کنکور ارشد مکانیک ۱۴۰۲

پاسخ تشریحی ریاضی ۱ و ریاضی ۲ و معادلات دیفرانسیل

مهندس شاه ابراهیمی

@EShahebrahimi

@EbiMath

http:// www.EbiMath.com

تکراری فایل‌های تدریس ← تست‌های ۳۰ و ۳۲ و ۳۴ و ۳۹
یک تست غلط ← تست ۳۱

حاشیه بود بی‌ربط مطالبات روی ریاضی ۲ سرمایه‌گذاری می‌کردید؟

EbiMath.com

پاسخ: محمدرضا شاه‌ابراهیمی

سؤالات قابل‌تدریس: ① تست معادلات ② تست ریاضی ۲ ② تست ریاضی ۱
(با توجه به شرایط جلسه)
آخرین‌که بار که عرض کردم

EbiMath.com

ریاضیات (ریاضی عمومی (۱و۲)، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی):

(مختلط ـ متوسط)

۲۶- فرض کنید به‌ازای عدد حقیقی $\alpha > 0$، یکی از ریشه‌های معادلهٔ $(2+i)z^2 - 2\sqrt{2}\alpha z - i + 2 = 0$ حقیقی باشد. مقدار α، کدام است؟

$z = x + iy \rightarrow (2+i)(x+iy)^2 - 2\sqrt{2}\alpha(x+iy) - i + 2 = 0$

$(x+iy)^2 = x^2 + 2xyi - y^2$

$\rightarrow 2x^2 + 4xyi - 2y^2 + ix^2 - 2xy - iy^2 - 2\sqrt{2}x\alpha - 2\sqrt{2}\alpha iy - i + 2 = 0$

$\begin{cases} 2x^2 - 2y^2 - 2xy - 2\sqrt{2}x\alpha + 2 = 0 \\ 4xy + x^2 - y^2 - 2\sqrt{2}\alpha y - 1 = 0 \end{cases}$

$y=0$ (حقیقی) $\rightarrow \begin{cases} x^2 - \sqrt{2}x\alpha + 1 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

$x=1 \rightarrow 1 - \sqrt{2}\alpha + 1 = 0$
$\sqrt{2}\alpha = 2$
$\alpha = 2\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\sqrt{2}$
۴) $2\sqrt{2}$

(حد ـ نسبت)

۲۷- اگر $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{2^x + 2^{-x} + e^x - 3}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e^A$، آنگاه مقدار A کدام است؟

$2^x = e^{x\ln 2} \simeq 1 + x\ln 2 + \frac{x^2\ln^2 2}{2}$

$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{1 + x\ln 2 + 1 - x\ln 2 + \frac{x^2\ln^2 2}{2} + 1 + x - 3}{x}\right) = 1 \rightarrow = 1^{\infty}$ (مبهم) همارزی $e^{\text{و}1-\text{ف}}$

$= e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{2^x + 2^{-x} + e^x - 3}{x} - 1\right)\frac{1}{x}} = e^A \rightarrow A = \lim_{x\to 0}\frac{2^x + 2^{-x} + e^x - 3 - x}{x^2}$

همارزی $A = \lim_{x\to 0}\left(1 + x\ln 2 + \frac{x^2\ln^2 2}{2} + 1 - x\ln 2 + \frac{x^2\ln^2 2}{2} + 1 + x + \frac{x^2}{2} - 3 - x\right)/x^2$

$= \ln^2 2 + \frac{1}{2}$

۱) صفر
۲) $(\ln 2)^2 + \frac{1}{2}$
۳) $(\ln 2) + \frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{2}(\ln 2) + 1$

۲۸- فرض کنید $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n (n \in \mathbb{N})$، $f_1 = 1, f_2 = 2$. مقدار $\lim_{n\to\infty}\frac{f_{n+1}}{f_n}$، کدام است؟

دنباله فیبوناچی
نسبت طلایی

(یا بلدی و ساده / یا بلد نیستی و سخت / و ...)

۱) $\frac{5}{4}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
۴) $\sqrt{3}$

← من موندم الآن باید بگم این سؤال سخته یا ساده !؟

EbiMath.com

۲۹- مقدار تقریب خطی $\sqrt{۳(۱/۱)^۳ - ۲e^{-۰/۱}}$، کدام است؟

۱) ۱/۰۳
۲) ۱/۰۵
۳) ۱/۳۵
۴) ۱/۵۵

۳۰- فرض کنید $u = u(x, y)$ و $v = v(x, y)$ در دستگاه $\begin{cases} e^{۲u-۱} - ۴vx = y \\ \cos(\pi u) - y\sin(\pi v) = x^۲ \end{cases}$ بازای $u \geq ۰$ و $۱ < v \leq ۲$ صادق باشند. مقدار $\frac{\partial u}{\partial x}(۰,۱)$، کدام است؟

