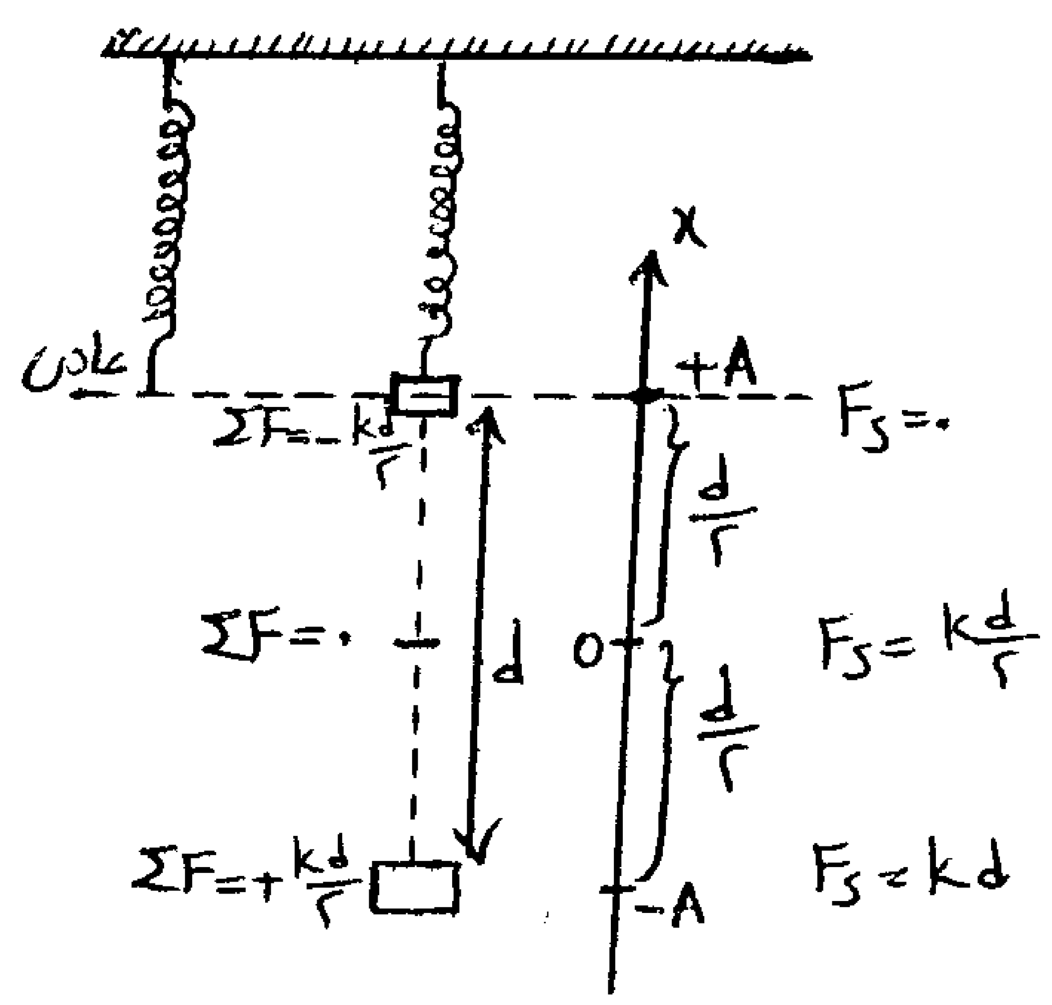
*** اختلاف نیروی فنر (F_S) و نیروی بازگرداننده (F) همواره برابر kd یا mg خواهد بود.**

*** برای محاسبه ی انرژی پتانسیل کشسانی فنر در هر لحظه ، غییر طول فنر را از حالت عادی محاسبه می کنیم:** $U = \frac{1}{2}k(d-x)^2$

***انرژی پتانسیل ، در حالت عمودی جمع انرژی پتانسیل کشسانی و انرژی پتانسیل گرانشی نوسانگر است.**

پس برای بدست اوردن آن در هر لحظه ، تغییر طول فنر را از حالت تعادل محاسبه می کنیم: $U = \frac{1}{2}kx^2$

*** اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی پتانسیل کشسانی و نیروی فنر بقیه ی ویژگی های دستگاه وزنه فنر قائم عینا مثل دستگاه وزنه فنر افقی است.**



ب) گاهی اوقات در مسائل عنوان می کنند که جسمی به جرم m را به فنری قائم متصل کرده و ناگهان رها می کنیم و فنر به اندازه ی d کشیده می شود.

در این صورت جسم با دامنه ی $\frac{d}{2}$ حول نقطه ی تعادل نوسان می کند.

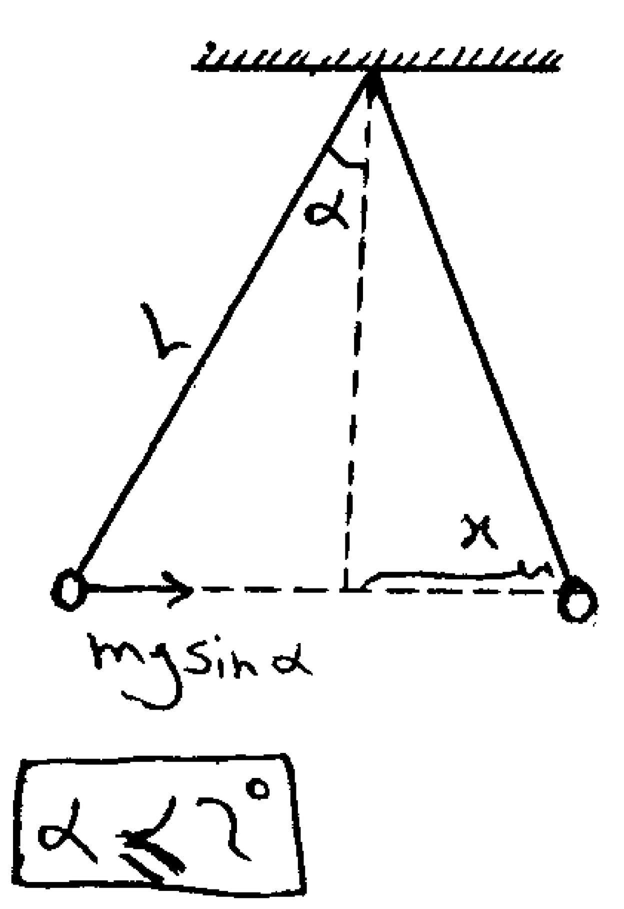
$$F = 0 \Rightarrow mg = k\frac{d}{2} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{d}{2g} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{2g}}$$

۱۶) آونگ ساده:

هنگامی که زاویه انحراف آونگ کمتر از ۶ درجه باشد تقریبا میتوان کمان مسیر حرکت را خط راست در نظر گرفت و آونگ را با اغماض یک نوسانگر هماهنگ ساده فرض کرد.

*** در این حالت T و $mg\cos\alpha$ یکدیگر را خنثی می کنند و $mg\sin\alpha$ تأمین کننده ی نیروی بازگرداننده میباشد:**

$$\vec{F} = mg\sin\alpha = -m\omega^2\vec{x} \Rightarrow g\times\frac{-x}{L} = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



*** اثر دما بر زمان تناوب آونگ:** $T \propto \sqrt{L} \rightarrow L' = L(1+\alpha\Delta\theta)$

*** اثر تغییر شتاب گرانش در زمان تناوب آونگ:** $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \rightarrow g' = g + \frac{F}{m}$

