

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۲۱- فرض کنید \bar{z} مزدوج عدد مختلط z باشد. جواب نامعادله $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z} - z\right) < 0$ در نیم صفحه راست صفحه مختصات،

کدام است؟

(۱) $|z| > 1$

(۲) $|z| < 1$

(۳) $|\operatorname{Im} z| > 1$

(۴) $|\operatorname{Im} z| < 1$

۱۲۱) $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z} - z\right) < 0$ $|\operatorname{Im} z| > 1$ $|z| > 1$
 $|\operatorname{Im} z| < 1$ $|z| < 1$

$\rightarrow \operatorname{Re}\left(\frac{z}{z\bar{z}} - z\right) < 0 \rightarrow \operatorname{Re}\left(\frac{x+iy}{x^2+y^2} - x-iy\right) < 0$

$\rightarrow \frac{x}{x^2+y^2} - x < 0 \rightarrow x\left(\frac{1}{x^2+y^2} - 1\right) < 0$ فرض $x > 0$

$\rightarrow \frac{1}{x^2+y^2} - 1 < 0 \rightarrow \frac{1}{x^2+y^2} < 1 \rightarrow x^2+y^2 > 1 \rightarrow |z| > 1$
 (استاندارد و خوب)

۱۲۲- حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cos \frac{x}{2^3} \dots \cos \frac{x}{2^n}$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\cos x$

(۳) $\frac{\sin x}{x}$

(۴) $\frac{\tan x}{x}$

۱۲۲) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cos \frac{x}{2^3} \dots \cos \frac{x}{2^n}$ صفر $\cos x$
 $\frac{\sin x}{x}$ $\frac{\tan x}{x}$

صورت و مخرج را در \sin ضرب می‌کنیم و تقسیم می‌کنیم:

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}) (\sin \frac{x}{2^2} \cos \frac{x}{2^2}) \dots (\sin \frac{x}{2^n} \cos \frac{x}{2^n})}{\sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2^2} \dots \sin \frac{x}{2^n}}$

$\frac{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x}{n \rightarrow \infty} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\frac{1}{2} \sin x) (\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}) \dots (\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2^{n-1}})}{\sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2^2} \dots \sin \frac{x}{2^{n-1}} \sin \frac{x}{2^n}}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} \sin x = \frac{\sin x}{x}$
 (سوال تله دار و نکته)

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۲۳- ربع دایره $x^2 + y^2 = 9$ را در ربع اول صفحه مختصات در نظر بگیرید. مساحت حاصل از دوران این ربع دایره

حول خط $x + y = 3$ چند برابر 9π است؟

(۱) $\pi + 4$

(۲) $4 - \pi$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\pi + 4)$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}(4 - \pi)$

۱۲۴- به ازای کدام مقدار λ ، انتگرال غیرعادی $\int_0^1 \frac{x + 4 \cos x}{x^{2\lambda}(1+x)} dx$ همگراست؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۴) $\int_0^1 \frac{x + 4 \cos x}{x^{2\lambda}(1+x)} dx$ همگراست؟ $\lambda = ?$ کدوم؟

نیمه نوسان $\int_0^1 \frac{x + 4 + \frac{4x^2}{2}}{x^{2\lambda+1} + x} dx = \int_0^1 \frac{4}{x^{2\lambda}} dx$ شرط همگرایی $2\lambda < 1$

$\rightarrow \lambda < \frac{1}{2} \rightarrow$ بهترین $\lambda = \frac{1}{3}$

۱۲۵- اگر $\begin{cases} x = \tan t \\ y = 2t + \sin 2t \end{cases}$ باشد، حاصل $\int_0^{\pi} \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) dt$ کدام است؟

(۱) $-\frac{8}{3}$

(۲) $-\frac{7}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۲۶- اگر $f(x) = \int_0^x x \sin(tx) dt$ باشد، تابع $f'(x)$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، چند ریشه حقیقی دارد؟

۳ (۱)

۵ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)

