شب تار است وره وادی ایمن در پیش
آتش طور کجا موعد دیدار کجاست
آن کس است اهل بشارت که اشارت داند
نکته‌ها هست بسی محرم اسرار کجاست

فصل دوم: معادلات انتقال حرارت هدایت

Heat Conduction Equations

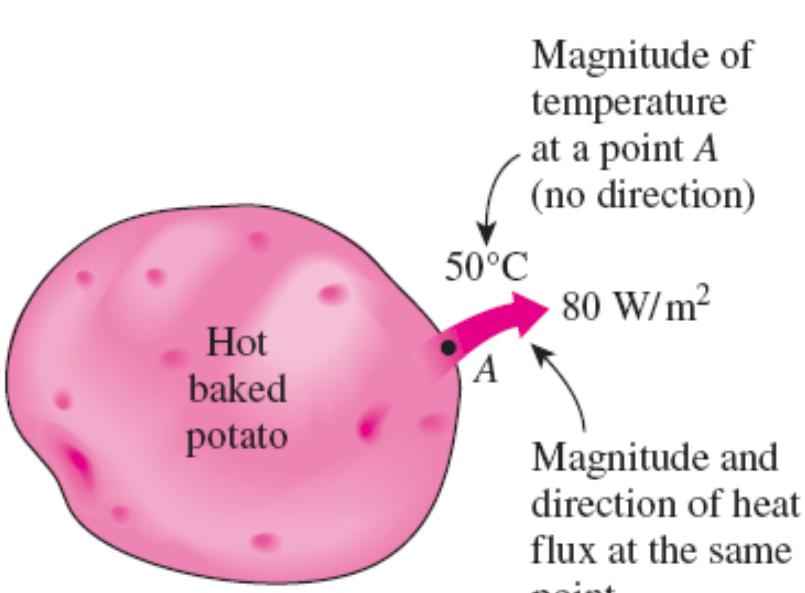
اکبر اقبالی

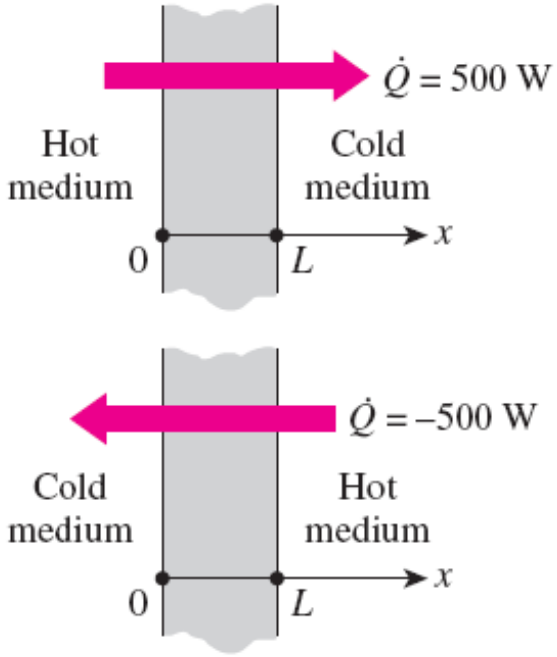
WWW.AEGHBALI.BLOG.IR
EGHBALI.D@GMAIL.COM

1393

مقدمه

- اگرچه انتقال حرارت و دما به هم مربوطند, ولی دو مفهوم متفاوتند.
- دما کمیتی اسکالر است و تنها مقدار دارد.
- انتقال حرارت بردار است و علاوه بر مقدار, راستا و جهت نیز دارد.

