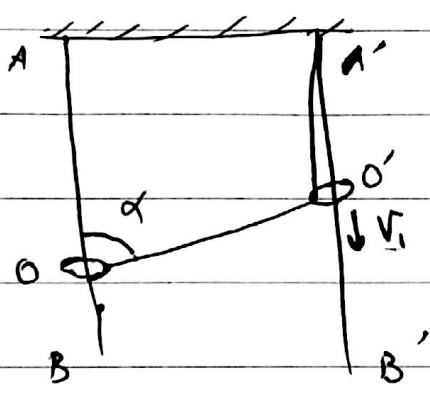


بسمه تعالی

تمرین سدی ششم:

سؤال اول: دو حلقه  $O$  و  $O'$  روی دو حلقه ی ساکن  $AB$  و  $A'B'$  قرار گرفته اند. مح

غیرکنشی که در سدان در نقطه  $A$  بسته شده است، پس از عبور از حلقه  $O$  به حلقه



$O$  وصل شده است. فرض کنید حلقه  $O$

با سرعت ثابت  $v_1$  به سمت پایین حرکت

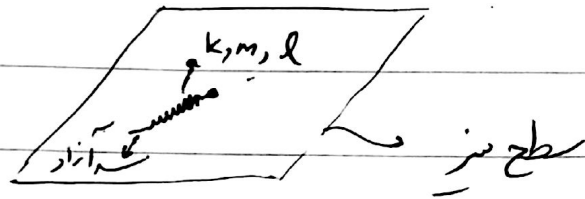
کند. سرعت حلقه  $O$  ( $v_2$ ) را در لحظه ای که

$\angle ACO' = \alpha$  است، بیابید. [راحتی با استفاده از روشی که در کلاس به شما تدریس شده

شده حل کنید]

سؤال ۲: فنری به طول آزاد  $l$ ، جرم  $m$ ، ثابت  $k$  از یک سمت به نقطه ای ثابت

شده و دردی فنری قرار دارد. اگر فنر با سرعت ثابت  $w$  بچرخد طول جدید فنر را محاسبه کنید.  
زاویه ای



سوال ۳: فرض کنید دایره‌ای به جرم  $m$  و شعاع  $r$  درون دایره‌ای بزرگ‌تر به

جرم  $M$  و شعاع  $R$  قرار دارد. دایره‌ی کوچک‌تر در دایره‌ی بزرگ‌تر حرکت غلتشی دارد.

الف) با فرض اینکه دایره‌ی بزرگ‌تر ثابت است، بسازید نورسانات حول نقطه‌ای متقابل

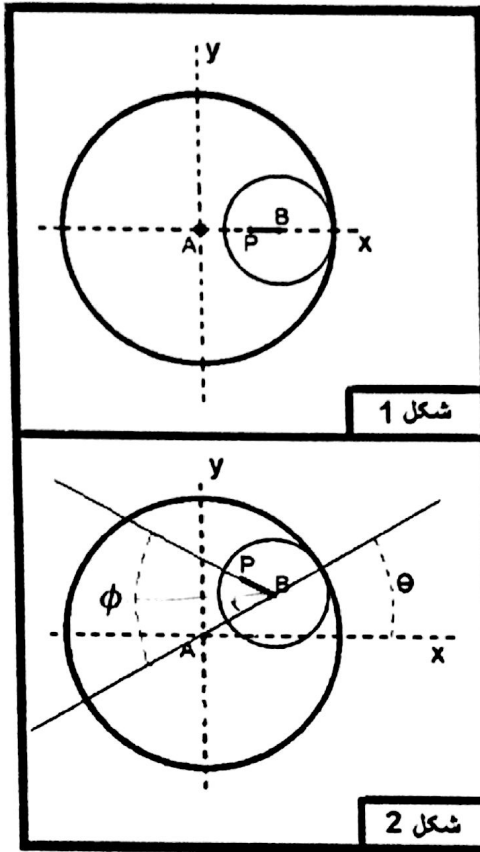
را به دست آورید: [جهان سوال سطلاس است.]

