

## بسمه تعالی

تمرین‌های درس ریاضی عمومی (۱)، ..... استاد درس: محفوظ رستمزاده

## حد و پیوستگی

۱ - مقدار حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید.

$$(I) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - [x^2]}{1 - x^2} \quad (II) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1}) \quad (III) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

$$(IV) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad (V) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{1}{x - \frac{\pi}{4}}\right) \quad (VI) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(VII) \lim_{x \rightarrow 0} x[x] \quad (VIII) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2}\right) \quad (IX) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x]}{x}$$

$$(X) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} \quad (XI) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) \quad (XII) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x^3] - 1}{x^3 - 1}$$

۲ - به ازای چه مقادیری از  $a$  توابع زیر روی اعداد حقیقی پیوسته‌اند؟

$$(I) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ a + 1 & x = 1 \end{cases} \quad (II) g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(ax)}{x^2} & x \neq 0 \\ a - 1 & x = 0 \end{cases}$$

۳ - تمام نقاط پیوستگی و ناپیوستگی توابع زیر را روی اعداد حقیقی به دست آورید.

$$(I) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \in Q \\ 1 - x^2 & x \in R - Q \end{cases} \quad (II) g(x) = x - \left[\frac{x}{4}\right]$$