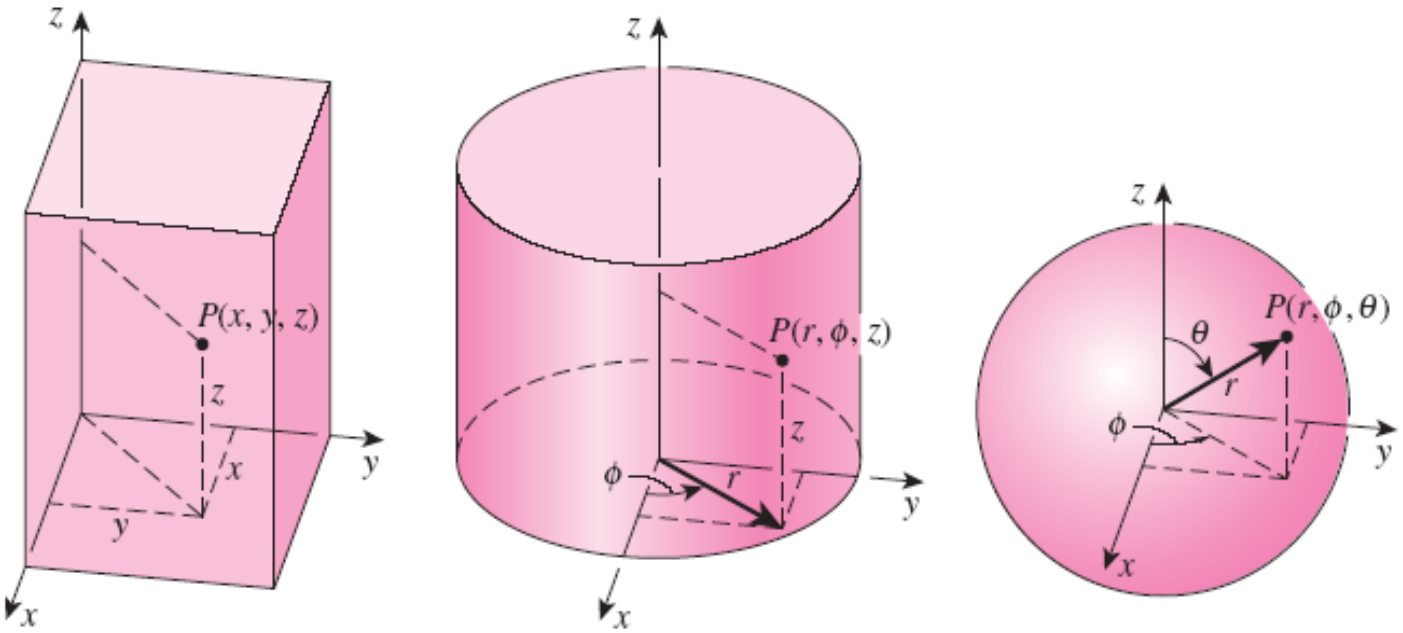




مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

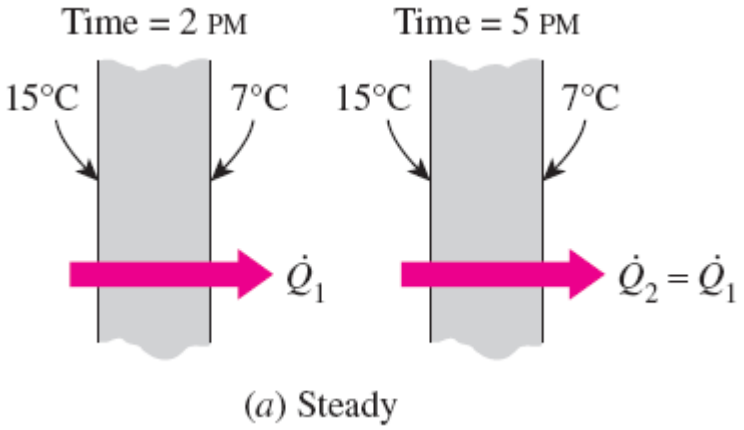
مقدمه

- اختلاف دما محرک انتقال حرارت است.
- اختلاف دمای بزرگتر, انتقال حرارت بزرگتری در پی دارد.

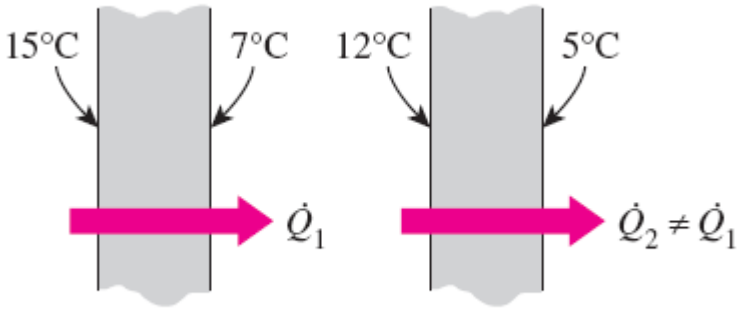


(a) Rectangular coordinates (b) Cylindrical coordinates (c) Spherical coordinates

هدایت حرارت پایا و گذرا



(a) Steady



(b) Transient

- **فرآیند پایا**

تغییری نسبت به زمان در هیچ نقطه ای وجود ندارد.

- **فرآیند گذرا**

تغییرات نسبت به زمان وجود دارد (تابعیت زمان).

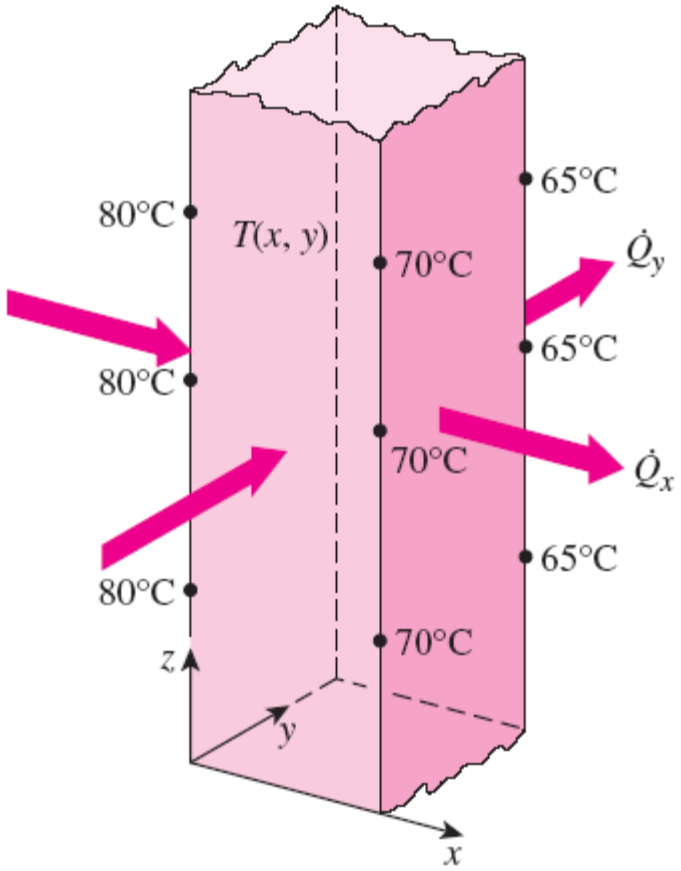
- **سیستم (*Lumped System*)**

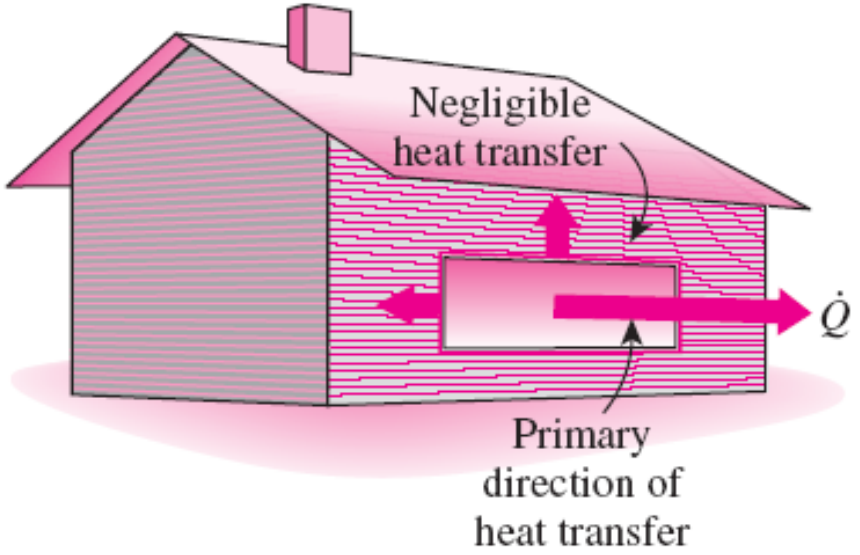
تغییرات نسبت به زمان است, نه نسبت به موقعیت. تغییرات دما نسبت به زمان یکنواخت خواهد بود.

