

۵-۳

در شکل (۵-۸) فرض کنید پیچ از فولاد سرد - کشیده 2317 ساخته شده و مشخصات آن بصورت 12UNF 1in باشد. مقدار بار وارد بر قطعه بطور پیوسته از 10000 تا 20000lb تغییر می کند. برای ماده پیچ مشخصات $\sigma_{ult} = 95000 \text{ psi}$, $\sigma_{yp} = 75000 \text{ psi}$, $\sigma_e = 36000 \text{ psi}$ صادق است. دندانه ها ماشین کاری شده اند. $K = 3.85$. مساحت قطعه فولادی 1.2 in^2 و ضریب اطمینان 2 است. اگر پیچ برای کار مداوم با $F_s = 2$ مطمئن باشد، حداکثر مقدار مجاز F_0 چقدر است.

✓ حل:

$$\begin{aligned} \text{جدول (۵-۱): } \begin{cases} OD = 1 \text{ in} \\ A_{stress} = 0.663 \text{ in}^2 \end{cases} \rightarrow A_b = \frac{\pi \times 1^2}{4} = 0.785 \text{ in}^2 \\ \frac{AE}{L} \leftarrow k_b \\ \frac{k_b}{k_b + k_p} = \frac{0.785}{0.785 + 1.2} = 0.3954, \quad p_{av} = \frac{20000 + 10000}{2} = 15000 \text{ lb} \\ p_r = \frac{20000 - 10000}{2} = 5000 \text{ lb}, \quad F_{br} = \frac{k_b}{k_b + k_p} p_r = 0.3954(5000) = 1977 \text{ lb} \\ F_{bav} = \frac{k_b}{k_b + k_p} p_{av} + F_0 = 0.3954(15000) + F_0 = 5932 + F_0 \\ \sigma_{av} = \frac{F_{bav}}{A} = \frac{5932 + F_0}{0.663}, \quad \sigma_r = \frac{F_{br}}{A} = \frac{1977}{0.663} = 2982 \text{ psi} \\ \frac{\sigma_{av}}{\sigma_{ult}} + \frac{k \sigma_r}{\sigma_e} = \frac{1}{F_s} \rightarrow \frac{5932 + F_0}{0.663(95000)} + \frac{2982 \times 3.85}{36000} = \frac{1}{2} \rightarrow F_0 = 5474 \text{ lb} \end{aligned}$$

اگر معادله سادبرگ را برای تحلیل خستگی در نظر بگیریم

$$\frac{\sigma_{ave}}{\sigma_{yp}} + \frac{k \sigma_r}{\sigma_e} = \frac{1}{F_s} \rightarrow \frac{5932 + F_0}{0.663(75000)} + \frac{2982 \times 3.85}{36000} = \frac{1}{2} \rightarrow F_0 = 3067 \text{ lb}$$

۵-۴

پیچ نشان داده شده در شکل (۵-۸) از فولاد سرد - کشیده 1137 ساخته شده و قطر آن 20mm است. گام دندانه این پیچ 2.5mm است. دندانه های آن از طریق ماشینکاری ساخته شده اند. مشخصات زیر در مورد ماده این پیچ صادق است $\sigma_{yp} = 90000 \text{ psi} = 621 \text{ MPa}$, $\sigma_{ult} = 105000 \text{ psi} = 724 \text{ MPa}$,

۵-۱۲ قطر گام یک پیچ دندانه مربعی 23mm و راندمان آن در موقع بلند کردن وزنه 1800kg، برابر 70 درصد است. اصطکاک یاتاقان فشارگیر پیچ قابل صرفنظر و اصطکاک دندانه‌های آن 0.10 است. گشتاوری را که ترمز موجود در روی این پیچ جهت یکنواخت شدن سرعت پایین آمدن وزنه وارد می‌کند، چقدر است.

✓ حل:

برای رزوه مربعی داریم $\cos \theta_n = 1$

$$eff = \frac{1 - \mu_1 \tan \alpha}{1 + \mu_1 \cot \alpha} = \frac{1 - 0.10 \tan \alpha}{1 + 0.10 \cot \alpha} = 0.7 \rightarrow 0.10 \tan^2 \alpha - 0.3 \tan \alpha + 0.07 = 0$$

$$\rightarrow \tan \alpha = \frac{0.3 \pm \sqrt{0.3^2 - 4 \times 0.1 \times 0.07}}{0.2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 2.744 \rightarrow \alpha = 69.9^\circ & \text{غیر قابل قبول} \\ \tan \alpha = 0.255 \rightarrow \alpha = 14.3^\circ & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$\tan \alpha = \frac{p}{\pi d} = \frac{p}{\pi \times 23} = 0.255 \rightarrow p = 18.42 \text{ mm}$$

$$r_f = \frac{d_p}{2} = \frac{23}{2} = 11.5 \text{ mm}, \quad \mu_2 = 0 \rightarrow$$

$$T = r_f W \left(\frac{-\cos \theta_n \tan \alpha - \mu_1}{\cos \theta_n + \mu_1 \tan \alpha} \right) = 11.5 \times 1800 \times 10 \left(\frac{-0.255 - 0.1}{1 + 0.1 \times 0.255} \right) = 31287 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

۵-۱۳ قطر گام یک پیچ دندانه مربعی 1.5in. و گام مارپیچ آن 1in. است. این پیچ موقع بلند کردن وزنه 2800lb با سرعت 30fpm توان 4hp را مصرف می‌کند. اگر اصطکاک یاتاق فشارگیر پیچ قابل صرفنظر باشد، مقدار ضریب اصطکاک دندانه‌های آن را حساب کنید.

✓ حل:

برای رزوه مربعی داریم $\cos \theta_n = 1$ ، برای محاسبه توان مفید پیچ می‌توانیم بنویسیم

$$hp = \frac{FV}{33000} = \frac{2800 \times 30}{33000} = 2.545$$

$$\eta = \frac{hp'}{hp} = \frac{2.545}{4} = 63.63\%$$

$$2r_t = 1.5 \rightarrow r_t = 0.75 \text{ in}$$

$$\tan \alpha = \frac{p}{\pi d} = \frac{1}{\pi \times 1.5} = 0.2122 \rightarrow \cot \alpha = 4.712$$

$$\eta = \frac{\cos \theta_n - \mu_1 \tan \alpha}{\cos \theta_n + \mu_1 \cot \alpha} = \frac{1 - \mu_1 \tan \alpha}{1 + \mu_1 \cot \alpha} = \frac{1 - \mu_1 \times 0.2122}{1 + \mu_1 \times 4.712} = 0.6363 \rightarrow \mu_1 = 0.113$$

راه حل دوم

$$N = \frac{V \text{ (fpm)} \times 12}{P \text{ (in)}} = \frac{30 \times 12}{1 \text{ in}} = 360 \text{ rpm}$$

$$T = \frac{6300 \text{ hp}}{N} = \frac{6300 \times 4}{3600} = 700$$

$$T = r_t W \left[\frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu_1 \tan \alpha} \right]$$

$$\rightarrow 700 = 0.75 \times 2800 \left[\frac{0.2122 + \mu_1}{1 - \mu_1 (0.2122)} \right] \rightarrow \mu_1 = 0.1131$$

۵-۱۴ یک پیچ دندانه مربعی در حالت سکون بطرف پایین بر می‌گردد (برگشت‌پذیر است). موقع بلند کردن وزنه 450 kg با سرعت 4.6 m/min، توان ورودی آن 0.69 kW است. اگر قطر گام پیچ 20 mm و صطکاک یاتاقان فشارگیر آن قابل صرف‌نظر باشد، گام دندانه آن را حساب کنید.

