



## متن سوالات فیلم سهمی

فایلی که ملاحظه می‌فرمایید، متن سوالاتی است که در فیلم مربوط به سهمی (مبحث مشترک میان تمامی رشته‌ها) در لایو ۱۷ آذر ماه در اینستاگرام داشتیم. (فیلم مربوطه نیز در انتهای صفحه دهم و یازدهم قرار داده شده است)

توصیه می‌شود که برای آموزش مبحث سهمی به

فیلم آموزشی مربوط به سهمی در پایه و رشته خودتان مراجعه کنید و از این سوالات – که جنبه مرور دارد – برای تسلط استفاده کنید.

در صفحه پایه مربوط شما رد سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک به آدرس: [riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir) آموزش تمامی مباحث ریاضی شما به اضافه فیلم‌هایی برای تمرینات تکمیلی قرار داده شده است.



## Live on Instagram

هر شب تا پایان آذرماه - ساعت ۲۱ تا ۲۲

@rezael\_mathteacher

پایه دهم - پایه یازدهم کلیه رشته‌ها  
دوشنبه (۱۷ آذر) : تابع درجه دوم (سهمی)

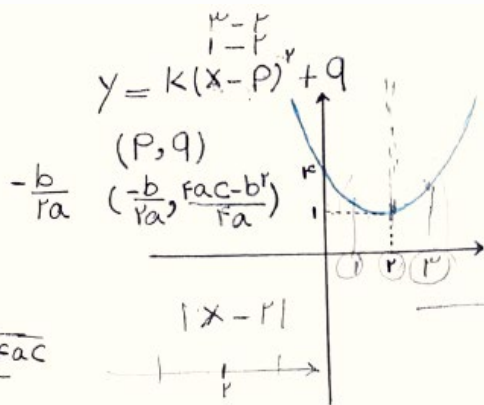
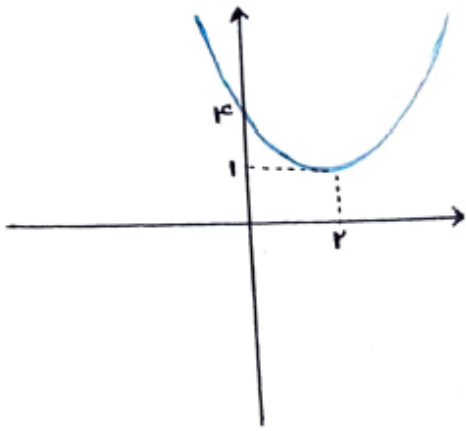
# آموزش مفهومی

## ریاضی و فیزیک

سایت محمد رضائی [riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir)

تدریس ریاضی و فیزیک (تمامی رشته‌ها و پایه‌ها)

① معادله سری می مقابل را بنویسید.



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^r - fac}}{ra}$$

$$a(x + \frac{b}{ra})^r = \frac{b^r}{ra} - C$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{b^r - fac}}{ra} + \frac{b}{ra} \leftarrow (x + \frac{b}{ra})^r = \frac{b^r - fac}{fa^r}$$

① معادله سری می مقابل را بنویسید.

$$y = \frac{r}{f} x^r - 1x + f$$

$$y = ax^r + bx + c$$

$$(0, f) \rightarrow c = f$$

$$(r, 1) \rightarrow 1 = fa + rb + f$$

$$-\frac{b}{ra} = r$$

$$b = -fa(r)$$

$$b = -r^r$$

$$y = a(x^r + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$$

$$y = a(x^r + \frac{b}{a} + \frac{b^r}{fa^r} - \frac{b^r}{fa^r}) + C$$

$$y = a(x + \frac{b}{ra})^r - \frac{b^r}{fa} + C$$

$$y = a \left( \frac{-b}{ra}, \frac{fac - b^r}{fa} \right)$$

$$\frac{r \times \frac{r}{f} \times f - 9}{r}$$

۲) رأس سهمی  $y = 2x^2 + 4x - 1$  را مشخص کنید. معادله فکتورن آن را بنویسید.

۲) رأس سهمی  $y = 2x^2 + 4x - 1$  را مشخص کنید. معادله فکتورن آن را بنویسید.