ب) فرض کنید جسم بزرگ‌تر بتواند حرکت کند و اکنون بسازید نورسانات را می‌توانید

[راحتی: مرکز جرم سیستم ثابت است یا در نقطه مرکز جرم ثابت است.]

لطفاً توجه کنید که مسئله دو صفحه است.

مسئله 3



شکل 1

شکل 2

یک دایره به شعاع  $r$  مطابق شکل درون دایره‌ای بزرگ‌تر به شعاع  $R = ar$  قرار دارد، که  $a$  ثابتی مثبت و بزرگ‌تر از 1 است. دایره‌ی کوچک شروع به غلتش محض در داخل دایره‌ی بزرگ می‌کند. مبدأ مختصات منطبق بر مرکز دایره‌ی بزرگ است. دایره‌ی بزرگ ثابت است و نمی‌چرخد.

یک میله مانند پره‌ی چرخ به دایره‌ی کوچک وصل شده است. میله در ابتدا در حالت افقی قرار دارد. مرکز دایره‌ی بزرگ را با  $A$ ، مرکز دایره‌ی کوچک را با  $B$  و نقطه‌ی انتهایی میله را با  $P$  نشان می‌دهیم. مختصات  $P$  در ابتدا  $R - r - \beta r$  در راستای  $x$  است، که  $\beta$  ثابت است.  $\beta$  می‌تواند مثبت یا منفی باشد (شکل با فرض  $\beta$  مثبت است). در هر لحظه، زاویه‌ای را که خطِ واصلِ نقاط  $A$  و  $B$  با افق می‌سازد با  $\theta$  نشان می‌دهیم. زاویه‌ای که امتدادِ میله

(یعنی خطِ واصلِ  $B$  و  $P$ ) با خطِ واصلِ  $A$  و  $B$  در جهتِ ساعتگرد می‌سازد، با  $\phi$  نشان می‌دهیم. در ابتدا (شکل 1)، هم  $\theta = 0$  و هم  $\phi = 0$  است. در تمامی قسمت‌های مسئله، پاسخ را تا حد امکان ساده کنید.

از این به بعد منظور از ثوابت مسئله، مجموعه‌ی  $r$ ،  $a$  و  $\beta$  است.

الف) (0.5 نمره) وقتی دو جسم (یا دو منحنی) روی هم غلتش محض می‌کنند، در هر لحظه، طولِ قسمتی از هر کدام از خمها که با خمِ دیگر تا آن لحظه در تماس بوده است با هم برابرند. با استفاده از این نکته (یا از هر روش دیگری)،  $\phi$  را بر حسبِ  $\theta$  و ثوابت بنویسید.

ب) (2.5 نمره) مختصات  $x$  و  $y$  نقطه‌ی  $P$  را به صورتِ تابعی از  $\theta$  و ثوابت بیابید. همچنین فاصله‌ی نقطه‌ی  $P$  از نقطه‌ی  $A$  را به صورتِ تابعی از  $\theta$  و ثوابت بیابید.

پ) (1.5 نمره) اگر  $\theta$  با آهنگ ثابت افزایش یابد، یعنی داشته باشیم  $\dot{\theta} = \omega$  که در آن  $\omega$  ثابتی مثبت است، بردار سرعت نقطه‌ی  $P$  و بزرگی آن را بر حسب  $\theta$ ،  $\omega$  و ثوابت مسئله بیابید.

ت) (1.5 نمره) اگر داشته باشیم  $\alpha = 2$  و  $\beta = -1$ ، بردار سرعت و بزرگی سرعت نقطه‌ی  $P$  را بر حسب  $\theta$ ،  $\omega$  و  $r$  بیابید. مسافت کل طی شده توسط نقطه‌ی  $P$  را در یک تناوب کامل  $\theta$  بر حسب  $r$  بنویسید.

ث) (1 نمره) اگر داشته باشیم  $\alpha = 2$  و  $\beta \neq -1, 1$ ، مسیر نقطه‌ی  $P$  چه شکل هندسی‌ای است؟ دلیل ارائه کنید.