۱) ۴
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $-\frac{۱}{۴}$
۴) -۴

۳۱- فرض کنید $f(x+y, x-y) = \int_{۴x^۲}^{۴y^۲} \frac{\ln t}{t} dt$. مقدار $\frac{\partial f}{\partial y}(e, ۰)$، کدام است؟

۱) $\frac{-۸}{e}$
۲) صفر
۳) $\frac{۴}{e}$
۴) $\frac{۴}{e}(۱+\ln ۲)$

۳۲- فرض کنید C منحنی بسته با ضابطهٔ $r = \cos\theta$ در مختصات قطبی در جهت مثبت باشد. مقدار $\oint_C (xy^۲dy - x^۲ydx)$، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۳۲}\pi$
۲) $\frac{۳}{۱۶}\pi$
۳) صفر
۴) $-\frac{۳}{۱۶}\pi$

۳۳- فرض کنید S یک تور به شکل سطح خارجی استوانهٔ $x^2+z^2=4$ و صفحات $y=-1$ و $y=1$ باشد و در رودی قرار داشته باشد که میدان بردارهای سرعت جریان آب در آن $\vec{F}=(x, x, y)$ است. شار عبوری از تور، کدام است؟

۱) 5π
۲) 6π
۳) 8π
۴) 10π

۳۴- مقدار $\iiint_R (3-x^3+\sin z)\,dV$، که R ناحیهٔ محصور به داخل کرهٔ $x^2+y^2+z^2=4$ می‌باشد، کدام است؟

۱) 4π
۲) 8π
۳) 16π
۴) 32π

۳۵- کوتاه‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ $(1, 1, 0)$ از سهمی‌گون $z=x^2+y^2$، کدام است؟

۱) ۳
۲) $\sqrt{3}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۴) $\frac{3}{4}$

۳۶- معادلهٔ دیفرانسیل $x^2y''(x)+p(x)y'(x)+x^4y(x)=0\ ;\ x>0$ را در نظر بگیرید. با استفاده از تغییر متغیر $z=f(x)$ معادله را به یک معادله با ضرایب ثابت تبدیل می‌کنیم. $p(x)$ کدام است؟ (فرض کنید $f'(x)>0$)

۱) $-x^2+2x$
۲) $-x^3-x^2$
۳) $2x^3-x$
۴) x^2+x

۳۷- معادلهٔ دیفرانسیل $x^3y^{(3)}-x^2y^{(2)}+2xy'-2y=0\ ;\ x>0$ با شرایط نامتعارف $y(1)=y'(1)=y''(1)$ و $y''(\frac{1}{3})=-1$ را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی جواب $y(x)$ در $x=e$، کدام است؟

۱) $e-1$
۲) $e+1$
۳) $2(e-1)$
۴) $2(e+1)$

EbiMath.com

۳۸- معادلهٔ $ty''-ty'+y=1$ با شرایط اولیه $y(0)=1$ و $y'(0)=3$ را در نظر بگیرید. اگر $Y(s)=L\{y(t)\}$، آنگاه مقدار $Y(2)$، کدام است؟

۱) $\frac{7}{4}$
۲) $\frac{5}{4}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{1}{4}$

۳۹- اگر $L(J_0(x))=\frac{1}{\sqrt{s^2+1}}$ باشد، آنگاه $L(J_1(x))$، کدام است؟ (J نمایش تابع بسل است.)

۱) $\frac{1-s}{\sqrt{s^2+1}}$
۲) $\frac{s-1}{\sqrt{s^2+1}}$
۳) $\frac{s-\sqrt{s^2+1}}{\sqrt{s^2+1}}$
۴) $\frac{\sqrt{s^2+1}-s}{\sqrt{s^2+1}}$

۴۰- معادلهٔ دیفرانسیل $x^2y''-x(\alpha+x)y'+(\beta+x^2)y=0$ دارای جوابی به‌صورت $y=c_1y_1(x)+c_2y_2(x)$ حول $x=0$ است، که در آن $y_1(x)=x^r\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n\right)$, $y_2(x)=y_1(x)\ln|x|+x^r\sum_{n=1}^{\infty}b_nx^n$. مقدار $\alpha+\beta$، کدام است؟ (c_1 و c_2 ثابت و a_n و b_n دنباله هستند.)

