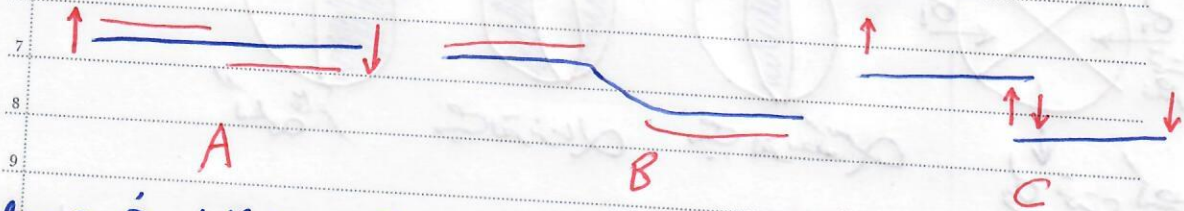
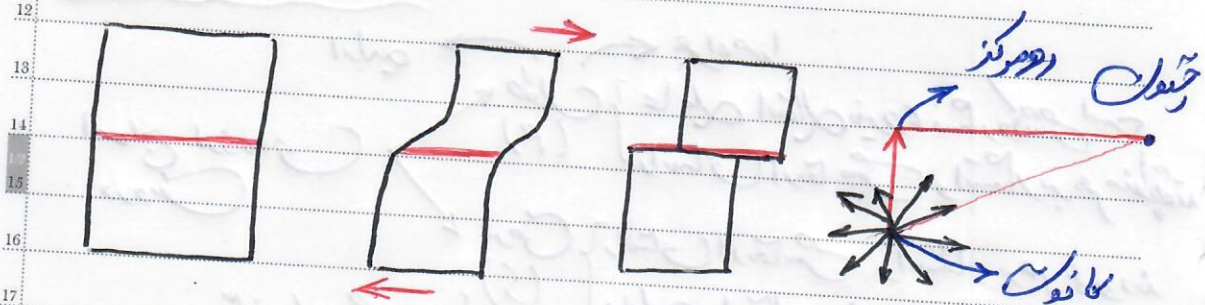


انواع شکستگی پوست زمین:

1. گسل: اگر شکافت های دو طرف شکستگی جابجا شوند
2. درزه: اگر شکافت های دو طرف شکستگی جابجا نشوند



* مواد A و B در چند سال رخ می دهند ولی مورد C در چند ثانیه رخ می دهد



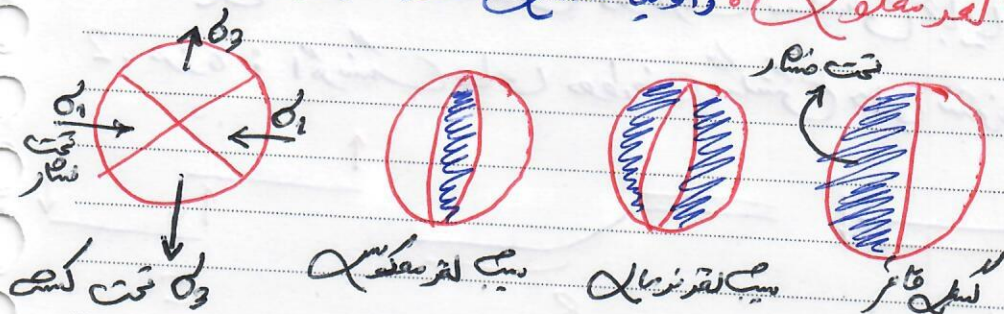
گسل امتداد لغز:

- * زلزله در اعماق زمین عمدتاً بوجود می آید (چینه یا شکسته)
- * زلزله از عمق 2 km تا 300 km و حتی 400 km ادامه دارد؛ بزرگترین عمق بیش از 700 km

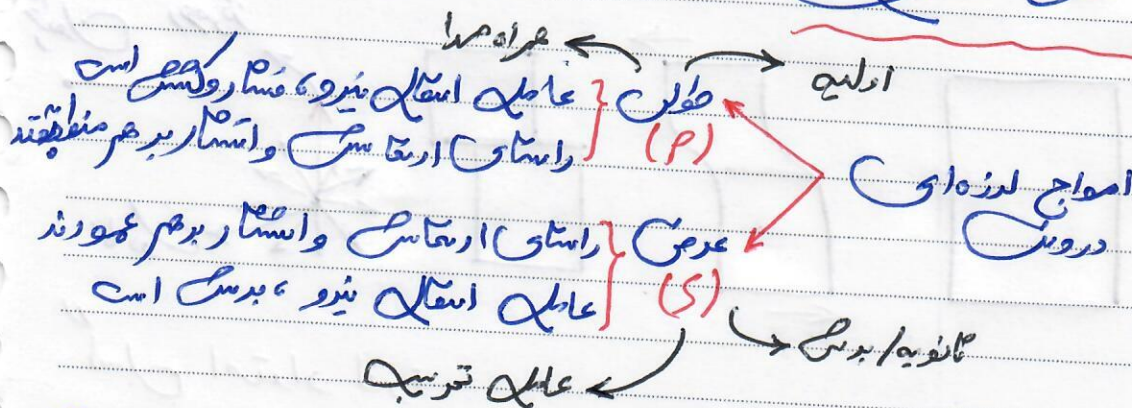
700 km با عمق 70 km به جز زمین در اکثر فشار و تنش لایه های بالایی
بجای تغییرات تبدیل خواهد شد

1. **کسل سب لقر نرمانی**: زاویه نشتی شده بصورت منفرجه است

2. **کسل سب لقر معکوس**: زاویه نشتی شده بصورت حاده است



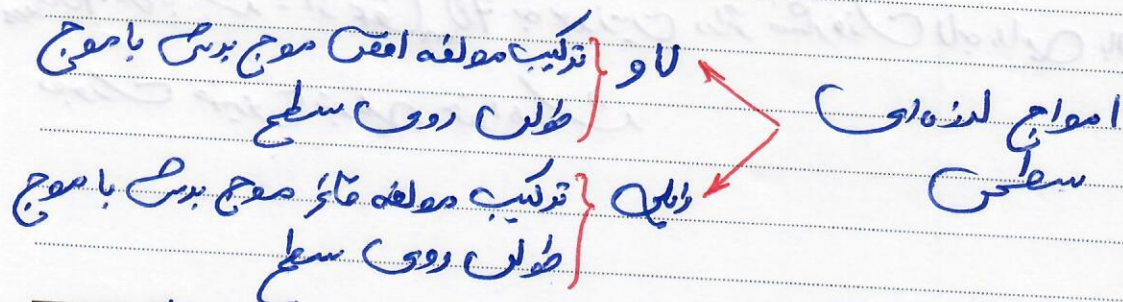
امواج لزه ای



$$V_p = 5 \sim 5.5 = \sqrt{3} V_s$$

km/sec

* امواج عرضی در مایعات متوقف میشوند



رابطه حرکت دوران با تانگ از دوبرو

لاو: حرکت دوران با تانگ از دوبرو

همانطور که من دانستم ابتدا امواج طولی به دستگاه ها من رسید و سپس امواج عرضی
فاصله امواج طولی و عرضی $K = 8(t_s - t_p)$ من باشد

Subject:

Year: 97 Month: 11 Day: 21

t_s : زمان رسیدن امواج عرضی
 t_p : زمان رسیدن امواج طولی

page: (3)

لرزه نگار $\Leftarrow$ نگاشت حرکتی
* ستاب نگاشت دقت
بیشتری داشته و بر اساس
آن جایگاه را پیدا می کنند

انرژی
اندازه گیری
امواج

ستاب نگار $\Leftarrow$ ستاب نگاشت

5

10

15

$$t_s = t_0 + \kappa / v_s$$

$$t_p = t_0 + \kappa / v_p$$

$$(t_s - t_p) = [(\kappa / v_p) - (\kappa / v_s)]$$

$$\kappa = (t_s - t_p) [v_p v_s / (v_p - v_s)]$$

And $v_p = \sqrt{3} v_s$ و $v_p = 5 - 5.5 \text{ km/s}$

$$\kappa = 8(t_s - t_p)$$



$\Rightarrow$ Intensity

واحدهای اندازه گیری
زلزله و لرزه

مرکالی: بر اساس مشاهدات ظاهری و تغییر
در خیل که ثبت می شود $\Leftarrow$ شدت زلزله

