بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه تربت حیدریه

**برنامه نویسی کامپیوتر**

# آموزش نرم افزار MATLAB

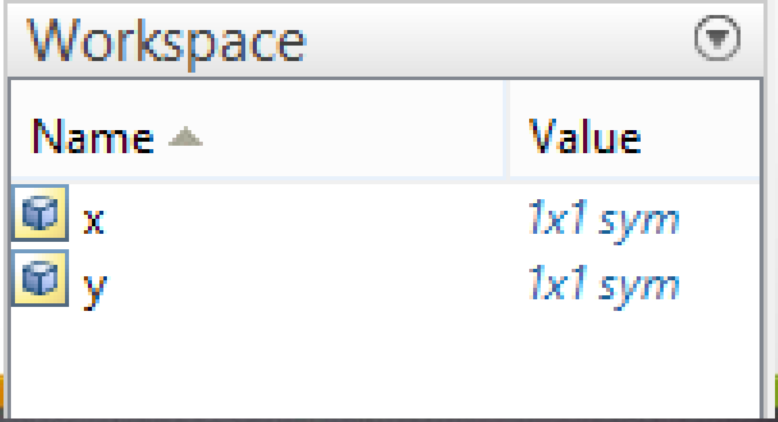
## فصل هفتم: محاسبات نمادین

مجتبی قربانی

# محاسبات نمادین :

حل مسائل مختلف با استفاده از مقدار نمادین آنها یکی از متداول ترین روش ها حل مسئله در ریاضیات محسوب می شود. برای مثال با فرض بر اینکه مسافت طی شده جسمی x باشد می توان روابط و فرمول های مختلف را به صورت نمادین حل کرده و مقادیر مورد نظر مسئله را بدست آورد. این گونه مسائل را نیز می توان در محیط متلب انجام داد.

```
>> syms x
>> y=2*x + 2
y =
2*x + 2
```



# معرفی برخی دستورات کاربردی:

```
>> syms x
>> A=x^2 + 2*x - 2;
>> B=log(x)+sqrt(x);
>> c=A+B
c =
2*x + log(x) + x^2 + x^(1/2) - 2
```

```
>> syms s
>> D=s+2;
>> E=s+3;
>> F=D*E
F =
(s + 2)*(s + 3)
>> expand(F)
ans =
s^2 + 5*s + 6
```

```
>> H=s^2+6*s+9;
>> factor(H)
ans =
(s + 3)^2
```

```
>> A=x+2;
>> B=(x+2)^2;
>> A/B
ans =
1/(x + 2)
```

```
>> A=s^3 + 6*s^2 + 12*s + 8;
>> factor(A)
ans =
(s + 2)^3
```

# معرفی برخی دستورات کاربردی:

```
>> A=0.3/(x+3)-0.4/(x+4)+3.1/x+1
A =
3/(10*(x + 3)) - 2/(5*(x + 4)) + 31/(10*x) + 1
>> pretty(A)
     3             2          31
---------- - ---------- + ---- + 1
10 (x + 3)   5 (x + 4)   10 x


>> [N,D]=numden(A)
N =
10*x^3 + 100*x^2 + 337*x + 372
D =
10*x*(x + 3)*(x + 4)
```