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
مل یک بعدی
ضریب kمتغیر

هدایت حرارت چندبعدی

- مسائل انتقال حرارت را می توان به سه دسته تقسیم نمود:
  - انتقال حرارت یک بعدی





- در انتقال حرارت دو بعدی، اختلاف د

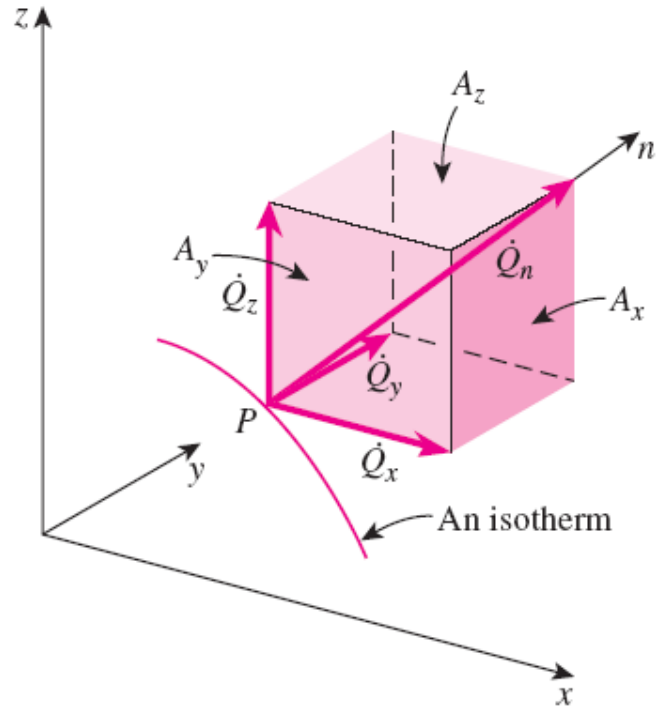
وجود دارد و این مقادیر در بعد سوم قابل صرفنظر کردن هستند.

نرخ و شار انتقال حرارت هدایت

- نرخ هدایت حرارتی در یک بعد را از قانون فوریه بدست می آوریم.

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \qquad \text{(W)}$$

- بردار شار حرارتی عمود بر سطح و جهت آن به سمت دمای کمتر است



$$\dot{Q}_n = -kA\frac{\partial T}{\partial n} \qquad \text{(W)}$$

$$\vec{\dot{Q}}_n = \dot{Q}_x\vec{i} + \dot{Q}_y\vec{j} + \dot{Q}_z\vec{k}$$

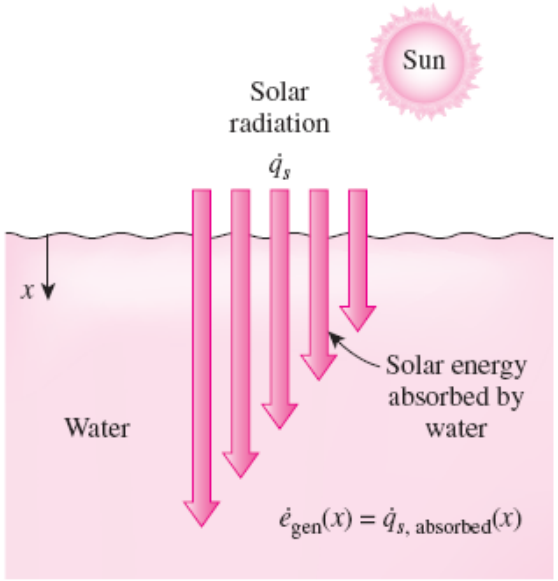
$$\dot{Q}_x = -kA_x\frac{\partial T}{\partial x}, \qquad \dot{Q}_y = -kA_y\frac{\partial T}{\partial y},$$

$$\dot{Q}_z = -kA_z\frac{\partial T}{\partial z}$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
مل یک بعدی
ضریب kمتغیر

تولید حرارت

- تولید حرارت ناشی از برق, هسته ای، سوخت فسیلی و ....
- تولید حرارت پدیده ای حجمی است و واحد آن W/m^3 or $Btu/h{\cdot}ft^3$
- نرخ تولید حرارت می تواند تابعی از مکان یا زمان باشد.



$$\dot{E}_{gen} = \int_V \dot{e}_{gen}\, dV \qquad (W)$$

$$\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen} V$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی - کارتزین

$$\left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction}\\ \text{at } x\end{array}\right) - \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction}\\ \text{at } x+\Delta x\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{generation}\\ \text{inside the}\\ \text{element}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{Rate of change}\\ \text{of the energy}\\ \text{content of the}\\ \text{element}\end{array}\right)$$

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{E}_{\text{gen, element}} = \frac{\Delta E_{\text{element}}}{\Delta t} \qquad (2\text{-}6)$$

$$\Delta E_{\text{element}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho cA\Delta x(T_{t+\Delta t} - T_t)$$
$$\dot{E}_{\text{gen, element}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{element}} = \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta x$$

Substituting into Eq. 2–6, we get

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta x = \rho cA\Delta x \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

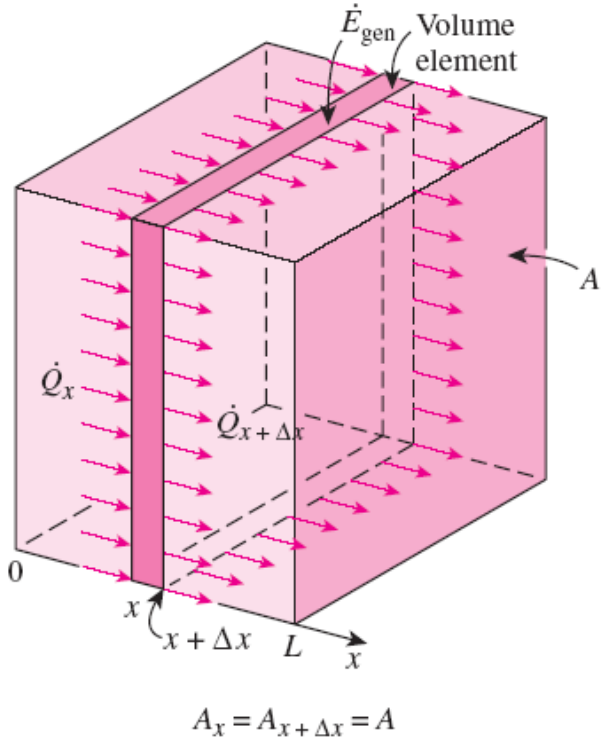
Dividing by $A\Delta x$ gives

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

Taking the limit as $\Delta x \to 0$ and $\Delta t \to 0$ yields

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial x}\left(kA\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$



$$A_x = A_{x+\Delta x} = A$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی - کارتزین

Variable conductivity:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\dot{e}_{\text{gen}}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

Constant conductivity:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(1) *Steady-state:* $(\partial/\partial t = 0)$

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=0$$

(2) *Transient, no heat generation:* $(\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(3) *Steady-state, no heat generation:* $(\partial/\partial t = 0 \text{ and } \dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی - استوانه

$$\left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction}\\ \text{at } r\end{array}\right) - \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction}\\ \text{at } r+\Delta r\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{generation}\\ \text{inside the}\\ \text{element}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{Rate of change}\\ \text{of the energy}\\ \text{content of the}\\ \text{element}\end{array}\right)$$