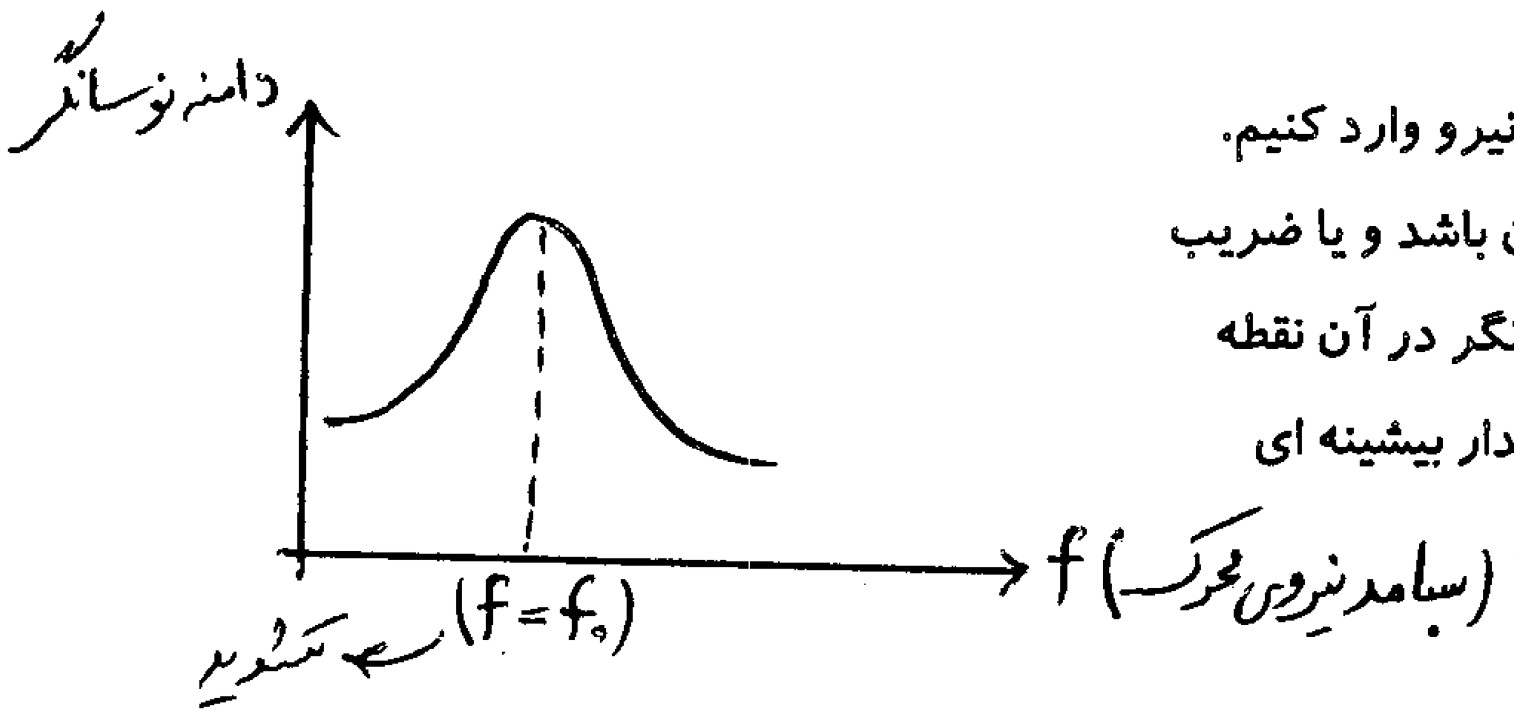
(مثلا اگر آهنربایی را زیر آونگ فلزی قرار دهیم)

* تطابق آونگ ها: اگر دو آونگ با دوره های T_A و T_B به نوسان در آیند و $T_A > T_B$ باشد، آونگ B سریعتر نوسان خواهد کرد.
هر گاه در مدت زمان t ثانیه تعداد نوسان های آونگ B ، n واحد بیشتر از تعداد نوسانات آونگ A باشد، داریم:

$$\begin{cases} N_A = \dfrac{t}{T_A} \\ N_B = \dfrac{t}{T_B} \end{cases} \Rightarrow |N_A - N_B| = n \Rightarrow \left|\dfrac{t}{T_A} - \dfrac{t}{T_B}\right| = n$$

۱۷) تشدید:

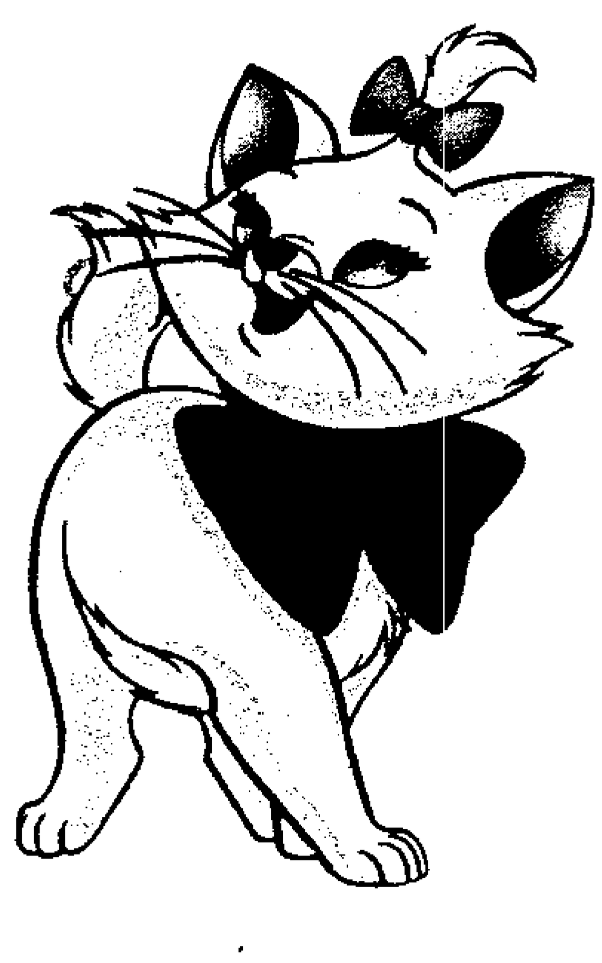
*هنگامی که نوسانگر را از حالت تعادل خارج کنیم و آن را به نوسان در آوریم ، به علت نیروهای اتلافی از قبیل اصطکاک و مقاومت هوا ، دامنه ی نوسان آنها به تدریج کاهش می یابد و دستگاه پس از چند نوسان می ایستد. این نوسانها را نوسان میرا گویند.(مثل تاب که بعد از مدتی وامیسته).



*اگر بخواهیم این نوسانگر به نوسان خود ادادمه دهد می توانیم به آن نیرو وارد کنیم.
اگر دوره ی (T) وارد کردن نیرو با دوره ی نوسان های نوسانگر یکسان باشد و یا ضریب صحیحی از دوره ی آن باشد و نیز جهت نیروی ما با جهت نیروی نوسانگر در آن نقطه یکی باشد ، بااعمال این نیرو دامنه ی نوسان افزایش می یابد به یک مقدار بیشینه ای می رسد و از این پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می یابد.

*در حالت ذکر شده نیروی اعمال شدهاثر نیروهای اتلافی را خنثی می کند و در این صورت می گوئیم که پدیده ی تشدید رخ داده است.

*بیشترین انرژی در حالت تشدشد به نوسانگر منتقل می شود.(یعنی اگر بسامد یا دوره ی نیروی اعمال شده با بسامد یا دوره ی نوسانگر برابر نباشد هم انرژی به نوسانگر انتقال می یابد.)



موج

مفاهیم اولیه موج:

۱. انواع موج :

مکانیکی ←برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. مثل امواج آب بر سطح آب ، انتقال صوت از منبع به شنونده ، انتقال تراکم و انبساط در فنر ، انتقال برجستگی و فرو رفتگی در طناب

الکترومغناطیسی ← این امواج علاوه بر بعضی از محیط های مادی که شفاف اند در محیط های غیر مادی (خلأ) نیز منتشر می شوند ←مثل نور ستارگان که به ما می رسد.

۲. محیط کشسان :محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسانی ایجاد شده بین اجزای محیط ، تمایل دارند محیط را به حالت اولیه ی خود برگردانند.

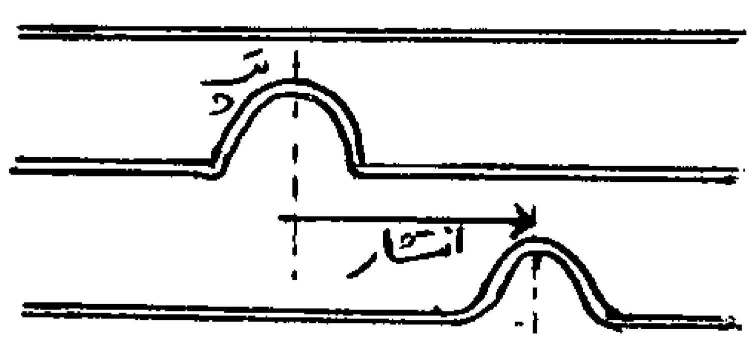
مثال : *اگر در یک فنر تغییر طول ایجاد کنیم ، بین هر دو حلقه ی مجاور فنر نیروی کشسانی به وجود می آید که می خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند.*

بیشتر جامدها ومایع هاو گازها محیط کشسان هستند:

جامد : یک تیغه ی فنری را خم کرده و رها می کنیم ، به حالت اول برمی گردد.

مایع : چوب پنبه ای را روی سطح آب اندکی به داخل فشار می دهیم و رها می کنیم ، به حالت اولیه بر می گردد.

گاز : انتهای سرنگی را با انگشت خود مسدود می کنیم و پیستون را می کشیم ، پس از رها کردن آن به حالت اولیه برمی گردد.

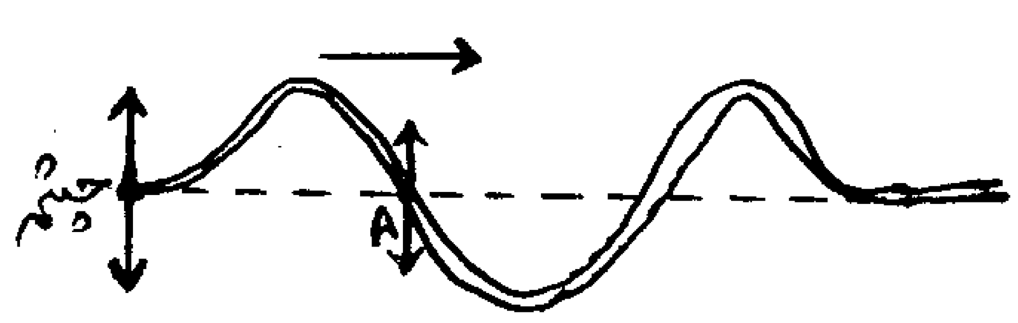


۳. تپ و انتشار :هر گاه تغییر شکل (و یا آشفتگی) در یک جزء از محیط کشسانی به حال تعادل است ، ایجاد کنیم آن تغییر شکل جزء به جزء در محیط منتقل می شود.

