

فصل ششم

شمارنده‌ها و اعداد اول



عدد اول

شمارنده اول

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک

کوچک‌ترین مضرب مشترک



۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «×» مشخص کنید.

- ☐ الف) ۱۵ عددی اول است. ☐ ب) ۳۳ عددی اول است.
- ☐ پ) هر عدد شمارنده‌ی خودش است. ☐ ت) اگر عددی زوج باشد، اول نیست.
- ☐ ث) عدد ۹ دارای چهار شمارنده است. ☐ ج) در مجموعه‌ی اعداد اول عدد زوجی وجود ندارد.
- ☐ چ) همه‌ی اعداد اول از یک بزرگ‌تر هستند. ☐ ح) تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰ برابر ۴ تا است.
- ☐ خ) $4 \times 7 = 28$ پس ۴ و ۷ شمارنده‌های ۲۸ هستند. ☐ د) بزرگ‌ترین شمارنده‌ی هر عدد خود آن عدد است.
- ☐ ذ) تعداد شمارنده‌های یک عدد همیشه فرد است. ☐ ر) یکی از شمارنده‌های هر عدد طبیعی عدد یک است.

۲- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «×» مشخص کنید.

- ☐ الف) 730 بر ۵ بخش‌پذیر است پس ۵ شمارنده‌ی 730 است.
- ☐ ب) اگر جمع دو عدد اول زوج باشد حتماً هر دو عدد اول، فرد هستند.
- ☐ پ) اگر جمع دو عدد اول فرد باشد حتماً یکی از آن دو عدد اول، ۲ می‌باشد.
- ☐ ت) اختلاف عدد اول ۲ با هر عدد اول دیگری همیشه یک عدد فرد می‌باشد.
- ☐ ث) مجموع عدد اول ۲ با هر عدد اول دیگری همیشه یک عدد زوج می‌باشد.
- ☐ ج) اگر حاصل‌ضرب دو عدد اول یک عدد زوج باشد، حتماً یکی از آن‌ها ۲ می‌باشد.
- ☐ چ) اگر حاصل‌ضرب دو عدد اول یک عدد فرد باشد، آن دو عدد اول هر دو فرد هستند.
- ☐ ح) هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک که فقط دو شمارنده‌ی اول داشته باشد را عدد اول می‌گویند.

۳- هر يك از جمله‌های زیر را با يك عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

- الف) هر عدد شمارنده‌ی است. ☐ ب) تنها عدد زوج اول عدد است.
- پ) کوچک‌ترین عدد اول دو رقمی عدد است. ☐ ت) عدد شمارنده‌ی هر عددی است.
- ث) حاصل‌ضرب هر دو عدد اول همیشه یک عدد است. ☐ ج) حاصل‌ضرب هر دو عدد اول، عدد اول است.
- چ) اعداد فقط بر یک و خودشان بخش‌پذیر هستند. ☐ ح) مجموع دو عدد طبیعی فرد یک عدد است.
- خ) مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی است. ☐ د) حاصل‌جمع و تفریق هر دو عدد اول همیشه یک عدد اول است.
- ذ) مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی است. ☐ ر) تنها عدد طبیعی که شمارنده‌ی اول ندارد، عدد است.
- ز) عددی که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد نامیده می‌شود.

۴- بین دو عدد ۴۱ و ۶۲ چند عدد اول وجود دارد؟

- ☐ الف) ۵ ☐ ب) ۶ ☐ ج) ۷ ☐ د) ۸

۵- عددی که هم زوج و هم اول است؟

- ☐ الف) ۱ ☐ ب) صفر ☐ ج) ۲ ☐ د) ۱۰

۶- کدام يك از اعداد زیر اول است؟

- ☐ الف) ۲۷ ☐ ب) ۱ ☐ ج) ۱۹ ☐ د) ۳۹

۷- اعدادی که فقط دو شمارنده داشته باشند، اعداد هستند.

- ☐ الف) فرد ☐ ب) غیر اول ☐ ج) اول ☐ د) زوج

۸- کدام دسته از اعداد زیر همگی اول هستند؟

- الف) ۳۹ و ۲۹ و ۲۳ ☐ ب) ۱۹ و ۷۹ و ۷۱ ☐ ج) ۶۹ و ۹۱ و ۶۱ ☐ د) ۳۳ و ۲۳ و ۱۳ ☐

۴۳۲ ☐

۹- در جای خالی چه عددی قرار دهیم تا عدد حاصل هم بر ۹ و هم بر ۸ بخش پذیر باشد.

- الف) ۳ ☐ ب) ۱ ☐ ج) ۵ ☐ د) صفر ☐

۱۰- به جای مربع عدد طبیعی قرار دهید.

- ۱۳۲ = ۱۱ × ☐ (ت) $۴۲۵۵ = ۵ \times \square$ (پ) $۹۸۲۸ = ۹ \times \square$ (ب) $۴۵ = ۳ \times \square$ (الف)

۱۱- عدد اول را تعریف کنید و کوچکترین عدد اول را نام ببرید.

۱۲- اعداد اول کوچکتر از ۳۰ را بنویسید.

۱۳- مانند نمونه در صورت امکان عددها را به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگتر از یک بنویسید.



۱۴- تمام شمارنده‌های هر یک از اعداد زیر را با نوشتن هر عدد به صورت ضرب دو عدد طبیعی مشخص کنید.

الف) ۲۱

ب) ۸

پ) ۱۲

ت) ۱۶

ث) ۲۸

ج) ۳۶

۱۵- شمارنده‌های اعداد زیر را با نوشتن تمام تساوی‌های تقسیم مشخص کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند)

الف) ۱۷

ب) ۱۵

پ) ۱۰

ت) ۷

ث) ۲۷

ج) ۱۸

۱۶- شمارنده‌های اعداد زیر را به روش دسته‌بندی کردن شکل، مشخص کنید.

۱۶ (پ)

۵ (ب)

۹ (الف)

۲۴ (ج)

۲۰ (ث)

۱۰ (ت)

۱۷ - در مقابل هر عدد شمارنده‌های آن را بنویسید.

۱۴ (ب)

۶ (الف)

۲۴ (ت)

۱۹ (پ)

۴۲ (ج)

۳۳ (ث)

۸۱ (ح)

۶۸ (چ)

۱۰۰ (د)

۹۱ (خ)

۱۸- در يك کلاس ۵ گروه ۴ نفره و ۴ گروه ۳ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌هایی با تعداد مساوی گروه‌بندی کرد به‌طوری‌که تعداد نفرهای هر گروه بین ۲ و ۵ نفر باشند؟

۱۹- تمامی شمارنده‌های عددهای جدول زیر را از كوچك به بزرگ در مقابل آن‌ها بنویسید.

شمارنده‌ها	عدد	شمارنده‌ها	عدد
	۱۶		۱۰
	۱۷		۱۱
	۱۸		۱۲
	۱۹		۱۳

۲۰- اگر بخواهیم برای انجام کارهای علمی يك کلاس ۱۶ نفره دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنیم، جدول زیر را در مورد تعداد اعضای هر گروه و تعداد گروه‌ها کامل کنید. (تعداد گروه‌ها از ۲ تا ۸ نفر باشد).

تعداد اعضای گروه			
تعداد گروه‌ها			

۲۱- برای عدد ۱۳ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن استفاده کنید و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

۲۲- برای عدد ۲۴ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن استفاده کنید و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

۶۱، ۲، ۵۱، ۲۱، ۱۳

۲۳- دور اعداد اول خط بکشید.

۸۱، ۱۵، ۱۷، ۴۵، ۲۷

۲۴- دور عدد اول خط بکشید.