ج) (1 نمره) اگر داشته باشیم  $\alpha = 3$  و  $\beta = 1$ ، طول مسیری را که  $P$  در یک تناوب کامل  $\theta$  طی می‌کند بر حسب  $r$  بنویسید.

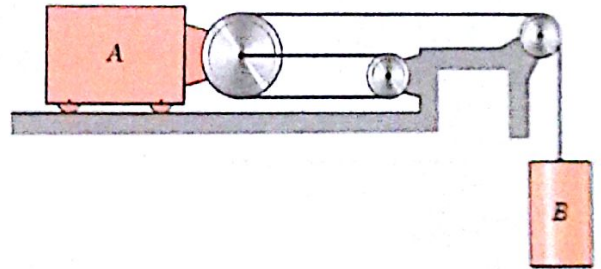
چ) (2 نمره) هر کدام از چهار شکل زیر، مربوط به یکی از مجموعه پارامترهایی است که در جدول داده شده است. مشخص کنید کدام مسیر مربوط به کدام مجموعه است. دلیل ارائه کنید.

مسائل

مسائل مقدماتی

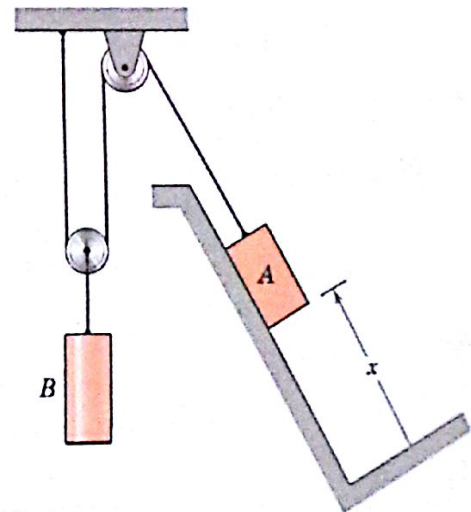
۲-۲۱۳ سرعت قطعه A برابر  $3.6 \text{ ft/sec}$  به سمت راست است. سرعت استوانه B را تعیین کنید.

ج: به طرف پایین  $v_B = 10.8 \text{ ft/sec}$



مسئله ۲-۲۱۳

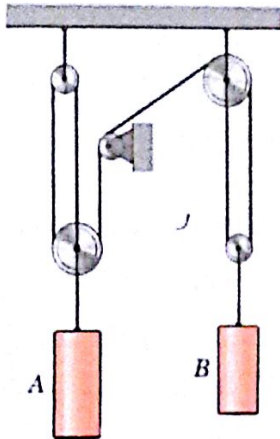
۲-۲۱۴ سرعت قطعه A به طرف بالای سطح شیب دار با آهنگ  $0.44 \text{ m/s}$  در جهت افزایش می یابد. مطلوب است تعیین شتاب استوانه B.



مسئله ۲-۲۱۴

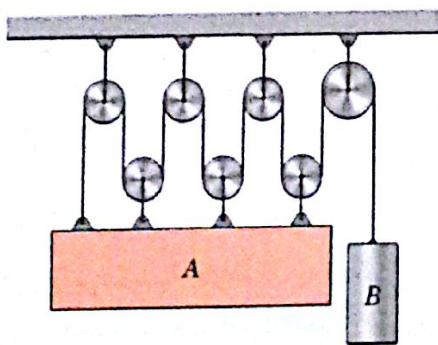
۲-۲۱۵ در لحظه ای خاص، استوانه A سرعت روبه پایینی برابر  $0.8 \text{ m/s}$  و شتاب روبه بالایی برابر  $2 \text{ m/s}^2$  دارد. مطلوب است تعیین سرعت و شتاب متناظر استوانه B.

ج: به طرف بالا  $v_B = 1.2 \text{ m/s}$   
به طرف پایین  $a_B = 3 \text{ m/s}^2$



مسئله ۲-۲۱۵

۲-۲۱۶ مطلوب است تعیین معادله مقیدکننده ای که شتاب اجسام A و B را به هم مربوط می کند. فرض کنید که سطح بالایی A افقی باقی می ماند.



مسئله ۲-۲۱۶