# معرفی برخی دستورات کاربردی:

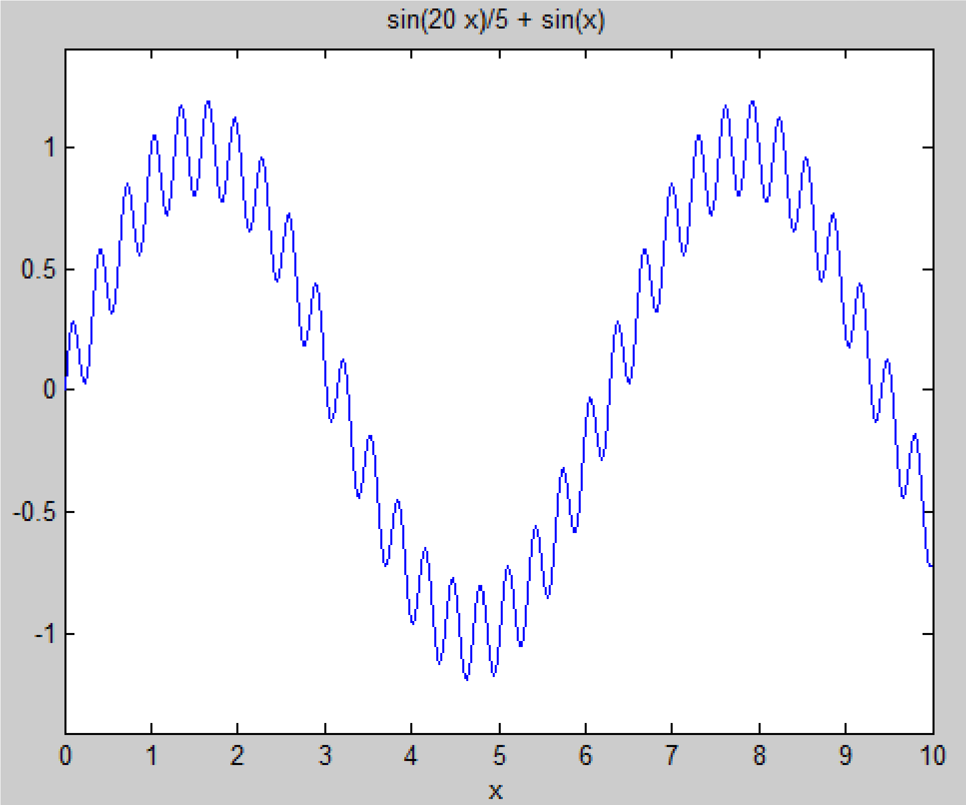
```
>> A=(x^3+2*x^2+5*x+10);
>> B=(x^2+5);
>> C=A/B
C =
(x^3 + 2*x^2 + 5*x + 10)/(x^2 + 5)
>> simplify(C)
ans =
x + 2
>> factor(A)
ans =
(x + 2)*(x^2 + 5)
```

# معرفی برخی دستورات کاربردی:

```
>> syms x y
>> A=(x^3+2*x^2+5*x+10);
>> A2=subs(A,x,y)
A2 =
y^3 + 2*y^2 + 5*y + 10
>> A3=subs(A,x,2)
A3 =
36
>> A4=subs(A,x,(x+2)^2)
A4 =
5*(x + 2)^2 + 2*(x + 2)^4 + (x + 2)^6 + 10
```

# معرفی برخی دستورات کاربردی:

```
>> syms x
>> y=0.2*sin(20*x)+sin(x)
y =
sin(20*x)/5 + sin(x)
>> ezplot(y,0,10)
```



# حل معادلات جبری :

یکی از روش های حل معادلات جبری و غیر جبری استفاده از دستور solve می باشد.

$$solve(E1, E2, \ldots, En)$$
$$solve(E1, E2, \ldots, En, var1, var2, \ldots, varn)$$

که در آن E1,E2,…,En عبارت نمادین و var1,var2,…,varn متغیرهای مورد استفاده در عبارت سمبولیک می باشد.جوابهای به دست آمده ریشه های معادلات تحت شرایط E1=0,E2=0,…,EN=0 هستند.