ریستر: بر اساس فاصله $M = \log \Delta$ که در آن

مقدار Δ برابر تغییر مکان دستگاه ثبتی است

که در فاصله 100 km نقطه رو مرکز ثبتی است

که Δ بر حسب μm و دستگاه ازکارخانه وودوارد است

که فاصله اصلاح $\Leftarrow$ بدرجای زلزله

$\Rightarrow$ Magnitude

25

* فاصله اصلاح من $M = \alpha \log \Delta + \beta \log r + \gamma + \dots$ است که متاهل

PAYCO

پارامترها بر اساس محیط و نوع دستگاه متغیر است

* براساس سوابق تاریخی و متون توصیفی در قوانین مقدار مرکبات
و اثرات بزرگای ریشتر زلزله را سبب کرد
* بزرگای زلزله بر حسب لوگاریتم باشد

$$E = 10^{4.8 + 1.5 M_s}$$

بزرگای تابشی از موج سطحی (ای) بر حسب M_s

رابطه ی گوتنبرگ - ریشتر: براساس آن رابطه ی خطی بین
تعداد زلزله بصورت لوگاریتم با بزرگای زلزله وجود دارد

$$\log N(M) = a - b M$$

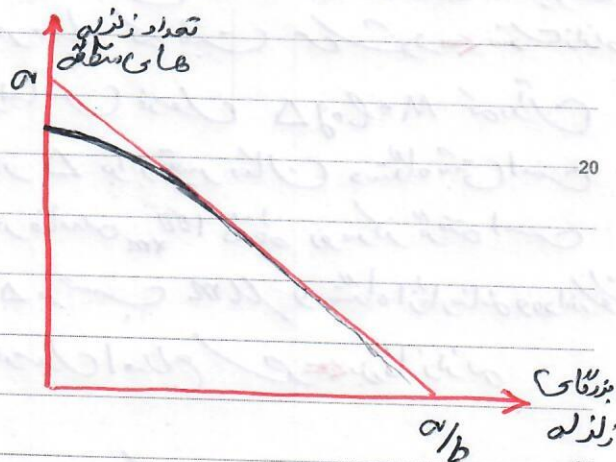
که در آن مقادیر a و b
درغوا در بدست می آید

بزرگای زلزله M
بر حسب ریشتر

15 براساس آن در توان

بزرگترین زلزله ای که در منطقه ای در توان رخ دهد را محاسبه کرد

ط = معدها برای زلزله های تکنونیک
برابریک و زلزله های آتشفشان
برابر دو معدها



* مباحثی ساخت و ساز و محاسبات مهندسی $\Rightarrow$ مکانیزم ترابری

* سوانح در اثر وجود گسل های سیب لغزش در سطح و باد و باران
از مرکز، سرعت آب کاهش می یابد

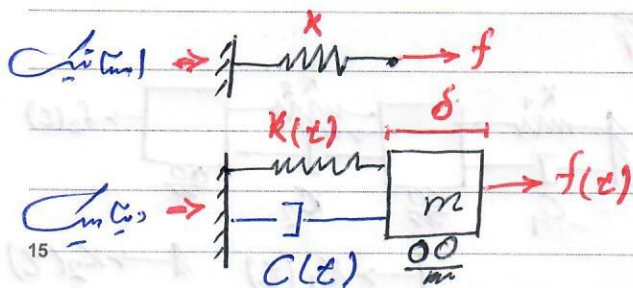
5

مقدمه ای از دینامیک سازه ها ۹۷، ۱۱، ۳۰

* در مسائل دینامیکی تغییرات تابع از زمان می باشد اما در استاتیکی
بر مبنای زمان نیست

10

* در مسائل دینامیکی موارد دینامیک
و از دست رفت انرژی محاسبه
می کنند



* برای ساده شدن مسائل فیزیکی می شود $K(t)$ را
که مقادیر K و C ثابت بوده و تابع زمان نمی باشند

۱. اثر زمان در کلیه تغییرات وارد می شود

20

۲. عامل جرمی $\Rightarrow$ نیروی اینرسی

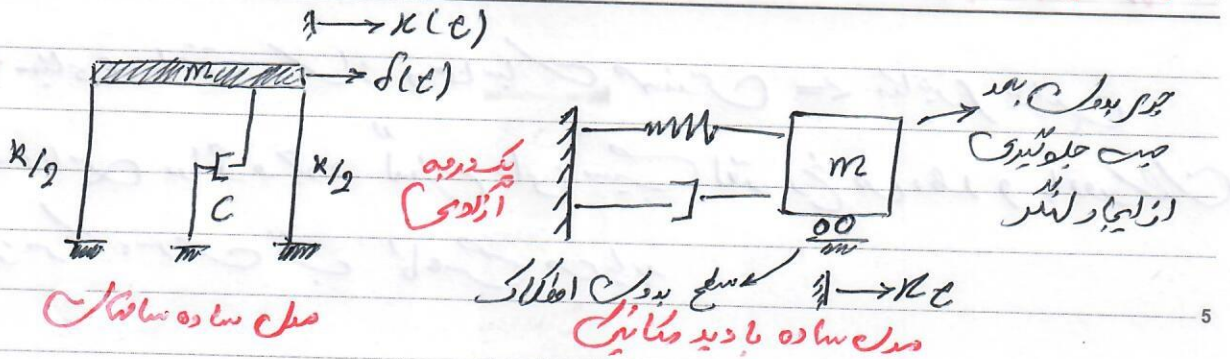
۳. استهلاک $\Rightarrow$ نیروی استهلاک

* اثر از تغییر شکل محوری ستون ها صورت نظر کرد، مدل زیر پهناداری

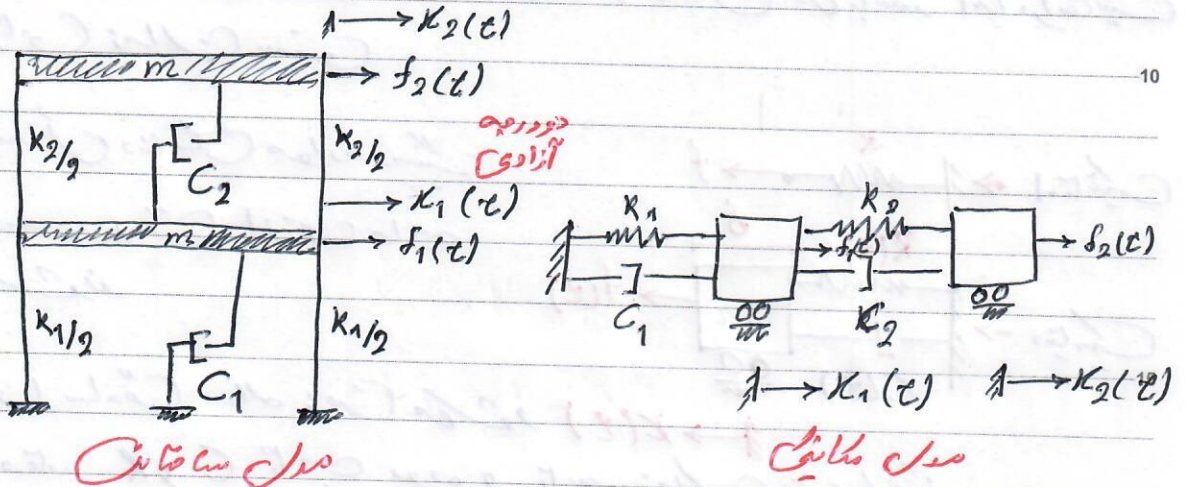
یک درجه آزادی خواهد بود؛ مدل پهناداری یک حالت حرکت

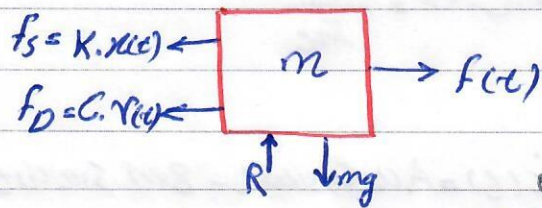
25

جانبی خواهد بود.



