

اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : |2x + 3| < 9\}$ ، کوچکترین K مثبت
برای آنکه برای هر $x \in A$ داشته باشیم $|x| \leq K$ کدام است؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

$$|2x + 3| < 9 \Rightarrow -9 < 2x + 3 < 9$$

$$\Rightarrow -12 < 2x < 6 \Rightarrow -6 < x < 3$$

$$-6 < x < 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 6 \quad \text{و} \quad |x| \leq k$$

$$\Rightarrow k = 6$$

در مجموعه‌ی $A = \{x : x = \frac{1+(-1)^n}{2}, n \in \mathbb{N}\}$ کدام

درست است؟ (۱) عضو Max ندارد. (۲) عضو min ندارد.

(۳) کراندار است. (۴) بی کران است.

$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$n = 2k \Rightarrow x = 1$$

$$n = 2k - 1 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow A = \{0, 1\}$$

این مجموعه شامل دو عضو است،

عضو Max آن عدد (۱) و
عضو min آن عدد صفر است.

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی

$$A = \{n \in \mathbb{Z} : n = -x^2 - 12x, x \in \mathbb{R}\} \text{ کدام است؟}$$

$$(1) -6 \quad (2) 6 \quad (3) -36 \quad (4) 36$$

$$n = -(x+6)^2 + 36$$

عبارت فوق وقتی بیشترین مقدار خود را دارد که $x = -6$ باشد

$$\text{و به ازای } x = -6 \text{ داریم } n = 36$$

کوچکترین کران بالای مجموعه $\{x \in \mathbb{R} : 2[x] + 3 < 0\}$

کدام است؟ (1) -1 (2) $-\frac{3}{2}$ (3) -2 (4) صفر

$$2[x] + 3 < 0 \rightarrow [x] < -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow [x] \leq -2 \Rightarrow x < -1$$

پس باید $x < -1$ و در نتیجه کوچکترین کران بالای
مجموعه‌ی فوق برابر (-1) است.

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی $\{-x^2 : -5 < x < -2\}$ کدام است؟
 -25 (۴) -4 (۳) 25 (۲) 4 (۱)

عضوهای مجموعه A ، $-x^2$ هستند.

$$-5 < x < -2 \Rightarrow 4 < x^2 < 25 \Rightarrow -25 < -x^2 < -4$$

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی فوق عدد -4 است.

بزرگترین کران پایین آن عدد -25 است.

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی

$\{ |x| : x \in \mathbb{R}, -15 < x < 13 \}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) -۱۵

عضوهای مجموعه، $|x|$ هستند.

$$-15 < x < 13 \Rightarrow 0 \leq |x| < 15$$

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی A عدد ۱۵ است.

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 < 16\}$

کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۴ وجود ندارد.

۵ (۳)

$$x^2 < 16 \Rightarrow -4 < x < 4$$

باتوجه به این که $x \in \mathbb{Z}$ پس مجموعه‌ی A به شکل زیر است:

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

کوچکترین کران بالای مجموعه‌ی A عدد ۳ است.

۴- در مجموعه‌ی $A = \{x : x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} \in \mathbb{N}\}$ کدام گزاره درست است؟

(۱) فقط از بالا کراندار است.

(۳) کراندار است و عضو Max دارد.

(۲) فقط از پایین کراندار است.

(۴) کراندار است و عضو Min دارد.

$$\frac{1}{x} = n \Rightarrow x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$$

اعضای مجموعه‌ی A در بازه‌ی $(0, 1]$ قرار دارند

عضو Max آن برابر (۱) است

پس این مجموعه کراندار است

عضو min ندارد.

کرانداری مجموعه‌ها

$$A = \{x : 0 < \frac{1}{x} < 1, x \in \mathbb{R}\}$$

(۱) کراندار است. (۲) کراندار نیست.

(۳) فقط کران بالا دارد. (۴) $\text{Max } A = 1$

عضوهای مجموعه‌ی A ، x هستند.

از نامساوی $0 < \frac{1}{x} < 1$ نتیجه می‌شود $1 < x < \infty$

پس مجموعه‌ی A

از بالا کراندار نیست و در نتیجه کراندار نیست.

اگر برای اعداد حقیقی a, b, c و تمام اعداد طبیعی n داشته باشیم: $a \leq \frac{2a+b}{3} \leq a + \frac{c}{n}$ آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) $a = b$ (۲) $a > \frac{2}{3}b$ (۳) $b \geq \frac{2}{3}a$ (۴) $b \leq \frac{2}{3}a$

نکته: هرگاه $a, b, c \in \mathbb{R}$ و به ازای هر n داشته باشیم $a \leq b \leq a + \frac{c}{n}$ آنگاه $b = a$.

طبق نکته باید $\frac{2a+b}{3} = a$ یعنی $a = b$.