حل:

$$F = 450 \times 9.81 = 4415 \text{ N} = 4.415 \text{ kN}, \quad V = \frac{4.6}{60} = 0.0767 \text{ m/s}$$

$$P' = FV = 4.415 \times 0.0767 = 0.338 \text{ kW}, \quad \eta = \frac{P'}{P} = \frac{0.338}{0.69} = 0.49\%$$

$$\eta = \frac{1 - \mu_1 \tan \alpha}{1 + \mu_1 \cot \alpha} \rightarrow 0.49 = \frac{1 - \mu_1 \tan \alpha}{1 + \frac{\mu_1}{\tan \alpha}} \rightarrow 0.49 + \frac{0.49 \mu_1}{\tan \alpha} = 1 - \mu_1 \tan \alpha$$

$$\rightarrow \mu_1 \tan^2 \alpha + 0.49 \mu_1 - 0.5 \tan \alpha = 0 \quad (1)$$

رای حالت برگشت‌پذیری پیچ داریم

$$\tan \alpha \geq \frac{\mu_1}{\cos \theta_n} \rightarrow \tan \alpha \geq \mu_1 \quad (2)$$

نالت $\tan \alpha = \mu_1$ را حل می‌کنیم

$$\mu_1 (\mu_1)^2 + 0.49 \mu_1 - 0.51 \mu_1 = 0 \rightarrow \mu_1^2 + 0.49 - 0.51 = 0 \rightarrow \mu_1 = \sqrt{0.02} = 0.14$$

$$\frac{\sigma_{ult}}{\sigma_e} + \frac{F_S}{F_0} = \frac{(103000)}{48000} + \frac{50000}{F_S}$$

$$F_{pmin} = \frac{k_p}{k_b + k_p} p_{max} - F_0 = \frac{0.3}{0.3 + 0.11044} \times 2000 - 3457 = -1995 \text{ lb}$$

۵-۳۴ پیچ شکل (۵-۸) از نوع ۵/۸"-۱۱UNC است. دندانه های این پیچ به روش سنگ زنی ساخته شده است و جنس آن از فولاد سرد - کشیده ۱۰۴۵ است. ضریب تمرکز تنش ۲.۵ است. گشتاور اولیه برابر با ۵۰۰ in.lb و ضریب اصطکاک ۰.۱۰ است. مقدار بار به طور پیوسته از ۱۰۰۰ lb تا ۵۰۰۰ lb تغییر می کند. مساحت قطعه ۱.۵ in^۲ و جنس آن از فولاد است. ضریب اطمینان پیچ را تعیین کنید. حداقل نیرو در قطعه را پیدا کنید.

✓ حل:

$$\text{جدول (۵-۱):} \begin{cases} d_p = 0.566 \text{ in} \\ A_{stress} = 0.226 \text{ in}^2 \end{cases} \rightarrow A_b = \frac{\pi \times 0.625^2}{4} = 0.3067 \text{ in}^2$$

$$\text{جدول (۲-۴)} \xrightarrow{\text{For steel 1045}} \sigma_{ult} = 103000 \text{ psi}$$

$$\text{شکل (۴-۲۶)} \xrightarrow{\text{For } \sigma_{ult}=103000} \sigma_e = 48000 \text{ psi}$$

$$T = 0.135dW \rightarrow 500 = 0.135 \times 0.625 \times W \rightarrow W = F_0 = 5926 \text{ lb}$$

$$\frac{k_b}{k_b + k_p} = \frac{0.3067}{0.3067 + 0.15} = 0.1698, \quad p_{av} = \frac{1000 + 5000}{2} = 3000 \text{ lb}$$

$$p_r = 2000 \text{ lb}, \quad F_{br} = \frac{k_b}{k_b + k_p} p_r = 0.1698 \times 2000 = 339.6 \text{ lb}$$

$$F_{bav} = \frac{k_b}{k_b + k_p} p_{av} + F_0 = 0.1698 \times 3000 + 5926 = 6435 \text{ lb}$$

$$\sigma_{av} = \frac{F_{bav}}{A} = \frac{6435}{0.226} = 28473 \text{ psi}, \quad \sigma_r = \frac{F_{br}}{A} = \frac{339.6}{0.226} = 1503 \text{ psi}$$

$$\frac{\sigma_{av}}{\sigma_{ult}} + \frac{k \sigma_r}{\sigma_e} = \frac{1}{F_S} \rightarrow \frac{28473}{(103000)} + \frac{1503 \times 2.5}{48000} = \frac{1}{F_S} \rightarrow F_S = 2.81 \text{ psi}$$

$$F_{pmin} = \frac{k_p}{k_b + k_p} p_{max} - F_0 = \frac{1.5}{1.5 + 0.03067} \times 5000 - 5926 = -1775 \text{ lb}$$

$$A_t = 2121 + 3181.5 = 5302.5 \text{ mm}^2$$

$$\bar{x} = \frac{2121 \times 125 + 3181.5 \times 375}{2121 + 3181.5} = 275 \text{ mm} \quad \bar{x} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

بنابراین مرکز هندسی جوش 25 mm از محل بار به سمت راست ورودی جوش 9 mm قرار دارد.
بنابراین ایجاد گشتاوری می کند که برابر است با $(T = 25 P)$

$$J_1 = A_1 \left(\frac{l_1^2}{12} + r_1^2 \right) = 2121 \left(\frac{250^2}{12} + 150^2 \right) = 58769375 \text{ mm}^4$$

$$J_2 = A_2 \left(\frac{l_2^2}{12} + r_2^2 \right) = 3181.5 \left(\frac{250^2}{12} + 100^2 \right) = 48385312 \text{ mm}^4$$

$$J = J_1 + J_2 = 107154687 \text{ mm}^4$$

$$\text{تنش برشی افقی} \quad \tau_1 = \frac{Tr}{J} = \frac{25P \times r}{107154687}$$

$$\text{تنش برشی عمودی} \quad \tau_2 = \frac{P}{A} = \frac{P}{5302.5}$$

ماکزیم تنش برشی در r ماکزیمم یعنی در B رخ می دهد. با توجه به شکل حل در این نقطه r برابر است با 275 mm.