* چون می توان در مدل مکانیکی، مترو و میراگر را جایگزین پاشویه ها کرد، پس جبهه گیری از شکلی کمتر از جبر بدین جدا شده می شود





تکانه مد
یک درجه آزادی

* نیروی اینرسی: جیب که شتاب معکوس نیروی
دیتری بر خلاف جهت شتاب به مسیر وارون شود

$$v(t) = \text{سرعت حرکت} = \frac{d(x(t))}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$a(t) = \text{شتاب حرکت} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)$$

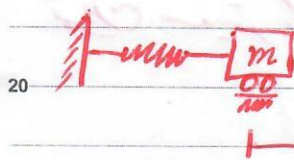
معادله تانر بر حرکت یک
سیستمیک درجه آزادی
تحت بار خاصه $f(t)$

$$\left[\begin{array}{l} \sum F_y = 0 \Rightarrow mg = R \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow f_I + f_D + f_s = f(t) \end{array} \right.$$

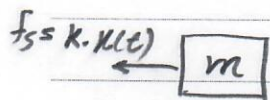
$$\underbrace{m \cdot \ddot{x}(t)}_{\text{نیروی اینرسی}} + \underbrace{c \cdot \dot{x}(t)}_{\text{نیروی اصطکاک}} + \underbrace{k \cdot x(t)}_{\text{نیروی فنر}} = \underbrace{f(t)}_{\text{نیروی خارجی}}$$

حل یک سیستمیک درجه آزادی تحت متحرک، شتاب اولیه و سرعت اولیه

بدون بار و بدون اصطکاک



$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ v(0) = v_0 \end{cases}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \Rightarrow \ddot{x}(t) + \frac{k}{m} x(t) = 0$$

$$\left| \frac{k}{m} \right| = \left| \frac{F}{\delta} \right| = \left| \frac{\frac{m \cdot a}{\delta}}{m} \right| = \left| \frac{\frac{m \times L / s^2}{L}}{m} \right| = \frac{1}{s^2}$$

$$f_s = m \cdot \ddot{x}(t)$$

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

مخواب (مخواب آزاد)

$$\omega = \text{فرکانس زاویه} = \frac{\text{Rad}}{\text{Sec}}$$

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad \dot{x}(t) = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t$$

$$\ddot{x}(t) = -A \omega^2 \sin \omega t - B \omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 (A \sin \omega t + B \cos \omega t) = -\omega^2 x(t)$$

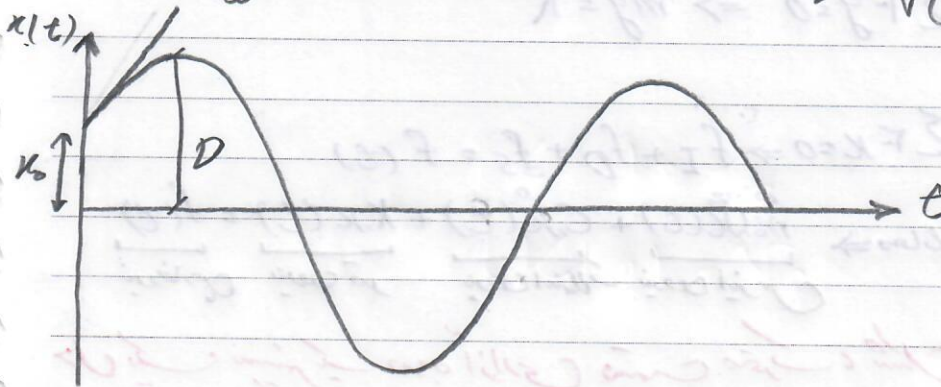
B و A از شرایط اولیه بدست می آید:

$$x(0) = x_0 \Rightarrow x_0 = A \sin 0 + B \cos 0 \Rightarrow B = x_0$$

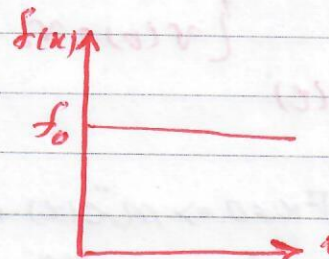
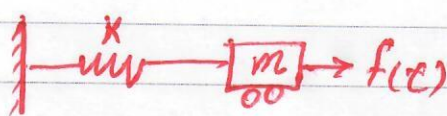
$$\dot{x}(0) = v_0 \Rightarrow v_0 = A \omega \cos 0 - B \omega \sin 0 \Rightarrow A = \frac{v_0}{\omega}$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t$$

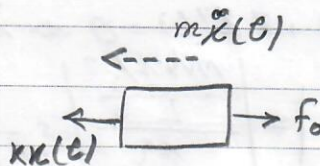
$$D = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 + x_0^2}$$



نمودار سینوسی یک درجه آزادی بدون اصطکاک با بار اولیه



$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ v(0) = 0 \end{cases}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m\ddot{x}(t) + kx(t) = f_0 \Rightarrow \ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = \frac{f_0}{m}$$

Subject:

Year: 1401 Month: 12 Day: 7

Page: 91

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \frac{f_0}{m}$$

$$\Rightarrow \text{جواب کلی: } x(t) = x_H(t) + x_P(t)$$

$$\text{جواب ارتعاشی: } x_H(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

(آزاد (بدون نیرو))

جواب ارتعاشی اجباری: $x_P(t) \Rightarrow$ جوابی که از معادله (تحت نیروی خارجی) میسر می آید.

نیروی محرکه	شکل کلی جواب $x_P(t)$	فرم
f_0	D	$\ddot{x}_H(t) + \ddot{x}_P(t) + \omega^2 [x_H(t) + x_P(t)] = \frac{f_0}{m}$
$f_1 t + f_2$	$a t + b$	$\Rightarrow [\ddot{x}_H(t) + \omega^2 x_H(t)] + [\ddot{x}_P(t) + \omega^2 x_P(t)] = \frac{f_0}{m}$
$d_1 t^2 + d_2 t + d_3$	$a t^2 + b t + c$	
$f_0 \sin \Omega t$	$a \sin \Omega t + b \cos \Omega t$	
$f_0 e^{ct}$	$a e^{ct}$	

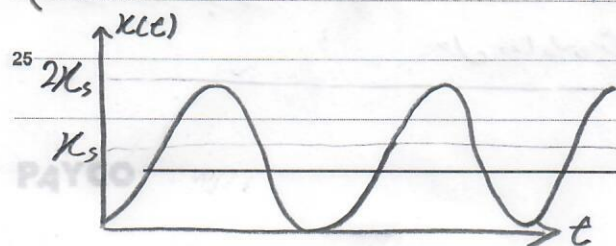
15 فرض: $x_P(t) = D \Rightarrow \dot{x}_P(t) = \ddot{x}_P(t) = 0 \Rightarrow$ در حالت تعادل

$$\Rightarrow 0 + \omega^2 D = \frac{f_0}{m} \Rightarrow D = \frac{f_0}{\omega^2 m} = \frac{f_0}{\frac{k}{m} m} = \frac{f_0}{k} = x_s$$

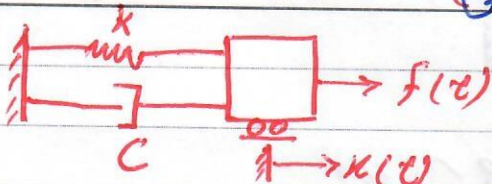
$$x(t) = [A \sin \omega t + B \cos \omega t] + x_s$$

20

$$\begin{cases} x(0) = 0 \Rightarrow A \sin(\omega x_0) + B \cos(\omega x_0) + x_s = 0 \Rightarrow B = -x_s \\ \dot{x}(0) = 0 \Rightarrow A \omega \cos(\omega x_0) + B \omega \sin(\omega x_0) + 0 = 0 \Rightarrow A = 0 \end{cases}$$



$$x(t) = x_s (1 - \cos \omega t)$$



مدل سازی با استرلاک :