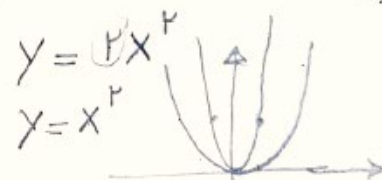
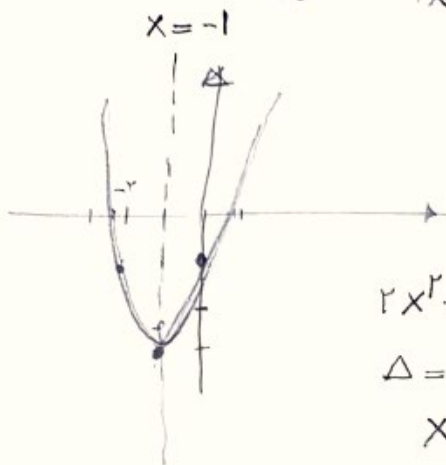
$$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times 2} = -1 \text{ طول رأس}$$

$$2(-1)^2 + 4x(-1) - 1$$

$$2 - 4 - 1$$

$$(-1, -3)$$

$$a > 0$$



$$2x^2 + 4x - 1 = 0$$

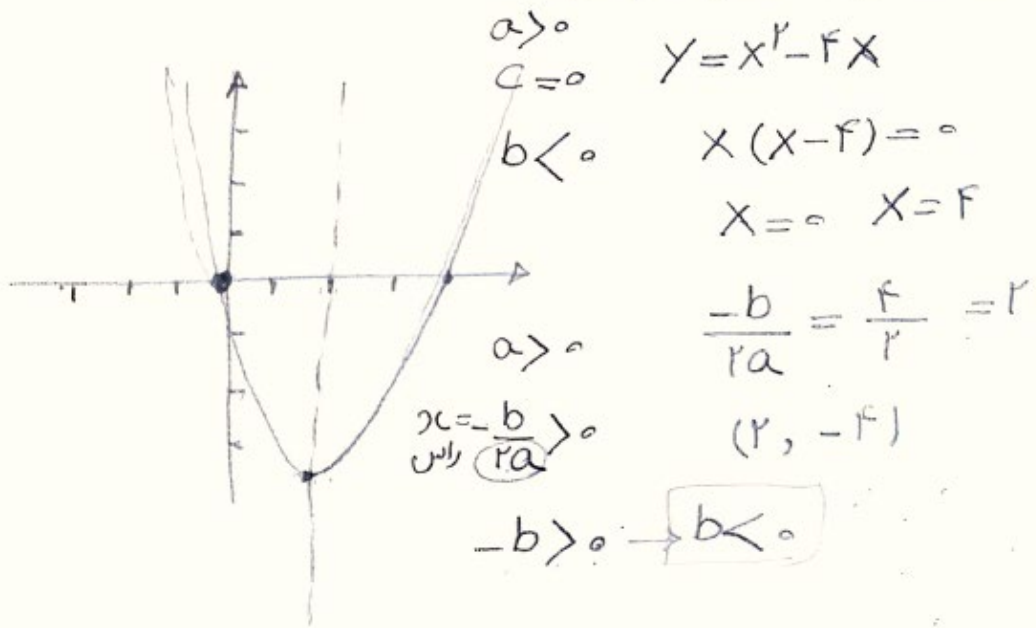
$$\Delta = 16 + 8 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} \approx \frac{-4 \pm 5}{2}$$

$$-\frac{4}{2} = -2 \quad \frac{1}{2}$$

۳ سه می  $y = x^2 - 4x$  را رسم کنید.

۳ سه می  $y = x^2 - 4x$  را رسم کنید.



۴) سری  $y = ax^2 + bx + c$ ، محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض ۳ و محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع می کند. اگر این سری از نقطه  $(2, -1)$  نیز بگذرد، معادله سری را بنویسید.

۴) سری  $y = ax^2 + bx + c$ ، محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض ۳ و محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع می کند. اگر این سری از نقطه  $(2, -1)$  نیز بگذرد، معادله سری را بنویسید.