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{E}_{\text{gen, element}} = \frac{\Delta E_{\text{element}}}{\Delta t}$$

$$\Delta E_{\text{element}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho cA\Delta r(T_{t+\Delta t} - T_t)$$

$$\dot{E}_{\text{gen, element}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{element}} = \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta r$$

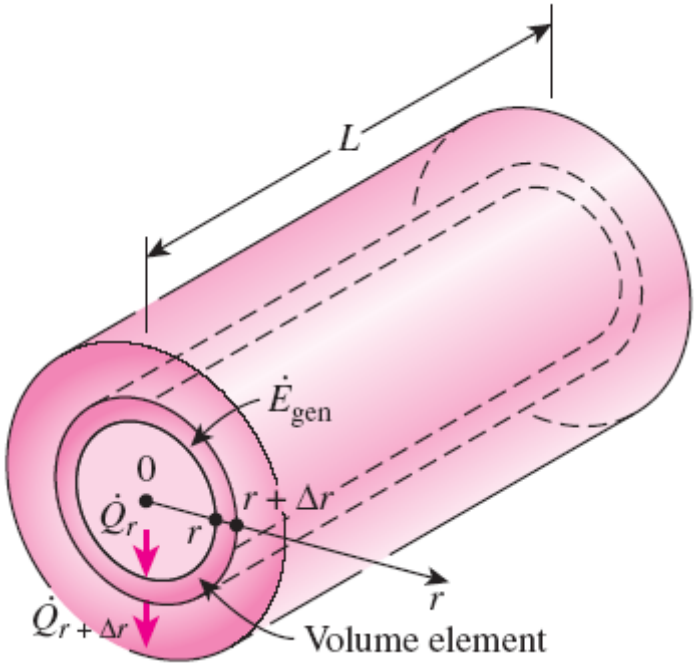
$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta r = \rho cA\Delta r \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

Taking the limit as $\Delta r \to 0$ and $\Delta t \to 0$ yields

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial r}\left(kA\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$



معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی - استوانه

Variable conductivity:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\dot{e}_{\text{gen}}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

Constant conductivity:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(1) *Steady-state:* $(\partial/\partial t=0)$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=0$$

(2) *Transient, no heat generation:* $(\dot{e}_{\text{gen}}=0)$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(3) *Steady-state, no heat generation:* $(\partial/\partial t=0 \text{ and } \dot{e}_{\text{gen}}=0)$

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0$$

مقدمه

HT پایا و گذرا

HT چند بعدی

تولید حرارت

Condیک بعدی

BC و IC

حل یک بعدی

ضریب kمتغیر

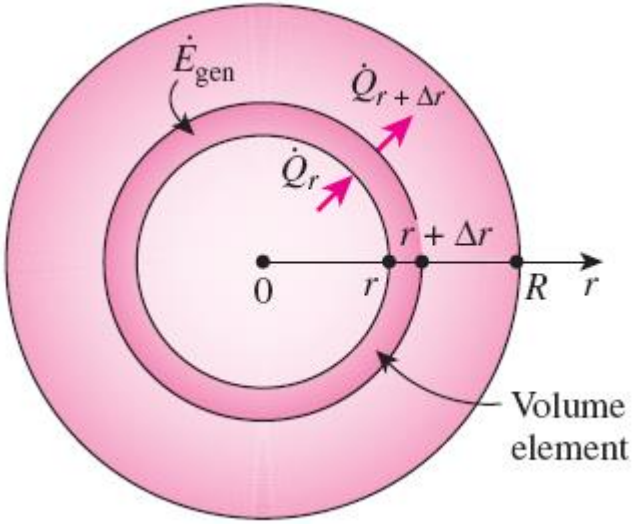
معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی – کره

Variable conductivity:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 k \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Constant conductivity:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$



(1) *Steady-state:* $(\partial/\partial t = 0)$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

(2) *Transient, no heat generation:* $(\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

(3) *Steady-state, no heat generation:* $(\partial/\partial t = 0 \text{ and } \dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) = 0 \quad \text{or} \quad r\frac{d^2T}{dr^2} + 2\frac{dT}{dr} = 0$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

معادله انتقال حرارت هدایت یک بعدی - کلی

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n k \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

$n = 0$ *for a plane wall*

$n = 1$ *for a cylinder*

$n = 2$ *for a sphere*

مقدمه

HT پایا و گذرا

HT چند بعدی

تولید حرارت

Condیک بعدی

BC و IC

حل یک بعدی

ضریب kمتغیر

معادله کلی انتقال حرارت هدایت - کارتزین

$$\left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction at}\\ x,\ y,\ \text{and}\ z\end{array}\right) - \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{conduction}\\ \text{at}\ x+\Delta x,\\ y+\Delta y,\ \text{and}\ z+\Delta z\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{Rate of heat}\\ \text{generation}\\ \text{inside the}\\ \text{element}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{Rate of change}\\ \text{of the energy}\\ \text{content of}\\ \text{the element}\end{array}\right)$$

or

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{E}_{\text{gen, element}} = \frac{\Delta E_{\text{element}}}{\Delta t} \qquad (2\text{–}36)$$

Noting that the volume of the element is $V_{\text{element}} = \Delta x \Delta y \Delta z$, the change in the energy content of the element and the rate of heat generation within the element can be expressed as

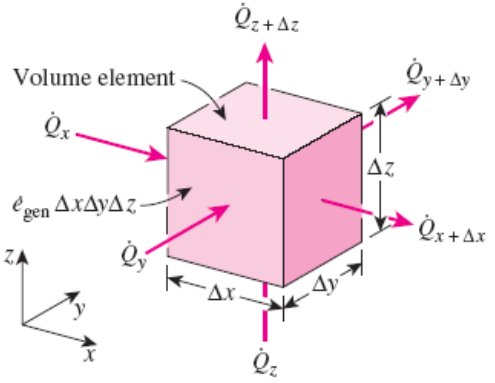
$$\Delta E_{\text{element}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\Delta t} - T_t)$$
$$\dot{E}_{\text{gen, element}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{element}} = \dot{e}_{\text{gen}} \Delta x \Delta y \Delta z$$

Substituting into Eq. 2–36, we get

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{\text{gen}} \Delta x \Delta y \Delta z = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

Dividing by $\Delta x \Delta y \Delta z$ gives

$$-\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} - \frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_y}{\Delta y} - \frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \qquad (2\text{–}37)$$



معادله کلی انتقال حرارت هدایت - کارتزین

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{e}_{\text{gen}}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2\text{–}38)$$