۹، ۳، ۲۲، ۱، ۲، ۱۴

۲۵- دور اعدادی که اول نیستند خط بکشید.

۲۶- آیا عدد ۲۳ شمارنده‌ی ۵۱۱ است؟ چرا؟

۲۷- آیا عدد ۲۹ شمارنده‌ی عدد ۴۹۳۸۲ است؟ چرا؟

۳۱۵، ۳۵۱، ۳۰۵، ۵۰۳

۲۸- کدام یک از اعداد مقابل بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟

۲۱۷، ۲۱۰، ۴۲۴، ۳۶۴

۲۹- کدام یک از اعداد مقابل بر ۱۴ بخش پذیر است؟ چرا؟

۱۰۳۸، ۴۱۶، ۸۲۵، ۴۳۵۶

۳۰- کدام یک از اعداد روبه‌رو بر ۶ بخش پذیرند؟ چرا؟

۹۴۵، ۲۱۵، ۹۳، ۱۲۶۰

۳۱- زیر اعدادی که هم بر ۵ و هم بر ۹ بخش پذیر هستند، خط بکشید.

۱۵۰۰، ۲۲۵، ۱۹۲، ۱۲۵

۳۲- اعدادی که بر ۵ بخش پذیر هستند، را انتخاب کنید.

۳۳- پنج عدد بنویسید که عدد ۳ شمارنده‌ی آن‌ها باشد.

۳۴- دو عدد اول بنویسید که مجموع آن‌ها ۴۹ باشد.

۳۵- با رقم‌های ۳ و ۴ یک عدد دو رقمی بنویسید که عدد اول باشد.

۳۶- کدام یک از عددهای زیر اول هستند. دور آن‌ها خط بکشید و عددهایی که اول نیستند را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نشان دهید.

۱، ۲، ۱۷، ۲۵، ۸۱، ۲۱، ۴۱

۳۷- اعداد اولی که از ۲۵ بزرگ‌تر هستند را بنویسید.

۳۸- اعداد اولی بنویسید که اولاً دو رقمی باشند، ثانیاً دهگان آن‌ها عدد ۳ باشد.

۳۹- اعداد اول بزرگتر از ۱۰ و کوچکتر از ۲۰ را بنویسید.

۴۰- عدد اولی بنویسید که بر ۱۹ بخش پذیر باشد.

۴۱- اعداد بین ۳۱ و ۴۹ را بنویسید و دور اعداد اول خط بکشید.

۴۲- ۲۴ نفر از پرسنل يك شرکت تولیدی برای سفر تفریحی ثبت نام نموده‌اند. این اشخاص را به چند طریق می‌توان به گروه‌های مساوی تقسیم‌بندی نمود که به تدریج به این سفر تفریحی اعزام شوند؟ (در صورتی‌که تعداد نفرات هر گروه حداقل باید دو نفر باشد) (به‌طور مثال به‌صورت ۸ گروه ۳ نفره)

۴۳- اگر تفاضل دو عدد اول ۳۵ باشد. آن دو عدد اول را به‌دست آورید.

۴۴- اگر مجموع دو عدد اول ۶۹ باشد. آن دو عدد اول را به‌دست آورید.

۴۵- حاصل ضرب دو عدد اول، برابر با ۲۲ شده است. آن دو عدد را پیدا کنید.

۴۶- حاصل ضرب دو عدد اول ۵۵ می‌باشد. آن دو عدد را پیدا کنید.

۴۷- اگر مجموع دو عدد اول ۲۴ باشد. آن دو عدد را به‌دست آورید.

۴۸- بررسی کنید آیا تعداد شمارنده‌های اعداد ۹، ۴، ۱۶ و ۲۵ همگی يك عدد فرد هستند یا خیر؟

۴۹- بررسی کنید آیا تعداد شمارنده‌های اعداد ۲۰، ۱۵، ۳۵ و ۴۰ همگی يك عدد زوج هستند یا خیر؟

۵۰- از عبارت زیر چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

« ۳ شمارنده‌ی ۶ هست و ۶ شمارنده‌ی ۲۴ است. »

۵۱- عدد ۵ شمارنده‌ی عدد ۱۵ است و عدد ۱۵ شمارنده‌ی عدد ۶۰ است. آیا عدد ۵ شمارنده‌ی عدد ۶۰ است؟

۵۲- عدد اولی بنویسید که دو رقمی باشد و رقم دهگان آن ۹ باشد.

۵۳- اعدادی را که نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از يك نوشت مشخص نمایید.

۱۳ (ت)

۱۲ (پ)

۹ (ب)

۵ (الف)

۲۱ (ح)

۲۰ (چ)

۱۹ (ج)

۱۵ (ث)

عدد اول

پاسخ سوالها



۱- الف) $\times 15$ بر ۳ و ۵ بخش پذیر است.	ب) $\times 33$ بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر است.	پ) $\checkmark$
ت) $\times$ عدد ۲ زوج است و اول است.	ث) $\times$ شمارنده‌های عدد ۹، اعداد ۱، ۳ و ۹ است.	ج) $\times$ عدد ۲ عدد اول زوج است.
چ) $\checkmark$ اعداد اول عبارتند از: ۲، ۳، ۵، ۷ و ...	ح) $\checkmark$ اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰ عبارتند از: ۲، ۳، ۵ و ۷	خ) $\checkmark$
د) $\checkmark$	ذ) $\times$ تعداد شمارنده‌های يك عدد ممکن است زوج یا فرد باشد.	را) $\checkmark$
۲- الف) $\checkmark$	ب) $\checkmark$ عدد زوج = عدد فرد + عدد فرد	پ) $\checkmark$ عدد فرد = عدد فرد + عدد زوج و تنها عدد زوج اول عدد ۲ است.
ت) $\checkmark$ اختلاف ۲ که زوج است با هر عدد اول دیگر که فرد است همیشه يك عدد فرد است.		
ث) $\times$ همگی اعداد اول به جز ۲ فرد هستند و مجموع هر عدد فرد با عدد اول ۲ يك عدد فرد است.		
ج) $\checkmark$ عدد زوج = عدد فرد $\times$ عدد زوج و تنها عدد زوج اول، عدد ۲ است.		
ح) $\times$ همگی اعداد اول فقط يك شمارنده‌ی اول دارند و آن هم خود عدد اول است.		
۳- الف) خودش	ب) ۲	پ) عدد ۱۱
چ) اول	ح) زوج	خ) زوج
د) نیست	ذ) زوج	ر) يك
ز) اول	س) نیست	ح) نیست
۴- الف اعداد اول بین ۴۱ و ۶۲ عبارتند از: ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹ و ۶۱		
۵- ج		
۶- ج می‌توان عدد ۲۷ و ۳۹ را به صورت ضرب دو عدد غیر از يك نوشت پس اول نیستند.	۳۹ ۳ ۱۳	۲۷ ۳ ۹
۷- ج		
۸- ب زیرا اعداد ۱۹ و ۷۹ و ۷۱ را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك نوشت ولی در گزینه‌ی (الف) داریم:		
در گزینه‌ی (ج) داریم: ۹۱ و در گزینه‌ی (د) داریم: ۳۳		
۹- د اعدادی بر ۹ بخش پذیرند که جمع رقم‌های آن‌ها بر ۹ بخش پذیر باشد. $4 + 3 + 2 = 9$ چون رقم‌هایی که داریم برابر است با ۹ و هر کدام از گزینه‌های (الف) و (ب) و (ج) را در جای خالی قرار دهیم مجموع رقم‌ها بر ۹ بخش پذیر نیست. پس گزینه‌ی (د) را می‌توان در جای خالی قرار داد. و اعدادی بر ۸ بخش پذیرند که سه رقم سمت راستشان بر ۸ بخش پذیر باشد.		
۱۰- الف) $45 \div 3 = 15$	ب) $9828 \div 9 = 1092$	پ) $4255 \div 5 = 851$
ت) $132 \div 11 = 12$		
۱۱- تعریف ۱: عدد اول عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك است که به جز يك و خودش شمارنده‌ی دیگری نداشته باشد.		
تعریف ۲: عدد اول عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك است که به جز يك و خودش بر عدد دیگری بخش پذیر نباشد.		
تعریف ۳: عدد اول عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك است که نتوان آن را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك نوشت.		
کوچک‌ترین عدد اول، عدد ۲ است.		
۱۲- $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$: اعداد اول کوچک‌تر از ۳۰		
۱۳- ۲۲، ۶، ۱۴، ۲۵، ۹۱		
۲۲: ۲ ۱۱، ۶: ۲ ۳، ۱۴: ۲ ۷، ۲۵: ۵ ۵، ۹۱: ۷ ۱۳		