# حل معادلات جبری :

1

```
>> syms x
>> y=x^2+2*x+1;
>> A=solve(y)
A =
 -1
 -1
```

2

```
>> syms x t
>> y=2*x+1+t;
>> A1=solve(y,t)
A1 =
- 2*x - 1
>> A2=solve(y,x)
A2 =
- t/2 - 1/2
```

3

```
>> syms x a b c
>> solve('a*x^2+b*x+c')
ans =
 -(b + (b^2 - 4*a*c)^(1/2))/(2*a)
 -(b - (b^2 - 4*a*c)^(1/2))/(2*a)
```

4

```
>> pretty(ans)
/                 2          \
|    b + sqrt(b  - 4 a c)    |
|  - ----------------------  |
|               2 a          |
|                            |
|                 2          |
|    b - sqrt(b  - 4 a c)    |
|  - ----------------------  |
\               2 a          /
```

# حل معادلات جبری :

```
>> solve('a*x^2+b*x+c','c')
ans =
- a*x^2 - b*x
>> solve('a*x^2+b*x+c','b')
ans =
-(a*x^2 + c)/x
```

1

```
>> A=x+y-1;
>> B=x-y-2;
>> F2=solve(A,B);
>> F2.x
ans =
3/2
```

3

```
>> syms x y
>> F=solve('x+y=1','x-y=2')
F =
    x: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]
>> F.x
ans =
3/2
>> F.y
ans =
-1/2
```

2

```
>> R=solve('cos(sin(t))')
R =
      asin(pi/2)
 pi - asin(pi/2)
```

4

# مشتق گیری و انتگرال گیری :

از عبارت نمادین می توان مشتق گیری کرد. برای مشتق گیری از دستور diff استفاده می شود. با استفاده از این دستور می توان مشتق مرتبه n ام را نیز محاسبه نمود.

```
Y = diff(X)
Y = diff(X,n)
Y = diff(X,n,dim)
```

```
int(expr,var)
int(expr,var,a,b)
int(___,Name,Value)
```

# مشتق گیری:

```
>> y=3*x^3+4*x^2+5;
>> y1=diff(y)
y1 =
9*x^2 + 8*x
```

1

```
>> syms x t;
>> y=sin(x)+cos(t);
>> y1=diff(y,t)
y1 =
-sin(t)
```

3

```
>> y2=diff(y,2)
y2 =
18*x + 8
>> y3=diff(y,3)
y3 =
18
```

2

```
>> X = [1 1 2 3 5 8];
>> Y = diff(X)
Y =
     0     1     1     2     3
```

4

# انتگرال گیری:

1
```
>> y=x^2+x+1;
>> int(y)
ans =
(x*(2*x^2 + 3*x + 6))/6
```

2
```
>> expand(int(y))
ans =
x^3/3 + x^2/2 + x
>> int(y,0,1)
ans =
11/6
```

3
```
>> y=x+2*t;
>> int(y,t,-1,1)
ans =
2*x
```

4
```
>> syms x t a b
>> int('2*x+4^t+1',a,b)
ans =
-(a - b)*(a + b + 2^(2*t) + 1
```

# محاسبه حد :

برای محاسبه حد از دستور limit استفاده می کنیم که فرمت نوشتاری آن به صورت زیر می باشد.

```
limit(expr,x,a)
limit(expr,a)
limit(expr)
limit(expr,x,a,'left')
limit(expr,x,a,'right')
```

1

```
>> limit('1+sin(x)',x,1)
ans =
sin(1) + 1
>> limit('1+sin(x)',x,inf)
ans =
NaN
```

2

```
>> limit('1/x',x,0,'right')
ans =
Inf
>> limit('1/x',x,0,'left')
ans =
-Inf
```

# حل معادلات دیفرانسیل :

برای حل معادله دیفرانسیل معمولی به صورت نمادین می توان از دستور dsolve استفاده کرد.

```
S = dsolve(eqn)
S = dsolve(eqn,cond)
S = dsolve(eqn,cond,Name,Value)
Y = dsolve(eqns)
Y = dsolve(eqns,conds)
Y = dsolve(eqns,conds,Name,Value)
[y1,...,yN] = dsolve(eqns)
[y1,...,yN] = dsolve(eqns,conds)
[y1,...,yN] = dsolve(eqns,conds,Name,Value)
```

که در آن eqns معادلات دیفرانسیل و conds شرایط مرزی value مغیر مستقل می باشند.