(1) *Steady-state:* (called the **Poisson equation**)
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=0$$

(2) *Transient, no heat generation:* (called the **diffusion equation**)
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

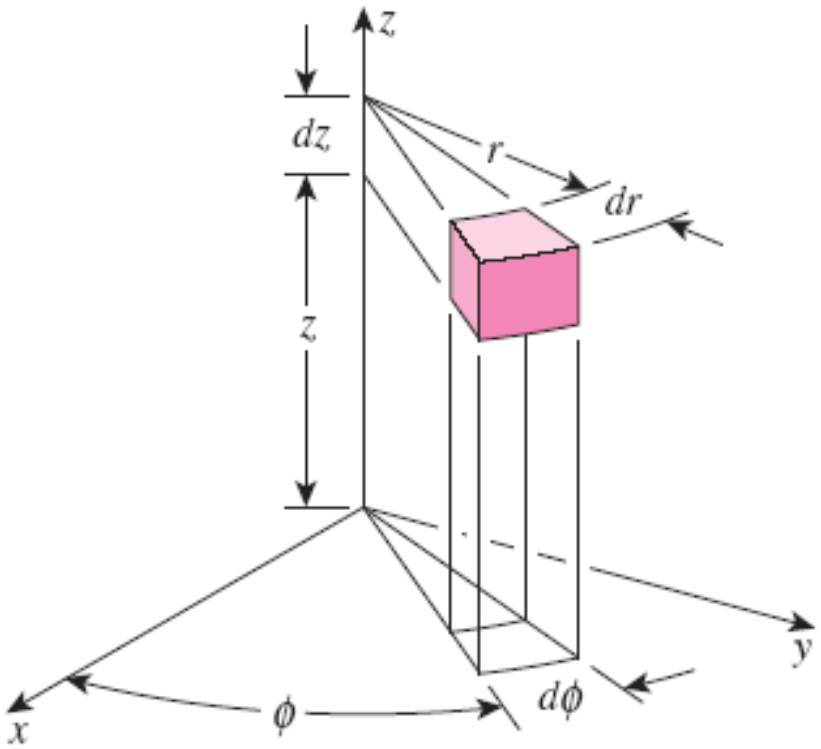
(3) *Steady-state, no heat generation:* (called the **Laplace equation**)
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2\text{–}39)$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Cond یک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب k متغیر

معادله کلی انتقال حرارت هدایت - استوانه

$$x = r\cos\phi, \qquad y = r\sin\phi, \qquad \text{and} \qquad z = z$$

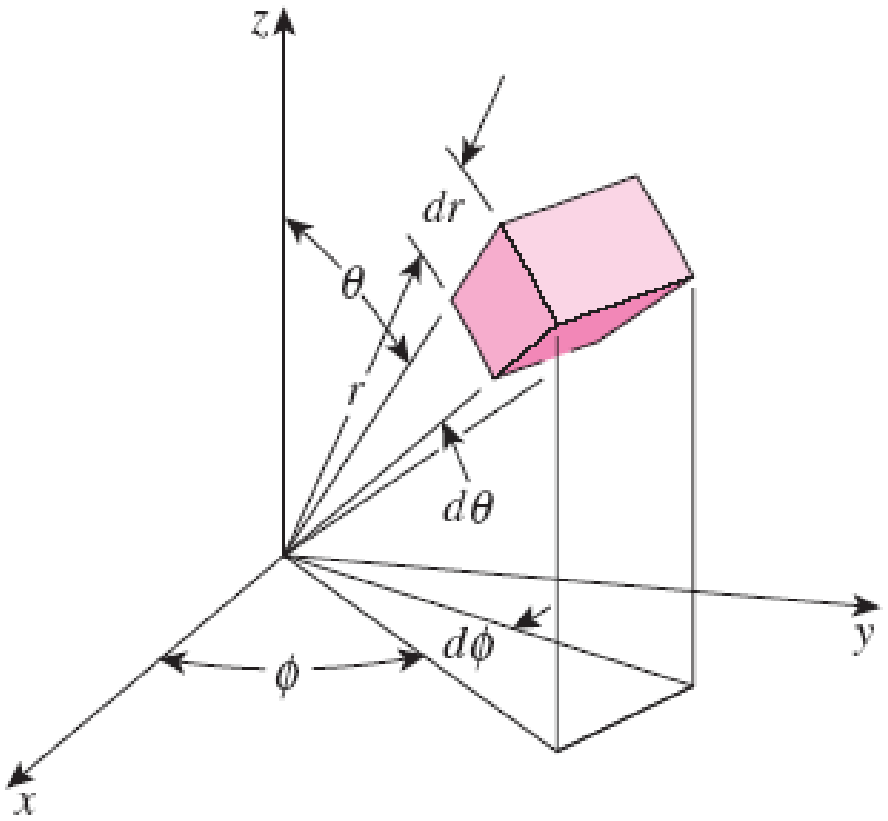


$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial T}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

معادله کلی انتقال حرارت هدایت - کره

$$x = r\cos\phi\sin\theta, \qquad y = r\sin\phi\sin\theta, \qquad \text{and} \qquad z = \cos\theta$$



$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

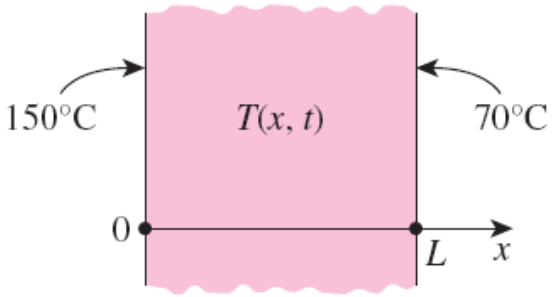
شرایط مرزی و اولیه

- *Specified Temperature Boundary Condition*
- *Specified Heat Flux Boundary Condition*
- *Convection Boundary Condition*
- *Radiation Boundary Condition*
- *Interface Boundary Conditions*
- *Generalized Boundary Conditions*