الف) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 21 = 21 \\ 3 \times 7 = 21 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۲۱: $\{1, 3, 7, 21\}$

ب) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 8 = 8 \\ 2 \times 4 = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۸: $\{1, 2, 4, 8\}$

۱۴-

پ) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 12 = 12 \\ 2 \times 6 = 12 \\ 3 \times 4 = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۲: $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

ت) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 16 = 16 \\ 2 \times 8 = 16 \\ 4 \times 4 = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۶: $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

ث) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 28 = 28 \\ 2 \times 14 = 28 \\ 4 \times 7 = 28 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۲۸: $\{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

ج) $\left. \begin{array}{l} 1 \times 36 = 36 \\ 2 \times 18 = 36 \\ 3 \times 12 = 36 \\ 4 \times 9 = 36 \\ 6 \times 6 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۳۶: $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

الف) $\left. \begin{array}{l} 17 \div 1 = 17 \\ 17 \div 17 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۷: $\{1, 17\}$

ب) $\left. \begin{array}{l} 15 \div 1 = 15 \\ 15 \div 3 = 5 \\ 15 \div 5 = 3 \\ 15 \div 15 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۵: $\{1, 3, 5, 15\}$

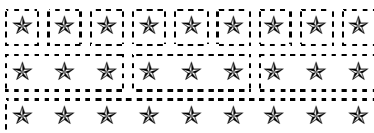
۱۵-

پ) $\left. \begin{array}{l} 10 \div 1 = 10 \\ 10 \div 2 = 5 \\ 10 \div 5 = 2 \\ 10 \div 10 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۰: $\{1, 2, 5, 10\}$

ت) $\left. \begin{array}{l} 7 \div 1 = 7 \\ 7 \div 7 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۷: $\{1, 7\}$

ث) $\left. \begin{array}{l} 27 \div 1 = 27 \\ 27 \div 3 = 9 \\ 27 \div 9 = 3 \\ 27 \div 27 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۲۷: $\{1, 3, 9, 27\}$

ج) $\left. \begin{array}{l} 18 \div 1 = 18 \\ 18 \div 2 = 9 \\ 18 \div 3 = 6 \\ 18 \div 6 = 3 \\ 18 \div 9 = 2 \\ 18 \div 18 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۸: $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$



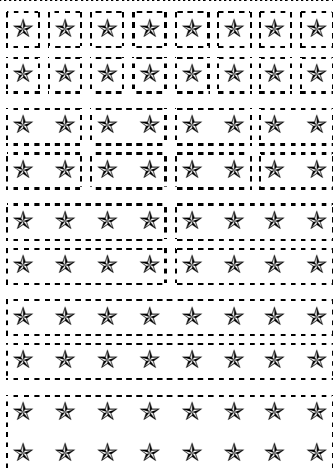
۹ دسته‌ی یکی
۳ دسته‌ی ۳ تایی
۱ دسته‌ی ۹ تایی
 $\Rightarrow$ شمارنده‌های ۹: $\{1, 3, 9\}$

۱۶- الف)



۵ دسته‌ی یکی
۱ دسته‌ی ۵ تایی
 $\Rightarrow$ شمارنده‌های ۵: $\{1, 5\}$

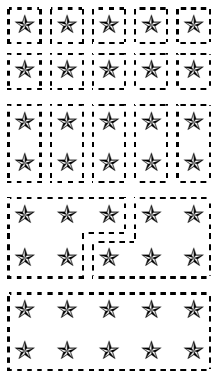
ب)



۱۶ دسته‌ی یکی
۸ دسته‌ی دوتایی
۴ دسته‌ی چهارتایی
۲ دسته‌ی هشتتایی
۱ دسته‌ی شانزده‌تایی
 $\Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۶: $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

پ)

(ت)



۱۰ دسته‌ی یکی

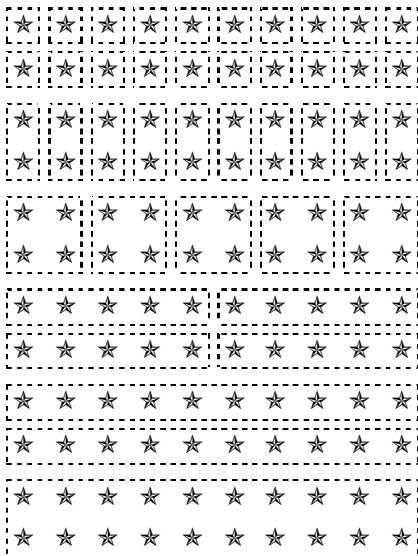
۵ دسته‌ی دوتایی

۲ دسته‌ی پنج‌تایی

۱ دسته‌ی ده‌تایی

$\Rightarrow$ شمارنده‌های ۱۰: $\{1, 2, 5, 10\}$

(ث)



۲۰ دسته‌ی یکی

۱۰ دسته‌ی دوتایی

۵ دسته‌ی چهارتایی

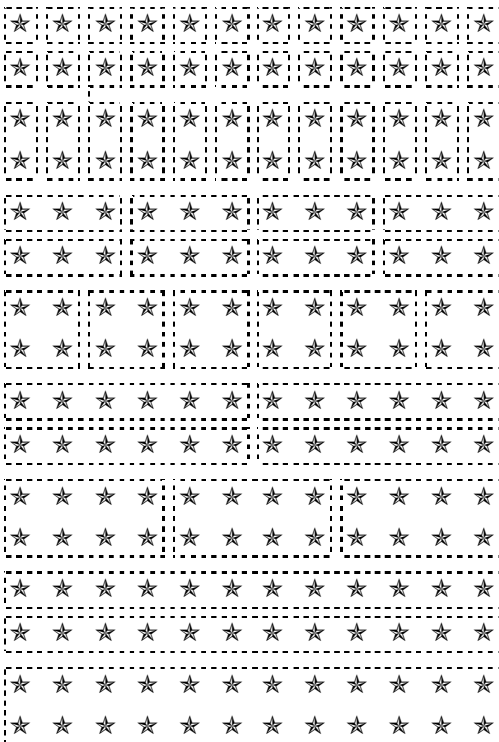
۴ دسته‌ی پنج‌تایی

۲ دسته‌ی ده‌تایی

۱ دسته‌ی بیست‌تایی

$\Rightarrow$ شمارنده‌های ۲۰: $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

(ج)