$y = x^2 - 4x + 3$

$$\begin{cases} 3a + b = -1 \\ 4a + b = -2 \end{cases}$$

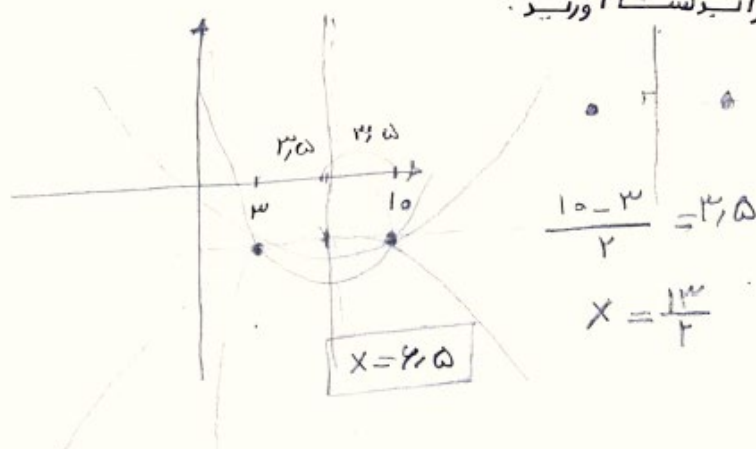
$$2 + b = -2 \rightarrow b = -4$$

$$-a = -1 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

$a \neq 0$   
 $c = 3$   
 $y = 9a + 3b + 3 = 0$   
 $x = 2 \rightarrow y = -1$   
 $4a + 2b + 3 = -1$   
 $4a + 2b = -4$

۵) اگر  $(10, -4)$  و  $(3, -4)$  دو نقطه از یک سهمی باشند، معادله خط تقارن این سهمی را بدست آورید.

۵) اگر  $(10, -4)$  و  $(3, -4)$  دو نقطه از یک سهمی باشند، معادله خط تقارن این سهمی را بدست آورید.



۶ معادله یک سهمی را بنویسید که نقطه  $(2, 5)$  رأس آن باشد و محور  $x$  ها را در نقطه‌های به طول ۱- قطع کند.

۶ معادله یک سهمی را بنویسید که نقطه  $(2, 5)$  رأس آن باشد و محور  $x$  ها را در نقطه‌های به طول ۱- قطع کند.

$$y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{r_0}{9}x - \frac{r_5}{9} \quad y = a(x-p)^2 + q$$

$$-\frac{r_0}{9} + \frac{r_0}{9} + \frac{r_5}{9} = \frac{r_5}{9} = 5 \quad (p, q)$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad y = fa + rb + c = 5$$

$$3a + 3b = 5$$

$$\begin{cases} fa + rb + c = 5 \\ a - b + c = 0 \\ b = -fa \end{cases}$$

$$\left(-\frac{b}{2a}, y_{\text{رأس}}\right)$$

$$x = -1 \rightarrow y = 0$$

$$a - b + c = 0$$

$$-\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow \frac{b}{2a} = -2 \rightarrow b = -4a$$

$$-\frac{a}{9} - \frac{f_0}{9} + c = 0$$

$$3a + 3b = 5$$

$$3a - 12a = 5 \rightarrow -9a = 5 \rightarrow a = -\frac{5}{9}$$

$$c = \frac{r_5}{9}$$

⑦ مفصلیات راس و معادله خط تقارن هر یک از سهمی‌های زیر را مشخص کنید.

الف)  $y = -2x^2 + 10x + 7$

ب)  $y = x^2 - 4x$

ج)  $y = 3(x+2)^2 - 4$

⑧ مفصلیات راس و معادله خط تقارن هر یک از سهمی‌های زیر را مشخص کنید.

الف)  $y = -2x^2 + 10x + 7$

ب)  $y = x^2 - 4x$

ج) الف)  $y = 3(x+2)^2 - 4$   
ب)  $y = 3(x-(-2))^2 - 4$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-4}$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$

$= \frac{+5}{2}$

$a < 0 \Rightarrow y = 4 - 16 = -12$

$(2, -4)$

$x = 2$

$y = -2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 10 \times \frac{5}{2} + 7$

$-2 \times \frac{25}{4} + \frac{50}{2} + 7$

$\left(\frac{5}{2}, \frac{39}{2}\right) \quad \frac{-25}{2} + \frac{50}{2} + 7 = \frac{25+14}{2} = \frac{39}{2}$

$x = \frac{5}{2}$   
خط تقارن معادله

$(p, q) = (-2, -4)$   
 $y = 3(x^2 + 4x + 4) - 4$

$y = 3x^2 + 12x + 8$

$\frac{-12}{3} = -4 \quad (-2, 4)$

$12 - 24 + 8 = -4$

$x = -2$   
خط تقارن معادله



سهمی های زیر را رسم کنید.

ت)  $y = x^2 - 2x$

ث)  $y = -2x^2 + 8x - 1$

ج)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$

الف)  $y = x^2 - 1$

ب)  $y = 3(x+1)^2 - 1$

پ)  $y = -(x-2)^2 + 3$

سهمی های زیر را رسم کنید.

