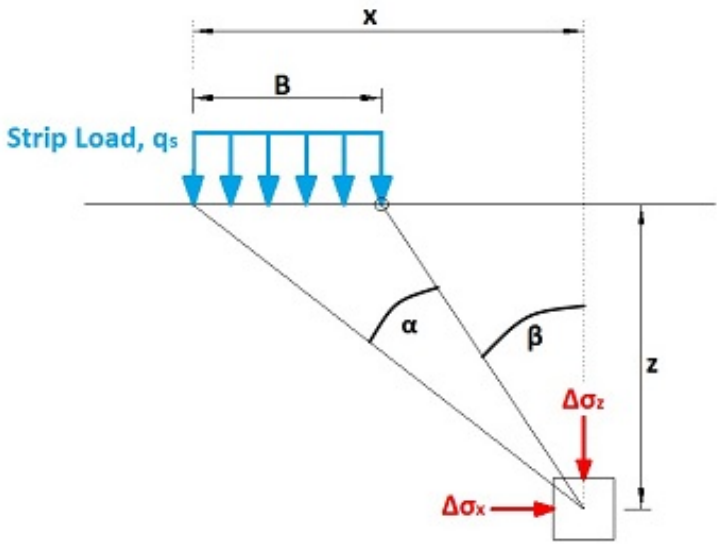
فصل ۶:

تنش در توده خاک در اثر سربار



جزوه درس مکانیک خاک مقدماتی (مکانیک خاک ۱)

استاد: عبدالمتین ستایش

برای ارسال نظرات و پیشنهادات به سایت شخصی اینجانب رجوع نموده و یا نظرات و یا پیشنهادات خود را به آدرس پست الکترونیک زیر ارسال نمایید:

Website: www.ams.ir, Email: a_matin_s@yahoo.com

آخرین ویرایش: زمستان ۸۹

۶-۱ مقدمه

با قرار گرفتن سربار بر روی خاک به مقدار تنش موجود در خاک افزوده می شود و هرچه در جهت افقی و قائم از محل اثر بار فاصله بگیریم، مشاهده می شود که از تاثیر سربار کاسته خواهد شد.

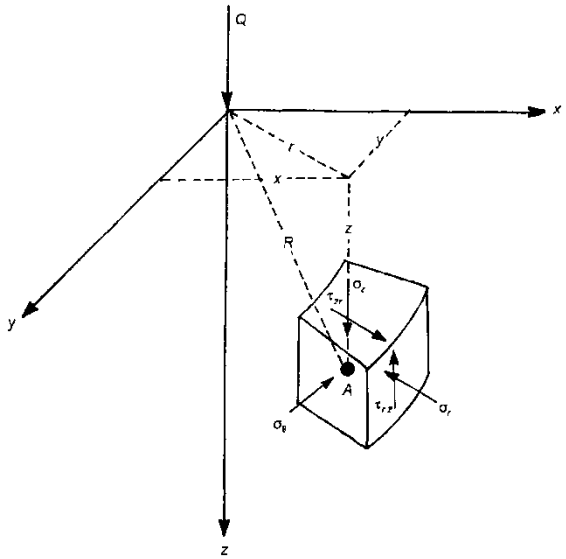
اثر سربار در حالت های مختلفی نظیر بار منفرد، بار خطی، بار نواری، بار گسترده، بر روی سطح دایره ای و بار گسترده بر روی سطح مستطیلی را می توان با استفاده از تئوری الاستیسیته مشخص نمود.

بوزینسک[1] برای حل های فوق و محاسبه تنش در توده خاک، فرضیات زیر را در نظر گرفت:

۱. خاک بدون وزن است
۲. تغییر حجم خاک قابل اغماض است.
۳. قبل از اعمال سربار، خاک تحت تنش دیگری قرار نداشته است.
۴. خاک الاستیک، همگن، نیمه بینهایت و ایزوتروپیک بوده و تابع قانون هوک می باشد.
۵. توزیع تنش نسبت به محور قائم تقارن دارد.
۶. تنش ممتد و پیوسته است.

۶-۲ بار نقطه ای

بوزینسک رابطه ای تحلیلی برای تخمین افزایش تنش در اثر اعمال بار نقطه ای **P** که در سطح یک محیط نیم بی نهایت اعمال می گردد ارائه نموده است. در شکل ۵-۱ افزایش تنش در نقطه **A** نشان داده شده است. مؤلفه های افزایش تنش را توسط روابط زیر می توان بدست آورد.