۲۴ دسته‌ی یکی

۱۲ دسته‌ی دوتایی

۸ دسته‌ی سه‌تایی

۶ دسته‌ی چهارتایی

۴ دسته‌ی شش‌تایی

۳ دسته‌ی هشت‌تایی

۲ دسته‌ی دوازده‌تایی

۱ دسته‌ی بیست و چهارتایی

$\Rightarrow$ شمارنده‌های ۲۴: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

الف) شمارنده‌های ۶: $\{1, 2, 3, 6\}$

ب) شمارنده‌های ۱۴: $\{1, 2, 7, 14\}$

۱۷-

پ) شمارنده‌های ۱۹: {۱, ۱۹}

ت) شمارنده‌های ۲۴: {۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴}

ث) شمارنده‌های ۳۳: {۱, ۳, ۱۱, ۳۳}

ج) شمارنده‌های ۴۲: {۱, ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۴, ۲۱, ۴۲}

چ) شمارنده‌های ۶۸: {۱, ۲, ۴, ۱۷, ۳۴, ۶۸}

ح) شمارنده‌های ۸۱: {۱, ۳, ۹, ۲۷, ۸۱}

خ) شمارنده‌های ۹۱: {۱, ۷, ۱۳, ۹۱}

د) شمارنده‌های ۱۰۰: {۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰, ۲۵, ۵۰, ۱۰۰}

۱۸-

نفر $20 + 12 = 32 \Rightarrow 4 \times 3 = 12$ نفر $4 \Rightarrow$ گروه ۳ نفره و $5 \times 4 = 20$ نفر $5 \Rightarrow$ گروه ۴ نفره

تعداد دانش‌آموزان کلاس ۳۲ نفر هستند. تمام حالت‌هایی که می‌توان دانش‌آموزان کلاس را با تعداد مساوی گروه‌بندی کرد به صورت زیر است:

سی و دو گروه یک نفره $32 = 32 \times 1$ و یک گروه سی و دو نفره $32 = 1 \times 32$
شانزده گروه دو نفره $32 = 16 \times 2$ و دو گروه شانزده نفره $32 = 2 \times 16$
هشت گروه چهار نفره $32 = 8 \times 4$ و چهار گروه هشت نفره $32 = 4 \times 8$

چون در صورت سوال گروه‌هایی با تعداد بین ۲ و ۵ نفر می‌خواهد پس دانش‌آموزان این کلاس را می‌توان فقط به يك حالت یعنی هشت گروه چهار نفره گروه‌بندی کرد.

۱۹-

شمارنده‌ها	عدد	شمارنده‌ها	عدد
۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶	۱۶	۱, ۲, ۵, ۱۰	۱۰
۱, ۱۷	۱۷	۱, ۱۱	۱۱
۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸	۱۸	۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲	۱۲
۱, ۱۹	۱۹	۱, ۱۳	۱۳

۲۰-

تعداد اعضای گروه	۸	۴	۲
تعداد گروه‌ها	۲	۴	۸

۲۱-

روش ضرب کردن {۱, ۱۳}: شمارنده‌های ۱۳ $\Rightarrow 13 = 1 \times 13$
روش تقسیم کردن {۱, ۱۳}: شمارنده‌های ۱۳ $\Rightarrow 13 \div 1 = 13$
 $13 \div 13 = 1$

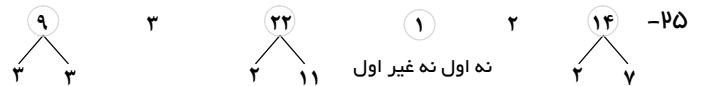
۲۲-

روش ضرب کردن {۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴}: شمارنده‌های ۲۴ $\Rightarrow 24 = 1 \times 24$
 $24 = 2 \times 12$
 $24 = 3 \times 8$
 $24 = 4 \times 6$
 $24 = 6 \times 4$
 $24 = 8 \times 3$
 $24 = 12 \times 2$
 $24 = 24 \times 1$
روش تقسیم کردن {۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴}: شمارنده‌های ۲۴ $\Rightarrow 24 \div 1 = 24$
 $24 \div 2 = 12$
 $24 \div 3 = 8$
 $24 \div 4 = 6$
 $24 \div 6 = 4$
 $24 \div 8 = 3$
 $24 \div 12 = 2$
 $24 \div 24 = 1$

۲۳-

۱۳ عدد اول $\begin{matrix} 21 \\ 3 \end{matrix}$ ۷
۵۱ عدد اول $\begin{matrix} 51 \\ 3 \end{matrix}$ ۱۷
۲ عدد اول
۶۱ عدد اول

۲۷ عدد اول $\begin{matrix} 27 \\ 9 \end{matrix}$ ۳
۴۵ عدد اول $\begin{matrix} 45 \\ 9 \end{matrix}$ ۵
۱۷ عدد اول
۱۵ عدد اول $\begin{matrix} 15 \\ 3 \end{matrix}$ ۵
۸۱ عدد اول $\begin{matrix} 81 \\ 9 \end{matrix}$ ۹



۷۶- خیر، زیرا ۵۱۱ بر ۲۳ بخش پذیر نیست. یعنی اگر ۵۱۱ را بر ۲۳ تقسیم کنیم باقی مانده صفر نمی شود.

۷۷- خیر، زیرا ۴۹۳۸۲ بر ۲۹ بخش پذیر نیست یعنی اگر ۴۹۳۸۲ را بر ۲۹ تقسیم کنیم باقی مانده صفر نمی شود.

۷۸- باید بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد. بر ۳ بخش پذیر است $\Rightarrow 3 + 1 + 5 = 9 \Rightarrow$ جمع رقم ها $\rightarrow 315$

در نتیجه ۳۱۵ بر ۱۵ بخش پذیر است. $\Rightarrow 5$ رقم یکان $\rightarrow 315$

۷۹- باید بر ۲ و ۷ بخش پذیر باشد. بر ۷ بخش پذیر است $\Rightarrow 210 \div 7 = 30 \Rightarrow 210$

در نتیجه ۲۱۰ بر ۱۴ بخش پذیر است. بر ۲ بخش پذیر است $\Rightarrow 0$ رقم یکان $\rightarrow 210$

بر ۷ بخش پذیر است $\Rightarrow 364 \div 7 = 52 \Rightarrow 364$

در نتیجه ۳۶۴ بر ۱۴ بخش پذیر است. $\Rightarrow 4$ رقم یکان $\rightarrow 364$

۸۰- باید بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد. بر ۳ بخش پذیر است $\Rightarrow 1 + 0 + 3 + 8 = 12 \Rightarrow$ جمع رقم ها $\rightarrow 1038$

در نتیجه ۱۰۳۸ بر ۶ بخش پذیر است. بر ۲ بخش پذیر است $\Rightarrow 8$ رقم یکان $\rightarrow 1038$

بر ۳ بخش پذیر است $\Rightarrow 4 + 3 + 5 + 6 = 18 \Rightarrow$ جمع رقم ها $\rightarrow 4356$

در نتیجه ۴۳۵۶ بر ۶ بخش پذیر است. $\Rightarrow 6$ رقم یکان $\rightarrow 4356$

۸۱- بر ۹ بخش پذیر است $\Rightarrow 9 + 4 + 5 = 18 \Rightarrow$ جمع رقم ها $\rightarrow 945$

در نتیجه ۹۴۵ هم بر ۵ و هم بر ۹ بخش پذیر است. $\Rightarrow 5$ رقم یکان $\rightarrow 945$

بر ۹ بخش پذیر است $\Rightarrow 1 + 2 + 6 + 0 = 9 \Rightarrow$ جمع رقم ها $\rightarrow 1260$

در نتیجه ۱۲۶۰ هم بر ۵ و هم بر ۹ بخش پذیر است. $\Rightarrow 0$ رقم یکان $\rightarrow 1260$

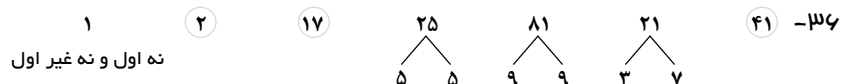
۸۲- ۱۲۵، ۲۲۵، ۱۵۰۰ می دانیم اعدادی بر ۵ بخش پذیر هستند که رقم یکان آن ها صفر یا ۵ باشد.