ت)  $y = x^2 - 2x$   
 $x(x-2) = 0$   
 $x = 0, 2$

ث)  $y = -2x^2 + 8x - 1$   
 $-\frac{\Delta}{4a} = 2$  (رأس)  
 $x = 1$   
 $y = -2(1)^2 + 8(1) - 1 = 5$

ج)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$   
 $-\frac{1}{4(-\frac{1}{2})} = 1$   
 $y = -\frac{1}{2}(1)^2 + 1 + 3 = \frac{7}{2}$

الف)  $y = x^2 - 1$   
 $x^2 = 1$   
 $x = \pm 1$

ب)  $y = 3(x+1)^2 - 1$   
 $3(x+1)^2 = 1$   
 $(x+1)^2 = \frac{1}{3}$   
 $x+1 = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$   
 $x = -1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$

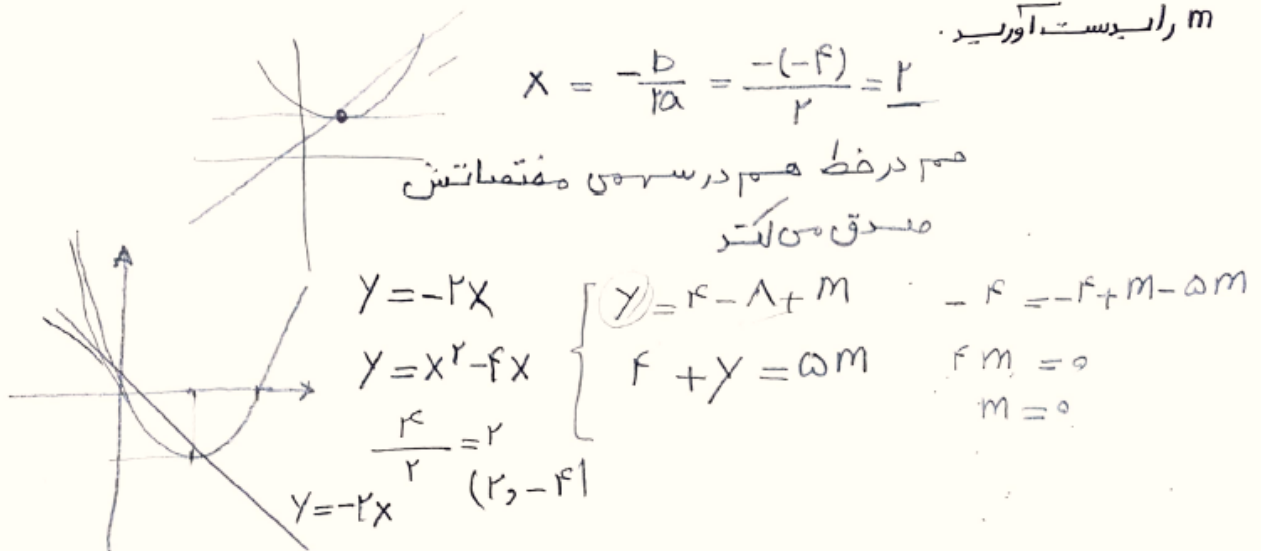
پ)  $y = -(x-2)^2 + 3$   
 $-(x-2)^2 + 3 = 0$   
 $(x-2)^2 = 3$   
 $x-2 = \pm \sqrt{3}$   
 $x = 2 \pm \sqrt{3}$

9 راس سهمی  $y = x^2 - 4x + m$  روی خط  $2x + y = 5m$  قرار دارد، مقدار  $m$  را بدست آورید.

9 راس سهمی  $y = x^2 - 4x + m$  روی خط  $2x + y = 5m$  قرار دارد، مقدار  $m$  را بدست آورید.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