استرلاک عادی است که باید به صورت زیر
انرژی جنبشی است و در نتیجه آن نهایتاً
به صورت حرکت به صفر می رسد

قبر

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = f(t)$$

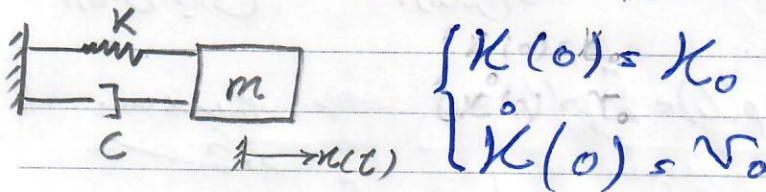
استرلاک { مقدار استرلاک لزج سازه نوی }
با سرعت در استرلاک

$$\begin{cases} c = 2\delta \omega m \\ \delta = \frac{c}{c_{cr}} \\ \Rightarrow c_{cr} = 2 \times 1 \times \omega \cdot m = 2 \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot m = 2 \sqrt{km} \end{cases}$$

① معادله : $m \cdot \ddot{x}(t) + 2\delta \omega m \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = f(t)$

معادله حرکت ساده شده برای سیستم
با یک درجه آزادی و استرلاک

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) + 2\delta \omega \dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \frac{f(t)}{m}$$



② $\ddot{x}(t) + 2\delta \omega \dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \frac{f(t)}{m}$ $x = Ae^{Dt} + Be^{-Dt}$

$\dot{x}(t) = AD e^{Dt} - BD e^{-Dt}$ $\ddot{x}(t) = D^2 (Ae^{Dt} + Be^{Dt})$

جایگذاری
② معادله : $[D^2 + 2\delta \omega D + \omega^2] x(t) = 0$

* در حل حاضر دو مبحث حل
معادله اماتک بزنی آسان
خواهد بود

حل معادله بزنی D : $D^2 + 2\delta \omega D + \omega^2 = 0$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad i = \sqrt{-1}$$

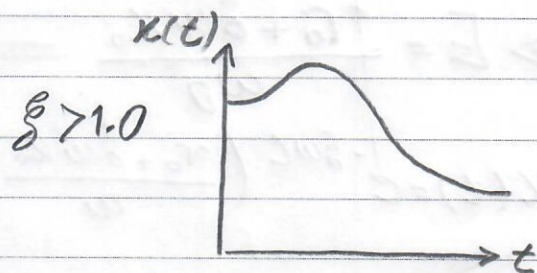
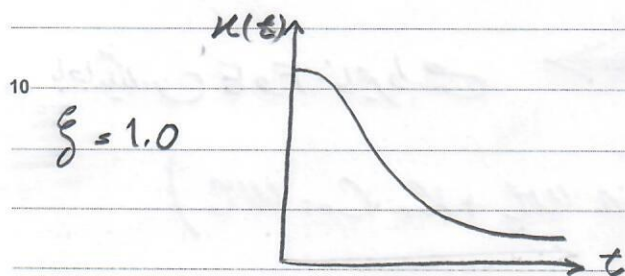
$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$

$$D = \pm \left(\frac{-2\xi\omega \pm \sqrt{4\xi^2\omega^2 - 4\omega^2}}{2} \right) = \pm (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega$$

$$x(t) = A e^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega t} + B e^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega t}$$

$$= A e^{-\xi\omega t} \times e^{\omega t \sqrt{\xi^2 - 1}} + B e^{-\xi\omega t} \times e^{-\omega t \sqrt{\xi^2 - 1}}$$

$$= e^{-\xi\omega t} (A e^{\omega \sqrt{\xi^2 - 1} t} + B e^{-\omega \sqrt{\xi^2 - 1} t})$$



15

$$\xi < 1.0 \Rightarrow x(t) = e^{-\xi\omega t} (A e^{i\omega \sqrt{1 - \xi^2} t} + B e^{-i\omega \sqrt{1 - \xi^2} t})$$

باقی دو جز ہیں

و کو جو جز ہیں

مقدار ξ تدریجاً

بہ مقدار

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \xi^2} = 1.0$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} [A(\cos \omega_D t + i \sin \omega_D t) + B(\cos \omega_D t - i \sin \omega_D t)]$$

$$= e^{-\xi\omega t} \left[\underbrace{(Ai - Bi)}_E \sin \omega_D t + \underbrace{(A + B)}_F \cos \omega_D t \right]$$

25

$$= e^{-\xi\omega t} [E \sin \omega_D t + F \cos \omega_D t]$$

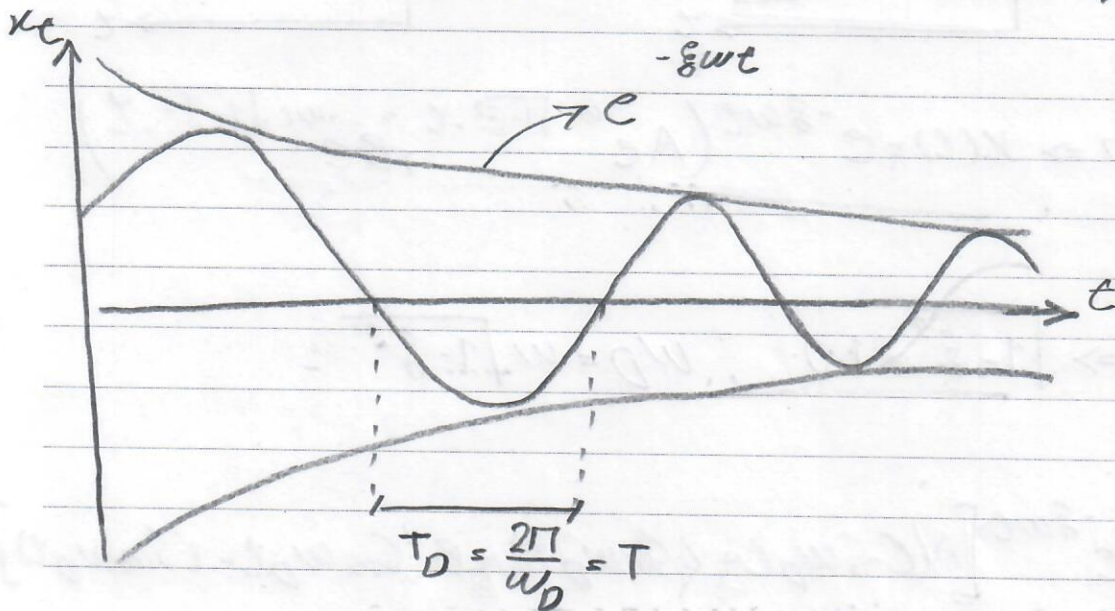
→ اس کا مطلب ہے کہ

$$\begin{cases} K(0) = K_0 \Rightarrow K_0 = 1.0 (E \sin 0 + F \cos 0) \Rightarrow F = K_0 \\ \dot{K}(0) = v_0 \Rightarrow \dot{K}(t) = -\xi \omega e^{-\xi \omega t} (E \sin 0 + K_0 \cos 0) \\ + e^{-\xi \omega t} (E \omega_D \cos \omega_D t - K_0 \omega_D \sin \omega_D t) \end{cases}$$

$$t=0 \Rightarrow v_0 = -\xi \omega (0 + K_0) + 1 (E \omega_D + 0)$$

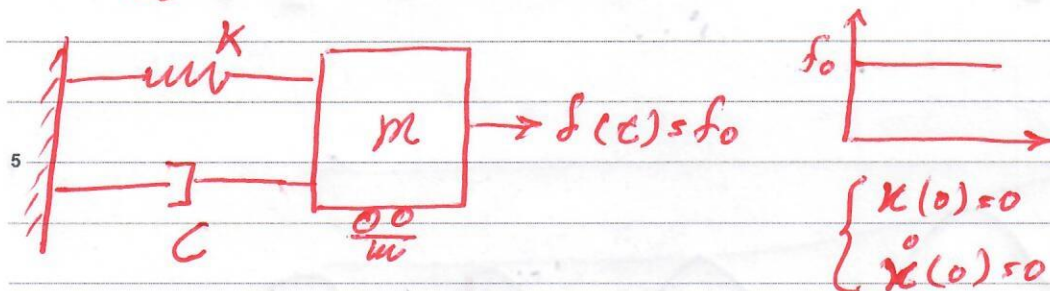
$$\Rightarrow E = \frac{v_0 + \xi \omega K_0}{\omega_D} \Rightarrow \text{باجایگزینی E و F خواہیم داشت}$$

$$K(t) = e^{-\xi \omega t} \left(\frac{v_0 + \xi \omega K_0}{\omega_D} \sin \omega_D t + K_0 \cos \omega_D t \right)$$