۸۳- اعداد ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۲۱ و ... اعدادی هستند که ۳ شمارنده ی آن ها است.

... ، $3 \times 7 = 21$ ، $3 \times 6 = 18$ ، $3 \times 5 = 15$ ، $3 \times 4 = 12$ ، $3 \times 3 = 9$ ، $3 \times 2 = 6$ ،

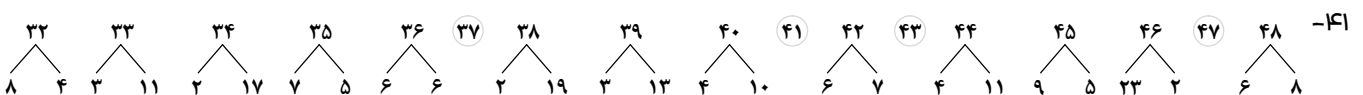
۸۴- چون ۴۹ يك عدد فرد است و (عدد فرد = عدد فرد + عدد زوج) و تنها عدد زوج اول عدد ۲ است پس یکی از آن اعداد اول حتماً ۲

است. $2 + 47 = 49 \Rightarrow$ دو عدد اول ۲ و ۴۷ هستند. $43 -$ عدد ۳۵



۸۷- اعداد اول روبه روى ۲۵ بزرگتر هستند: ... و ۴۷ و ۴۳ و ۴۱ و ۳۷ و ۳۱ و ۲۹

۸۹- اعداد ۱۹ و ۱۷ و ۱۳ و ۱۱ $40 -$ عدد ۱۹، زیرا عدد اول عددی است که فقط بر يك و خودش بخش پذیر است.



۹۶-

حالت پنجم $\rightarrow$ ۲۴ گروه ۱ نفره	$24 = 24 \times 1$	حالت اول $\rightarrow$ ۱ گروه ۲۴ نفره	$24 = 1 \times 24$
حالت ششم $\rightarrow$ ۱۲ گروه ۲ نفره	$24 = 12 \times 2$	حالت دوم $\rightarrow$ ۲ گروه ۱۲ نفره	$24 = 2 \times 12$
حالت هفتم $\rightarrow$ ۸ گروه ۳ نفره	$24 = 8 \times 3$	حالت سوم $\rightarrow$ ۳ گروه ۸ نفره	$24 = 3 \times 8$
حالت هشتم $\rightarrow$ ۶ گروه ۴ نفره	$24 = 6 \times 4$	حالت چهارم $\rightarrow$ ۴ گروه ۶ نفره	$24 = 4 \times 6$

حالت اول و حالت پنجم جواب سوال نمی‌باشد. بنابراین به ۶ طریق می‌توان این کار را انجام داد.

۱۴۳- عدد ۳۵ عدد فرد است. حاصل تفریق یک عدد زوج و یک عدد فرد، یک عدد فرد است. تنها عدد زوج اول عدد ۲ است. در نتیجه یکی از اعداد اول، عدد ۲ است.

۱۴۴- عدد ۶۹ عدد فرد است. حاصل جمع یک عدد زوج و یک عدد فرد، یک عدد فرد است.

در نتیجه یکی از اعداد اول، عدد ۲ است. اعداد اول مورد نظر ۲ و ۶۷ هستند. $67 + 2 = 69$

۱۴۵- عدد ۲۲ عدد زوج است. اگر حاصل ضرب دو عدد، عدد زوج باشد حتماً یکی از آن اعداد زوج است.

تنها عدد زوج اول عدد ۲ است. در نتیجه یکی از اعداد اول، عدد ۲ است. اعداد اول مورد نظر ۲ و ۱۱ هستند. $2 \times 11 = 22$

۱۴۶- چون (عدد فرد = عدد فرد $\times$ عدد فرد) و $5 \times 11 = 55$ پس اعداد اول مورد نظر ۵ و ۱۱ هستند.

۱۴۷- این مسئله را می‌توان از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب حل کرد. چون در این مسئله به دنبال دو عدد اول هستیم که مجموع آن‌ها عدد ۲۴ شود بنابراین در ستون اولین عدد، اعداد اول را می‌نویسیم و اعداد ستون «دومین عدد» را پیدا می‌کنیم. حالت‌هایی که دومین عدد، عدد اول باشد پاسخ مسئله است.

اولین عدد	دومین عدد	بررسی
۲	۲۲	چون دومین عدد، عدد اول نیست پس مطلوب مسئله نیست
۳	۲۱	چون دومین عدد، عدد اول نیست پس مطلوب مسئله نیست
۵	۱۹	پاسخ مسئله
۷	۱۷	پاسخ مسئله
۱۱	۱۳	پاسخ مسئله

۱۴۸- $\{1, 5, 25\}$: شمارنده‌های ۲۵ $\{1, 2, 4\}$: شمارنده‌های ۴ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$: شمارنده‌های ۱۶ $\{1, 3, 9\}$: شمارنده‌های ۹

تعداد شمارنده‌های همه‌ی اعداد بالا فرد هستند. چون همه‌ی اعداد بالا حاصل ضرب یک عدد در خودش می‌باشند. مثلاً $9 = 3 \times 3$

☒ اعدادی که از حاصل ضرب یک عدد در خودش به‌وجود می‌آیند، تعداد شمارنده‌های آن‌ها فرد می‌باشد.

۱۴۹- $\{1, 3, 5, 15\}$: شمارنده‌های ۱۵ $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$: شمارنده‌های ۲۰

$\{1, 5, 7, 35\}$: شمارنده‌های ۳۵ $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$: شمارنده‌های ۴۰

تعداد شمارنده‌های همه‌ی اعداد بالا زوج هستند.

۵۰- از ۳ شمارنده‌ی ۶ و ۶ شمارنده‌ی ۲۴ است نتیجه می‌گیریم ۳ شمارنده‌ی ۲۴ است.

۵۱- بله. ۵ شمارنده‌ی ۱۵ و ۱۵ شمارنده‌ی ۶۰ است پس ۵ شمارنده‌ی ۶۰ است. ۵۲- عدد ۹۷

۵۳- الف) ۵	ب) ۹	پ) ۱۲	ت) ۱۳	ث) ۱۵	ج) ۱۹	چ) ۲۰	ح) ۲۱
$\begin{array}{c} 9 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 3 \end{array}$	$\begin{array}{c} 12 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{c} 13 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 19 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 7 \end{array}$	$\begin{array}{c} 20 \\ \swarrow \searrow \\ 2 \quad 10 \end{array}$	$\begin{array}{c} 21 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 7 \end{array}$		

پاسخ سوال موارد الف، ت و ج می‌باشد.

اعداد بر جهان حکومت می‌کنند.

«فیثاغورس»



شمارنده اول

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «×» مشخص کنید.