شکل ۵-۱ تحلیل بوزینسک – افزایش تنش در یک نقطه در مختصات کارتزین در اثر اعمال بار نقطه ای در روی سطح

[1] Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{Z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad (۱-۵)$$

به طوری که در این رابطه داریم :

$\Delta\sigma_z$ = افزایش تنش قائم

$\Delta\tau$ = افزایش تنش برشی

$R = \sqrt{z^2+r^2}$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

رابطه $\Delta\sigma_z$ را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\left\{\frac{3}{2\pi}\frac{1}{[(r/z)^2+1]^{5/2}}\right\} = \frac{P}{z^2}I$$

در این رابطه **I** ، **ضریب تاثیر بار نام دارد**. مقدار **I** را می توان بر حسب نسبت های مختلف r/z از جدول زیر بدست آورد.

r/z	I	r/z	I
0	0.4775	0.9	0.1083
0.1	0.4657	1.0	0.0844
0.2	0.4329	1.5	0.0251
0.3	0.3849	1.75	0.0144
0.4	0.3295	2.0	0.0085
0.5	0.2733	2.5	0.0034
0.6	0.2214	3.0	0.0015
0.7	0.1762	4.0	0.0004
0.8	0.386	5.0	0.00014

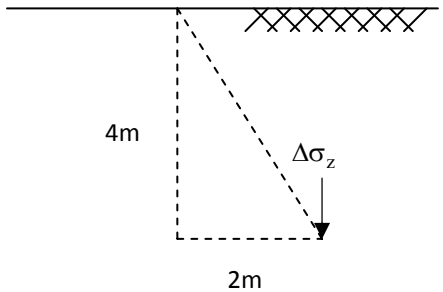
نکته: اگر اضافه تنش قائم در امتداد محور بار متمرکز مورد نظر باشد، رابطه ۵-۱ به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \qquad (۲-۵)$$

مثال :

اضافه تنش قائم ناشی از بار متمرکزی به بزرگی $P = 10kN$ را در عمق ۴ متری و به فاصله ۲ متر از محور بار محاسبه نمایید.

حل مسئله:



حل با استفاده از رابطه ۵-۱:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} = \frac{3\times10\times10^3}{2\pi}\times\frac{4^3}{(2^2+4^2)^{5/2}} = 170\ N/m^2$$

حل با استفاده از ضریب I :

$$r/z = 2/4 = 1/2 \rightarrow I = 0.2733$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} \times I = \frac{10^4}{4^2} \times 0.2733 = 170\ N/m^2$$

مثال :

مطلوب است ترسیم تغییرات تنش قائم $\Delta\sigma_z$ در عمق خاک در زیر بار متمرکزی به بزرگی $800\ kN$.

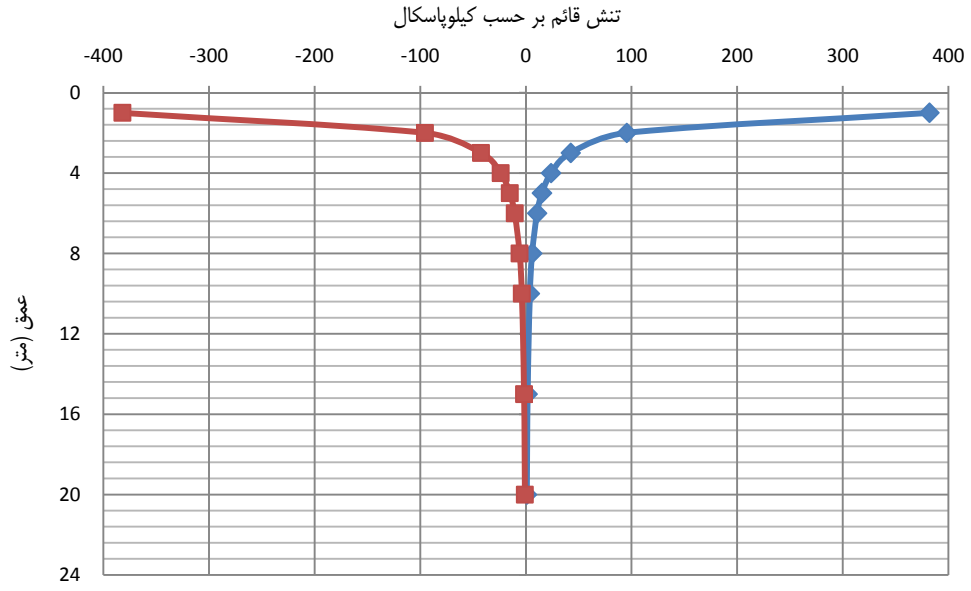
حل مسئله:

در زیر بار داریم:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{1}{z^2} = 0.4775\frac{P}{z^2}$$

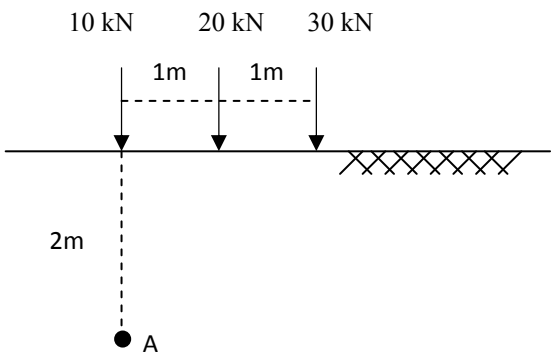
برای ترسیم تغییرات تنش قائم می توان جدول زیر را تهیه نمود:

z	0	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20
$\Delta\sigma_z$ (kPa)	∞	382	95.5	42.44	23.875	15.28	10.61	5.968	3.82	1.697	0.955



مثال :

با توجه به شکل زیر اضافه تنش قائم در نقطه A را به روش بوزینسک محاسبه نمایید:



حل مسئله:

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{3\times 10}{2\pi\times 2^2} = 1.1937\text{kN} = 1193.7\ \text{N/m}^2$$

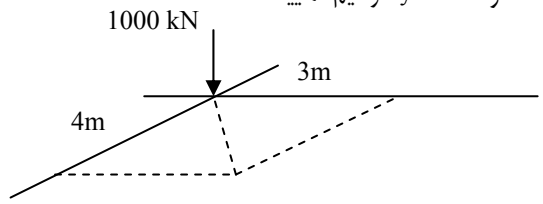
$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{3\times 20}{2\pi}\times\frac{2^3}{(2^2+1^2)^{5/2}}\times 10^3 = 1366.62\ \text{N/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z(3)} = \frac{3\times 30}{2\pi}\times\frac{2^3}{(2^2+2^2)^{5/2}}\times 10^3 = 633\ \text{N/m}^2$$

$$\Delta\sigma_z = 1193.7+1366.62+633 = 3193.373\ \text{N/m}^2$$

مثال :

تغییرات تنش قائم $\Delta\sigma_z$ را با عمق در زیر بار نقطه ای به مشخصات $x = 3m$ و $y = 4m$ ترسیم نمایید.



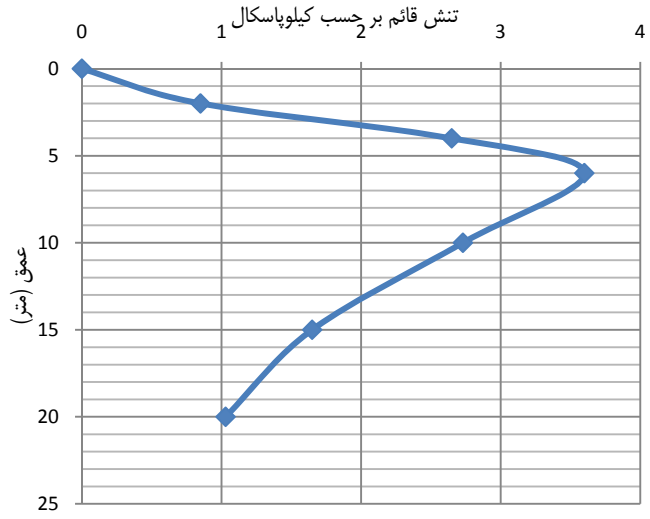
حل مسئله:

$$P = 1000\text{kN}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \rightarrow r = 5\text{m}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\times I$$

r(m)	Z(m)	r/z	I	$\Delta\sigma_z$
5	0	∞	0	0
	2	2.5	0.0034	0.85
	4	1.25	0.0424	2.65
	6	0.83	0.1295	3.60
	10	0.5	0.2733	2.73
	15	0.33	0.3713	1.65
	20	0.25	0.4103	1.03



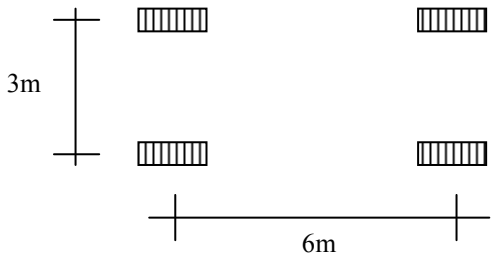
مثال :

کامیون چهار چرخی که فاصل بین محورهای طولی چرخ های آن ۶ متر و محور عرضی آن ۳ متر است در روی زمین مسطحی توقف نموده است. اگر وزن کامیون $W = 400kN$ باشد اضافه تنش ناشی از وزن کامیون را در زیر هر یک از چرخ ها در عمق ۳ متری محاسبه نمایید.

حل مسئله:

برای حل مسئله فرضیات زیر را در نظر می گیریم:

- فرض می نماییم که وزن کامیون به طور یکسان بین چرخ ها تقسیم می شود.
- بار ناشی از هر یک از چرخ ها را می توان به صورت یک بار منفرد در نظر گرفت.



$$P_1 = \frac{400}{4} = 100kN$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$$

$$\sqrt{3^2 + 6^2} = 6.71$$

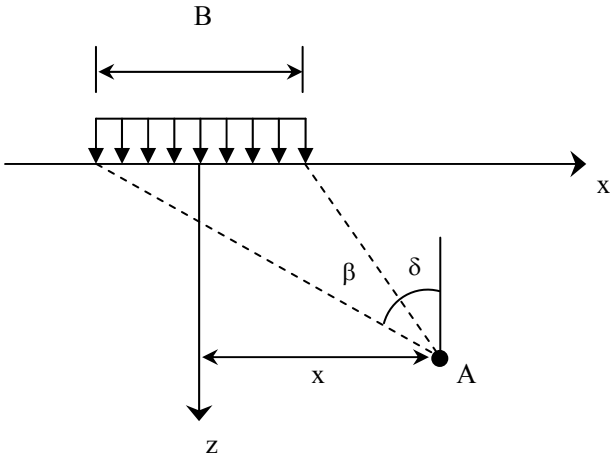
r	r/z	I
0	0	0.477
3	1	0.0844
6	2	0.0085
6.71	2.23	0.0062
		0.5761

$$\Rightarrow \Delta\sigma_z = \frac{100}{3^2} \times 0.5761 = 6.4kN/m^2 = 6400N/m^2$$

- به عنوان تمرین مسئله فوق با استفاده از رابطه مستقیم حل شود.