۱) ۳
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۹

۳۰- فرض کنید $u = u(x , y)$ و $v = v(x , y)$ در دستگاه $\begin{cases} e^{۲u-۱} - ۴vx = y \\ \cos(\pi u) - y \sin(\pi v) = x^۲ \end{cases}$ به‌ازای $u \geq ۰$ و $۱ < v \leq ۲$ صادق باشند. مقدار $\frac{\partial u}{\partial x}(۰,۱)$، کدام است؟

۱) ۴

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $-\frac{۱}{۴}$

۴) -۴

آزمون ۸ (جامع) ----------۲۲ بهمن ۱۴۰۱

۷- دو معادله $\begin{cases} ۲x = v^۲ - u^۲ \\ y = uv \end{cases}$ ، u و v را به عنوان تابعی از x و y تعریف می‌کنند. $\frac{\partial u}{\partial x}$ برابر با چیست؟

۱) $\frac{u}{u^۲ + v^۲}$

۲) $\frac{v}{u^۲ + v^۲}$

۳) $-\frac{u}{u^۲ + v^۲}$

۴) $-\frac{v}{u^۲ + v^۲}$

۳۲- فرض کنید C منحنی بسته با ضابطهٔ $r = \cos\theta$ در مختصات قطبی در جهت مثبت باشد. مقدار $\oint_C (xy^2dy - x^2ydx)$، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۳۲}\pi$

۲) $\frac{۳}{۱۶}\pi$

۳) صفر

۴) $-\frac{۳}{۱۶}\pi$

Ebimath کلاس نکته و تست ریاضی عمومی۱و۲ ویژه کنکور ارشد « مکانیک » ۱۴۰۲

فرض کنید C منحنی $r = ۱۰ + \cos^2\theta$ باشد که $۰ \le \theta \le ۲\pi$، مقدار $\int_C \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$ کدام است؟

۱) -۲π

۲) ۰

۳) ۱

۴) ۲π

۳۳- فرض کنید S یک تور به شکل سطح خارجی استوانهٔ $x^2+z^2=4$ و صفحات $y=-1$ و $y=1$ باشد و در رودی قرار داشته باشد که میدان بردارهای سرعت جریان آب در آن $\vec{F}=(x\ ,\ x\ ,\ y)$ است. شار عبوری از تور، کدام است؟

۱) 5π

۲) 6π

۳) 8π

۴) 10π

آزمون۹ (جامع) ----------۲۳ بهمن ۱۴۰۱

۹ـ مقدار انتگرال سطح $\iint_S \vec{F}\ .\ \vec{n}\ ds$ که در آن $F(x\ ,\ y\ ,\ z)=x^6\vec{i}+y\cos^3 x\vec{j}+2z\vec{k}=(x^6\ ,\ y\cos^3 x\ ,\ 2z)$ و S سطح استوانـ

$y^2+4z^2\le 4$ ، $-\pi\le x\le\pi$ و $\vec{n}$ بردار قائم‌یکه خارجی S است، با کدام گزینه برابر می‌باشد؟

۱) $2\pi^2$ ۲) $4\pi^2$ ۳) $6\pi^2$ ۴) $8\pi^2$

۳۴- مقدار $\iiint_R (۳ - x^۳ + \sin z)\, dV$، که R ناحیهٔ محصور به داخل کرهٔ $x^۲ + y^۲ + z^۲ = ۴$ می‌باشد، کدام است؟

۱) ۴π

۲) ۸π

۳) ۱۶π

۴) ۳۲π

آزمون۱۰ (جامع) ----------۲۴ بهمن ۱۴۰۱

۹- مقدار انتگرال $\iiint_{x^۲+y^۲+z^۲ \le a^۲} (۲ + x + \sin z)\, dx\, dy\, dz$ برابر با چیست؟

۱) $\pi a^۳$

۲) $۲\pi a^۳$

۳) $\frac{۴}{۳}\pi a^۳$

۴) $\frac{۸}{۳}\pi a^۳$

۳۹- اگر $L(J_0(x)) = \frac{1}{\sqrt{s^2+1}}$ باشد، آنگاه $L(J_1(x))$، کدام است؟ (J نمایش تابع بسل است.)

۱) $\frac{1-s}{\sqrt{s^2+1}}$ ۲) $\frac{s-1}{\sqrt{s^2+1}}$ ۳) $\frac{s-\sqrt{s^2+1}}{\sqrt{s^2+1}}$ ۴) $\frac{\sqrt{s^2+1}-s}{\sqrt{s^2+1}}$

آزمون ۷ (مبحثی) ----------۲۱ بهمن ۱۴۰۱

۱۳- با دانستن $\frac{d}{dx}\left[x^{-\alpha}J_\alpha(x)\right] = -x^{-\alpha}J_{\alpha+1}(x)$ و $L[J_0(x)] = \frac{1}{\sqrt{s^2+1}}$ (تبدیل لاپلاس) و $J_0(0) = 1$، مقدار $L[J_1(x)]$ برابر است با:

۱) $\frac{s}{\sqrt{s^2+1}}$ ۲) $\frac{1-s}{\sqrt{s^2+1}}$ ۳) $\frac{\sqrt{s^2+1}-s}{\sqrt{s^2+1}}$ ۴) $\frac{s-\sqrt{s^2+1}}{\sqrt{s^2+1}}$