باتوجه به اینکه مقدار ξ خیلی
کوچک است ما توان نتیجه
گرفتن که $\sqrt{1 - \xi^2} \approx 1$

سازه یک درجه آزادی با استپک سخت بار پیوسته استاتیکی:



$$c = 2\zeta\omega m \quad \zeta = \frac{c}{c_c} \quad c_c = 2\sqrt{km}$$

$$10 \quad \ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{f_0}{m}$$

$$x(t) = x_H + x_P$$

$$x_H(t) = e^{-\zeta\omega t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t)$$

$$15 \quad x_P(t) = D \Rightarrow \dot{x}_P = \ddot{x}_P = 0$$

جابجایی
رابطه $\Rightarrow 0 + 0 + \omega^2 D = \frac{f_0}{m} \quad D = \frac{f_0}{m\omega^2} = x_s$

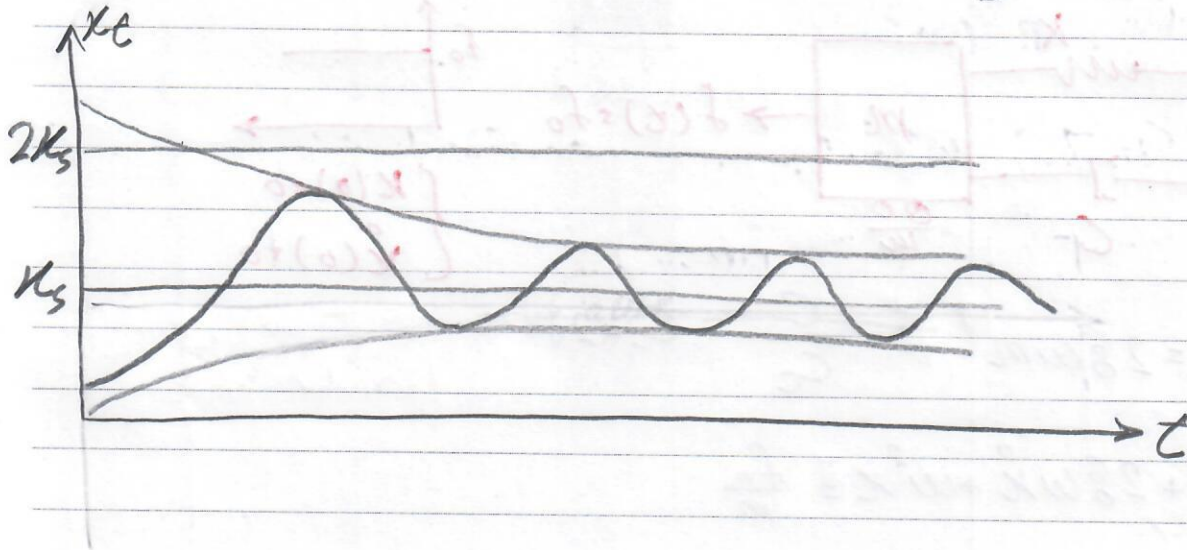
$$20 \quad x(t) = e^{-\zeta\omega t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + x_s$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow 0 = 1.0(0 + B) + x_s \Rightarrow B = -x_s$$

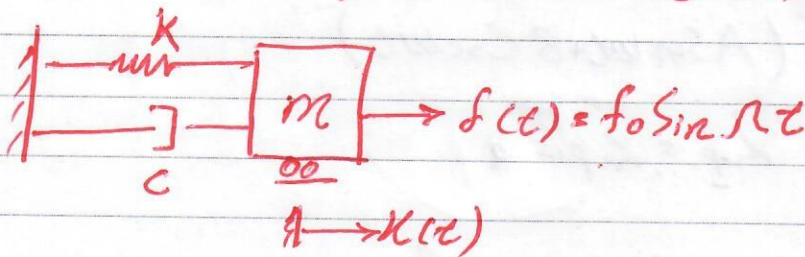
$$\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow 0 = -\zeta\omega \times 1.0(0 + (-x_s)) + 1.0(A\omega \times 1.0)$$

$$25 \quad 0 = +\zeta\omega x_s + A\omega \Rightarrow A = -\zeta x_s$$

$$x(t) = \left[-e^{-\delta \omega t} (\delta \sin \omega t + \cos \omega t) + 1 \right] K_s$$



مثال: سازه یک درجه آزادی تحت بار هارمونیک



$$I: \ddot{x} + 2\delta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{f_0}{m} \sin pt$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = e^{-\delta \omega t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) \Rightarrow \text{بخش نامرغوب و نامطلوب}$$

$$x_p(t) = M \sin pt + N \cos pt$$

$$\dot{x}_p(t) = M p \cos pt - N p \sin pt$$

$$x_p(t) = -\ddot{x}(M \sin \omega t + N \cos \omega t)$$

$$\text{جایگزینی (I) در معادله: } -\ddot{x}(M \sin \omega t + N \cos \omega t) + 2\xi\omega\ddot{x}(M \cos \omega t$$

$$- N \sin \omega t) + \omega^2 (M \sin \omega t + N \cos \omega t) = \frac{f_0}{m} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow (-M\omega^2 - 2\xi\omega\omega N + \omega^2 M) \sin \omega t + (-N\omega^2 + 2\xi\omega\omega M + \omega^2 N) \cos \omega t = \frac{f_0}{m} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\omega^2 M - 2\xi\omega\omega N + \omega^2 M = \frac{f_0}{m} \\ -\omega^2 N - 2\xi\omega\omega M + \omega^2 N = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\omega^2 - \omega^2)M - 2\xi\omega\omega N = \frac{f_0}{m} \\ (\omega^2 - \omega^2)N + 2\xi\omega\omega M = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N = \frac{-2\xi\omega\omega}{(\omega^2 - \omega^2)} \cdot M \longrightarrow \text{در معادله I جایگزینی می‌کنیم}$$

$$(\omega^2 - \omega^2)M - 2\xi\omega\omega \left(\frac{-2\xi\omega\omega}{\omega^2 - \omega^2} \right) \cdot M = \frac{f_0}{m}$$

$$\Rightarrow M = \frac{(\omega^2 - \omega^2) \frac{f_0}{m}}{(\omega^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 \omega^2} \quad N = \frac{2\xi\omega\omega \frac{f_0}{m}}{(\omega^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 \omega^2}$$

$$R = \sqrt{M^2 + N^2} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{M}{N}\right)$$

$$R = \sqrt{\frac{(\omega^2 - \gamma^2)^2 + 4\zeta^2 \omega^2 \gamma^2}{[(\omega^2 - \gamma^2)^2 + 4(\zeta^2 \omega^2 \gamma^2)]^2}} \left(\frac{f_0}{\pi}\right)^2$$

$$R = \frac{\frac{f_0}{m}}{\sqrt{(\omega^2 - \gamma^2)^2 + 4\zeta^2 \omega^2 \gamma^2}} = \frac{\frac{f_0}{m\omega}}{\sqrt{(1 - (\frac{\gamma}{\omega})^2)^2 + 4\zeta^2 (\frac{\gamma}{\omega})^2}}$$