۳-۶ تنش به علت بار نواری (عرض محدود و طول نامحدود)

اگر مطابق شکل زیر بار نواری به شدت q که دارای عرضی محدود و طول نامحدود است، به سطح خاک وارد شود، اضافه تنش قائم ناشی از این بار در نقطه A را می توان از رابطه زیر بدست آورد:



$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\beta + \sin\beta\cos(\beta + 2\delta)]$$

نکته: در رابطه بالا β برحسب رادیان می باشد

نکته: β همیشه مثبت است

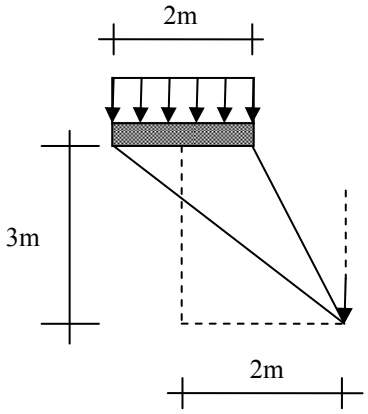
نکته: δ در زیر بار منفی است.

نکته: در زیر مرکز فونداسیون، تنش از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\beta + \sin\beta]$$

مثال :

فونداسیونی نواری به عرض ۲ متر بار گسترده ای به شدت $q = 100kN/m^2$ را تحمل می نماید. تنش قائم را در عمق ۳ متری و در فاصله ۲ متری از مرکز فونداسیون محاسبه نمایید.



حل مسئله:

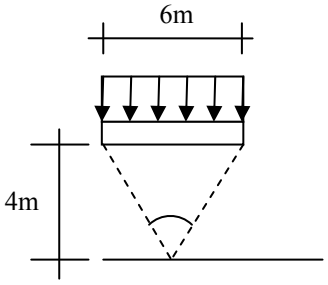
$$\delta = \arctan(1/3) = 18.435$$

$$\beta = \arctan(3/3) - 18.435 = 26.565$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{100}{\pi}[26.565 \times \frac{\pi}{180} + \sin(26.565) \times \cos(26.565 + 2 \times 18.435) = 21.124kN/m^2$$

مثال :

یک بار نواری به شدت $q = 10kN/m^2$ و به عرض $6m$ بر سطح زمین وارد می شود. مقدار تنش قائم ناشی از بار فوق را در وسط سطح بارگذاری و در عمق ۴ متری از سطح زمین محاسبه نمایید.



$$\beta = 2\arctan(3/4) = 73.73$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\beta + \sin\beta] = \frac{10}{\pi}[73.73 \times \frac{\pi}{180} + \sin 73.73] = 7.15\,kN/m^2$$

در جدول ۶-۱ زیر تغییرات $\Delta p/q$ در مقابل $2z/B$ و $2x/B$ ارائه شده اند. از این جدول می توان برای تعیین افزایش تنش به علت بار نواری انعطاف پذیر استفاده نمود.

جدول ۶-۱ تغییرات $\Delta p/q$ در مقابل $2z/B$ و $2x/B$ برای بار نواری انعطاف پذیر

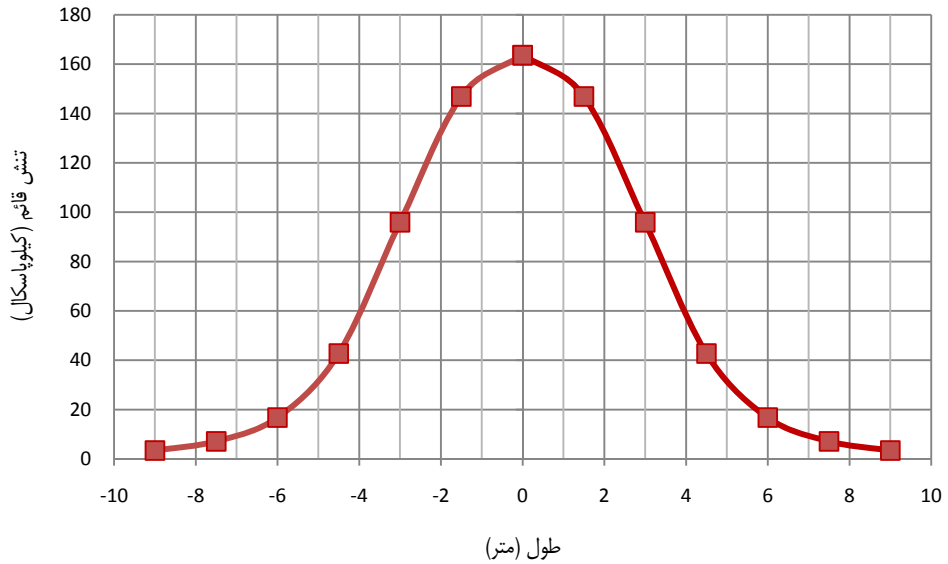
$2x/B$	$2z/B$	$\Delta p/q$	$2x/B$	$2z/B$	$\Delta p/q$
0	0	1.0000	1.5	1.0	0.2488
	0.5	0.9594		1.5	0.2704
	1.0	0.8183		2.0	0.2876
	1.5	0.6678		2.5	0.2851
	2.0	0.5508			
	2.5	0.4617			
	3.0	0.3954	2.0	0.25	0.0027
	3.5	0.3457		0.5	0.0194
	4.0	0.3050		1.0	0.0776
				1.5	0.1458
				2.0	0.1847
0.5	0	1.0000		2.5	0.2045
	0.25	0.9787			
	0.5	0.9028			
	1.0	0.7352	2.5	0.5	0.0068
	1.5	0.6078		1.0	0.0357
	2.0	0.5107		1.5	0.0771
	2.5	0.4372		2.0	0.1139
				2.5	0.1409
1.0	0.25	0.4996			
	0.5	0.4969	3.0	0.5	0.0026
	1.0	0.4797		1.0	0.0171
	1.5	0.4480		1.5	0.0427
	2.0	0.4095		2.0	0.0705
	2.5	0.3701		2.5	0.0952
				3.0	0.1139
1.5	0.25	0.0177			
	0.5	0.0892			