۱۲۶) $f(x) = \int_0^x x \sin(tx) dt$ تعداد ریشه حقیقی $f'(x)$ در $[-\pi, \pi]$

$f(x) = -\cos(tx) \Big|_{t=0}^x = -(\cos x^2 - 1) = 1 - \cos(x^2)$ ۹

$f'(x) = +2x \sin(x^2) = 0 \begin{cases} x=0 \\ \sin(x^2)=0 \end{cases}$

$\sin(x^2) = \sin(k\pi) \rightarrow x^2 = k\pi \rightarrow x = \pm\sqrt{k\pi}$
 $\begin{cases} k=0 \rightarrow x=0 \\ k=1 \rightarrow x = \pm\sqrt{\pi} \\ k=2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2\pi} \\ k=3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3\pi} \end{cases}$

بنا بر این در $[-\pi, \pi]$ سه ریشه.

۱۲۷- فرض کنید c و A مقدار $\int \frac{2x^2+3}{(x^2-1)^2} dx = g(x) + \frac{A}{x-1} + c$ است. اگر $g(x)$ فاقد عبارت $\frac{1}{x-1}$ باشد، مقدار A کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۱)

$-\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۴)

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۲۸- طول قوس منحنی $9x^2 = 4y^3$ از نقطه $(0, 0)$ تا $(2\sqrt{3}, 3)$ ، کدام است؟

$\frac{13}{3}$ (۱)

$\frac{14}{3}$ (۲)

$\frac{16}{3}$ (۳)

$\frac{17}{3}$ (۴)

۱۲۸) $9x^2 = 4y^3$ $(0,0) \rightarrow (2\sqrt{3}, 3)$ طول قوس؟ $\frac{14}{3}$ (۲)

$l = \int \sqrt{1+y'^2} dx$ \hookrightarrow $l = \int \sqrt{1+x'^2} dy$ $\frac{17}{3}$ (۴)

$x^2 = \frac{4}{9}y^3 \rightarrow x = \frac{2}{3}y^{3/2} \rightarrow x' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} y^{1/2} \rightarrow x'^2 = y \rightarrow x'^2 + 1 = y + 1$

$\rightarrow l = \int_0^3 \sqrt{y+1} dy = \frac{2}{3}(y+1)\sqrt{y+1} \Big|_0^3 = \frac{2}{3}(4\sqrt{4} - 1) = \frac{2}{3} \times 7 = \frac{14}{3}$

۱۲۹- شعاع همگرایی $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^{2n+1}$ ، کدام است؟

$2e$ (۱)

$\frac{2}{e}$ (۲)

$\sqrt{\frac{2}{e}}$ (۳)

$\sqrt{\frac{e}{2}}$ (۴)

۱۲۹) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^{2n+1}$ $R = ?$ $\sqrt{\frac{2}{e}}$ (۲)

$\frac{0}{2} \rightarrow \frac{0}{2} \rightarrow \frac{0}{2}$ $\frac{2}{e}$ (۴)

$\rightarrow \sqrt[2]{\frac{2^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^{2n+1}}{2^{n+1} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^{(n+1)^2} x^{2n+3}}}$

$= \left| 2 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^2 \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{2}{e} x^2 \right| < 1 \rightarrow x^2 < \frac{e}{2}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = e^{-1}$ $x < \sqrt{\frac{e}{2}}$

$R = \sqrt{\frac{e}{2}}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۳۰- تابع $f(x, m) = mx^2 + (4-m)x + 3$ را در نظر بگیرید. مینیمم تابع f در فاصله $m \in [-2, 2]$ و $x \in [-5, 5]$

کدام است؟

(۱) -۹۷

(۲) -۸۷

(۳) -۷۷

(۴) -۴۳

۱۳۱- اگر $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\tan(x^2 y^2)}{x^5 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ باشد، مشتق سویی تابع f در جهت بردار یکه $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$

$(b \neq 0)$ در نقطه $(0, 0)$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{\pi}{2b}$

(۳) $\frac{a^2}{b^2}$

(۴) $\frac{a^3}{b^2}$

Subject: ۱۳۱) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^5 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

Date:

$D = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(ah, bh) - f(0, 0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(ah, bh)}{h}$