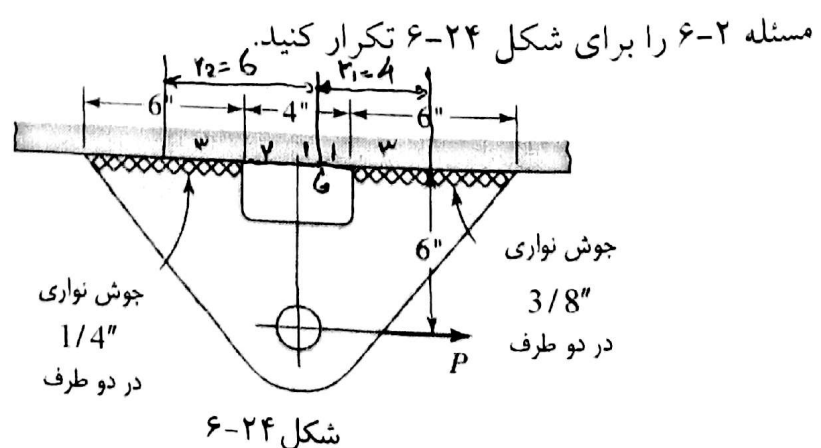
$$\tau_1 = \frac{25P \times 275}{107154687} = \frac{P}{15586}$$

$$\tau_{total} = (\tau_1 + \tau_2) = \left[\left(\frac{P}{5302.5} \right) + \left(\frac{P}{15586} \right) \right] = \frac{\tau_{yp}}{F_S} \quad (*)$$

$$\text{جدول (۶-۳)} \xrightarrow{\text{for E 6010}} \sigma_{yp} = 50000 \text{ psi} = 344.82 \text{ MPa}$$

$$\tau_{yp} = \frac{0.5 \sigma_{yp}}{1} = 172.4 \text{ MPa} \xrightarrow{(*)} P = 341048 \text{ N}$$

لازم به تذکر است که تنشهای مستقیم و برشی در نقطه B باهم جمع می شوند ولی در نقطه A از هم کم می شوند.



✓ حل:

$$A_1 = 2 \times 6 \times \frac{3}{8} \times 0.707 = 3.1815 \text{ in}^2, \quad A_2 = 2 \times 6 \times \frac{1}{4} \times 0.707 = 2.121 \text{ in}^2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x A_i}{\sum A_i} = \frac{2.121 \times 3 + 3.1815 \times 13}{2.121 + 3.1815} = 9 \text{ in}$$

$$J_1 = A_1 \left(\frac{l_1^2}{12} + r_1^2 \right) = 3.18 \left(\frac{6^2}{12} + 4^2 \right) = 60.448 \text{ in}^4$$

$$J_2 = A_2 \left(\frac{l_2^2}{12} + r_2^2 \right) = 2.124 \left(\frac{6^2}{12} + 6^2 \right) = 82.72 \text{ in}^4$$

$$J = J_1 + J_2 = 143.2 \text{ in}^4$$

ماکزیم تنش برشی در r ماکزیمم یعنی در A رخ می‌دهد. با توجه به شکل در این نقطه r برابر است با 9 in .

$$\tau_y = \frac{Tr}{J}, \rightarrow \tau_y = \frac{6P \times 9}{143.2} = 0.3777P \text{ psi}$$

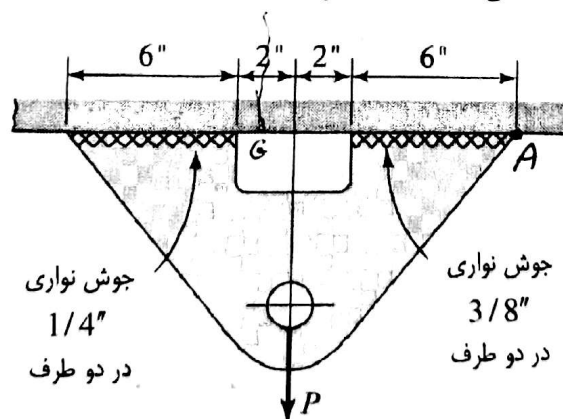
$$\tau_x = \frac{P}{A} = \frac{P}{5.304} = 0.1886P \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = (\tau_x^2 + \tau_y^2)^{1/2} = 0.4215 P$$

$$\text{جدول (۳-۶)} \xrightarrow{\text{For E 1060}} \sigma_{yp} = 50000 \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = \frac{0.5 \sigma_{yp}}{FS} = 12500 \text{ psi} \rightarrow 0.4215 P = 12500 \rightarrow P = 29660 \text{ psi}$$

مسئله ۶-۲ را برای شکل (۶-۲۵) تکرار کنید. ۶-۴



شکل ۶-۲۵

✓ حل:

$$A_1 = 2 \times 6 \times \frac{1}{4} \times 0.707 = 2.12 \text{ in}^2, \quad A_2 = 2 \times 6 \times \frac{3}{8} \times 0.707 = 3.1815 \text{ in}^2$$

$$\tau_1 = \frac{P}{A_1 + A_2} = \frac{P}{5.3}, \quad \bar{x} = \frac{3 \times 2.12 + 13 \times 3.18}{5.30} = 9''$$

$$J_1 = A_1 \left(\frac{l_1^2}{12} + r_1^2 \right) = 2.12 \left(\frac{36}{12} + 6^2 \right) = 82.68 \text{ in}^4$$

$$J_2 = A_2 \left(\frac{l_2^2}{12} + r_2^2 \right) = 3.18 (3 + 4^2) = 60.42 \text{ in}^4$$

$$J = J_1 + J_2 = 143.1 \text{ in}^4$$

تنش برشی حداکثر در r ماکزیمم یعنی در A رخ می‌دهد. با توجه به شکل در این نقطه r برابر است با 9 in .

$$\tau_2 = \frac{Tr}{J} = \frac{P \times 9}{J} \quad \text{تنش برشی افقی}$$

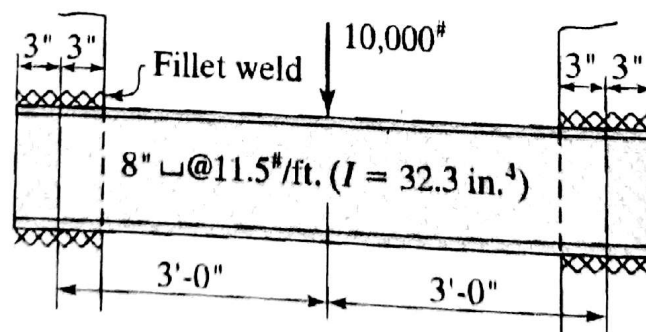
$$\tau_{\max} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{P \times 9}{143.1} + \frac{P}{5.3} \quad (*)$$

$$\text{جدول (۶-۳)} \xrightarrow{\text{For E 1060}} \sigma_{yp} = 50000 \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = \frac{0.5\sigma_{yp}}{FS} = \frac{25000}{2} = 12500 \xrightarrow{(*)} P = 49687.5 \text{ lb}$$

در نقطه A تنشهای مستقیم و برشی باهم جمع می‌شوند.