مثال :

تغییرات تنش قائم $\Delta\sigma_z$ را در عمق ۳ متری فونداسیون نواری با بار $q = 100\,kN/m^2$ و عرض $B = 6m$ ترسیم نمایید.

حل: با استفاده از داده ها جدول زیر را می توان تنظیم نمود:

$x(m)$	$2x/B$	$2z/B$	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z(kN/m^2)$
0	0	1	0.81831	163.662
1.5	0.5	1	0.734653	146.9306
3	1	1	0.47974	95.94807
4.5	1.5	1	0.213736	42.7471
6	2	1	0.083922	16.78433
7.5	2.5	1	0.035751	7.150222
9	3	1	0.017177	3.435395



۴-۶ تنش در زیر سطح بارگذاری دایره ای با شدت یکنواخت

رابطه ارائه شده توسط بوزینسک برای محاسبه افزایش تنش در اثر بار نقطه ای را می توان تعمیم داد تا رابطه ای برای تخمین افزایش تنش ناشی از بارگذاری یکنواخت سطح دایره ای انعطاف پذیر قرار گرفته در روی سطح یک محیط نیمه بینهایت بدست آید. سطح دایره ای دارای شعاع R بوده و بار یکنواخت در واحد سطح برابر q می باشد. اگر بخواهیم مؤلفه های افزایش تنش در نقطه A در زیر مرکز سطح را بدست آوریم، آنگاه المان سطح $dA = r\,dr d\theta$ را در نظر می گیریم. بار وارد بر روی المان سطح برابر است با $dQ = qr\,dr d\theta$. این بار را می توان به عنوان بار نقطه ای تقلی نمود. حال افزایش تنش قائم $d\sigma_z$ در A در اثر بار dQ را می توان با جایگزینی dQ به جای Q و $\sqrt{r^2+z^2}$ به جای R در معادله مربوط به بار منفرد بدست آورد. بنابراین:

$$d\sigma_z = \frac{3(qr\,dr\,d\theta)}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}$$

بدین ترتیب افزایش تنش قائم، σ_z در اثر کل بارگذاری در روی سطح برابر خواهد بود با:

$$\sigma_z = \int d\sigma_z = \int_{r=0}^{R}\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{3q}{2\pi}\frac{rz^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}\,d\theta dr = q\left[1-\frac{1}{[1+(R/z)^2]^{3/2}}\right]$$

تغییرات $\Delta\sigma_z / q$ در زیر مرکز سطح انعطاف پذیر دایره ای با بارگذاری یکنواخت (شکل صفحه بعد) در جدول ۶-۲ ارائه شده است.

مثال :

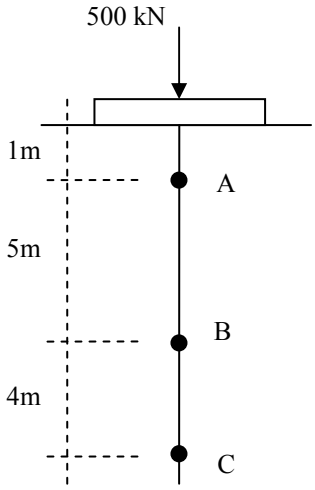
بار متمرکز $500kN$ بر سطح فونداسیونی دایره ای شکل به قطر ۱/۴ متر وارد می شود. اضافه تنش قائم ایجاد شده در اثر این بار را در عمق های ۱، ۶ و ۱۰ متر در زیر مرکز فونداسیون محاسبه نمایید.