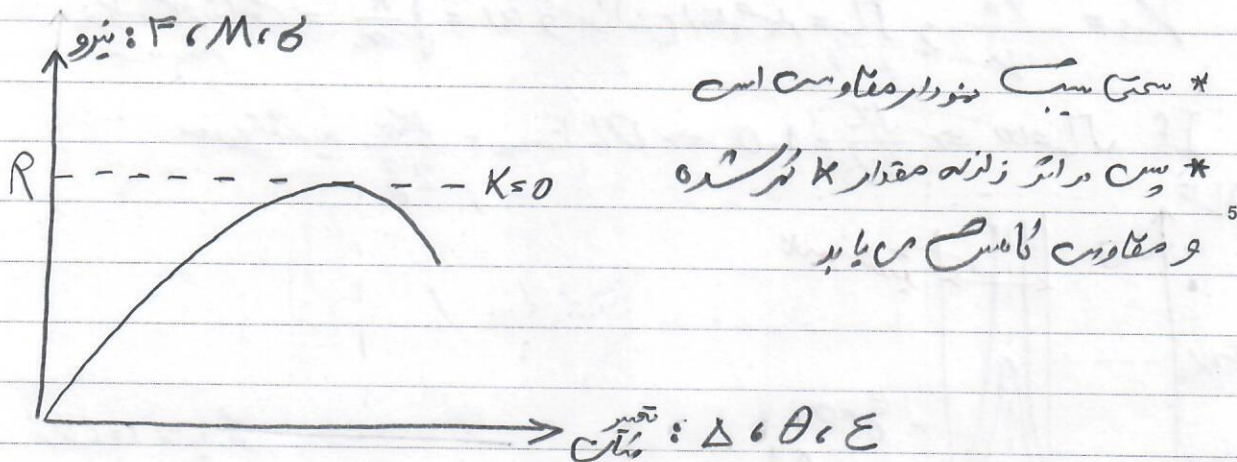
$$= \frac{K_s}{\sqrt{(1 - (\frac{\gamma}{\omega})^2)^2 + 4\zeta^2 (\frac{\gamma}{\omega})^2}}$$

$$\Rightarrow K(t) = e^{-\zeta \omega t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) +$$

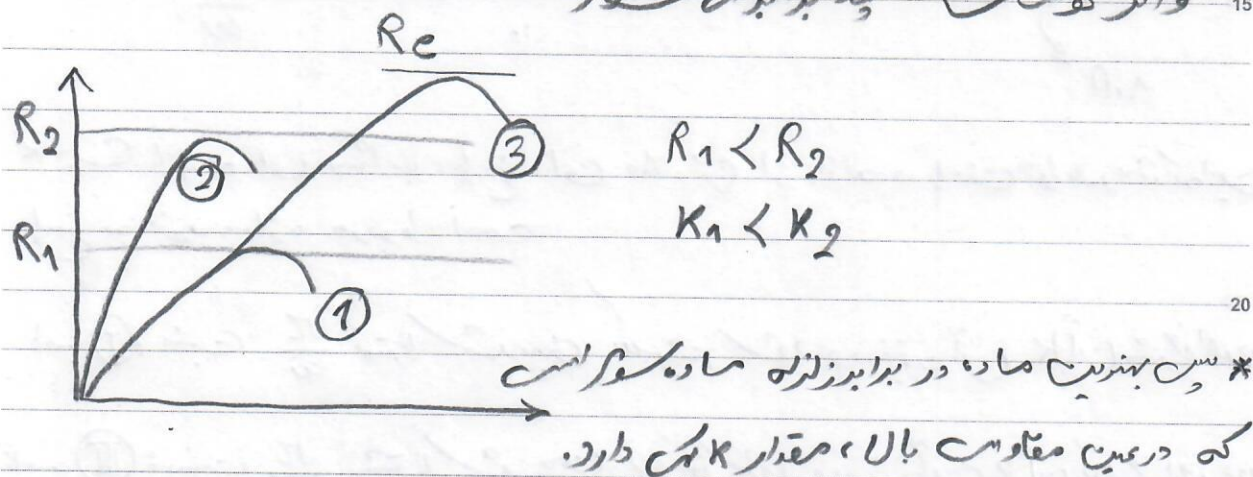
$$= \frac{K_s}{\sqrt{1 - (\frac{\gamma}{\omega})^2)^2 + 4\zeta^2 (\frac{\gamma}{\omega})^2}} \cdot \cos(\gamma t - \phi)$$

$$\Rightarrow DLF_{max} = \frac{K_s}{\sqrt{(1 - (\frac{\gamma}{\omega})^2)^2 + 4\zeta^2 (\frac{\gamma}{\omega})^2}}$$

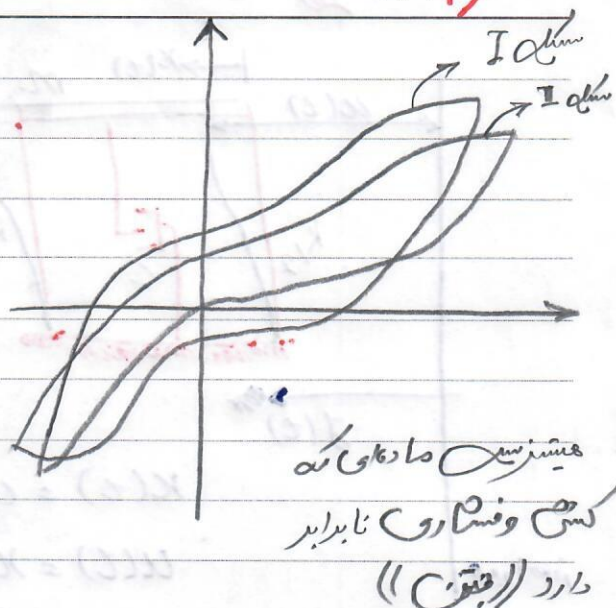
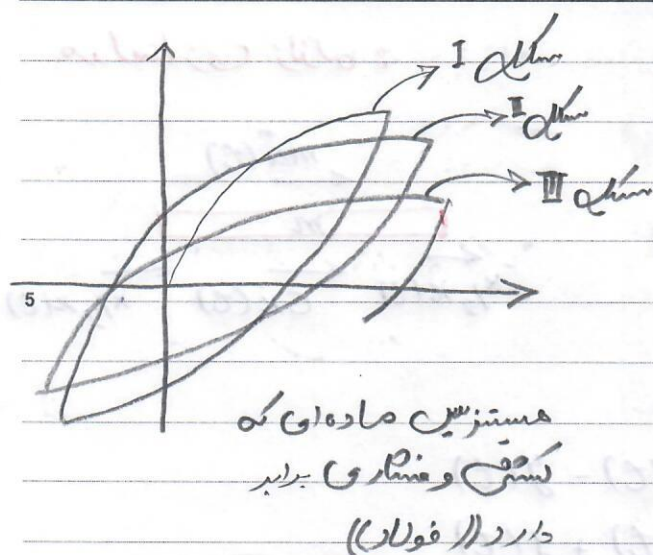
* در صورتی که مقدار کمتر جذب انرژی توسط سازه است



* پس منطبق ترین حالت آن است که در ناحیه سیر طرأه نرد چون در اثر زلزله مقدار K کاهش یافته و در ادامه منوار پس روی می آید اما در صورت طرأه در ناحیه اول، در اثر زلزله به ناحیه دوم منتقل شده و اثر نوسان چند برابر می شود



* پس با کارهای مختلف چون تغییرات (افتدادن) خاصیت به عنوان) موجب محصور شدن، مانع از پیچیدگی و ... می شود که در نتیجه آن K کاهش می یابد اما مقدار مقاومت افزایش می یابد

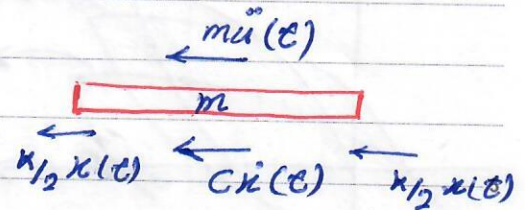
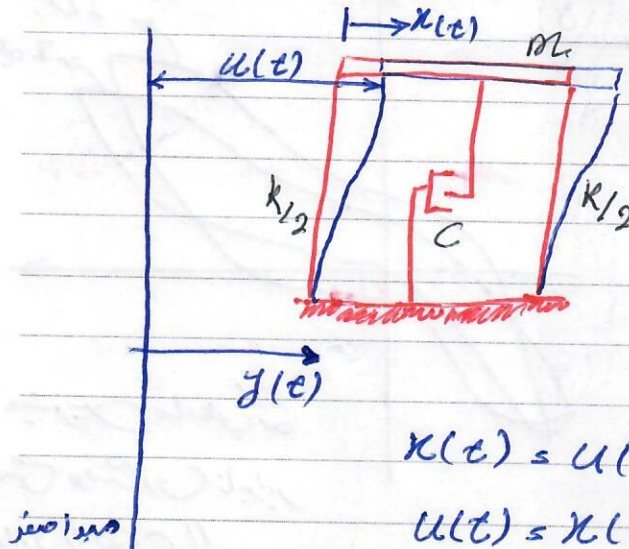