# حل معادلات دیفرانسیل :

1

```
>> dsolve('Dy=1+y^2')
ans =
 tan(C5 + t)
          i
         -i
```

2

```
>> dsolve('Dy=1+y^2','y(0)=1')
ans =
tan(pi/4 + t)
>> dsolve('Dy=1+y^2','y(0)=0')
ans =
tan(t)
```

3

```
>> dsolve('Df=f+sin(t)')
ans =
C2*exp(t) - sin(t)/2 - cos(t)/2
```

4

```
>> dsolve('Df=f+sin(t)+x','x')
ans =
C17*exp(x) - sin(t) - x - 1
```

5

```
>> dsolve('D2y+Dy+y=0','y(0)=0')
ans =
C24*exp(-t/2)*sin((3^(1/2)*t)/2)
```

# حل معادلات دیفرانسیل :

```
>> dsolve('D2y=-a*y','y(0)=1','Dy(0)=0')
ans =
exp((-a)^(1/2)*t)/2 + exp(-(-a)^(1/2)*t)/2
```

1

```
>> [f,g]=dsolve('Df=f+g','Dg=g+f','f(0)=1','g(0)=1')
f =
exp(2*t)
g =
exp(2*t)
```

2

```
>> dsolve('(Dy)^2+y^2=1','m')
ans =
                   1
                  -1
 cosh(C55 + m*i)
 cosh(C51 - m*i)
```

3

```
>> syms a x(t)
dsolve(diff(x) == -a*x)
ans =
C2*exp(-a*t)
>> dsolve('Dx = -a*x')
ans =
C2*exp(-a*t)
```

4

# سری تیلور و دنباله ها :

برای محاسبه مجموع یک دنباله از دستور symsum استفاده می کنیم.

**Syntax**

```
symsum(expr,var)
symsum(expr,var,a,b)
```

همچنین برای محاسبه سری تیلور از دستور زیر استفاده می کنیم.

**Syntax**

```
taylor(f)
taylor(f,Name,Value)
taylor(f,v)
taylor(f,v,Name,Value)
taylor(f,v,a)
taylor(f,v,a,Name,Value)
```

# سری تیلور و دنباله ها :

```
>> syms k
>> symsum(k,0,5)
ans =
15
```

1

```
>> symsum(k^(-2),1,inf)
ans =
pi^2/6
>> double(ans)
ans =
    1.6449
```

2

```
>> syms x
>> taylor(exp(-x))
ans =
- x^5/120 + x^4/24 - x^3/6 + x^2/2 - x + 1
>> pretty(ans)
    5     4     3     2
   x     x     x     x
 - --- + -- - -- + -- - x + 1
   120   24     6     2
```

3

```
>> pretty(taylor(exp(-x),'Order', 8))
    7        6       5      4      3      2
   x        x       x      x      x      x
 - ---- + --- - --- + -- - -- + -- - x + 1
   5040    720     120    24     6      2
```

4

# تبدیل لاپلاس و عکس تبدیل لاپلاس :

تبدیل لاپلاس یکی از پرکاربرد ترین روشهای حل معادلات دیفرانسیل محسوب می شود. این تبدیل در متلب با استفاده از دستور laplace مورد استفاده قرار می گیرد.

توجه شود که قبل از استفاده باید متغیر مستقل تعریف گردد.