$$q = \frac{500}{\pi \frac{1.4^2}{4}} = 324.81 kN/m^2$$

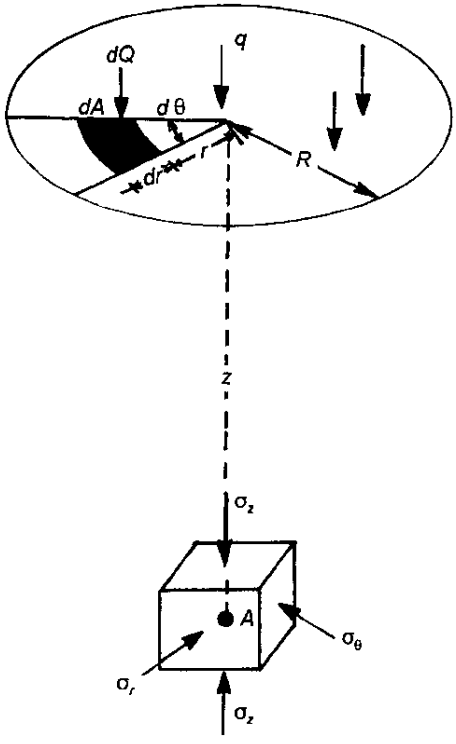
$$\Delta\sigma_{z(A)} = 324.81\left[1 - \frac{1}{[1+(0.7/1)^2]^{3/2}}\right] = 146.22 kN/m^2$$

$$\Delta\sigma_{z(B)} = 324.81\left[1 - \frac{1}{[1+(0.7/6)^2]^{3/2}}\right] = 6.52 kN/m^2$$

$$\Delta\sigma_{z(C)} = 324.81\left[1 - \frac{1}{[1+(0.7/10)^2]^{3/2}}\right] = 2.37 kN/m^2$$



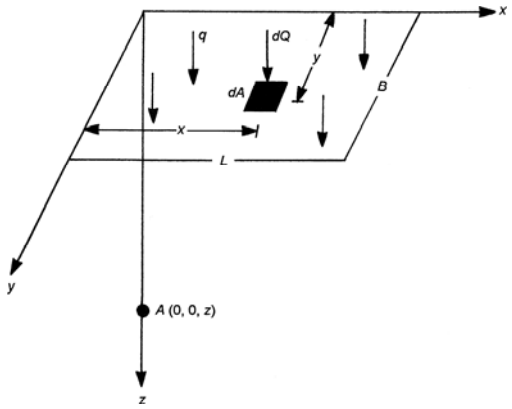
جدول ۶–۲ تغییرات $\Delta\sigma_z / q$ در نقطه A در زیر سطح دایره ای



z/R	$\Delta\sigma_z/q$
0	1.0000
0.02	0.9999
0.05	0.9998
0.1	0.9990
0.2	0.9925
0.4	0.9488
0.5	0.9106
0.6	0.864
0.8	0.7562
1.0	0.6465
1.5	0.4240
2.0	0.2845
2.5	0.1996
3.0	0.1436
4.0	0.0869
5.0	0.0571

۶–۵ سطح مستطیلی انعطاف پذیر با بارگذاری یکنواخت

شکل زیر سطح مستطیلی انعطاف پذیری به طول L و عرض Bرا که به صورت یکنواخت بارگذاری شده است، نشان می دهد.



افزایش تنش در زیر گوشه یک سطح مستطیلی انعطاف پذیر با بارگذاری یکنواخت

بار المان سطح dA برابر است با $dQ = q\,dx\,dy$. این بار را می توان به عنوان یک بار نقطه ای تلقی نمود. افزایش تنش قائم $d\sigma_z$ در اثر این بار در نقطه A در عمق z در زیر گوشه سطح مستطیلی را می توان با استفاده از معادله (۵.۷) یا به صورت زیر بدست آورد:

$$d\sigma_z = \frac{3qz^3 dx\,dy}{2\pi\,(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} \qquad (۵.۱۳)$$

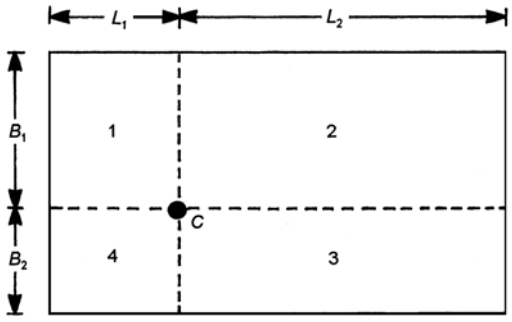
بنابراین افزایش تنش قائم در نقطه A در کل سطح بارگذاری شده برابر خواهد بود با:

$$\sigma_z = \int d\sigma_z = \int_{y=0}^{B}\int_{x=0}^{L} \frac{3qz^3 dx\,dy}{2\pi\,(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} = qI \qquad (۵.۱۴)$$

که رابطه I به صورت زیر می باشد:

$$I = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2\,m\,n(m^2+n^2+1)^{0.5}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\times\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2\,m\,n(m^2+n^2+1)^{0.5}}{m^2+n^2-m^2n^2+1}\right] \qquad (۵.۱۵)$$

که در معادله فوق $m = \frac{B}{z}$ و $n = \frac{L}{z}$ می باشد.