۶-۵ دو انتهای تیر شکل (۶-۲۶) در روی تکیه‌گاههای ثابتی قرار دارند. اگر همه جوشها به یک اندازه باشند، مقدار ساق h لازم برای جوشهای نواری را جهت تحمل بار داده شده حساب کنید. از الکتروود E 6010 استفاده شده است. مقدار ضریب اطمینان برابر با 3 است. لازم است تیر در دو سر خود توسط جوش ثابت شود.



شکل ۶-۲۶

✓حل:

برای یک تیر دوسر درگیر با بار وارد شده در وسط آن، لنگر در دو انتهای تیر برابر است با $M = P/8$. ضمناً مقدار عکسل‌العمل در هر یک از تکیه‌گاهها برابر است با $R = P/2 = 500 \text{ lb}$. با توجه به تقارن وضعیت جوشها را تنها در یکی از تکیه‌گاهها مورد بررسی قرار می‌دهیم

(برای حالتی که تمام متغیرها تمایل دارند ضعیف‌ترین فنر را به دست دهند) حساب کنید. همچنین مقدار ثابت فنری را برای سفت‌ترین فنر حساب کنید.

✓حل:

$$k = \frac{Gd^4}{64R^3N_c}$$

برای فنر ضعیف‌تر، G و d باید کمترین و R و N_c بیشترین مقدار را داشته باشند

$$k = \frac{11400000 \times 0.1185^4}{64(1.020/2)^3 \times 10.25} = 25.8 \text{ lb/in}$$

برای فنر محکم‌تر، G و d باید بیشترین و R و N_c کمترین مقدار را داشته باشند

$$k = \frac{11800000 \times 0.1215^4}{64(0.98/2)^3 \times 9.75} = 35 \text{ lb/in}$$

۷-۸ یک فنر مارپیچی باید نیرویی معادل $600N$ را بعد از آزاد کردن آن به اندازه $10mm$ از حالت کاملاً فشرده، اعمال کند. قطر سیم فنر $6mm$ و ایندکس فنری آن 6 است. بار وارده ثابت و تنش ماکزیم مساوی $400MPa$ است. تعداد حلقه‌های فعال لازمه را حساب کنید.

✓حل:

$$c = \frac{2R}{d} \rightarrow 6 = \frac{2R}{6} \rightarrow R = 18 \text{ mm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{16p_{\max}R}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c} \right) \rightarrow p_{\max} = \frac{\pi_{\max} \pi d^3}{16Rk_s} = \frac{400 \times \pi \times 6^3}{16 \times 18 \left(1 + \frac{0.615}{6} \right)} = 854.8 \text{ N}$$

$$k = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{\delta_{\max} - \delta_{\min}} = \frac{854.8 - 600}{10} = 25.48 \text{ N/mm}$$

$$k = \frac{GR}{4c^4N_c} \rightarrow N_c = \frac{GR}{4c^4k} = \frac{79300 \times 18}{4 \times 6^4 \times 25.48} = 10.8$$

۷-۹ یک فنر مارپیچی فشاری از سیم شماره 4 ساخته شده و بار ثابت $250lb$ را تحمل می‌کند. تنش برشی ماکزیم را معادل 60000 psi فرض کنید. تعداد حلقه‌های فعال و مقدار شعاع مارپیچ فنر را به ازای تغییر طولی معادل $3/4 \text{ in}$ ، حساب کنید.

✓حل:

$$d = 0.2253 \text{ in} \quad \text{جدول (۷-۱)}$$

$$c = \frac{\pi d^2 \tau}{8p} - 0.615 = \frac{\pi \times 0.2253^2 \times 60000}{8 \times 250} - 0.615 = 4.169$$

$$c = \frac{2R}{d} \rightarrow 4.169 = \frac{2R}{0.2253} \rightarrow R = 0.469 \text{ in}$$

$$\delta = \frac{4pc^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta GR}{4pc^4} = \frac{11500000 \times 0.75 \times 0.469}{4 \times 250 \times 4.169^4} = 13.4$$

یک فنر مارپیچی ساخته شده از سیم موسیقی تحت یک بار دائماً متغیر قرار گرفته است. طول آن بین 63.5 و 70 mm تغییر می‌کند. که بارهای نظیر این طولها به ترتیب 510 N و 350 N است. شماره سیم فنر 7 و قطر متوسط مارپیچ آن 25 mm است. مقدار ضریب اطمینان و تعداد حلقه‌های فعال این فنر را حساب کنید.

حل:

$$(7-1) \text{ جدول : } d = 0.177 \text{ in} = 4.5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{ult} = 245000 \text{ psi} = 1689 \text{ MPa}$$

$$(7-6) \text{ جدول : } \frac{\tau_{yp}}{\sigma_{ult}} = 0.4, \quad \frac{\tau'_e}{\sigma_{ult}} = 0.23$$

$$\rightarrow \tau_{yp} = 0.4 \times 1689 = 675.8 \text{ MPa}, \quad \tau'_e = 388.6 \text{ MPa}$$

$$k_s = 1 + \frac{0.615d}{2R} = 1 + \frac{0.615 \times 4.5}{25} = 1.1107, \quad c = \frac{2R}{d} = \frac{25}{4.5} = 5.56$$

$$\tau_{\max} = \frac{16p_{\max}R}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 510 \times 12.5}{\pi \times 4.5^3} \times 1.1107 = 359.74 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\min} = \frac{16p_{\min}R}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 350 \times 12.5}{\pi \times 4.5^3} \times 1.1107 = 271.59 \text{ MPa}$$

$$\tau_{av} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = 333.66 \text{ MPa}, \quad \tau_r = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = 62.07 \text{ MPa}$$

$$k_c = \frac{4c - 1}{4c - 4} = \frac{4 \times 5.56 - 1}{4 \times 5.56 - 4} = 1.165, \quad \delta_r = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{70 - 63.5}{2} = 3.25 \text{ mm}$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_s} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.165 \times 62.075}{\frac{675.8}{F_s} - 333.66} = \frac{0.5 \times 388.62}{675.8 - 0.5 \times 388.62} \rightarrow F_s = 1.32$$

$$\delta_r = \frac{4p_r c^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta_r GR}{4p_r c^4} = \frac{3.25 \times 79300 \times 12.5}{4 \times 80 \times 5.56^4} = 10.53$$

۷-۱۱ یک فنر مارپیچی فولادی در تغییر طولی معادل 0.25 in بار فشاری استاتیکی 50 lb را تحمل می‌کند. تنش ماکزیمم 75000 psi و تعداد حلقه‌های انتهایی Q مساوی 1.5 است. مقدار C را برای حالتی که حجم ماده فنر حداقل (کمینه شده) باشد، حساب کنید. مقدار d را حساب کرده و نزدیک‌ترین قطر استاندارد را برای فنر واقعی انتخاب کنید، سپس مقدار R و تعداد حلقه‌های فعال نظیر این فنر را حساب کنید. همچنین مقدار حجم ماده را پیدا کنید.