**Syntax**

```
laplace(f,trans_var,eval_point)
```

**Syntax**

```
ilaplace(F,trans_var,eval_point)
```

# تبدیل لاپلاس :

```
>> syms t
>> laplace(t)
ans =
1/s^2
```

1

```
>> syms a
>> f=sin(a*t);
>> laplace(f)
ans =
a/(a^2 + s^2)
```

2

```
>> syms t a
>> L=laplace(exp(3*t)*sin(t)*cos(a*t));
>> pretty(L)
                           2    2
                          a  - s  + 6 s - 10
-  ------------------------------------------------------------------------
    4      2  2        2         2     4       3        2
   a  + 2 a  s  - 12 a  s + 16 a  + s  - 12 s  + 56 s  - 120 s + 100
```

3

```
>> laplace(dirac(t))
ans =
1
>> laplace(heaviside(t))
ans =
1/s
```

4

# عکس تبدیل لاپلاس :

```
>> syms s
>> ilaplace(1/s^2)
ans =
t
```

1

```
>> syms s
>> ilaplace(1/(s^2-4))
ans =
exp(2*t)/4 - exp(-2*t)/4
```

2

```
>> ilaplace(s/(s^2+4)^2)
ans =
(t*sin(2*t))/4
```

3

```
>> ilaplace(s/(s^2+4)^3)
ans =
(t*sin(2*t))/64 - (t^2*cos(2*t))/32
```

4

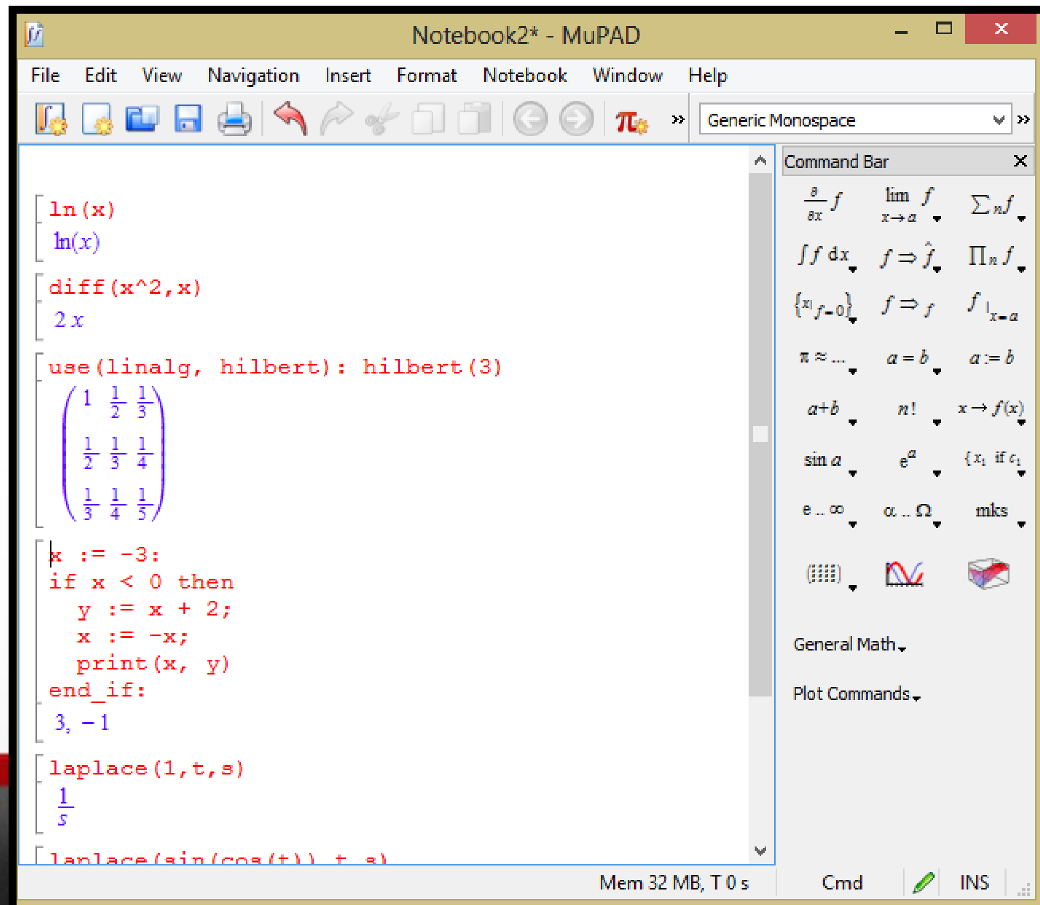
```
>> ilaplace(exp(s*3)*s/(s^2+1))
ans =
sin(3)*dirac(t) + cos(t + 3)*heaviside(t + 3) + dirac(t + 3)*sin(t + 3)
```