* پس ماده‌ای خوب است که سطح پوسیدگی در متوسط خود را بیشتر باشد و در عین حال تعداد سوراخ‌های بیشتری را تحمل کند و زمان و وسایل بیشتری را تا قبل از نابودی تحمل کند

* با تغییر ماهیت قطعات و اختلالات متعلق مقدار δ را افزایش داد؛ اما در همین ۱۵ زلزله برای انتقاء انرژی بیشتر متعلق نسبت که δ را افزایش داد و این بجا است
معمول در ملامت از بیان های لرزه‌ای با δ کمتر و مقادیر بیشتر استفاده
خط می‌کشد

۲۰ تکلیف: در خصوص تغییرات معنی DLF ماکسیمم در پاسخ هارمونیک یک سازه
برای نسبت‌های $\frac{1}{10}$ از صفر تا بین ضابطه $\frac{1}{10}$ خط

مدلسازی زلزله:



$$x(t) = u(t) - y(t)$$

$$u(t) = x(t) + y(t)$$

$$\ddot{u}(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{y}(t)$$

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow m\ddot{u}(t) + C\dot{x}(t) + kx(t) = 0$$

$$m\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{y}(t)$$

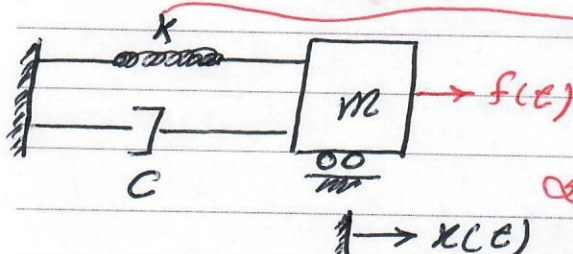
در زلزله $-m\ddot{y}(t)$ مشابه حرکت پایه نقشه می‌دهد که در واقع معادل $f(t)$ است که همان جبر راز در شبیه باید

شباب حرکت پایه

15

نتیجه گیری: در زلزله $f(t) = -m\ddot{y}(t)$ مدل جبر راز در شبیه

* مختلف استرلاک به نسبت اختلاف بال و پایین سازده به میزان $x(t)$ است محاسبه می‌شوند اما اینرسی مربوط به جبر خود سقف بالای سازده است



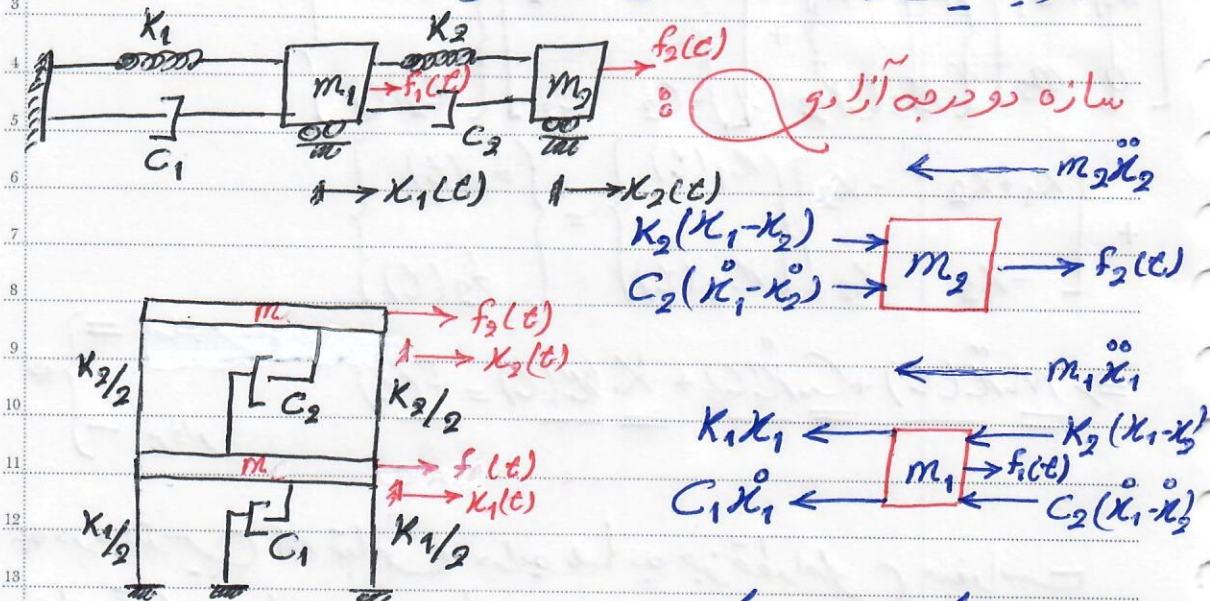
$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = \frac{f(t)}{m}$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{y}(t) \quad \text{در بار لرزه ای}$$

25

حل عددی این معادله روس های گوناگون دارد که جز در شبیه

* در تحلیل سازه ها دو درجه آزادی داریم که باعث ایجاد نیرو می شوند
اما در اینجا باید از تعادل استفاده کنیم



* در بالا فرض کردیم که $K_1 - K_2 > 0$ است که این اولین قدرسیان 1 و دومین قدرسیان 2 هستند که در

معادله برآیند جرم می آید: معادله مقادیر

$$m_1 \ddot{x}_1 = \sum F_x \Rightarrow m_1 \ddot{x}_1 + K_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1 + K_2 (x_1 - x_2) + C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = f_1(t)$$

$$\Rightarrow [m_1 \ddot{x}_1 + \dot{x}_1 (C_1 + C_2) + x_1 (K_1 + K_2)] - C_2 \dot{x}_2 - K_2 x_2 = f_1(t) \quad \textcircled{I}$$

معادله برآیند جرم دوم:

$$m_2 \ddot{x}_2 = \sum F_x \Rightarrow m_2 \ddot{x}_2 - K (x_1 - x_2) - C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = f_2(t)$$

$$\Rightarrow [-C_2 \dot{x}_1 - K_2 x_1] + [m_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2] = f_2(t) \quad \textcircled{II}$$

* در هر دو معادله راست به چپ ضرب فرمایید

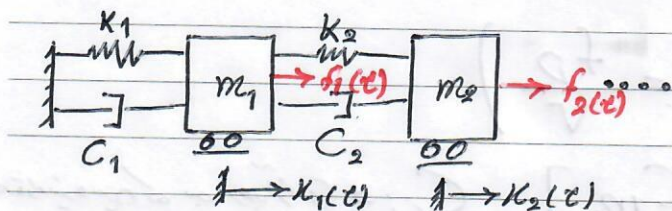
$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{M} \cdot \underline{\ddot{x}}(t) + \underline{C} \cdot \underline{\dot{x}}(t) + \underline{K} \cdot \underline{x}(t) = \underline{f}(t) \quad \left. \begin{array}{l} = \text{مانند} \\ - \text{بردار} \end{array} \right\} *$$

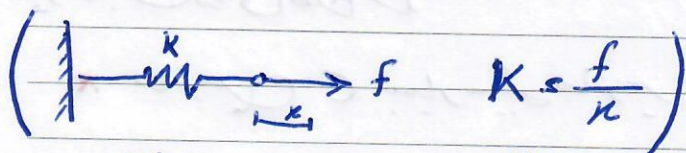
* در ماتریس M تمامی درایه ها به جز قطر اصلی صفر است
 زیرا در حالتی ساده جرم هر طبقه مجزا است