✓حل:

برای طراحی بهینه فنر باید رابطه زیر بین ایندکس فنر و دیگر پارامترهای آن برقرار باشد

$$\frac{\delta G}{Q\sqrt{8p\pi\tau}} = \frac{c^3(5c+1.23)}{2.46\sqrt{c+0.615}}$$

ابتدا طرف چپ معادله فوق را محاسبه نموده و سپس با استفاده از جدول ۸-۷ و با میان‌یابی مقدار c را بدست می‌آوریم

$$B = \frac{\delta G}{Q\sqrt{8p\pi\tau}} = \frac{0.25 \times 11500000}{1.5\sqrt{8 \times 50 \times \pi \times 75000}} = 197.47$$

$$\text{جدول (۸-۷): } \begin{cases} B = 196 \rightarrow c = 3.7 \\ B = 215 \rightarrow c = 3.9 \end{cases} \xrightarrow{\text{for } B=197.47} c = 3.715$$

$$\tau = \frac{8pc}{\pi d^2} \left(1 + \frac{0.615}{c}\right) = \frac{8 \times 50 \times 3.715}{\pi d^2} \left(1 + \frac{0.615}{3.715}\right) = 75000 \rightarrow d = 0.0857 \text{ in}$$

$$c = \frac{\pi \tau d^2}{8P} - 0.615 = \frac{75000 \times \pi \times 0.08^2}{8 \times 50} = 3.155$$

$$c = \frac{2R}{d} \rightarrow 3.155 = \frac{2R}{0.08} \rightarrow R = 0.08 \text{ in}$$

$$\delta = \frac{8pc^3 N_c}{Gd} \rightarrow N_c = \frac{\delta Gd}{8pc^3} = \frac{0.25 \times 11500000 \times 0.0915}{8 \times 50 \times 3.155^3} = 18.31$$

$$V = \frac{1}{2} \pi^2 d^2 R (N_c + Q) = \frac{1}{2} \pi^2 \times 0.08^2 \times 0.1262 (18.31 + 1.5) = 0.079 \text{ in}^3$$

۷-۱۲ یک فنر مارپیچی تحت بار دائماً متغیری قرار گرفته است. فنر مذکور از سیم تمپره - روغن شماره ۷ ساخته شده و شعاع متوسط مارپیچ آن 13 mm است. در حالت کاملاً فشرده فنر، مقدار نیروی وارده 400 N است. بعد از آزاد کردن این فنر به اندازه 8 mm از حالت کاملاً فشرده، نیروی مذکور حداقل به 260 N کاهش می‌یابد. مقدار ضریب اطمینان و تعداد حلقه‌های فعال فنر را محاسبه کنید.

✓حل:

نیروی حداکثر برابر 400 N و نیروی حداقل برابر 260 N است. بعلاوه تفاوت تغییر مکان حداکثر و حداقل برابر است با 8 mm . بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$d = 0.177\text{ in} = 4.5\text{ mm} \quad \text{جدول (۷-۱)}$$

$$\sigma_{ult} = 200000\text{ psi} = 1379\text{ MPa}$$

$$\text{جدول (۷-۶): } \frac{\tau_{yp}}{\sigma_{ult}} = 0.45, \quad \frac{\tau'_e}{\sigma_{ult}} = 0.22$$

$$\rightarrow \tau_{yp} = 0.45 \times 1379 = 625\text{ MPa}, \quad \tau'_e = 0.22 \times 1379 = 305.5\text{ MPa}$$

$$k_s = 1 + \frac{0.615d}{2R} = 1 + \frac{0.615 \times 4.5}{26} = 1.1064$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{26}{4.5} = 5.78, \quad k_c = \frac{4c-1}{4c-4} = \frac{4 \times 5.78 - 1}{4 \times 5.78 - 4} = 1.157$$

$$p_{av} = \frac{p_{max} + p_{min}}{2} = \frac{400 + 260}{2} = 330\text{ N}, \quad p_r = \frac{p_{max} - p_{min}}{2} = 70\text{ N}$$

$$\tau_{av} = \frac{16p_{av}R}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 330 \times 13}{\pi \times 4.5^3} \times 1.1064 = 265.27\text{ MPa}$$

$$\tau_r = \frac{16p_r R}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 70 \times 13}{\pi \times 4.5^3} \times 1.1064 = 56.27\text{ MPa}$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.157 \times 56.27}{\frac{625}{F_S} - 265.27} = \frac{0.5 \times 305.5}{625 - 0.5 \times 305.5} \rightarrow F_S = 1.34$$

$$\frac{p_{min}}{\delta_{min}} = \frac{p_{max} - p_{min}}{\delta_{max} - \delta_{min}} = \frac{p_{max}}{\delta_{max}} \rightarrow \frac{140}{8} = \frac{400}{\delta_{max}} \rightarrow \delta_{max} = 22.85\text{ mm}$$

$$\delta_{max} = \frac{4p_{max}c^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta_{max} GR}{4pc^4} = \frac{79300 \times 13 \times 22.85}{4 \times 400 \times 5.78^4} = 13.2$$

۷-۱۳ یک فنر مارپیچی از سیم مستطیلی به مقطع $1/2 \times 1/4\text{ in}$ ساخته شده است. سطح باریک سیم با محور فنر موازی است. شعاع متوسط مارپیچ 1.5 in و بار استاتیکی وارده 150 lb است.
(الف) اگر تعداد حلقه‌های فعال ۸ تا باشد، مقادیر تنش ماکزیمم و تغییر طول فنر را حساب کنید.
(ب) فرض کنید سیم مذکور را طوری پیچانده باشند که سطح عریض آن موازی محور باشد، برای این حالت بند (الف) را تکرار کنید.

$$\frac{b}{c} = \frac{0.5}{0.25} \xrightarrow{\text{from table 13.4}} \begin{cases} \alpha_1 = 0.246 \\ \alpha_2 = 0.304 \\ \beta = 0.229 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_a &= \frac{pR}{\alpha_1 b c^2} = \frac{150 \times 1.5}{0.246 \times 0.5 \times 0.25^2} = 29268 \text{ psi} \\ \tau_b &= \frac{3p}{2A} + \frac{pR}{\alpha_2 b c^2} = 1800 + 23684 = 25484 \text{ psi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tau_a = \tau_{\max} = 29268 \text{ psi}$$

$$\delta_a = \frac{2\pi P R^3 N_c}{\beta G b c_1^3} = \frac{2\pi \times 150 \times 1.5^3 \times 8}{0.229 \times 11500000 \times 0.5 \times 0.25^3} = 1.24 \text{ in}$$

(ب)

$$R' = R - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = 1.625 \text{ in}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_b &= \frac{pR'}{\alpha_2 b c^2} = \frac{150 \times 1.625}{0.304 \times 0.5 \times 0.25^2} = 25657 \text{ psi} \\ \tau_a &= \frac{3p}{2A} + \frac{pR'}{\alpha_1 b c^2} = 1800 + 31707 = 33507 \text{ psi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tau_a = \tau_{\max} = 33507 \text{ psi}$$

$$\delta_a = \frac{2\pi P R'^3 N_c}{\beta G b c_1^3} = \frac{2\pi \times 150 \times 1.625^3 \times 8}{0.229 \times 11500000 \times 0.5 \times 0.25^3} = 1.573 \text{ in}$$

۷-۱۴ یک فنر مارپیچی بار استاتیکی 1110N را تحمل می کند. تعداد حلقه های فعال این فنر 10 عدد و شعاع متوسط آن 25mm است.