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

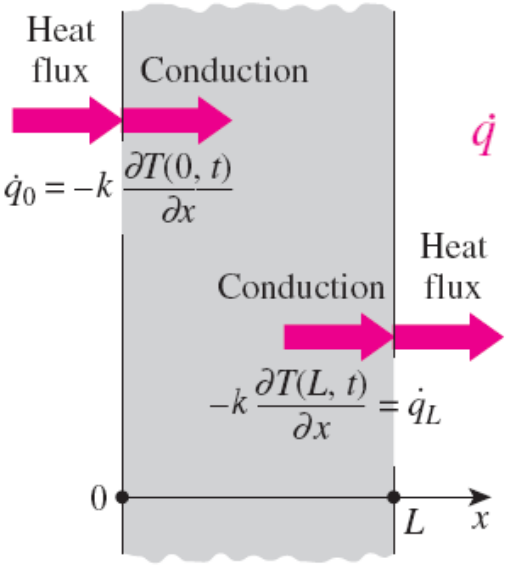
شرایط مرزی و اولیه – دمای مشخص

$$T(0, t) = T_1$$
$$T(L, t) = T_2$$



$T(0, t) = 150°C$
$T(L, t) = 70°C$

شرایط مرزی و اولیه – شار مشخص



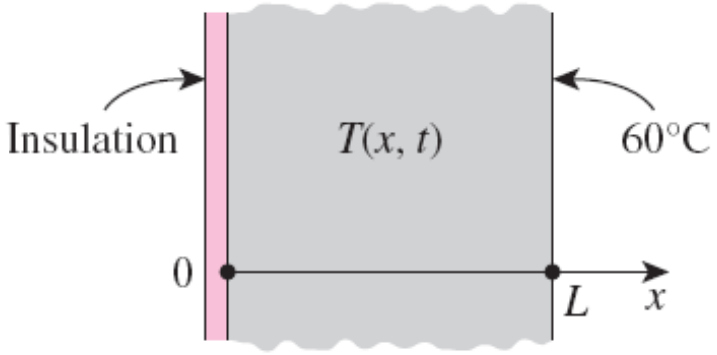
$$\dot{q} = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{pmatrix}\text{Heat flux in the}\\ \text{positive } x-\text{direction}\end{pmatrix} \quad (\text{W/m}^2)$$

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 50 \quad \text{and} \quad -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = -50$$

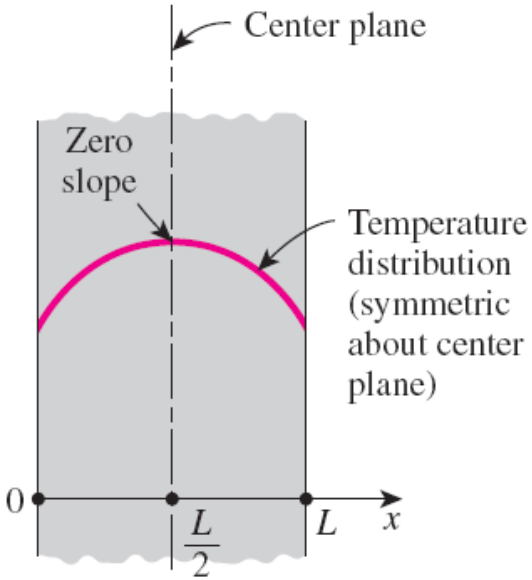
مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

شرایط مرزی و اولیه – مرز عایق

$$k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x}=0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial x}=0$$



شرایط مرزی و اولیه – شار مشخص



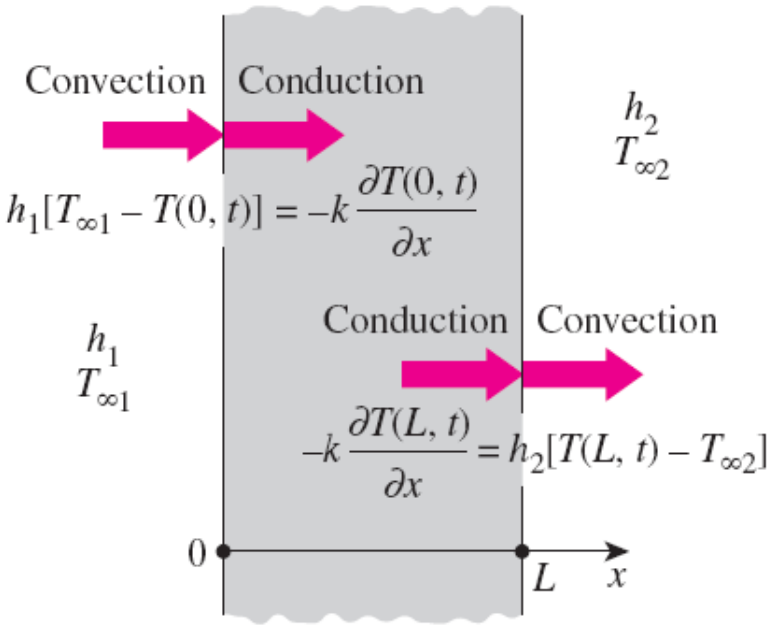
$$\frac{\partial T(L/2,t)}{\partial x}=0$$

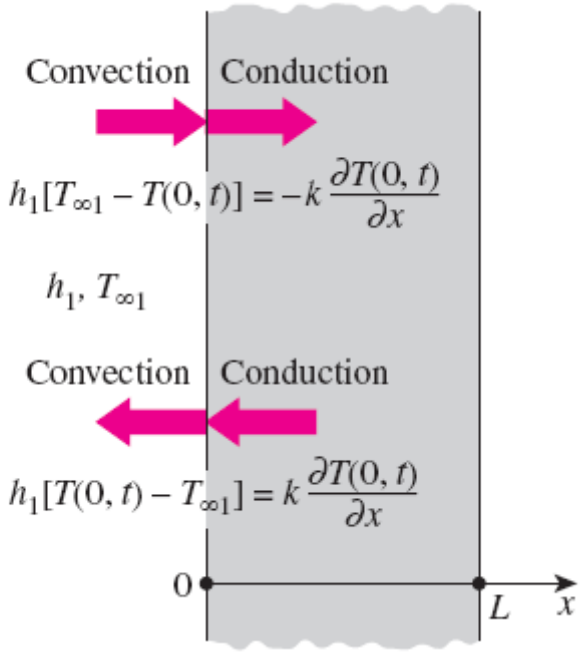
مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

شرایط مرزی و اولیه – مرز جابجایی

$$\begin{pmatrix}\text{Heat conduction}\\ \text{at the surface in a}\\ \text{selected direction}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Heat convection}\\ \text{at the surface in}\\ \text{the same direction}\end{pmatrix}$$

$$-k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = h_1[T_{\infty 1} - T(0,t)] \qquad -k\frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = h_2[T(L,t) - T_{\infty 2}]$$