شکل ۵.۷ افزایش تنش در هر نقطه در زیر یک سطح مستطیلی انعطاف پذیر با بارگذاری یکنواخت

تغییرات I با m و n در جدول ۵.۲ نشان داده شده است. تنش در هر نقطه دیگر مثل c در زیر سطح مستطیلی (شکل ۵.۷) را می توان با تقسیم نمودن آن به ۴ مستطیل بدست آورد. برای مستطیل شماره ۱، $m_1 = B_1 / Z$، $n_1 = L_1 / Z$. به طور مشابه برای مستطیل های ۲، ۳ و ۴، $m_2 = B_1 / z$، $n_2 = L_2 / z$، $m_3 = B_2 / z$، $n_3 = L_2 / z$ و $m_4 = B_2 / z$، $n_4 = L_1 / z$.

حال با استفاده از جدول ۵.۲، مقادیر $I\,(= I_1, I_2, I_3, I_4)$ برای چهار مستطیل را می توان بدست آورد. در نتیجه افزایش تنش کل در نقطه c در عمق z را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\sigma_z = q\,(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \qquad (۵.۱۶)$$

جدول ۵.۲ تغییرات I با m و n

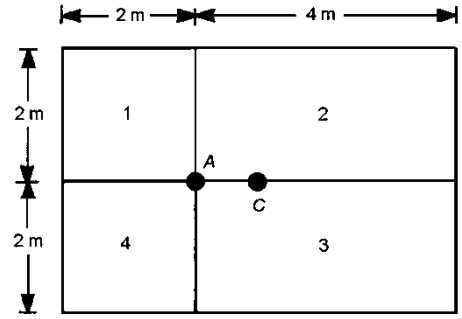
n	m									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.0047	0.0092	0.0132	0.0168	0.0198	0.0222	0.0242	0.0258	0.0270	0.0279
0.2	0.0092	0.0179	0.0259	0.0328	0.0387	0.0435	0.0474	0.0504	0.0528	0.0547
0.3	0.0132	0.0259	0.0374	0.0474	0.0559	0.0629	0.0686	0.0731	0.0766	0.0794
0.4	0.0168	0.0328	0.0474	0.0602	0.0711	0.0801	0.0873	0.0931	0.0977	0.1013
0.5	0.0198	0.0387	0.0559	0.0711	0.0840	0.0947	0.1034	0.1104	0.1158	0.1202
0.6	0.0222	0.0435	0.0629	0.0801	0.0947	0.1069	0.1168	0.1247	0.1311	0.1361
0.7	0.0242	0.0474	0.0686	0.0873	0.1034	0.1169	0.1277	0.1365	0.1436	0.1491
0.8	0.0258	0.0504	0.0731	0.0931	0.1104	0.1247	0.1365	0.1461	0.1537	0.1598
0.9	0.0270	0.0528	0.0766	0.0977	0.1158	0.1311	0.1436	0.1537	0.1619	0.1684
1.0	0.0279	0.0547	0.0794	0.1013	0.1202	0.1361	0.1491	0.1598	0.1684	0.1752
1.2	0.0293	0.0573	0.0832	0.1063	0.1263	0.1431	0.1570	0.1684	0.1777	0.1851
1.4	0.0301	0.0589	0.0856	0.1094	0.1300	0.1475	0.1620	0.1739	0.1836	0.1914
1.6	0.0306	0.0599	0.0871	0.1114	0.1324	0.1503	0.1652	0.1774	0.1874	0.1955
1.8	0.0309	0.0606	0.0880	0.1126	0.1340	0.1521	0.1672	0.1797	0.1899	0.1981
2.0	0.0311	0.0610	0.0887	0.1134	0.1350	0.1533	0.1686	0.1812	0.1915	0.1999
2.5	0.0314	0.0616	0.0895	0.1145	0.1363	0.1548	0.1704	0.1832	0.1938	0.2024
3.0	0.0315	0.0618	0.0898	0.1150	0.1368	0.1555	0.1711	0.1841	0.1947	0.2034
4.0	0.0316	0.0619	0.0901	0.1153	0.1372	0.1560	0.1717	0.1847	0.1954	0.2042
5.0	0.0316	0.0620	0.0901	0.1154	0.1374	0.1561	0.1719	0.1849	0.1956	0.2044
6.0	0.0316	0.0620	0.0902	0.1154	0.1374	0.1562	0.1719	0.1850	0.1957	0.2045