*** خود تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار گوئیم.**

***علت انتقال تغییر شکل در محیط ، وجود نیروی بازگرداننده (*با همون نیروی کشسانی*) بین اجزای محیط است.**

۴. موج سینوسی : اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان در آوریم ، با نوسان آن جزء تپ های متوالی در محیط تولید و به دنبال یکدیگر ، منتشر می شوند.



چنین موجی که شبیه تابع سینوس است، موج سینوسی گویند.

***چشمه ی این موج ، نوسانگری است که می تواند با بسامد (و یا دوره) و دامنه ی ثابتی ، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد.**

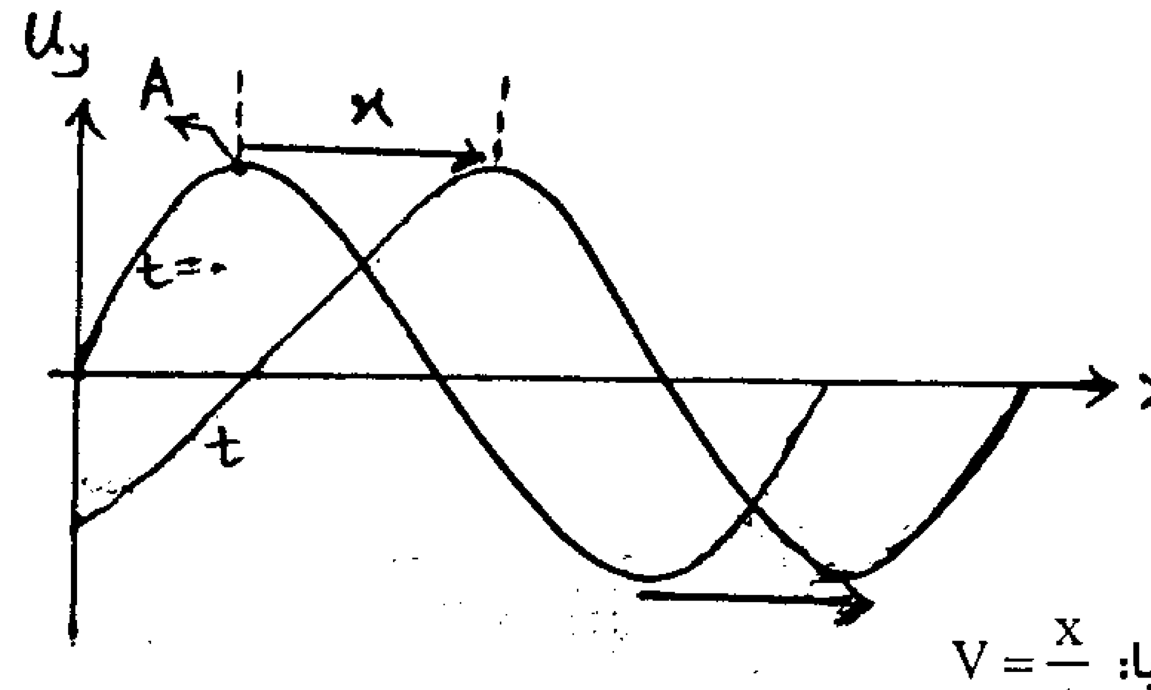
*توجه : **محیط ، همراه با انتقال موج در فضا منتقل نمی شود و آن چه منتقل می شود نقش موج است. مثلا ذره ی A در شکل بالا نوسان می کند ولی منتقل نمی شود.**

موج مکزیکی استادیوم ها رودقت کنید ←هر کی بلند میشه و میشینه ولی موج در کل استادیوم منتقل می شه.

۵. بسامد موج :هنگام انتشار موج در یک محیط ، همه ی اجزای محیط ، مستقل از ویژگی های فیزیکی محیط ، حرکت هماهنگ ساده ای با همان بسامد چشمه ی موج انجام می دهند ، به بسامد چشمه ی موج یا بسامد نوسانی هر یک از اجزای محیط ، اصطلاحا "بسامد موج" گفته می شه.

۶. سرعت انتشار موج :

اگر شرایط فیزیکی یک محیط کشسان در تمام نقطه ها یکسان باشد (محیط همسانگرد باشد) موج با سرعت ثابت در آن محیط منتشر می شود.



* اگر از یک موج مطابق شکل ، در دو لحظه ی ۰ و t دو عکس فوری بگیریم ، ابتدا نقطه ی A در وضعیت قله است و بعد از t ثانیه ، نقطه ی دیگری که به اندازه ی x با آن فاصله دارد ، در این وضعیت (قله) قرار می گیرد.

در این صورت سرعت پیشروی موج که آنرا سرعت انتشار می نامیم ، برابر است با: $V = \frac{x}{t}$

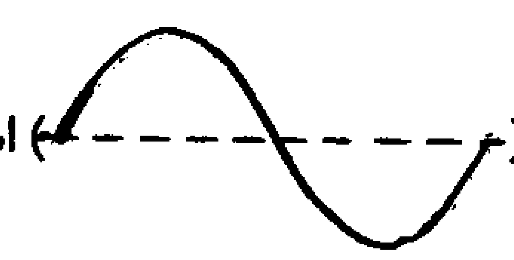
* سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی های فیزیکی محیط (جنس،دما و ...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشمه ی موج (بسامد ،دامنه و ...) بستگی ندارد.

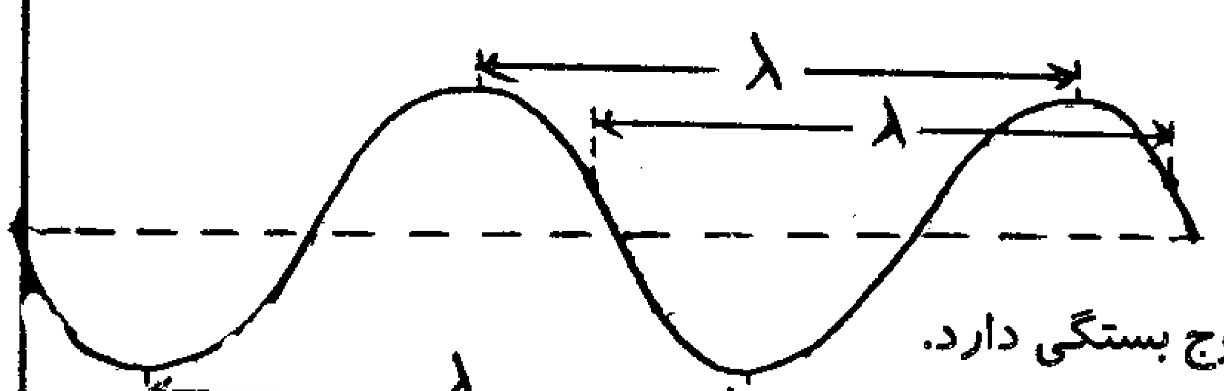
* سرعت انتشار موج عرضی در طناب (و یا تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$F = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$$

* $\mu = \frac{m}{L}$ را جرم واحد طول طناب گویند و کمیتی است که لختی (مقاومت اجزای محیط در برابر تغییر سرعت) را بیان می کند. با افزایش لختی ، تحرک طناب کمتر شه.

*F نیرویی است که طناب را از دو طرف می کشد ، با افزایش کشش (F) ، نیروی بازگرداننده ی ذرات طناب افزایش می یابد و آنها را سریعتر به وضع تعادل بر می گرداند ، در نتیجه سرعت انتشار موج نیز در طناب بیشتر می شود.

۷. طول موج :شکل یک تپ در موج سینوسی () است و شکل آن ضمن انتشار در یک طناب همگن تغییری نمی کند.



* جابجائی موج در طول یک دوره (T) را طول موج گویند و داریم :

* طول موج : هم به مشخصه ی فیزیکی محیط و هم به مشخصه های فیزیکی چشمه ی موج بستگی دارد.

* فاصله ی هر دو نقطه ی مشابه متوالی موج (مثل دو قله یا دو دره ی متوالی) برابر طول موج است.