(الف) ابعاد مقطع سیم مربعی لازم جهت ساختن چنین فنری چیست. مقدار تغییر طول آن را 50mm فرض کنید.

(ب) اگر این فنر را از سیمی گرد بسازیم، قطر لازم برای سیم و مقدار تنش را محاسبه کنید. با استفاده از سیم گرد، چند درصد در وزن ماده فنر صرفه جویی می شود.

✓ حل:

(الف) برای سیم با مقطع مربعی می توانیم بنویسیم

$$\frac{b}{c} = 1 \xrightarrow{\text{from table 13.4}} \alpha_1 = 0.208, \alpha_2 = 0.208, \beta = 0.1406$$

$$\delta_a = \frac{2\pi P R^3 N_c}{\beta G b c_1^3} = \frac{2\pi P R^3 N_c}{\beta G b^4}$$

$$\rightarrow b = \left(\frac{2\pi P R^3 N_c}{\delta \beta G} \right)^{1/4} = \left(\frac{2\pi \times 1110 \times 25^3 \times 10}{50 \times 0.1406 \times 79300} \right)^{1/4} = 6.64 \text{ mm}$$

$$\tau_{\max} = 1.5 \frac{p}{A} + \frac{pR}{\alpha_1 b c^2} = 1.5 \frac{1110}{6.64^2} + \frac{1110 \times 25}{0.208 \times 6.64^3} = 494 \text{ psi}$$

ب) برای سیم با مقطع گرد داریم

$$\delta = \frac{64 p R^3 N_c}{G d} \rightarrow d = \left(\frac{64 p R^3 N_c}{G \delta} \right)^{1/4} = \left(\frac{64 \times 1110 \times 25^3 \times 10}{79300 \times 50} \right)^{1/4} = 7.27 \text{ mm}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 25}{7.27} = 6.88$$

$$\tau_{\max} = \frac{16 p R}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.615}{c} \right) = \frac{16 \times 1110 \times 25}{\pi \times 7.27^3} \left(1 + \frac{0.615}{6.88} \right) = 400 \text{ MPa}$$

درصد کاهش در مساحت سطح مقطع و در نتیجه آن کاهش وزن عبارت است از

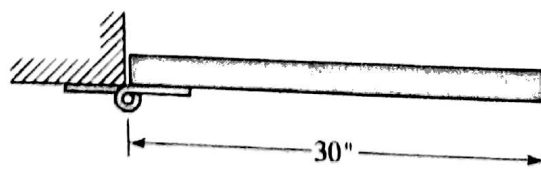
$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 41.4 \text{ mm}^2 \text{ برای فنر با مقطع گرد}$$

$$A = 6.63^2 = 43.95 \text{ mm}^2 \text{ برای فنر با مقطع مستطیلی}$$

$$\text{نسبت مساحتها} = \frac{43.95}{41.4} = 1.062$$

$$\text{درصد کاهش مساحت} = \frac{43.95 - 41.4}{41.4} = 6.2\%$$

۷-۱۵ فنر مارپیچی پیچشی یک درب 30 in. در شکل (۷-۲۲) نشان داده شده است. موقعی که درب بسته است فنر مذکور نیرویی معادل 1 lb و موقعی که در به اندازه 180° چرخیده است، نیرویی معادل 3 lb اعمال می‌کند. این فنر از سیم شماره 6 ساخته شده است. مقدار تنش ماکزیمم 150000 psi است. مقدار قطر متوسط مارپیچ فنر، مقدار تغییر شکل اولیه لازم برای فنر، و همچنین تعداد حلقه‌های فعال فنر را حساب کنید. تمرکز تنش را نیز در حل مسئله دخالت دهید.



شکل ۷-۲۲

✓ حل:

در این مسئله حداکثر تنش هنگامی رخ می‌دهد که درب باز است و در این حالت لنگر برابر است با 90 in.lb. اگر فرض کنیم زاویه پیچش فنر در هنگام بسته بودن درب θ_1 زاویه پیچش در هنگام باز

$$\delta_{\min} = \frac{4p_{\min}c^4N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta_{\min}GR}{4p_{\min}c^4} = \frac{79300 \times 15 \times 14.86}{4 \times 260 \times 6.667^4} = 8.6 \text{ mm}$$

۷-۳۴ لازم است فنر سوپاپ موتوری در حالتی که سوپاپ بسته است نیرویی برابر 60 lb و در حالت باز بودن سوپاپ نیرویی برابر 100 lb را اعمال کند. مقدار خیز یا طول کورس حرکت سوپاپ 5/16 in. است. مقادیر $\tau_{yp} = 90000 \text{ psi}$ و $\tau'_e = 48000 \text{ psi}$ برای ماده فنر صادقند. اگر $F_S = 1.5$ و ایندکس فنری 6 باشد، مقدار قطر تئوریک سیم را حساب کنید. همچنین تعداد حلقه‌های فعال و فشار اولیه فنر را پیدا کنید.

✓ حل:

$$p_{\max} = 100 \text{ lb} , p_{\min} = 60 \text{ lb}$$

$$p_r = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} = 20 \text{ lb} , p_{av} = \frac{p_{\max} + p_{\min}}{2} = 80 \text{ lb}$$

$$c = 6 \rightarrow k_s = 1 + \frac{0.615}{6} = 1.1025 , k_c = \frac{4c - 1}{4c - 4} = 1.15$$

$$\tau_{av} = k_s \frac{2p_{av}c^3}{\pi R^2} = 1.1025 \frac{2 \times 80 \times 6^3}{\pi R^2} = \frac{12128}{R^2} \text{ psi}$$

$$\tau_r = k_s \frac{2p_r c^3}{\pi R^2} = 1.1025 \frac{2 \times 20 \times 6^3}{\pi R^2} = \frac{3032}{R^2} \text{ psi}$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.15 \times 3032 / R^2}{\frac{90000}{1.5} - \frac{12128}{R^2}} = \frac{\frac{1}{2} \times 48000}{90000 - \frac{48000}{2}} \rightarrow R = 0.6016 \text{ in}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 0.6016}{d} = 6 \rightarrow d = 0.2005 \text{ in}$$

$$k = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{\delta} = \frac{40}{5/16} = 128 \text{ lb/in}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{4c^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{GR}{4kc^4} = \frac{11500000 \times 0.6016}{4 \times 128 \times 6^4} = 10.42$$

$$\delta_{\max} = \frac{p_{\max}}{k} = \frac{100}{128} = 0.781 \text{ in} , \sigma_{\min} = \frac{p_{\min}}{k} = \frac{60}{128} = 0.468 \text{ in}$$

۷-۳۵ یک فنر مارپیچی از سیم سخت - کشیده شماره 10 ساخته شده است. مقدار بار بطور مداوم از 25 تا 50 lb تغییر می‌کند. شعاع مارپیچ فنر 5/16 in. است. مقدار ضریب اطمینان را حساب کنید.