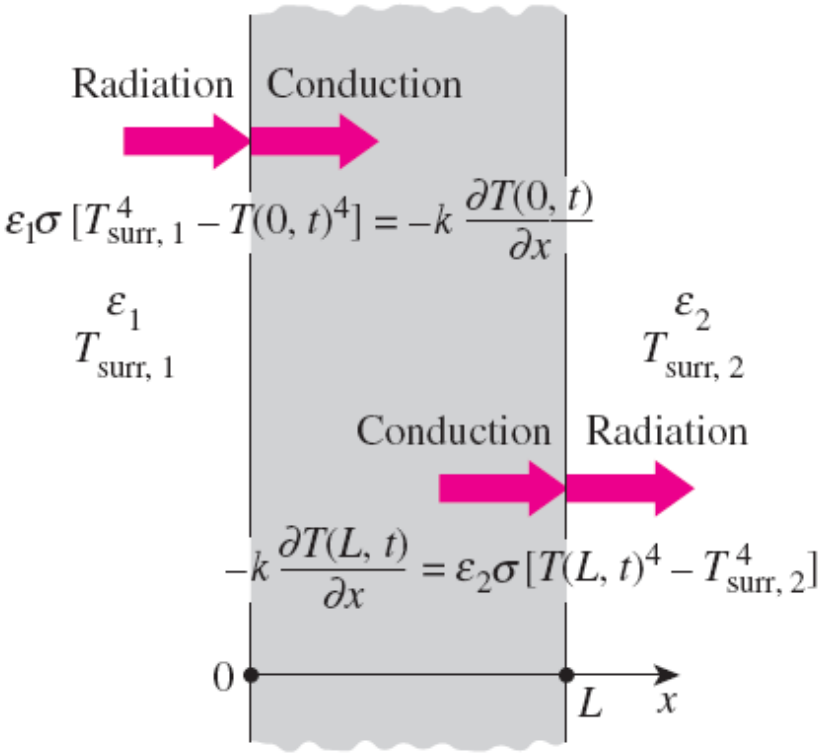
مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

شرایط مرزی و اولیه – مرز تشعشع

$$\begin{pmatrix}\text{Heat conduction}\\ \text{at the surface in a}\\ \text{selected direction}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Radiation exchange}\\ \text{at the surface in}\\ \text{the same direction}\end{pmatrix}$$

$$-k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \varepsilon_1\sigma[T^4_{\text{surr},1} - T(0,t)^4]$$

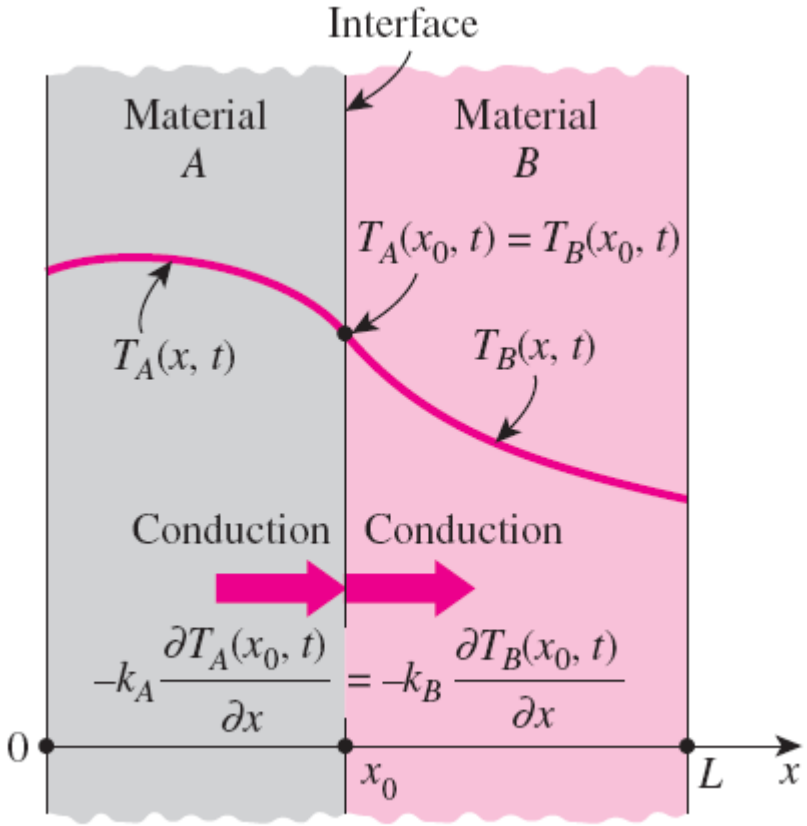
$$-k\frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = \varepsilon_2\sigma[T(L,t)^4 - T^4_{\text{surr},2}]$$



مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

شرایط مرزی و اولیه – مرز سطح مشترک

$$T_A(x_0, t) = T_B(x_0, t) \qquad -k_A \frac{\partial T_A(x_0, t)}{\partial x} = -k_B \frac{\partial T_B(x_0, t)}{\partial x}$$