$x = Vt \rightarrow \lambda = V.T \rightarrow \lambda = \frac{V}{f}$

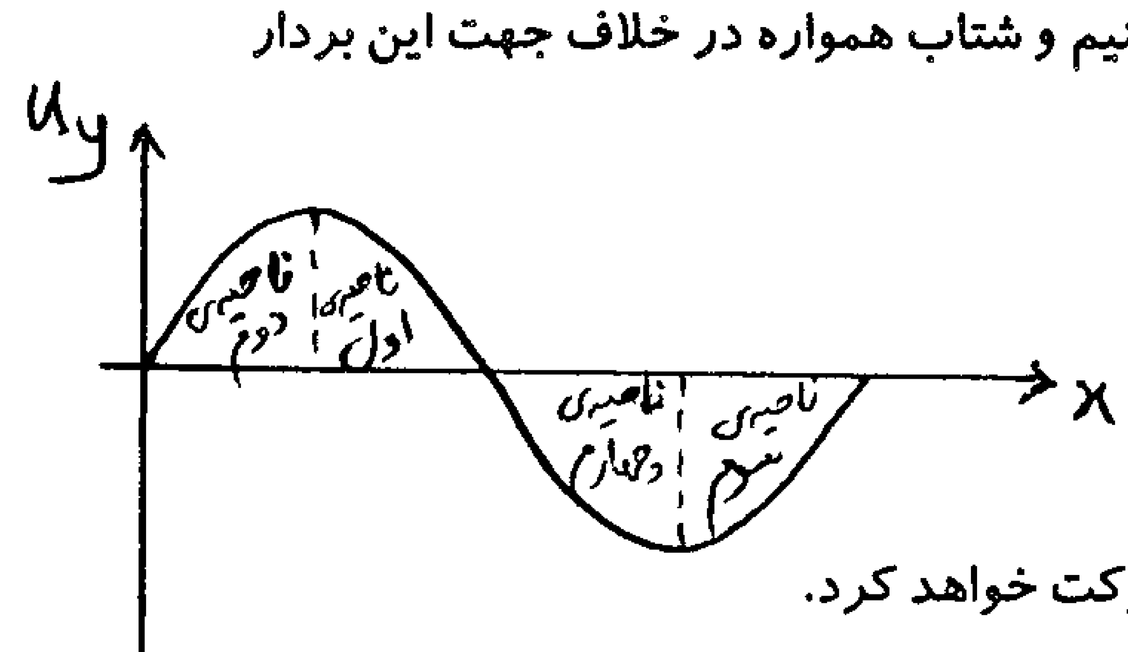
۸. نقاط هم فاز و نقاط در فاز مخالف :

* نقطه هایی از محیط که فاصله ی آنها از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد ، هم فازند.

$$x = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}$$

* نقاط هم فاز وضعیت نوسانی مشابهی دارند (یعنی جابجائی آنها از وضع تعادلشان برابر و هم جهت و سرعت وشتاب آنها نیز در هر لحظه یکسان است.)

* بردار جابجائی ، برداری را از وضع تعادل در راستای قائم به مکان ذره وصل می کنیم و شتاب همواره در خلاف جهت این بردار است $(a = -\omega^2 y)$ و به سمت وضع تعادل است.

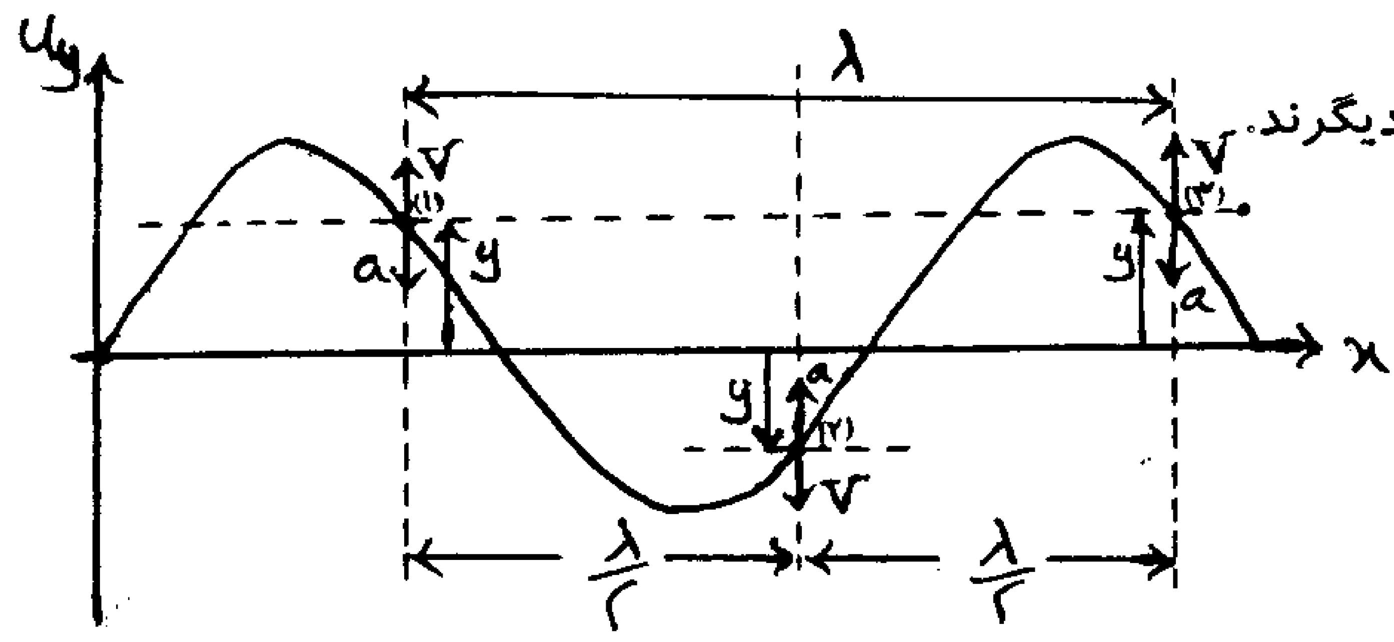


* برای رسم بردار سرعت ، با توجه به اینکه هر ذره از محیط ، حرکت نوسانی ذره ی قبلی خود را تقلید می کند ، ابتدا با توجه به جهت انتشار موج ، ذره ی قبلی نقطه ی مورد نظر را مشخص می کنیم. اگر ذره ی قبلی پائین تر از نقطه ی مورد نظر باشد ، نقطه به سمت پائین می رود و در غیر اینصورت به سمت بالا حرکت خواهد کرد.

* در قله و دره ی موج ، سرعت یک ذره ی محیط برابر صفر است. (چون در دو انتهای مسیر حرکت نوسان هستیم.)

* اگر فاصله ی دو نقطه از موج در راستای انتشار موج برابر نصف طول موج و یا ضریب فردی از آن باشد ، آن دو نقطه را در فاز مخالف گویند.

$$\Delta x = (2m - 1)\frac{\lambda}{2}$$



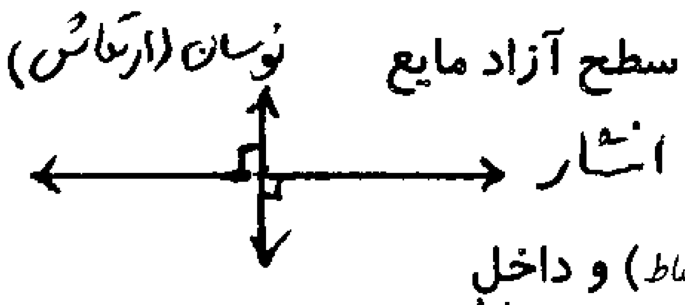
* بردارهای جابجائی و سرعت و شتاب این نقطه ها ، در این حالت قرینه ی یکدیگرند.

* در شکل: نقاط ۱ و ۳ هم فازند.

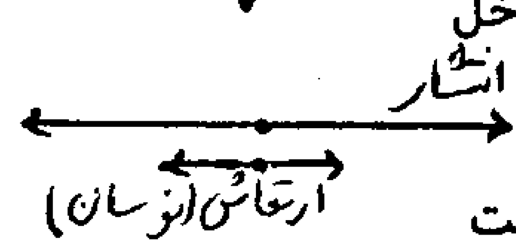
نقاط ۱و۲ ، نیز نقاط ۲و۳ در فاز مخالفند.

** دسته بندی موج ها :

*در طول طناب دو حرکت همزمان وجود دارد ، یک حرکت انتشار موج در طول طناب و حرکت دیگر حرکت نوسانی ذرات طناب.



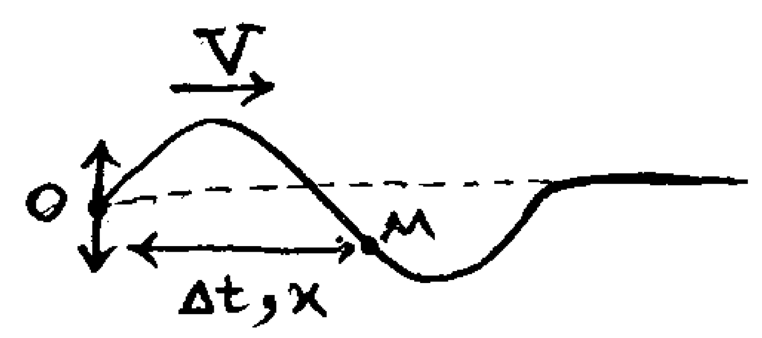
* موج عرضی : راستای نوسان ذرات محیط عمود بر راستای انتشار موج میباشد. ← در جامدها (فنر کشیده شده) و سطح آزاد مایع هایی که نیروی کشش سطحی قابل توجه دارند (مثل آب) منتشر می شود.



* موج طولی : راستای نوسان ذرات محیط موازی راستای انتشار موج می باشد. ← در جامدها (در فنر بصورت تراکم و انبساط) و داخل مایعات و در گازها (صوت) منتشر می شود.

* سرعت انتشار موج های طولی و عرضی در یک محیط یکسان نیست. موج های طولی در یک محیط با سرعت بیشتری نسبت به موج های عرضی منتشر می شوند.