✓ حل:

$$(۷-۱) \text{ جدول} : d = 0.1350 \text{ in} , \sigma_{ult} = 206000 \text{ psi}$$

$$\text{جدول (۷-۶)} : \frac{\tau_{yp}}{\sigma_{ult}} = 0.42, \quad \frac{\tau'_e}{\sigma_{ult}} = 0.21$$

$$\rightarrow \tau_{yp} = 0.42 \times 206000 = 86520 \text{ psi}, \quad \tau'_e = 43260 \text{ psi}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 5/16}{0.1350} = 4.629$$

$$k_c = \frac{4c-1}{4c-4} = \frac{4 \times 4.629 - 1}{4 \times 4.629 - 4} = 1.206$$

$$p_{av} = \frac{p_{max} + p_{min}}{2} = \frac{50 + 25}{2} = 37.5 \text{ lb}, \quad p_r = \frac{p_{max} - p_{min}}{2} = 12.5 \text{ lb}$$

$$\tau_{av} = \frac{16p_{av}R}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 37.5 \times 5/16}{\pi \times 0.1350^3} \left(1 + \frac{0.615}{4.629} \right) = 27480.5 \text{ psi}$$

$$\tau_r = \frac{16p_rR}{\pi d^3} k_s = \frac{16 \times 12.5 \times 5/16}{\pi \times 0.1350^3} \left(1 + \frac{0.615}{4.629} \right) = 9160.8 \text{ psi}$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.206 \times 9160.8}{\frac{86520}{F_S} - 27480.5} = \frac{\frac{1}{2} \times 43260}{86520 - \frac{1}{2} \times 43260} \rightarrow F_S = 1.427$$

در مسئله ۷-۲۲ مقدار نیروی بین نقاط تماس را ۹ N و بعد ۴۰ mm را ۶۰ mm فرض کرده و مسئله را حل کنید.

✓ حل:

از نمودار جسم آزاد قطعه AC می‌توانیم بنویسیم

$$\sum M_A = 0 : -60p + 120R_c = 0 \xrightarrow{R_c=9N} p = \frac{1080}{60} = 18 \text{ N}$$

در شکل فوق برای تیر یک سر درگیر CD می‌توانیم بنویسیم

$$y_c = \frac{pl^3}{3EI} (1 - \nu^2) = \frac{9 \times 50^3 \times 12}{3 \times 206900 \times 10 \times 0.75^3} (1 - 0.3^2) = 4.68 \text{ mm}$$

تغییر مکان دو تیر CD و AC در نقطه C باهم برابراند. بنابراین تغییر مکان B را با استفاده از تشابه مثلثها محاسبه می‌کنیم

$$\frac{y_c}{y_{B1}} = \frac{120}{60} = 2 \rightarrow y_{B1} = 2.343 \text{ mm}$$

$$d = \left(\frac{8 \times 1.134 \times 75 \times 4.6}{\pi \times 100000} \right)^{1/2} = 0.0998 \text{ in}$$

از جدول ۷-۱ سیم شماره ۱۲ را انتخاب می‌کنیم

$$d = 0.1055 \text{ in}$$

$$c = \frac{\pi d^2 \tau}{8P} - 0.615 = \frac{\pi \times 0.1055^2 \times 100000}{8 \times 75} - 0.615 = 5.21$$

$$R = \frac{cd}{2} = \frac{5.21 \times 0.1055}{2} = 0.275 \text{ in}$$

$$N_c = \frac{\delta GR}{4Pc^4} = \frac{1 \times 11500000 \times 0.275}{4 \times 75 \times 5.21^4} = 14.31$$

$$V_{\min} = \frac{1}{2} \pi^2 d^2 R (N_c + Q) = \frac{1}{2} \pi^2 \times 0.1055^2 \times 0.275 (14.31 + 2) = 0.2463 \text{ in}^3$$

داده های یک فنر فشاری فولادی به صورت (ثابت) $\tau = 100000 \text{ psi}$, $\delta = 1 \text{ in}$, $P = 75 \text{ lb}$ و $Q = 2$ است. اگر از سیم شماره ۱۰ برای ساخت این فنر استفاده شده باشد، مقدار V نظیر این فنر را حساب کنید.

✓ حل:

$$\text{جدول (۷-۱)} \xrightarrow{\text{for wire no. 10}} d = 0.1350 \text{ in}$$

$$c = \frac{\pi d^2 \tau}{8P} - 0.615 = \frac{\pi \times 0.1350^2 \times 100000}{8 \times 75} - 0.615 = 8.93$$

$$R = \frac{cd}{2} = \frac{8.93 \times 0.1350}{2} = 0.603 \text{ in}$$

$$N_c = \frac{\delta GR}{4Pc^4} = \frac{1 \times 11500000 \times 0.603}{4 \times 75 \times 8.93^4} = 3.63$$

$$V_{\min} = \frac{1}{2} \pi^2 d^2 R (N_c + Q) = \frac{1}{2} \pi^2 \times 0.1350^2 \times 0.603 (3.63 + 2) = 0.3053 \text{ in}^3$$

داده های یک فنر فولادی فشاری به صورت (ثابت) $\tau = 90000 \text{ psi}$, $\delta = 3/8 \text{ in}$, $P = 20 \text{ lb}$ و $Q = 1.75$ است. اندازه سیم مربوط به حالت بهینه این فنر و مقدار V نظیر آن را به دست آورید.

✓ حل:

$$B = \frac{\delta G}{Q \sqrt{8p\pi\tau}} = \frac{0.375 \times 11500000}{1.75 \sqrt{8 \times 50 \times 90000 \pi}} = 366.38 \xrightarrow{\text{from table 7-8}} c = 4.42$$

$$k_s = 1 + \frac{0.615}{4.42} = 1.138$$

$$d = \left(\frac{8k_s pc}{\pi \tau} \right)^{1/2} = \left(\frac{8 \times 1.138 \times 20 \times 4.42}{\pi \times 90000} \right)^{1/2} = 0.0533 \text{ in}$$

جدول (۷-۱) $\xrightarrow{\text{for wire no 17}}$ $d = 0.054 \text{ in}$

$$c = \frac{\pi d^2 \tau}{8p} - 0.615 = \frac{\pi \times 0.054^2 \times 90000}{8 \times 20} - 0.615 = 4.538$$

$$R = \frac{cd}{2} = \frac{4.538 \times 0.054}{2} = 0.1225 \text{ in}$$

$$\delta = \frac{4pc^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta GR}{4pc^4} = \frac{0.375 \times 0.12253 \times 11500000}{4 \times 20 \times 4.538^4} = 15.57$$

$$V_{\min} = \frac{1}{2} \pi^2 d^2 R (N_c + Q) = \frac{1}{2} \pi^2 (0.054)^2 \times 0.1225 (15.57 + 1.75) = 0.0305 \text{ in}^3$$

۷-۴۸ داده های مربوط به یک فنر فولادی فشاری به صورت ثابت $\delta = 3/8 \text{ in}$, $P = 20 \text{ lb}$ و $Q = 1.75$ است. اگر برای ساخت این فنر از سیم فنر شماره ۱۶ استفاده شود، مقدار V نظیر آنرا بدست آورید.