ادامه جدول

n	m									
	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0
0.1	0.0293	0.0301	0.0306	0.0309	0.0311	0.0314	0.0315	0.0316	0.0316	0.0316
0.2	0.0573	0.0589	0.0599	0.0606	0.0610	0.0616	0.0618	0.0619	0.0620	0.0620
0.3	0.0832	0.0856	0.0871	0.0880	0.0887	0.0895	0.0898	0.0901	0.0901	0.0902
0.4	0.1063	0.1094	0.1114	0.1126	0.1136	0.1145	0.1150	0.1153	0.1154	0.1154
0.5	0.1263	0.1300	0.1324	0.1340	0.1350	0.1363	0.1368	0.1372	0.1374	0.1374
0.6	0.1431	0.1475	0.1503	0.1521	0.1533	0.1548	0.1555	0.1560	0.1561	0.1562
0.7	0.1570	0.1620	0.1652	0.1672	0.1686	0.1704	0.1711	0.1717	0.1719	0.1719
0.8	0.1684	0.1739	0.1774	0.1797	0.1812	0.1832	0.1841	0.1847	0.1849	0.1850
0.9	0.1777	0.1836	0.1874	0.1899	0.1915	0.1938	0.1947	0.1954	0.1956	0.1957
1.0	0.1851	0.1914	0.1955	0.1981	0.1999	0.2024	0.2034	0.2042	0.2044	0.2045
1.2	0.1958	0.2028	0.2073	0.2103	0.2124	0.2151	0.2163	0.2172	0.2175	0.2176
1.4	0.2028	0.2102	0.2151	0.2184	0.2206	0.2236	0.2250	0.2260	0.2263	0.2264
1.6	0.2073	0.2151	0.2203	0.2237	0.2261	0.2294	0.2309	0.2320	0.2323	0.2325
1.8	0.2103	0.2183	0.2237	0.2274	0.2299	0.2333	0.2350	0.2362	0.2366	0.2367
2.0	0.2124	0.2206	0.2261	0.2299	0.2325	0.2361	0.2378	0.2391	0.2395	0.2397
2.5	0.2151	0.2236	0.2294	0.2333	0.2361	0.2401	0.2420	0.2434	0.2439	0.2441
3.0	0.2163	0.2250	0.2309	0.2350	0.2378	0.2420	0.2439	0.2455	0.2461	0.2463
4.0	0.2172	0.2260	0.2320	0.2362	0.2391	0.2434	0.2455	0.2472	0.2479	0.2481
5.0	0.2175	0.2263	0.2324	0.2366	0.2395	0.2439	0.2460	0.2479	0.2486	0.2489
6.0	0.2176	0.2264	0.2325	0.2367	0.2397	0.2441	0.2463	0.2482	0.2489	0.2492

مثال :

شکل زیر پلان سطح مستطیلی انعطاف پذیر قرار گرفته در روی سطح زمین همراه با بارگذاری روی آن را نشان می دهد. بار یکنواخت روی سطح q برابر است با $150\ kN/m^2$. افزایش تنش σ_z در زیر نقاط A و C در عمق ۱۰ متری را بدست آورید. توجه نمایید که C مرکز سطح می باشد.



حل مسئله:

برای محاسبه افزایش تنش در زیر نقطه A جدول زیر را می توان ایجاد نمود:

شماره سطح	B (m)	L (m)	z (m)	m = B / z	n = L / z	I (جدول ۵.۲)
1	2	2	10	0.2	0.2	0.0179
2	2	4	10	0.2	0.4	0.0328
3	2	4	10	0.2	0.4	0.0328
4	2	2	10	0.2	0.2	0.0179
						Σ 0.1014

با استفاده از معادله (۵.۱۴) داریم:

$$\sigma_z = qI = (150)\ (0.1014) = 15.21\ \ kN/m^2$$

افزایش تنش در زیر نقطه C:

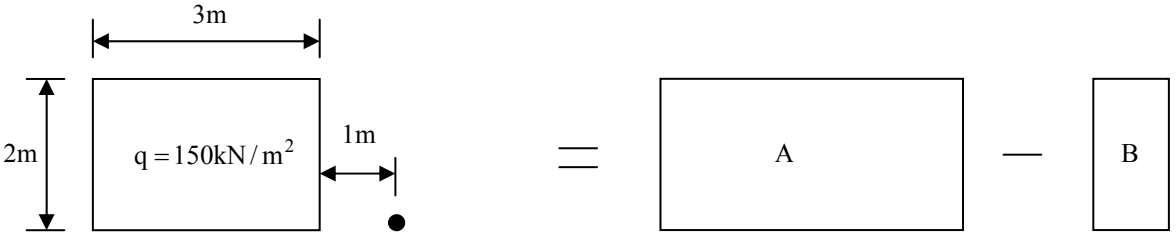
$$I = 4I_1$$

$$\frac{B_1}{z} = \frac{2}{10} = 0.2\ ;\ \ \frac{L_1}{z} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$I_1 = 0.0259\ \ \Rightarrow\ \ \sigma_z = 4 \times 0.0259\ \times 150 = 15.54\ kN/m^2$$

مثال :

در شکل زیر پلان یک سطح بارگذاری مستطیلی با شدت یکنواخت نشان داده شده است. مطلوب است تعیین افزایش تنش قائم در زیر نقطه A در عمق $z = 4m$.



حل: برای سطح A داریم:

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{4} = 0.5$$
$$n = \frac{L}{z} = \frac{4}{4} = 1$$
$$\rightarrow I_A = 0.1202$$

برای سطح B داریم:

$$m = \frac{B}{z} = \frac{1}{4} = 0.25$$
$$n = \frac{L}{z} = \frac{2}{4} = 0.5$$
$$\rightarrow I_B = 0.0473$$

بنابراین تنش قائم به صورت زیر بدست می آید:

$$\Delta\sigma_z = 150(0.1202 - 0.0473) = 10.935 kN/m^2$$

تمرین: در مثال های زیر تنش قائم را در زیر نقاط داده شده در عمق ۴ متری محاسبه نمایید. در تمام مسائل بار گسترده را برابر با $q = 200 kN/m^2$ در نظر بگیرید.