** تابع موج :



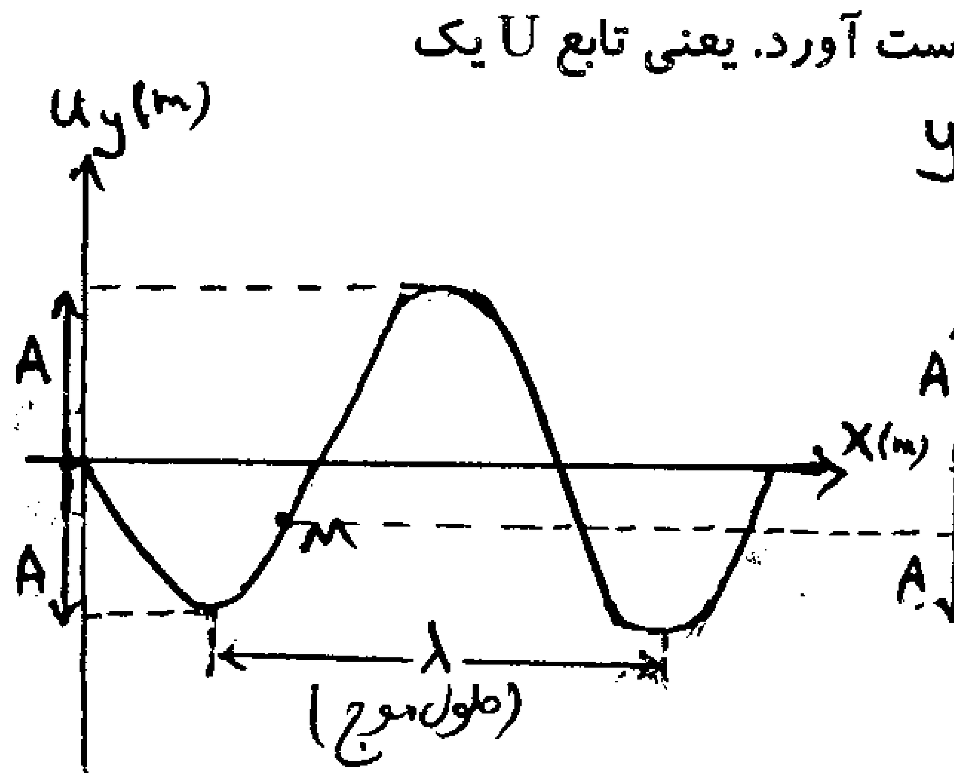
* وضعیت نوسانی نقطه ی M همان وضعیت نوسانی نقطه ی O است در Δt ثانیه قبل.

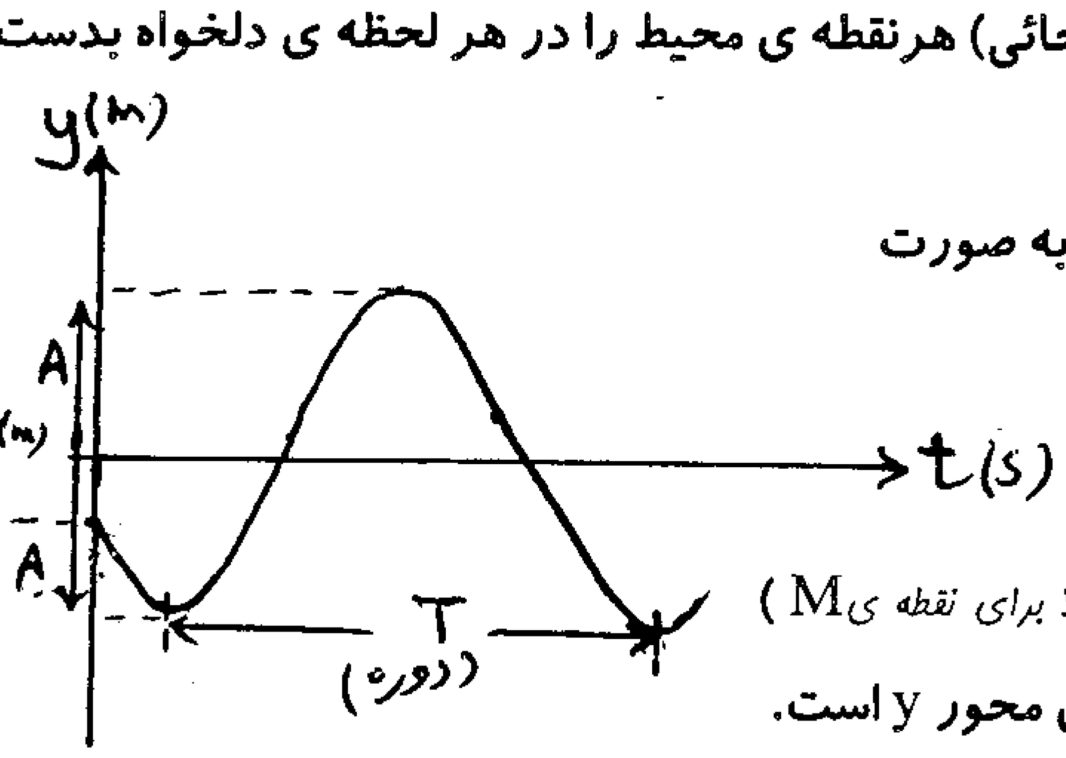
$$U_o = A\sin\omega(t)$$

$$U_m = A\sin\omega(t-\Delta t) \Rightarrow U_m = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{V}\right) = A\sin\left(\omega t-\frac{\omega}{V}x\right) \Rightarrow \boxed{U_m = A\sin(\omega t - kx)}$$

* در رابطه ی بالا باید x را با علامت جایگذاری کنیم:

* به کمک این تابع می توان وضعیت نوسانی (جابجائی) هرنقطه ی محیط را در هر لحظه ی دلخواه بدست آورد. یعنی تابع U یک تابع دو متغیره از زمان (t) و مکان (x) است.



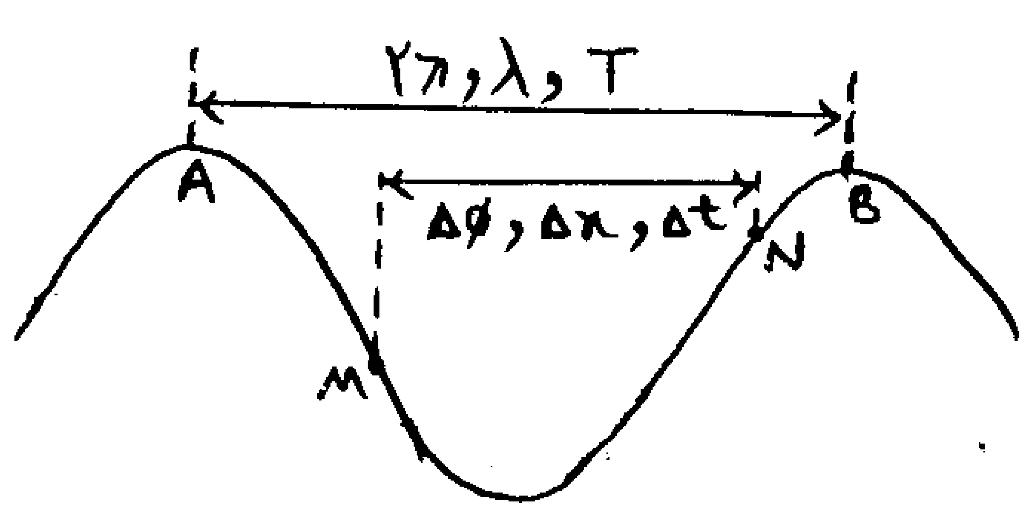


* در شکل (الف) تابع موج به ازای زمان معین t ، به صورت تابعی از x نشان داده شده است.

و مثل عکسی است که از طناب مرتعش برداشته باشند.

* در شکل (ب) تابع موج به ازای مقدار معین x (مثلا برای نقطه ی M) بر حسب t است و بیانگر نوسان نقطه ی M روی محور y است.