5

# MuPAD toolbox :

یکی از ابزارهای جانبی متلب در زمینه محاسبات نمادین و حل معادلات تولباکس Mupad است.

```
>> mupad
```



1.2599
1.3619
-0.3252

# تمرین :

$$f(x) = \sqrt[3]{|\ln(x) + x^2| + x^3} \Rightarrow df(1) = ?$$

$$g(x) = \sqrt[\tan(x)]{|\ln(x) + x^2| + (\sin(x))^3} \Rightarrow dg(1) = ?$$

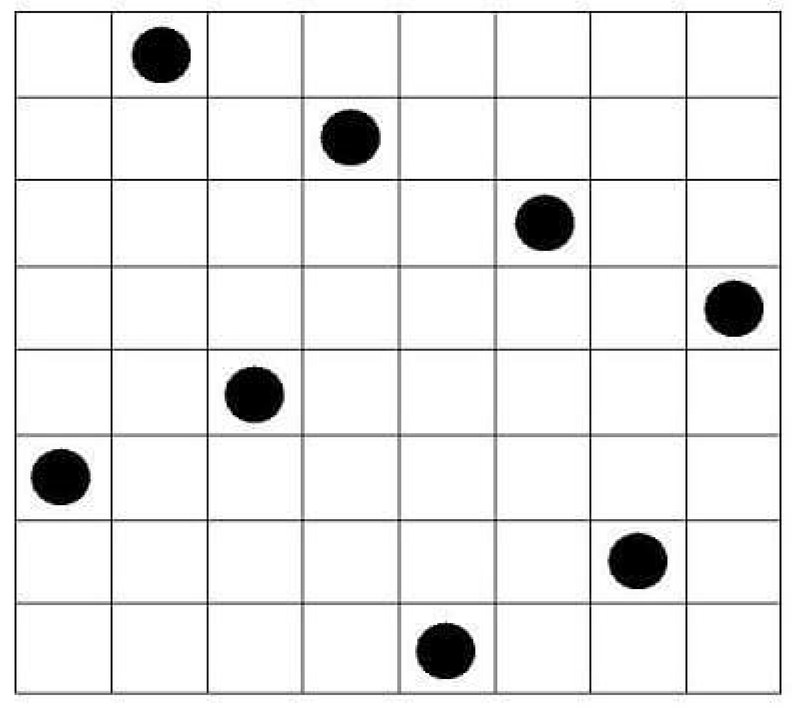
$$h(x) = \ln(\sqrt[\tan(x)]{|\mathrm{sinc}(x) + x^2| + \sin(x)})$$

$$\Rightarrow dh(1) = ?$$

# تمرین اختیاری :

معمای چیدمان وزیر در شطرنج :

هدف از مسئله‌ی هشت وزیر، چیدن ۸ مهره‌ی وزیر روی یک صفحه‌ی شطرنج خالی است، به قسمی که هیچ مهره‌ای مهره‌های دیگر را تهدید نکند. به عبارت دیگر، ۸ وزیر باید به نحوی چیده شوند که هیچ‌کدام در یک سطر، یک ستون یا یک قطر قرار نداشته باشند.



شما این مسئله را برای n وزیر حل نمایید.

# تمرین اختیاری :

آیا با سه رنگ می توان نقشه ایران را به گونه ای رنگ آمیزی کرد که هر استان با استان مجاور هم رنگ نباشد ؟

رنگ استان ها را تعیین کنید.