$f = \frac{x^3 y^2}{x^5 + y^4}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(ah)^3 (bh)^2}{(ah)^5 + (bh)^4} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^3 b^2 h^5}{a^5 h^6 + b^4 h^5} = \frac{a^3 b^2 \cancel{h^5}}{(a^5 h + b^4) \cancel{h^5}} = \frac{a^3 b^2}{b^4} = \frac{a^3}{b^2}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۳۲- فرض کنید C خم حاصل از تقاطع صفحه $x+y=z-1$ و استوانه $y^2+z^2=1$ در جهت مثبت باشد. بردار قائم

دوم \vec{B} در نقطه $A(0,0,1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{j} - \vec{k}) \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{j} + \vec{k}) \quad (3)$$

۱۳۲)
$$\begin{cases} x+y=z-1 \\ y^2+z^2=1 \end{cases} \quad A(0,0,1) \quad B=? \quad \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)}$$

با \vec{r}
$$\begin{cases} y=ct \\ z=st \end{cases} \rightarrow x=st-ct-1$$

$$\vec{r} = (st-ct-1, ct, st)$$

$$\vec{v} = (ct+st, -st, ct) \xrightarrow{t=1} (1, -1, 1)$$

$$\vec{a} = (-st+ct, -ct, -st) \xrightarrow{t=1} (-1, 0, -1)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$$

۱۳۳- اگر $f(x,y) = \begin{cases} \frac{yx^2(x-y)}{(x+y)\sin(x+y)} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ مقدار $f_x - f_y$ در مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) ۲
(۲) ۰
(۳) -۲
(۴) موجود نیست.

۱۳۳)
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2(x-y)}{(x+y)^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$f_x - f_y = 0$

$$f_x = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h,0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 \cdot h}{h^2 \cdot h} = 2$$

$$f_y = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0,h) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0 - 0}{h} = 0$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2(x-y)}{(x+y)^2} = 0$$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۳۴- کدام یک از رویه‌های زیر، کران‌دار است؟

(۱) $x^2 - y^2 = 4$

(۲) $x^2 + y^2 = 4$

(۳) $4x^2 - y^2 + z^2 = 2y$

(۴) $4x^2 + y^2 + z^2 = 2y$

کدام رو کراندار است؟ (۱۳۴)

(۱) $x^2 - y^2 = 4$ ← هذلولوس ← به کرانه است.

(۲) $x^2 + y^2 = 4$ ← استوانه ← به کرانه است.

(۳) $4x^2 - y^2 + z^2 = 2y$ ← هذلولوس ← به کرانه است.

(۴) $4x^2 + y^2 + z^2 = 2y$ ← کره ← کراندار.

۱۳۵- تفاضل بیشترین و کمترین فاصله نقطه (۱, ۲, ۲) از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۳۵) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (۱, ۲, ۲) *اکثر فاصله*

$L = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 + \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 1)$

$L_x = 0 \rightarrow 2(x-1) + 2\lambda x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1-x}{x}$

$L_y = 0 \rightarrow 2(y-2) + 2\lambda y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2-y}{y} \rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{2-y}{y} \rightarrow 2x = y$

$L_z = 0 \rightarrow 2(z-2) + 2\lambda z = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2-z}{z} \rightarrow \frac{2-y}{y} = \frac{2-z}{z} \rightarrow y = z$

$\frac{x^2}{4} + y^2 + y^2 = 1 \rightarrow \frac{x^2}{4} + 2y^2 = 1 \rightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

(L = 2 Min) (L = 4 Max) → *اصولاً = 2*

۱۳۶- اگر $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} \leq 1\}$ باشد، آنگاه حاصل $\iint_S (\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}) dS$ کدام است؟