- ☐ الف) می‌دانیم $2 \times 2 \times 3 = 12$ پس ۱۲، دو شمارنده‌ی اول دارد.
- ☐ ب) عددی وجود ندارد که ۵ شمارنده‌ی اول داشته باشد.
- ☐ پ) با توجه به این که $2 \times 3 \times 5 = 30$ پس عدد ۳۰ سه شمارنده‌ی اول دارد.
- ☐ ت) هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ حداقل یک شمارنده‌ی اول دارد.
- ☐ ث) عدد ۲ شمارنده‌ی اول هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ می‌باشد.
- ☐ ج) تمام اعداد طبیعی یک رقمی حداقل یک شمارنده‌ی اول دارند.
- ☐ چ) با توجه به این که اعداد ۲ و ۳ اول هستند پس عدد ۶ دو شمارنده‌ی اول دارد.
- ☐ ح) اگر $a \times b \times d = c$ و a ، b و d سه عدد اول متمایز باشند، آن‌گاه c سه شمارنده‌ی اول دارد.
- ☐ خ) اگر سه عدد اول مختلف را در هم ضرب کنیم عددی به‌دست می‌آید که سه شمارنده‌ی اول دارد.

۲- هر يك از جمله‌های زیر را با يك عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

- الف) عدد يك شمارنده‌ی اول
- ب) ۲۱۰ چهار اول دارد.
- پ) عدد ۳۰، شمارنده‌ی اول دارد.
- ت) هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از يك حداقل يك اول دارد.
- ث) تمام اعداد طبیعی به‌جز يك شمارنده‌ی دارند.
- ج) تنها شمارنده‌ی اول عدد ۵ است.
- چ) هر عدد اول فقط يك شمارنده‌ی دارد.
- ح) تنها شمارنده‌ی اول هر عدد اولی، می‌باشد.

۳- اگر a و b و c سه عدد طبیعی متمایز باشند و $c = a \times b$ آن‌گاه:

- ☐ الف) c فقط بر a و b بخش‌پذیر است.
- ☐ ب) عدد a بر c بخش‌پذیر است.
- ☐ ج) c عددی اول است.
- ☐ د) عدد c حداقل ۴ شمارنده دارد.

۴- شمارنده‌های اول عدد ۲۸ چه اعدادی هستند؟

- ☐ الف) ۳ و ۷ ☐ ب) ۲ و ۷ ☐ ج) ۲ و ۳ ☐ د) ۵ و ۷

۵- شمارنده‌های اول عدد ۲۴ چه اعدادی است؟

- ☐ الف) ۳ و ۸ ☐ ب) ۶ و ۴ ☐ ج) ۱۲ و ۲ ☐ د) ۲ و ۳

۶- با شمارنده‌های ۳ و ۷ کدام يك از اعداد زیر تولید می‌شود؟

- ☐ الف) ۹۸ ☐ ب) ۷۸ ☐ ج) ۶۳ ☐ د) ۲۷

۷- با توجه به تجزیه‌ی عدد a ، کدام يك از گزینه‌ها شمارنده‌ی عدد a نیست؟

- ☐ الف) ۱۵ ☐ ب) ۲۵ ☐ ج) ۶۵ ☐ د) ۷۵

$$a = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

۸- با توجه به تجزیه عدد b ، کدام یک از گزینه‌ها شمارنده‌ی عدد b نیست؟

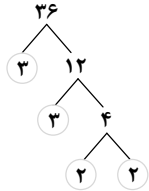
□ (د) ۳۰

□ (ج) ۴۲

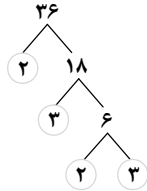
□ (ب) ۷۸

□ (الف) ۲۸

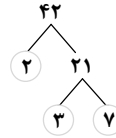
۹- مانند نمونه‌ها هر عدد را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید و آن را به صورت ضرب شمارنده‌های اول بنویسید.



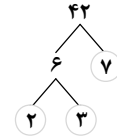
یا



$$36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2$$



یا



$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

۲۸ (الف)

۳۰ (ب)

۳۵ (پ)

۴۴ (ت)

۵۴ (ث)

۶۳ (ج)

۷۲ (چ)

۸۰ (ح)

۱۵۰ (خ)

۱۰۰ (د)

۱۲۰ (ذ)

۱۲۵ (ر)

۲۶۰ (ز)

۳۰۰ (ژ)

۴۴۱ (س)

۱۰- مانند نمونه با شمارنده‌های اول ۳ و ۵ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید.

$$3 \times 3 = 9$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 3 \times 5 = 45$$

=

=

=

=

۱۱- اعداد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید و بگویید هر کدام چند شمارنده‌ی اول دارند؟

- | | | |
|---------|---------|----------|
| ۲۱ (پ) | ۵۶ (ب) | ۳۶ (الف) |
| ۲۰۰ (ج) | ۲۵۰ (ث) | ۹۰ (ت) |

۱۲- تمام شمارنده‌های عددی زیر را بنویسید و زیر شمارنده‌های اول آن‌ها خط بکشید.

۴۸ و ۳۵ و ۴۲ و ۳۲

۱۳- با تجزیه‌ی عددهای صورت و مخرج، کسر را تا حد امکان ساده کنید.

- | | | |
|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| $\frac{21}{49}$ (پ) | $\frac{18}{48}$ (ب) | $\frac{16}{36}$ (الف) |
| $\frac{49}{91}$ (ج) | $\frac{42}{18}$ (ث) | $\frac{35}{42}$ (ت) |
| $\frac{120}{210}$ (خ) | $\frac{99}{66}$ (ح) | $\frac{72}{30}$ (چ) |

۱۴- می‌خواهیم سطح مربعی به ضلع ۱۸ متر را با مربع‌های یکسان بپوشانیم. ضلع این مربع‌ها چه اعدادی می‌تواند باشد؟

۱۵- با توجه به تجزیه‌ی عدد ۶۴ ، $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ، به صورت نظام‌دار تمام شمارنده‌های عدد ۶۴ را مشخص کنید.

۱۶- با توجه به تجزیه‌ی عدد ۹۰ ، $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ، به صورت نظام‌دار تمام شمارنده‌های عدد ۹۰ را مشخص کنید.

۱۷- اگر شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۷ و ۳ باشند و شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۲ و ۱۱ باشند، آیا این کسر ساده می‌شود؟ چرا؟

۱۸- با تجزیه‌ی عددهای صورت و مخرج، کسر را تا حد امکان ساده کنید.

- | | | |
|---|---|---|
| $\frac{16 \times 125}{25 \times 32}$ (پ) | $\frac{85 \times 24}{17 \times 30}$ (ب) | $\frac{12 \times 63}{49 \times 27}$ (الف) |
| $\frac{90}{25 \times 18}$ (ج) | $\frac{21 \times 81}{72 \times 63}$ (ث) | $\frac{44 \times 50}{40 \times 77}$ (ت) |
| $\frac{56 \times 10 \times 225}{14 \times 150}$ (خ) | $\frac{11 \times 360 \times 105}{15 \times 70 \times 18}$ (ح) | $\frac{15 \times 40 \times 42}{21 \times 30 \times 55}$ (چ) |

۱۹- چهار کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{2}{5}$ شوند.

۲۰- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{11}$ شوند.

۲۱- عددی مثال بزنید که ۵ شمارنده‌ی اول دارد.

۲۲- دو عدد طبیعی بنویسید که هر کدام چهار شمارنده‌ی اول داشته باشند.

۲۳- اگر اعداد اول ۲، ۱۱، ۱۳ و ۷ را در هم ضرب کنیم عدد حاصل چند شمارنده‌ی اول خواهد داشت؟ (لازم نیست چهار عدد را در هم ضرب کنید)

۲۴- اگر اعداد اول يك رقمی را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل چند شمارنده‌ی اول دارد؟

۲۵- اگر اعداد اول سه رقمی بین ۱۳۰ و ۱۴۰ را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل چند شمارنده‌ی اول دارد؟

۲۶- شش عدد طبیعی بنویسید که ۲ و ۳ شمارنده‌ی اول آن باشد.