هم در خط هم در سهمی ممتصاتش صدق می کند



۱۰ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

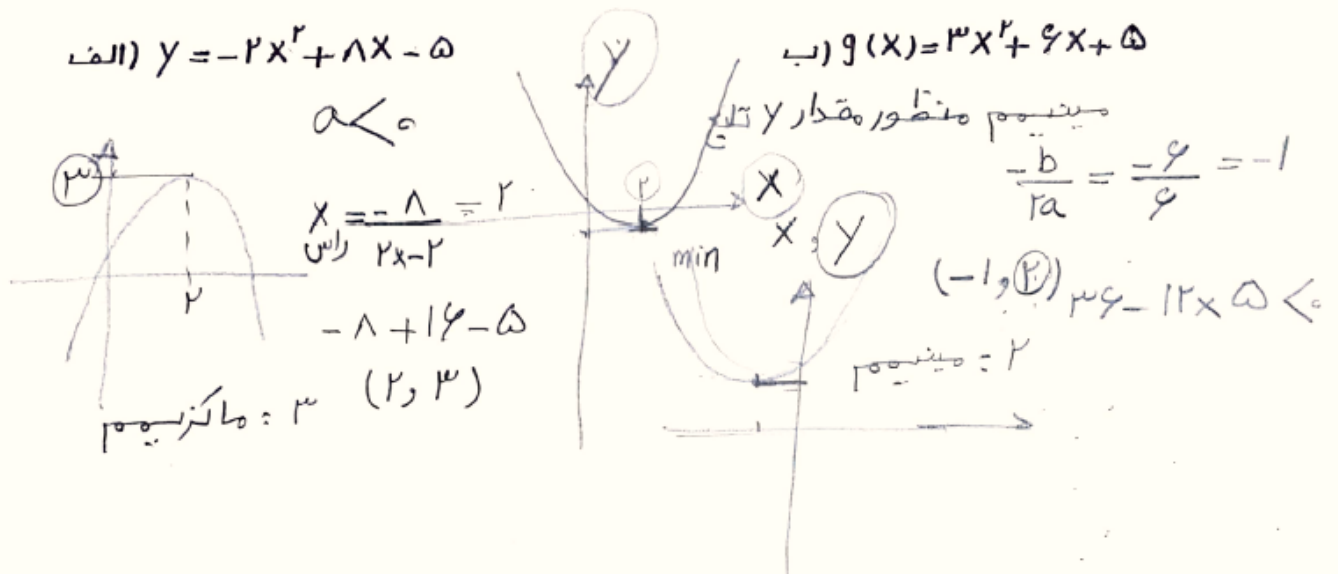
الف)  $y = -2x^2 + 8x - 5$

ب)  $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

۱۱ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $y = -2x^2 + 8x - 5$

ب)  $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$



۱۱) راکتی که به طور عمودی روبه بالا شلیک شده،  $t$  ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع  $h$  متری

از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت مقابل است:

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف) مقدار طول می‌گذرد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

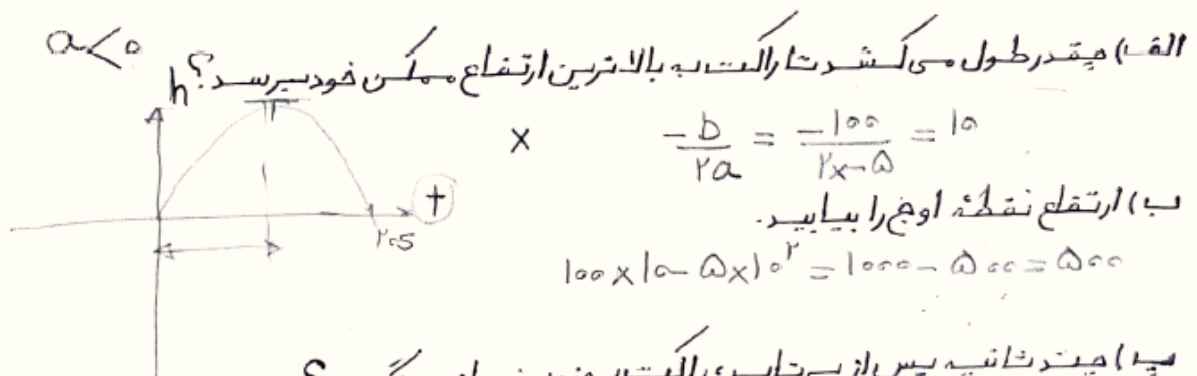
ب) ارتفاع نقطه اوج را بیابید.