(۱) 96π

(۲) 72π

(۳) 48π

(۴) 24π

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

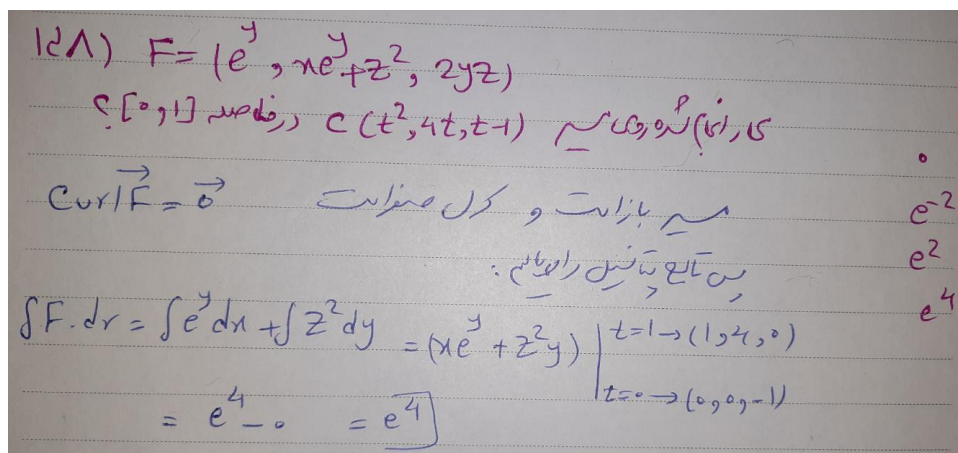
۱۳۷- مقدار حجم قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = y$ که داخل استوانه $x^2 + y^2 = y$ قرار دارد، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$
- (۲) $\frac{\pi}{3}$
- (۳) $\frac{\pi}{2}$
- (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۳۸- کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}(x, y, z) = e^y \vec{i} + (xe^y + z^2) \vec{j} + 2yz \vec{k}$ روی مسیر گذرا از منحنی

$C(t^2, 4t, t-1)$ در فاصله $[0, 1]$ در جهت مثبت، کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) e^{-2}
- (۳) e^2
- (۴) e^4



سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۳۹- فرض کنید میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} - 2y\vec{j} + \vec{k}$ از سطح بستهٔ مخروطی شکل S با معادلهٔ $\phi = \frac{\pi}{4}$ در

مختصات کروی و صفحهٔ $z = 2$ می‌گذرد. شار گذرا از سطح S کدام است؟

(۱) $-\frac{\pi}{3}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۳) $-\frac{8\pi}{3}$

(۴) $\frac{8\pi}{3}$

۱۲۹) $F = (x, -2y, 1)$ $\phi = \frac{\pi}{4}$, $z = 2$ \vec{r}, \vec{e}

از این سطح
 $\rightarrow \text{div } F = 1 - 2 + 0 = -1$

$\vec{r} = \iiint F \cdot \vec{n} \, dV = \iiint \text{div } F \, dV = -\iiint dV$

$\phi = \frac{\pi}{4} \rightarrow \sin \phi = 1 \rightarrow \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = 1 \rightarrow z = \sqrt{x^2 + y^2}$ مخروط، $z = 2$

استوانه
 $= -\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{z=2}^r dz r \, dr \, d\theta = -2\pi \left(\frac{r^3}{3} - r^2 \right) \Big|_0^2$

$= -2\pi \left(\frac{8}{3} - 4 \right) = \boxed{\frac{8\pi}{3}}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

صنایع، مواد، نساجی، کامپیوتر

مهندس شاه‌ابراهیمی

۱۴۰- فرض کنید C منحنی بیضی شکل با معادله $x^2 + 4y^2 = 4$ در جهت مثبت باشد. مقدار

$$\oint_C (x^3 + 2y) dx + (4x - 3y^2) dy$$

کدام است؟

(۱) π

(۲) 2π

(۳) 3π

(۴) 4π

Handwritten solution for the line integral problem:

$$\oint_C (x^3 + 2y) dx + (4x - 3y^2) dy$$

Using Green's theorem, the integral is converted to a double integral over the region D bounded by the ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$:

$$\iint_D (4 - 2y) dA$$

The region D is an ellipse with semi-major axis $a=2$ and semi-minor axis $b=1$. The area of the ellipse is $\pi ab = 2\pi$.

$$\iint_D (4 - 2y) dA = \iint_D 4 dA - 2 \iint_D y dA$$

The first term is $4 \times 2\pi = 8\pi$. The second term is zero because the region is symmetric about the x-axis.

$$\iint_D (4 - 2y) dA = 8\pi - 0 = 8\pi$$

ابراهیم شاه‌ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Math-Teacher.blog.ir