** مقایسه ی اختلاف فاز ، فاصله و اختلاف زمانی دو نقطه از محیط :

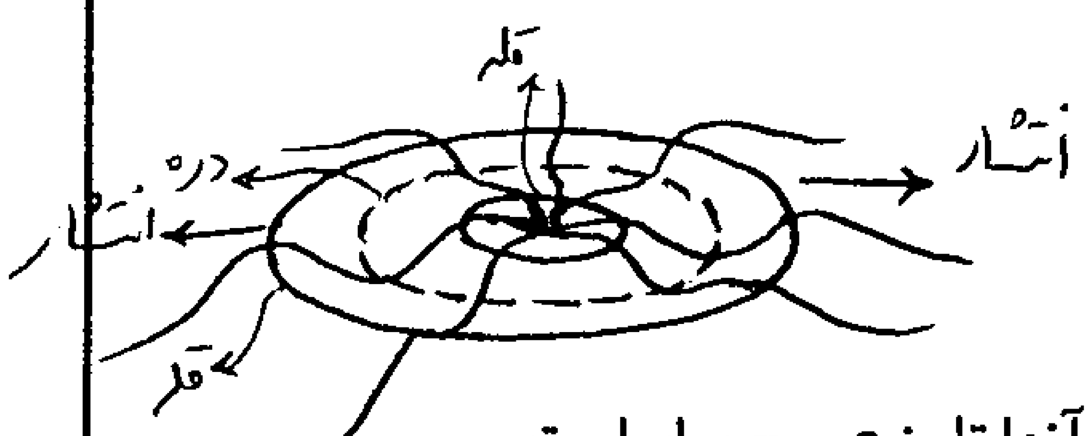


* تناسب : مطابق شکل روبرو تناسب مهم زیر برقرار است:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \begin{cases} \Delta x = \frac{\lambda}{2}\Delta t = V\Delta t \\ \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = k\Delta x \\ \Delta\phi = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \omega\Delta t \end{cases}$$

* برای نقاط ← هم فاز: $\Delta t = nT,\ \Delta\phi = 2n\pi,\ \Delta x = n\lambda$

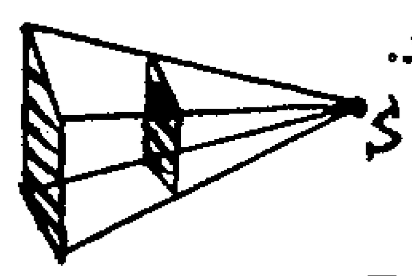
$$\Delta x = (2m-1)\frac{\lambda}{2},\ \Delta\phi = (2m-1)\pi,\ \Delta t = nT$$: در فاز مخالف ←



**انتشار موج در دو و سه بعد :

* جبهه ی موج : مکان هندسی نقاطی از محیط است که در آن نقطه ها تابع موج دارای فاز یکسانی است.

بنابراین اختلاف فاز نقطه های واقع بر یک جبهه ی موج همیشه برابر صفر است و فاصله ی آنها تا منبع موج برابراست.



* موج تخت : در انتشار سه بعدی ، در فاصله های دور از منبع موج ، جبهه موج های کروی به صورت صفحه های موازی در می آیند.

* انرژی موج : موج حامل انرژی است و انرژی یک ذره ی آن به جرم m که با دامنه ی A و بسامد f نوسان می کند برابر است با :

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 2\pi^2mf^2A^2$$

انرژی کل داده شده به جبهه های موج ثابت است ولی با پیشروی موج چون تعداد ذرات در یک جبهه موج افزایش می یابد و دامنه ی موج ثابت است. دامنه ی موج در جبهه ها کاهش می یابد.

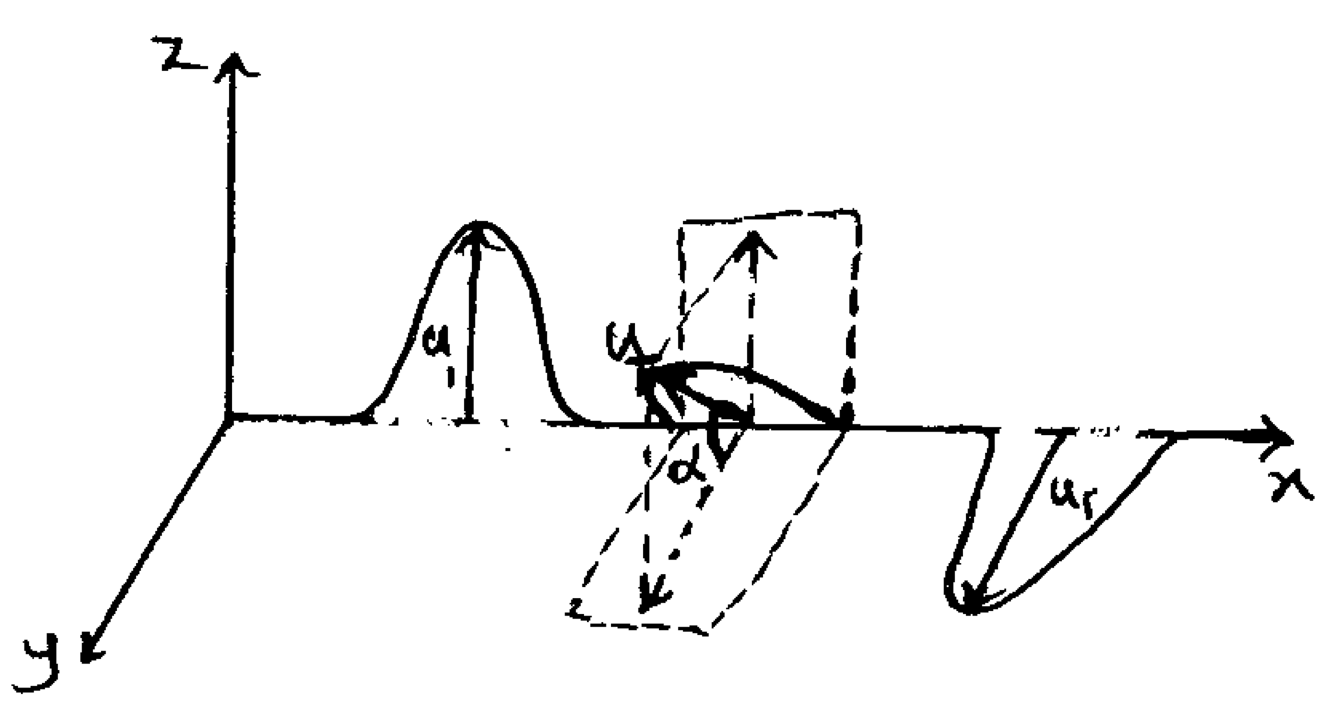
* بازتاب موج :

از مانع سخت : در این حالت موج نسبت به حالت عادی طناب قرینه می شود یعنی برجستگی به فرورفتگی و فرورفتگی به برجستگی تبدیل می شود و باز می تابد.

از مانع نرم : در این حالت موج فقط در خلاف جهت قبل و با همان شکل باز می تابد یعنی برجستگی به صورت برجستگی و فرورفتگی به صورت فرورفتگی باز می تابد.

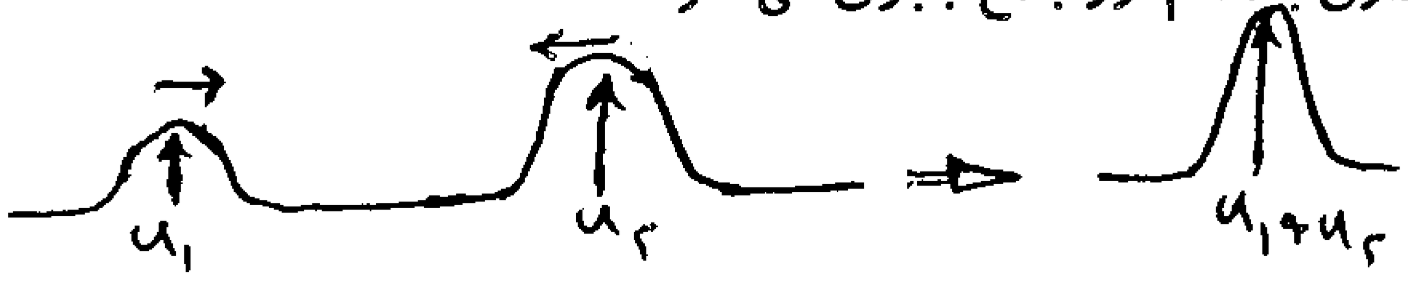
***بر هم نهی امواج :

*اصل بر هم نهی موج :

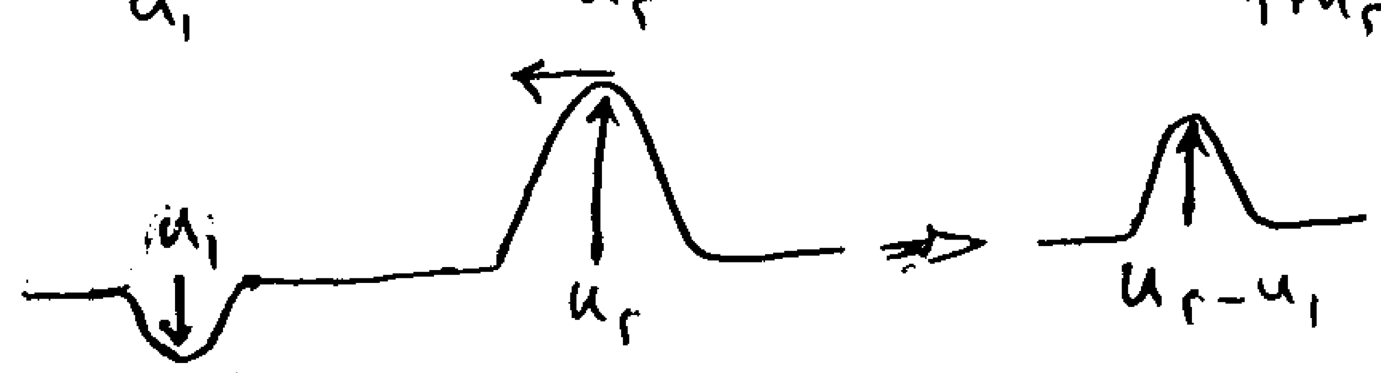


هر موج در حال انتشار ، بدون آنکه برای انتشار سایر موج ها مزاحمتی ایجاد کند ، از آنها عبور کرده و به انتشار خود ادامه م میدهد ، درست مانند آن که هیچ موجی دیگر در محیط منتشر نمی شود . در نقطه ای که دو یا چند موج با هم تلاقی می کنند . جابجایی ذره ای از محیط که در آن نقطه است ، برابر برآیند برداری جابجایی های حاصل از هر یک از موج هاست. $\vec{U}_T = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \dots$

* انواع موج ها: در حالتی که موج ها نوسان های همراستا ایجاد کنند ، جمع برداری بالا هم ارز جمع جبری می شود.