پد) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟

۱۱) راکتی که به طور عمودی روبه بالا شلیک شده،  $t$  ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع  $h$  متری

از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت مقابل است:

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$



$$100 \times 10 - 5 \times 10^2 = 1000 - 500 = 500$$

پد) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟

۲۰ ثانیه

۱۲) استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال سافت است.  
 اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که:  
 الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن باشد

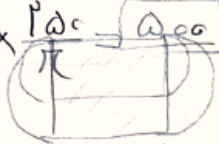
ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

۱۳) استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال سافت است.  
 اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که:

الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن باشد



$$b = 1500 - \pi \times \frac{1500}{\pi} = 1500$$



$$S = -\pi a^2 + 1500a$$

$$a = \frac{-1500}{-2\pi} = \frac{1500}{2\pi}$$

$$S = (1500 - \pi a) \times a - \pi a^2$$

$$b \times 2a \quad 2b + 2\pi a = 1500$$

$$\pi r = r\pi a \quad b + \pi a = 750$$

ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

$$S = b \cdot 2a$$

$$S = (1500 - \pi a) \times 2a$$

$$S = 1500a - \pi a^2 \quad -\frac{b}{2a} = \frac{-1500}{2 \times \frac{1500}{2\pi}} = \frac{1500}{\pi}$$

$$y \quad b + \pi \times \frac{3}{2} \times 750 = 1500$$

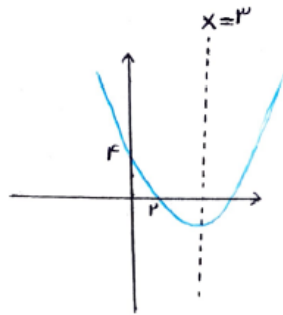
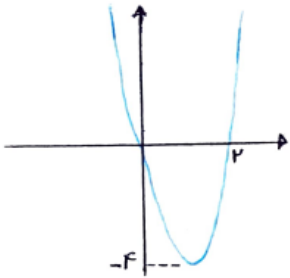
$$b = 3750$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

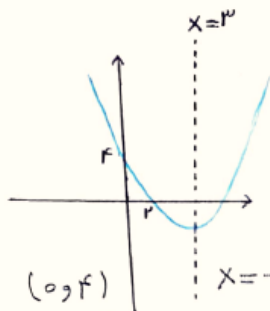
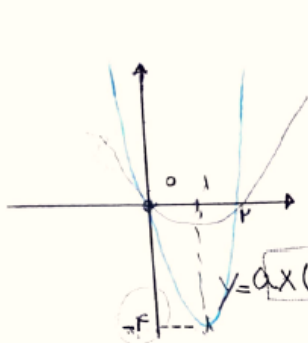
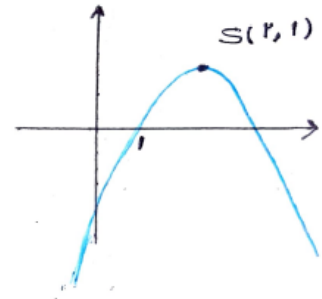
$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-1500}{2 \times \frac{1500}{2\pi}} = \frac{1500}{\pi}$$

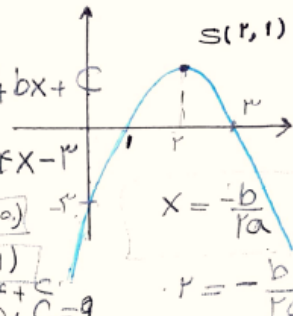
$$a = \frac{3750}{\pi}$$



۱۳) معادله سری همی های زیر را بنویسید.



۱۳) معادله سری همی های زیر را بنویسید.

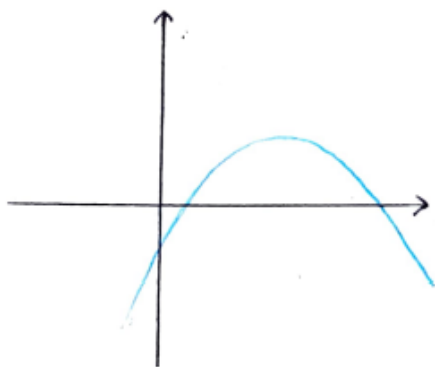


$y = ax(x-r)$   
 $-\frac{b}{ra} = 1$   
 $y = fx(x-r)$   
 $(1, -f)$   
 $-f = a(1-r)$   
 $a = f$

$(0, f)$   
 $(r, 0)$   
 $x = -\frac{b}{ra} = r$   
 $b = -ra$   
 $0 = fa + rb + f$   
 $fa - ra + f = 0$   
 $-ra = -f$   
 $a = \frac{f}{r}$

$y = ax^2 + bx + c$   
 $y = -x^2 + fx - r$   
 $(1, 0)$   
 $(r, 1)$   
 $-\frac{b}{ra} = r$   
 $r = -\frac{b}{fa}$   
 $b = -fa$  (1)  $b = f$   
 $\begin{cases} a+b+c=0 \\ fa+rb+c=1 \\ b=-fa \end{cases}$   
 $\begin{cases} ra+b=1 \\ b=-fa \\ ra-fa=1 \\ -a=1 \rightarrow a=-1 \end{cases}$