حل:

جدول (۷-۱) $\xrightarrow{\text{for wire no 16}}$ $d = 0.0625 \text{ in}$

$$c = \frac{\pi d^2 \tau}{8p} - 0.615 = \frac{\pi \times 0.0625^2 \times 90000}{8 \times 20} - 0.615 = 6.288$$

$$R = \frac{cd}{2} = \frac{6.288 \times 0.0625}{2} = 0.1965 \text{ in}$$

$$\delta = \frac{4pc^4 N_c}{GR} \rightarrow N_c = \frac{\delta GR}{4pc^4} = \frac{0.375 \times 0.1965 \times 11500000}{4 \times 20 \times 6.288^4} = 6.78$$

$$V_{\min} = \frac{1}{2} \pi^2 d^2 R (N_c + Q) = \frac{1}{2} \pi^2 (0.0625)^2 \times 0.1965 (6.78 + 1.75) = 0.0323 \text{ in}^3$$

۷-۴۹ می خواهیم یک فنر مارپیچی فولادی با طرح بهینه توری طراحی کنیم که پس از رها شدن به اندازه 0.10 in از حالت کاملاً فشرده، باری برابر با 2.5 lb را تحمل کند و حداکثر تنش برشی آن 60000 psi باشد. به ازای مقدار آزمایشی $c = 6$ ، قطر سیم استاندارد مناسب، مقدار دقیق c و تعداد حلقه های فعال این فنر را به دست آورید. نتایج به دست آمده را با نتایج مسئله ۳۱ مقایسه کنید.

الحل:

برای طراحی بهینه فنر، تنش برشی در بار حداقل باید نصف آن در بار حداکثر باشد، به شرط آنکه از

$$\text{جدول (۷-۶)} : \begin{cases} \frac{\tau_{yp}}{\sigma_{ut}} = 0.4 \\ \frac{\tau'_e}{\sigma_{ut}} = 0.23 \end{cases} \rightarrow \tau_{yp} = 0.4 \times 269000 = 107600 \text{ psi}$$

$$\tau'_e = 0.23 \times 269000 = 61870 \text{ psi}, \quad c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 0.4}{0.1055} = 7.58$$

$$k_s = 1 + \frac{0.615}{7.58} = 1.081, \quad P_{av} = \frac{15 + 25}{2} = 20 \text{ lb}, \quad P_r = \frac{25 - 15}{2} = 5 \text{ lb}$$

$$\tau_{av} = k_s \frac{16P_{av}R}{\pi d^3} = 1.081 \times \frac{16 \times 20 \times 0.4}{\pi \times 0.1055^3} = 37508 \text{ psi}$$

$$\tau_r = k_s \frac{16P_rR}{\pi d^3} = 1.081 \times \frac{16 \times 5 \times 0.4}{\pi \times 0.1055^3} = 9377 \text{ psi}$$

$$k_c = \frac{4c - 1}{4c - 4} = \frac{4 \times 7.58 - 1}{4 \times 7.58 - 4} = 1.114$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.114 \times 9377}{\frac{107600}{F_S} - 37508} = \frac{\frac{1}{2} \times 61870}{107600 - 0.5 \times 61870} \rightarrow F_S = 1.70$$

۷-۵۳ یک فنر مارپیچی با شعاع میانگین مارپیچ 0.3 in. از سیم موسیقی شماره 14 پیچانده شده است. بار وارد بر آن به طور پیوسته میان 10 lb و 4 lb تغییر می کند. مقدار ضریب اطمینان را بدست آورید.

✓ حل:

$$\text{جدول (۷-۱)} \xrightarrow{\text{for wier no. 14}} d = 0.0800 \text{ in}, \quad \sigma_{ut} = 282000 \text{ psi}$$

$$\tau_{yp} = 0.4 \times 282000 = 112800 \text{ psi}, \quad \tau'_e = 0.23 \times 282000 = 64860 \text{ psi}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 0.3}{0.08} = 7.5, \quad k_s = 1 + \frac{0.615}{7.5} = 1.082$$

$$P_{av} = \frac{4 + 10}{2} = 7 \text{ lb}, \quad P_r = 3 \text{ lb}$$

$$\tau_{av} = k_s \frac{16P_{av}R}{\pi d^3} = 1.082 \frac{16 \times 7 \times 0.3}{\pi \times 0.08^3} = 22600 \text{ psi}$$

$$\tau_r = k_s \frac{16P_rR}{\pi d^3} = 1.082 \frac{16 \times 3 \times 0.3}{\pi \times 0.08^3} = 9687 \text{ psi}$$

$$k_c = \frac{4c - 1}{4c - 4} = \frac{4 \times 7.5 - 1}{4 \times 7.5 - 4} = 1.115$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.115 \times 9687}{\frac{112800}{F_S} - 22600} = \frac{\frac{1}{2} \times 64860}{112800 - \frac{1}{2} \times 64860} \rightarrow F_S = 2.28$$

یک فتر مارپیچی با شعاع میانگین مارپیچ 0.25 in از سیم موسیقی شماره ۱۶ پیچانده شده است. بار وارد بر آن به طور پیوسته میان 2 lb و 8 lb تغییر می‌کند. مقدار ضریب اطمینان را بدست آورید.

حل:

جدول (۷-۱) $\xrightarrow{\text{for wier no. 16}} d = 0.0625 \text{ in} , \sigma_{ut} = 29300 \text{ psi}$

$$\tau_{yp} = 0.4 \times 293000 = 117200 \text{ psi} , \tau'_e = 0.23 \times 293000 = 67390 \text{ psi}$$

$$c = \frac{2R}{d} = \frac{2 \times 0.25}{0.0625} = 8 , k_s = 1 + \frac{0.615}{8} = 1.077$$

$$P_{av} = 5 \text{ lb} , P_r = 3 \text{ lb}$$

$$\tau_{av} = k_s \frac{16P_{av}R}{\pi d^3} = 1.077 \frac{16 \times 5 \times 0.25}{\pi \times 0.0625^3} = 28084 \text{ psi}$$

$$\tau_r = k_s \frac{16P_rR}{\pi d^3} = 1.077 \frac{16 \times 3 \times 0.25}{\pi \times 0.0625^3} = 19850 \text{ psi}$$

$$k_c = \frac{4 \times 8 - 1}{4 \times 8 - 4} = 1.107$$

$$\frac{k_c \tau_r}{\frac{\tau_{yp}}{F_S} - \tau_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \tau'_e}{\tau_{yp} - \frac{1}{2} \tau'_e} \rightarrow \frac{1.107 \times 19850}{\frac{117200}{F_S} - 28084} = \frac{\frac{1}{2} \times 67390}{117200 - \frac{1}{2} \times 67390} \rightarrow F_S = 1.58$$