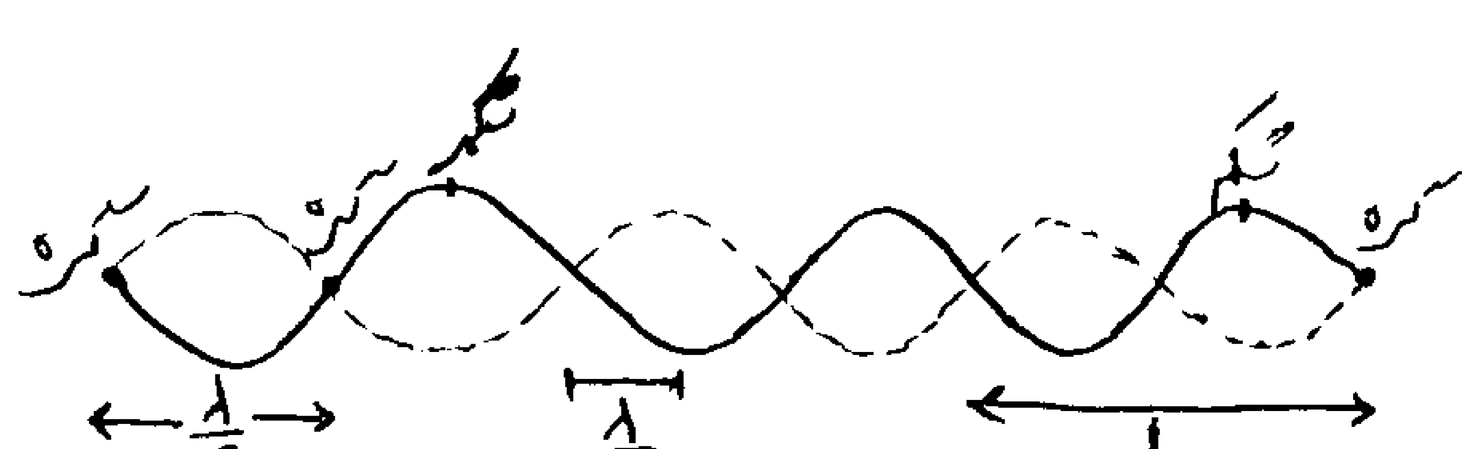


سازنده: جابجایی حاصل از دو تپ هم جهت اند و برآیند آنها برابر مجموع اندازه های جابجایی های حاصل از هر یک است.



ویرانگر : جابجایی ها در خلاف جهت یکدیگرند و جابجایی برآیند برابر تفاضل اندازه ی جابجایی های حاصل از هر یک است.

**در یک بعد (موج ایستاده) :



*تعریف : چون نقش موج ثابت است و در محیط منتشر نمی شود و فقط ذره های محیط ، هر یک با دامنه ی ثابت و متفاوت با ذره های مجاور خود نوسان می کند ، موج را ایستاده گویند.

*** ویژگی ها :**

۱. فاصله ی بین دو گره یا شکم مجاور برابر نصف طول موج است و فاصله ی یک گره و یک شکم مجاور برابر یک چهارم طول موج است .

۲. هر چه طول موج کوچکتر باشد (بسامد موج بیشتر باشد) تعداد کره ها و شکم های بیشتری در طول یک طناب معین جا میگیرد.

۳. دامنه ی نوسان ذرات در شکم A و در گره ها صفر است ، پس انرژی مکانیکی ذرات واقع در شکم بیشینه و در گره صفر است.

۴. بنابراین دامنه ی نوسان همه ی نقاط محیط یکسان نیست و از صفر در گره ها تا $۲A$ در شکم تغییر می کند و از گره به طرف شکم افزایش می یابد ولی دامنه ی نوسان موج پیشرونده در همه ی نقطه های محیط یکسان است.

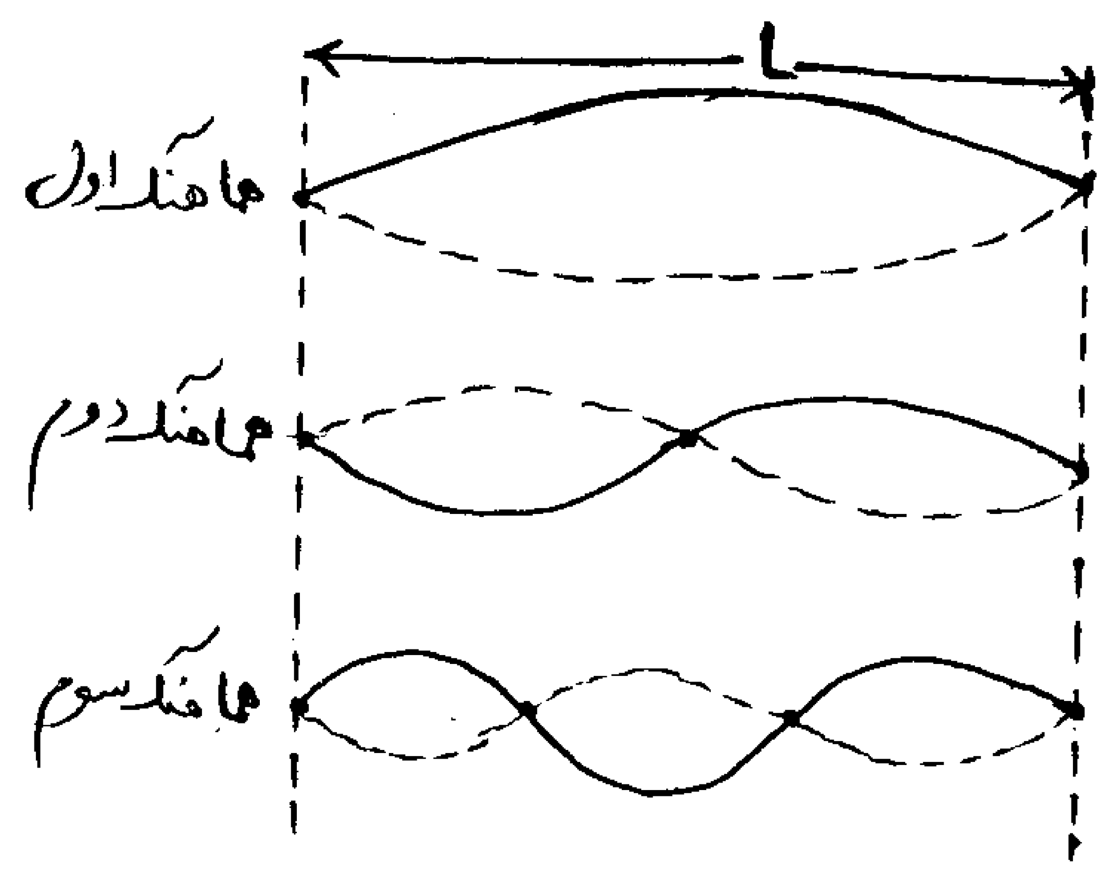
۵. چون موج منتشر نمی شود ، انتقال انرژی صورت نمی گیرد. ولی در موج پیشرونده انرزی با سرعتی ثابت انتقال می یابد.

۶. نوسان نقطه های میان دو گره ی مجاور ، هم فاز و با نوسان های بین دو گره ی بعد یا قبل در فاز مخالف است.

ولی در موج پیشرونده اختلاف فاز نوسان نقطه های مختلف از رابطه ی $\Delta\phi = k\Delta x$ بدست می آید.