۲۷- مساحت مستطیلی که طول و عرض آن عددهای طبیعی هستند، ۲۴ شده است. تمام حالت‌هایی که طول و عرض مستطیل می‌توانند داشته باشد را بنویسید.

۲۸- تجزیه‌ی عددی به صورت $2 \times 3 \times 5$ است.

الف) شمارنده‌های اول آن چه اعدادی هستند؟

ب) تمام شمارنده‌های غیر اول این عدد را بنویسید.

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 20$$

۲۹- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

الف) شمارنده‌های اول آن را مشخص کنید.

ب) دو شمارنده‌ی غیر اول این عدد را مشخص کنید.

پاسخ سوال‌ها



شمارنده اول

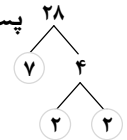
۱- الف) ✓ شمارنده‌های اول عدد ۱۲، ۲ و ۳ هستند. ب) ✗ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$ است و ۵ شمارنده‌ی اول دارد.

پ) ✓ ت) ✓ ث) ✗ عدد ۲ جز این شمارنده‌ها نیست. $\rightarrow \{1, 3, 5, 15\}$: شمارنده‌های عدد ۱۵

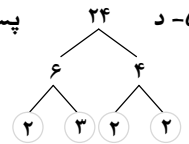
ج) ✗ يك، عدد طبیعی يك رقمی است و شمارنده‌ی اول ندارد.	چ) ✓	ح) ✓	خ) ✓
۲- الف) ندارد	ب) شمارنده	پ) سه	ت) شمارنده
ث) اول	ج) خود ۵	چ) اول	ح) خودش

۳- د عدد c حداقل ۴ شمارنده‌ی (۱ و c و a و b) دارد.

۴- ب پس $28 = 2 \times 2 \times 7$ که شمارنده‌های اول آن اعداد ۲ و ۷ هستند.



۵- د پس $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ که شمارنده‌های اول آن اعداد ۲ و ۳ هستند.



۶- ج راه حل اول: باید مشخص کنیم که کدام گزینه بر عدد ۳ و ۷ بخش پذیر است.

بر ۳ بخش پذیر نیست $98 \rightarrow 9 + 8 = 17 \Rightarrow$

بر ۳ بخش پذیر است $78 \rightarrow 7 + 8 = 15 \Rightarrow$

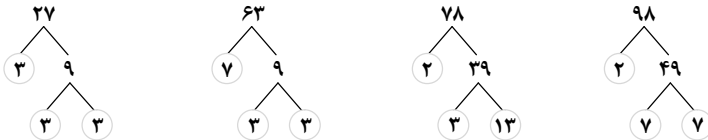
بر ۳ بخش پذیر است $63 \rightarrow 6 + 3 = 9 \Rightarrow$

بر ۳ بخش پذیر است $27 \rightarrow 2 + 7 = 9 \Rightarrow$

بر ۷ بخش پذیر است $63 = 9 \times 7 \Rightarrow$

بنابراین عدد ۶۳ بر ۳ و ۷ بخش پذیر است یعنی ۶۳ با شمارنده‌های ۳ و ۷ تولید می‌شود.

راه حل دوم:



۷- ج چون $65 = 5 \times 13$ است و عدد ۱۳ شمارنده‌ی اول عدد a نیست پس عدد ۶۵ شمارنده‌ی عدد ۶۵ نیست.

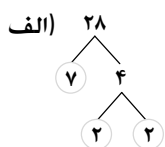
a : شمارنده‌های عدد {۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۵, ۳۰, ۵۰, ۷۵, ۱۵۰}

۸- ب چون $78 = 2 \times 3 \times 13$ و عدد ۱۳ شمارنده‌ی اول عدد b نیست. پس عدد ۷۸ شمارنده‌ی عدد b نیست.

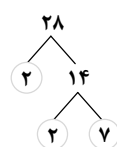
$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

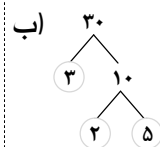
$$30 = 2 \times 3 \times 5$$



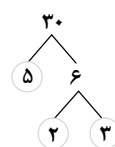
یا



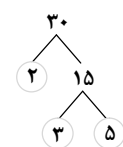
$$28 = 2 \times 2 \times 7$$



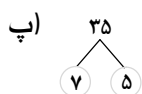
یا



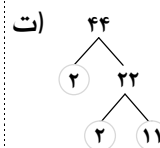
$$30 = 2 \times 3 \times 5$$



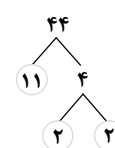
۹-



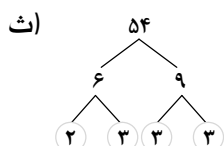
$$35 = 7 \times 5$$



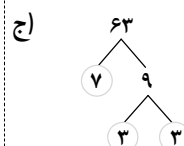
یا



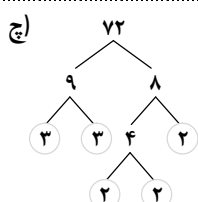
$$44 = 2 \times 2 \times 11$$



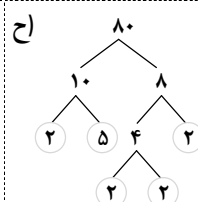
$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$



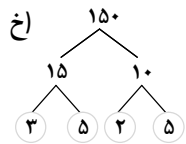
$$63 = 3 \times 3 \times 7$$



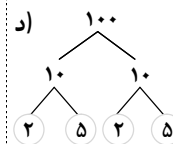
$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



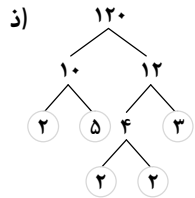
$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$



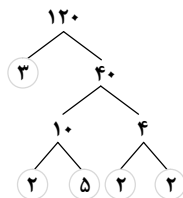
$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$



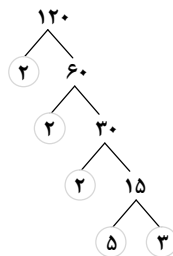
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



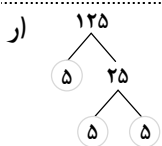
یا



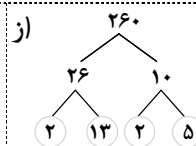
یا



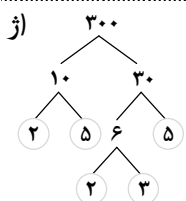
$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$



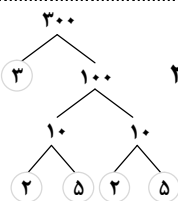
$$125 = 5 \times 5 \times 5$$



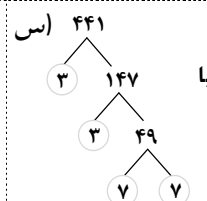
$$260 = 2 \times 2 \times 5 \times 13$$



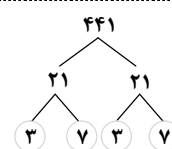
یا



$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$



یا



$$441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

$$3 \times 5 \times 5 = 75$$

$$3 \times 5 \times 5 \times 5 = 375$$

$$3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 1875$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 5 = 135$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 405$$

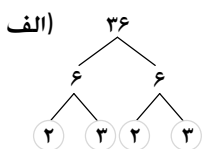
$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 1215$$

$$3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3375$$

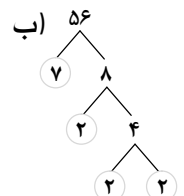
⋮

-۱۰



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

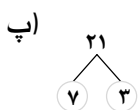
دو شمارنده‌ی اول دارد



$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

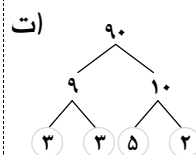
دو شمارنده‌ی اول دارد

-۱۱



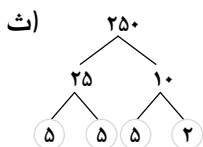
$$21 = 3 \times 7$$

دو شمارنده‌ی اول دارد



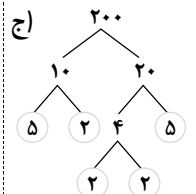
$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