مقدمه

HT پایا و گذرا

HT چند بعدی

تولید حرارت

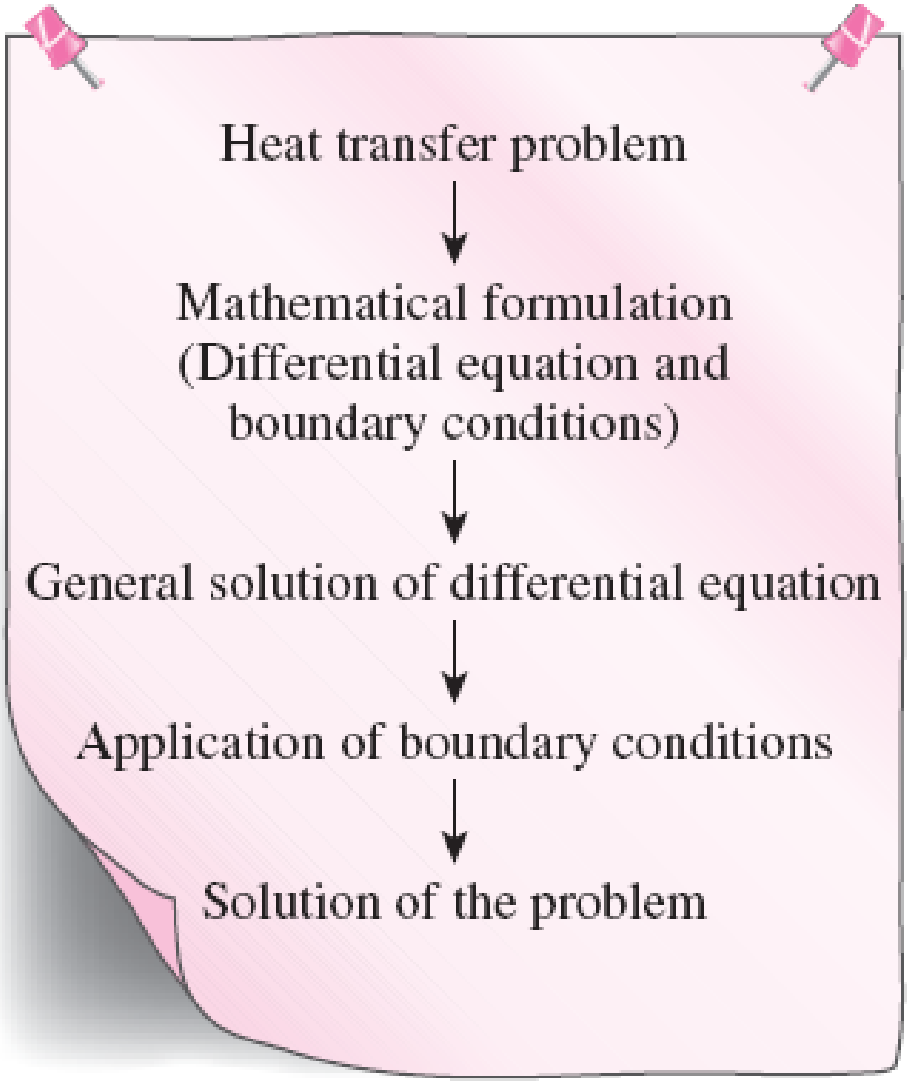
Condیک بعدی

BC و IC

مل یک بعدی

ضریب kمتغیر

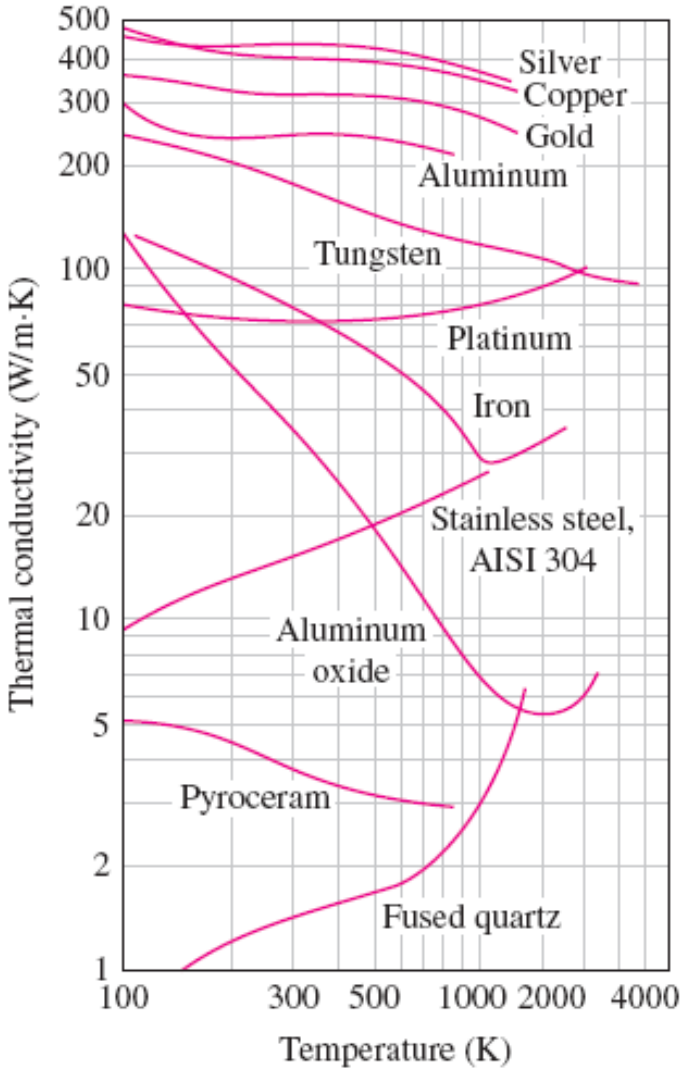
حل مسئله انتقال حرارت هدایت یک بعدی



- تعریف مسئله
- فرمولاسیون ریاضیاتی
  (معادلات دیفرانسیل و *BC*)
- حل عمومی معادله
- اعمال شرایط مرزی
- حل نهایی مسئله

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
حل یک بعدی
ضریب kمتغیر

ضریب k متغیر – تابع دما



$$k_{avg} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2 - T_1}$$

$$\dot{Q}_{\text{plane wall}} = k_{avg} A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L} \int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

$$\dot{Q}_{\text{cylinder}} = 2\pi k_{avg} L \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)} \int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

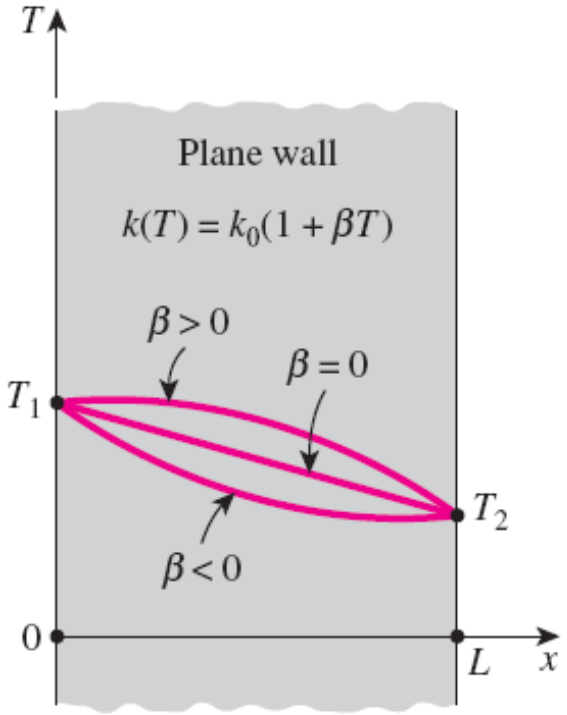
$$\dot{Q}_{\text{sphere}} = 4\pi k_{avg} r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1} \int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
مل یک بعدی
ضریب kمتغیر

ضریب k متغیر – تابع دما

$$k(T) = k_0(1 + \beta T)$$

β *temperature coefficient of thermal conductivity*



$$k_{\text{avg}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k_0(1 + \beta T)dT}{T_2 - T_1} = k_0\left(1 + \beta \frac{T_2 + T_1}{2}\right) = k(T_{\text{avg}})$$

مقدمه
HT پایا و گذرا
HT چند بعدی
تولید حرارت
Condیک بعدی
BC و IC
مل یک بعدی
ضریب kمتغیر

هر که اطمینان داشته باشد

آنچه خداوند برایش مقدّر کرده

از او فوت نمی شود

دلش آرام می گیرد

امیر مؤمنان، امام علی علیه السلام