<u>حالت های موج ایستاده در طناب:</u>**

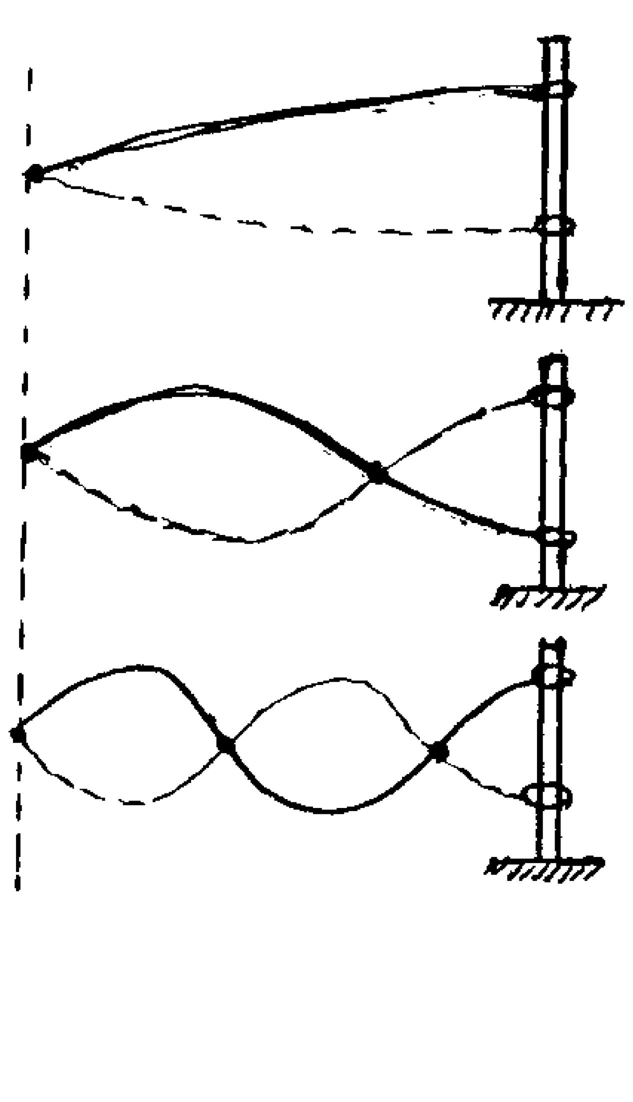
*** ۱. دو سرطناب ثابت باشد: n تعداد کمترین گره و شکم است.**



$$\left.\begin{array}{l} L=\frac{\lambda_۱}{۲}\Rightarrow \lambda_۱=۲L\Rightarrow f_۱=\frac{V}{\lambda_۱}=\frac{V}{۲L} \\[2ex] L=\frac{۲\lambda_۲}{۲}\Rightarrow \lambda_۲=\frac{۲L}{۲}\Rightarrow f_۲=\frac{V}{\lambda_۲}=۲\frac{V}{۲L} \\[2ex] L=۳\frac{\lambda_۳}{۲}\Rightarrow \lambda_۳=\frac{۲L}{۳}\Rightarrow f_۳=\frac{V}{\lambda_۳}=۳\frac{V}{۲L} \end{array}\right\} \Rightarrow f_n = nf_۱ = n\frac{V}{۲L}=\frac{n}{۲L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}, \Delta f = f_۱$$

*** n در اینجا تعداد شکم هاست و $n+۱$ تعداد گره است. شماره هماهنگ اینجا همون n است.**

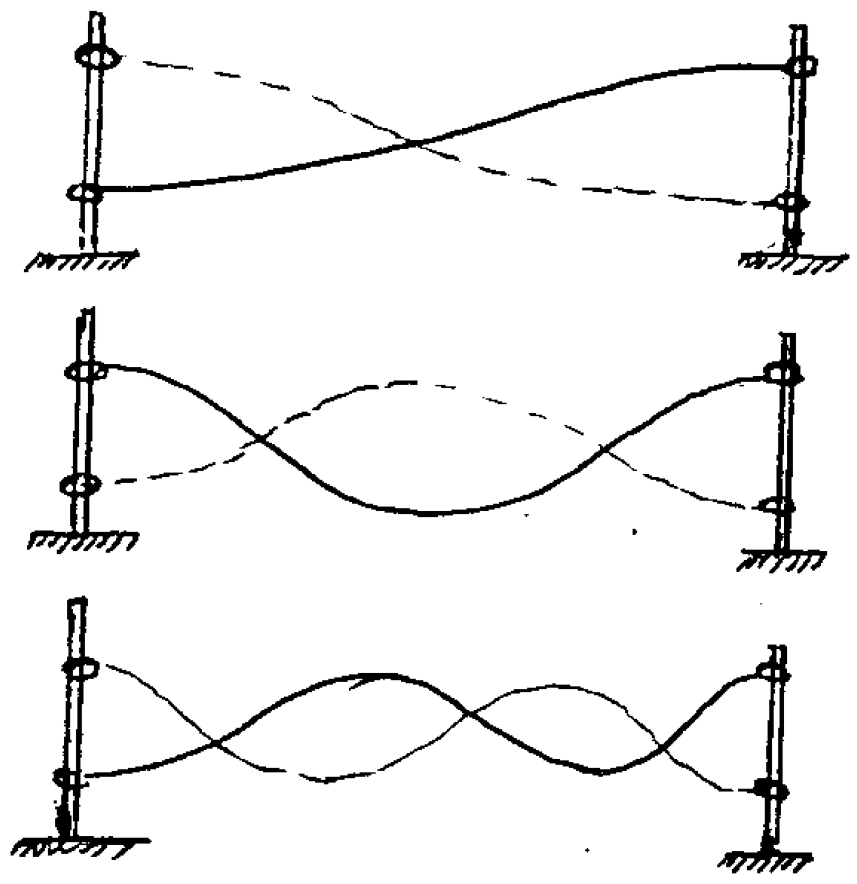
*** ۲. یک سر طناب ثابت است و سر دیگر آزاد است.**



$$\left.\begin{array}{l} L=\frac{\lambda_۱}{۴}\Rightarrow \lambda_۱=۴L\Rightarrow f_۱=\frac{V}{\lambda_۱}=\frac{V}{۴L} \\[2ex] L=۳\frac{\lambda_۳}{۴}\Rightarrow \lambda_۳=\frac{۴L}{۳}\Rightarrow f_۳=\frac{۳V}{۴L} \\[2ex] L=\frac{۵\lambda_۵}{۴}\Rightarrow \lambda_۵=\frac{۴L}{۵}\Rightarrow f_۵=\frac{۵V}{۴L} \end{array}\right\} \Rightarrow f_{(۲n+۱)} = (۲n+۱)f_۱ = (۲n+۱)\frac{V}{۲L}, \Delta f = ۲f_۱$$

*** n در اینجا تعداد گره یا شکم است.**

*** شماره ی هماهنگ اینجا $(۲n+۱)$ است یعنی فقط ضرایب فرد هماهنگ اصلی تولید می کند.**



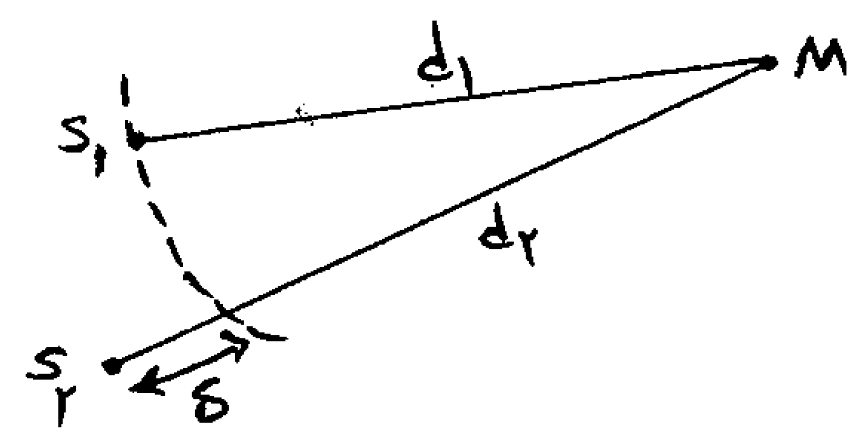
* ۳. دو سر طناب آزاد(باز) است.

$$\left.\begin{array}{l} L=\dfrac{\lambda_1}{2}\Rightarrow \lambda_1=2L\Rightarrow f_1=\dfrac{V}{\lambda_1}=\dfrac{V}{2L} \\ L=\dfrac{2\lambda_2}{2}\Rightarrow \lambda_2=\dfrac{2L}{2}\Rightarrow f_2=\dfrac{V}{\lambda_2}=\dfrac{2V}{2L} \\ L=\dfrac{3\lambda_3}{2}\Rightarrow \lambda_3=\dfrac{2L}{3}\Rightarrow f_3=\dfrac{V}{\lambda_3}=\dfrac{3V}{2L} \end{array}\right\}\Rightarrow f_n=nf_1=n\dfrac{V}{2L},\Delta f=f_1$$

*n در اینجا تعداد گره هاست و n+1 تعداد شکم هاست.شماره ی هماهنگ اینجا همون n است

****برهم نهی امواج در دو بعد :**

*در سطح آب : تداخل موج ها در دو بعد و تشکیل موج ایستاده در سطح آب ناشی از تداخل دو موج با دو چشمه ی هم بسامد و هم فاز است.



*** تحلیل ریاضی :**

$$|\Delta\phi|=\frac{2\pi}{\lambda}|\delta|$$

* نقطه هایی از سطح آب که اختلاف راه آنها از دو چشمه ی موج ، مضرب درستی از طول موج است ، در هر لحظه دو موج هم فاز دریافت می کند که بر هم نهی آنها سازنده است . این نقطه ها با بیشینه ی دامنه نوسان می کنند.

$$|\Delta\phi|=n(2\pi),\Delta x=n\lambda,\Delta t=nT$$

* به نقطه هایی از سطح آب که اختلاف راه آنها از دو چشمه ی موج ، مضرب فردی از نصف طول موج است . در هر لحظه دو موج می رسد که با یکدیگر در فاز مخالفند و در نتیجه بر هم نهی آنها ویرانگر است. این نقطه ها ساکن اند.

$$|\Delta\phi|=(2n-1)\pi,\Delta x=(2n-1)\frac{\lambda}{2},\Delta t=(2n-1)\frac{T}{2}$$