سه شمارنده‌ی اول دارد



$$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

دو شمارنده‌ی اول دارد



$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

دو شمارنده‌ی اول دارد

۳۲های شمارنده‌های: {۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲}

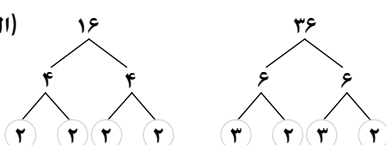
۴۲های شمارنده‌های: {۱, ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۴, ۲۱, ۴۲}

۳۵های شمارنده‌های: {۱, ۵, ۷, ۳۵}

۴۸های شمارنده‌های: {۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸}

-۱۲

الف)



$$\frac{16}{36} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

-۱۳

ب) $\frac{18}{48} = \frac{2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{3}{8}$

پ) $\frac{21}{49} = \frac{3 \times 7}{7 \times 7} = \frac{3}{7}$

ت) $\frac{35}{42} = \frac{5 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{6}$

ث) $\frac{42}{18} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 3} = \frac{7}{3}$

ج) $\frac{49}{91} = \frac{7 \times 7}{7 \times 13} = \frac{7}{13}$

چ) $\frac{72}{30} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 5} = \frac{12}{5}$

ح) $\frac{99}{66} = \frac{3 \times 3 \times 11}{2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{2}$

خ) $\frac{120}{210} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{4}{7}$

۱۸- ضلع این مربع‌ها اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۸ متر می‌تواند باشد.

۱۵- $1 \times 2 \times 2 = 4$ دو شمارنده اول $1 \times 2 = 2$ یک شمارنده اول 1 هیچ شمارنده اول
 $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ چهار شمارنده اول $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ سه شمارنده اول
 $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ شش شمارنده اول $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ شمارنده‌های عدد ۶۴

۱۶- $1 \times 5 = 5$, $1 \times 3 = 3$, $1 \times 2 = 2$ یک شمارنده اول 1 هیچ شمارنده اول
 $1 \times 3 \times 5 = 15$, $1 \times 3 \times 3 = 9$, $1 \times 2 \times 5 = 10$, $1 \times 2 \times 3 = 6$ دو شمارنده اول
 $1 \times 3 \times 3 \times 5 = 45$, $1 \times 2 \times 3 \times 5 = 30$, $1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$ سه شمارنده اول
 $1 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ چهار شمارنده اول $\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$ شمارنده‌های عدد ۹۰

۱۷- خیر، زیرا پس از تجزیه صورت و مخرج به شمارنده‌های اول، چون شمارنده‌های اول متفاوت هستند هیچکدام از شمارنده‌های اول صورت با شمارنده‌های اول مخرج ساده نمی‌شود.

الف) $\frac{(2 \times 2 \times 3)(3 \times 3 \times 7)}{(7 \times 7)(3 \times 3 \times 3)} = \frac{4}{7}$

ب) $\frac{(17 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3)}{17 \times (2 \times 3 \times 5)} = 4$

پ) $\frac{(2 \times 2 \times 2 \times 2)(5 \times 5 \times 5)}{(5 \times 5)(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)} = \frac{5}{2}$

ت) $\frac{(2 \times 2 \times 11) \times (2 \times 5 \times 5)}{(2 \times 2 \times 2 \times 5) \times (7 \times 11)} = \frac{5}{7}$

ث) $\frac{(3 \times 7) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)}{(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 7)} = \frac{3}{8}$

ج) $\frac{(2 \times 2 \times 2 \times 5)}{(5 \times 5) \times (2 \times 3 \times 3)} = \frac{1}{5}$

چ) $\frac{(3 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5) \times (2 \times 3 \times 7)}{(3 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5) \times (5 \times 11)} = \frac{8}{11}$

ح) $\frac{11 \times (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) \times (3 \times 5 \times 7)}{(3 \times 5) \times (2 \times 5 \times 7) \times (2 \times 3 \times 3)} = 22$

خ) $\frac{(2 \times 2 \times 2 \times 7) \times (2 \times 5) \times (3 \times 3 \times 5 \times 5)}{(2 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5 \times 5)} = 60$

۱۹- $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$ و $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ و $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$ و $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{10}{25}$

۲۰- $\frac{3}{11} = \frac{3 \times 2}{11 \times 2} = \frac{6}{22}$ و $\frac{3}{11} = \frac{3 \times 3}{11 \times 3} = \frac{9}{33}$ و $\frac{3}{11} = \frac{3 \times 4}{11 \times 4} = \frac{12}{44}$

۲۱- $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$ ، عدد ۲۳۱۰، پنج شمارنده‌ی اول دارد.

۲۲- $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ و $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$ ، هر کدام چهار شمارنده‌ی اول دارد.

۲۳- چهار شمارنده‌ی اول خواهد داشت یعنی اعداد اول ۲، ۱۱، ۱۳، ۷

۲۴- اعداد اول يك رقمی یعنی ۲، ۳، ۵، ۷، پس: $a = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ بنابراین عدد حاصل چهار شمارنده‌ی اول دارد.

۲۵- اعداد اول سه رقمی بین ۱۴۰ و ۱۳۰ یعنی ۱۳۱ و ۱۳۷ و ۱۳۹ پس: $a = 131 \times 137 \times 139$ بنابراین عدد حاصل سه شمارنده‌ی اول دارد.

۲۶- $1 \times 2 \times 3 = 6$ و $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$

$1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$ و $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

$1 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$ و $1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

۲۷- عرض $\times$ طول = مساحت مستطیل

طول ۲۴ و عرض ۱ باشد. $\rightarrow 24 = 24 \times 1$	طول ۱۲ و عرض ۲ باشد. $\rightarrow 24 = 12 \times 2$
طول ۸ و عرض ۳ باشد. $\rightarrow 24 = 8 \times 3$	طول ۶ و عرض ۴ باشد. $\rightarrow 24 = 6 \times 4$
طول ۱ و عرض ۲۴ باشد. $\rightarrow 24 = 1 \times 24$	طول ۲ و عرض ۱۲ باشد. $\rightarrow 24 = 2 \times 12$
طول ۳ و عرض ۸ باشد. $\rightarrow 24 = 3 \times 8$	طول ۴ و عرض ۶ باشد. $\rightarrow 24 = 4 \times 6$

۲۸- الف) شمارنده‌های اول، اعداد ۲، ۳، ۵ هستند. ب) شمارنده‌های غیر اول، اعداد ۱، ۶، ۱۰ و ۱۵ هستند.

۲۹- با توجه به اینکه $4 = 2 \times 2$ و $15 = 3 \times 5$ و $20 = 2 \times 2 \times 5$ می‌توان تجزیه عدد b را به صورت زیر نوشت:

$b = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

الف) شمارنده‌های اول عدد b، ۲، ۳، ۵ هستند. ب) دو شمارنده‌ی غیر اول عدد b، ۴ و ۶ هستند. ... ، $2 \times 3 = 6$ ، $2 \times 2 = 4$

چنین به نظر می‌رسد ریاضیات حس جدیدی غیر از

احساسات عادی به ریاضی‌دان می‌بخشد.

«کلوین»

ریاضیات دروازه و کلید علوم است.

«راجر بیکن»