۱۴) نمودار سهمی  $y = mx^2 + 8x - 2$  به صورت زیر است،  $m$  چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟



۷ (۱)

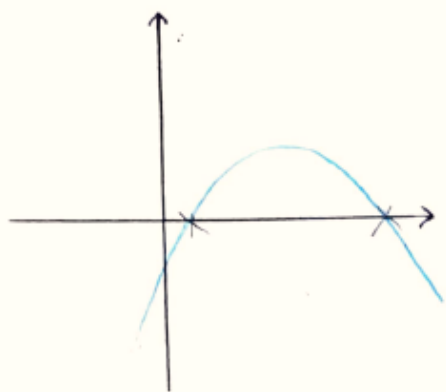
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۱۴) نمودار سهمی  $y = mx^2 + 8x - 2$  به صورت زیر است،  $m$  چند مقدار صحیح

می تواند داشته باشد؟



$a - (-8) \neq 0$   
 $m < 0$        $-8 - 0 + 1$       ۷ (۱)

$\Delta > 0$        $m > -8$       ۸ (۲)

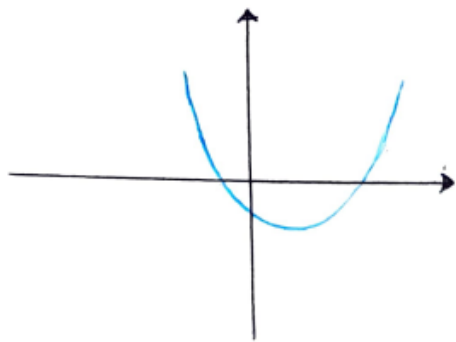
$b^2 - 4ac$        $-1$   
 $64 - 4m(-2) > 0$        $-2$       ۹ (۳)

$64 + 8m > 0$        $-3$       ۱۰ (۴)

$8m > -64$

۸ (۲)

۱۵) شکل زیر نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  است. کدام گزینه زیر همواره درست است؟



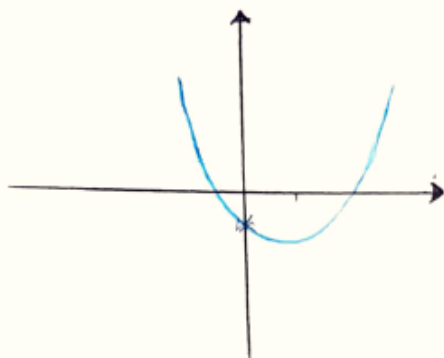
(۱)  $a + b > 0$

(۲)  $a + b < 0$

(۳)  $b + c > 0$

(۴)  $b + c < 0$

۱۵) شکل زیر نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  است. کدام گزینه زیر همواره درست است؟



$a > 0$

$-\frac{b}{2a} > 0$

$-b > 0$

$b < 0$

$c < 0$

(۱)  $a + b > 0$

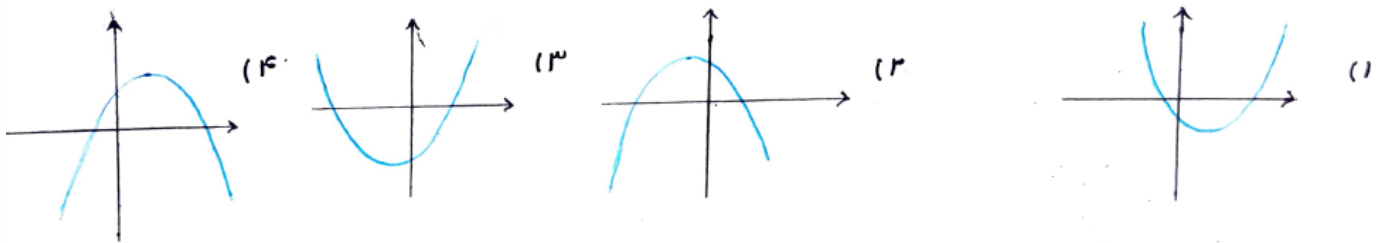
(۲)  $a + b < 0$

(۳)  $b + c > 0$

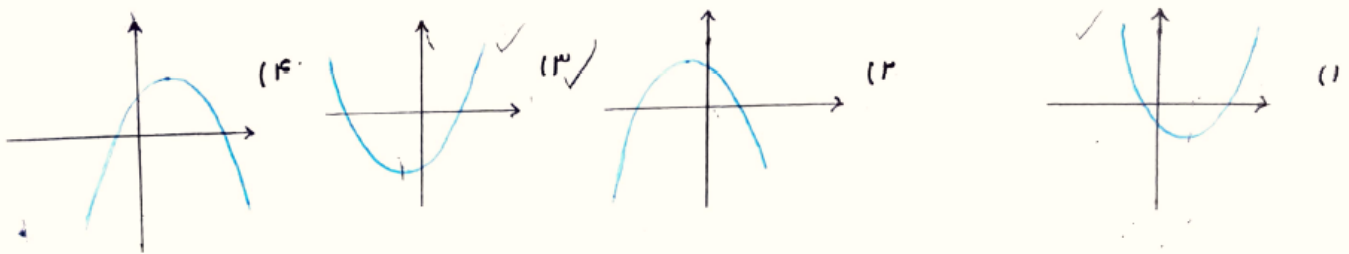
(۴)  $b + c < 0$



۱۶) شکل‌های زیر، نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  هستند.  
 در کدام یک از آنها  $a > 0$  و  $b > 0$  است.



۱۶) شکل‌های زیر، نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  هستند.  
 در کدام یک از آنها  $a > 0$  و  $b > 0$  است.  
 $x = -\frac{b}{2a}$



IV) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $y = (a-4)x^2 + 3x + a-3$  از هر چهار ناحیه می‌گذرد؟

$a > 3$  (1)

$a < 4$  (2)

$3 < a < 4$  (3)

$a < 0$  (4)

IV) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $y = \frac{(a-4)}{a}x^2 + 3x + \frac{a-3}{a}$  از هر چهار ناحیه می‌گذرد؟

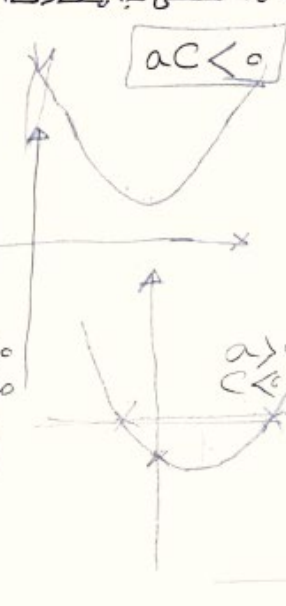
$9 - 4(a-4)(a-3) > 0$

$9 - 4(a^2 - 7a + 12) > 0$

$9 - 4a^2 + 28a - 48 > 0$

$-4a^2 + 28a - 39 > 0$

$(a-4)(a-3) < 0$



$a-3 \neq 0$   
 $a = 3$

می‌گذرد؟

$a > 3$  (1)

$a < 4$  (2)

$3 < a < 4$  (3)

$a < 0$  (4)

۱۸) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $y = ax^2 - (a+2)x$  از شامیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

$a \leq 2$  (۱)

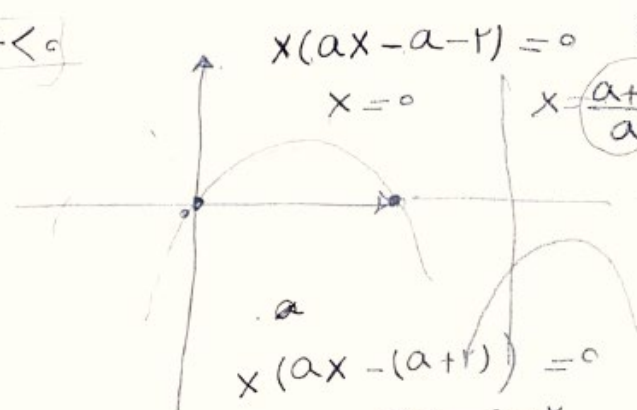
$a > -2$  (۲)

$a > 0$  (۳)

$-2 \leq a < 0$  (۴)

۱۸) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $y = ax^2 - (a+2)x$  از شامیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

$a < 0$



$x(ax - (a+2)) = 0$   
 $ax = a+2$   
 $x = \frac{a+2}{a}$

$a \leq 2$  (۱)

$\frac{a+2}{a} > 0$   
 $a > -2$  (۲)

$a > 0$  (۳)

$-2 \leq a < 0$  (۴)

$\frac{a+2}{a} > 0$   
 $a < 0$   
 $a+2 < 0$   
 $a < -2$