Subject:

AV | 12 | 19 |



معادلات حرکت
 $M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = f(t)$



$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

* مقدار نیرویی که در درجه نام اثر می کند تا تغییر مکان واحد درجه آزادی نام اعمال می یابد بشرط آن که دیگر درجات آزادی قفل باشند

$$\left(F_I = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} \right)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & \dots & M_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ M_{n1} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix}$$

* مقدار نیرویی است که در درجه آزادی نام وارد می شود که بتواند شتاب واحد در درجه آزادی نام ایجاد نماید بشرط آن که دیگر

درجات آزادی قفل
 باشند

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & & \\ & m_{22} & \\ & & \ddots \\ & & & m_{nn} \end{bmatrix}$$

IDEA



درجات آزادی قفل باشند

$$(f_D = C \cdot V \rightarrow C = \frac{f_D}{V})$$

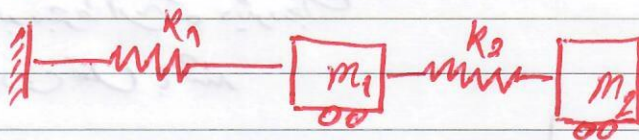
$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

مقدار نیرویی که به درجه آزادی C_{ij} نام اثر می کند که بتواند سازه را در درجه آزادی i ام اعمال نماید به شرط آن که دیگر درجات آزادی صفر باشد

* ماتریس C بسیار سبک ماتریس سمی نوشته می شود (مراجعه به معادلات درجه آزادی)

* برای نیات حل دستگاه های معادلات حاکم بر سازه چند درجه آزادی ابتدا از یک سازه به صورت زیر شروع می کنیم:

مثال: سازه بدون نیرو و بدون استهلاک دو درجه آزادی



$$1 \rightarrow x_1(t) \quad 1 \rightarrow x_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

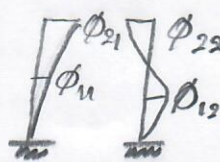
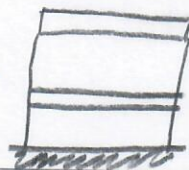
$$M \cdot \ddot{X} + K \cdot X = 0$$

مردمان ارتعاش $\Rightarrow$

Subject:

9w 12 19

25



$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{Bmatrix} \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix}$$

$$C_{فر} : K = \phi \sin \omega t$$

$$\phi = \text{بزرگترین تغییرات}$$

$$K = -\omega^2 \phi \sin \omega t$$

$$M(-\omega^2 \phi \sin \omega t) + K \phi \sin \omega t = 0$$

$$\Rightarrow (-\omega^2 M + K) \phi \sin \omega t = 0$$

$$\begin{cases} \sin \omega t = 0 \Rightarrow \text{همه جابجایی‌ها صفر است} \\ \phi = 0 \Rightarrow \text{تغییرات صفر است} \end{cases}$$

$$(K - \omega^2 M) \phi = 0$$

بجای تغییرات بجای

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (K_1 + K_2) - \omega^2 m_1 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (I)$$

* برآیند معادله I دارای جواب غیر صفر باشد آن است که:

$$\det \begin{bmatrix} (K_1 + K_2) - \omega^2 m_1 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [(K_1 + K_2) - \omega^2 m_1] [K_2 - \omega^2 m_2] - K_2^2 = 0$$

IDEA

Subject:

9W12 | 19 |

26

$$\underbrace{m_1 m_2}_{a} (\omega^2)^2 - \underbrace{[(k_1 + k_2) m_2 + k_2 m_2]}_b \omega^2 + \underbrace{k_2 \cdot k_1}_c = 0$$

$$(\omega^2)_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

* این دو مقدار می تواند 2 یا 1 باشد

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) - \omega_c^2 m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - \omega_c^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{1c} \\ \phi_{2c} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

فرض $\begin{cases} m_2 = 2m \\ m_1 = m \end{cases}$ و $k_2 = k_1 = k$: ΔL

باید در معادله جایگزینی: $2m^2 (\omega^2)^2 - 5km \omega^2 - k^2 = 0$

$$\Rightarrow \omega_2^2 = \frac{5km + \sqrt{25k^2 m^2 - 4(2m^2)(-k^2)}}{4m^2} = \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \left(\frac{k}{m} \right)$$

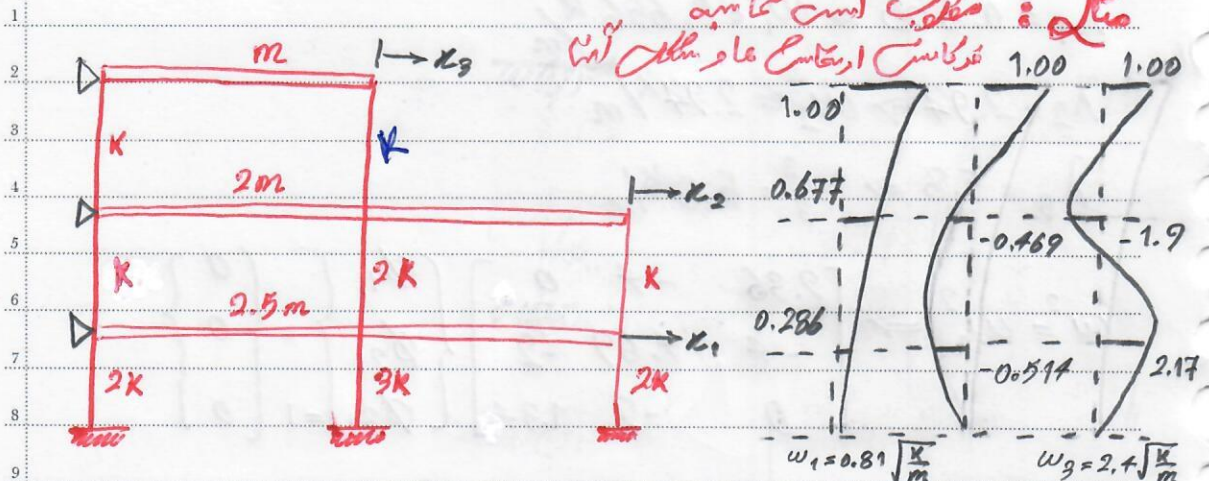
$$\Rightarrow \omega_1^2 = \frac{5km - \sqrt{25k^2 m^2 - 4(2m^2)(-k^2)}}{4m^2} = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \left(\frac{k}{m} \right)$$

$$\Rightarrow \omega_2 = 1.511 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.46 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

IDEAL

* این دو مقدار می تواند 2 یا 1 باشد



$$M \ddot{X} + K X = 0$$

$$X = \phi \cdot \sin \omega t$$

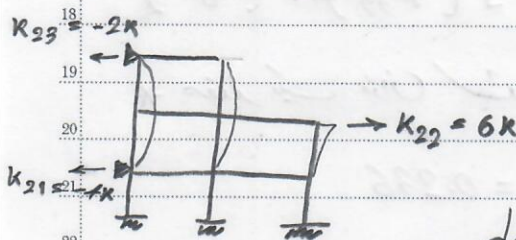
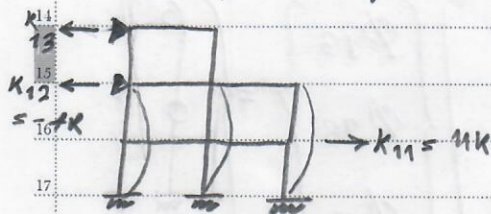
$$(K - \omega^2 M) \phi = 0$$

$$\det(K - \omega^2 M) = 0$$

$$M = \begin{bmatrix} 2.5m & 0 & 0 \\ 0 & 2m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 11K & -4K & 0 \\ -4K & 6K & -2K \\ 0 & -2K & 2K \end{bmatrix}$$

در این سازه،
درجه آزادی اول،
مقارن از نیروی جاذبه
درجه آزادی دوم



$$\det(K - \omega^2 M) = \begin{vmatrix} 11K - 2.5\omega^2 m & -4K & 0 \\ -4K & 6K - 2\omega^2 m & -2K \\ 0 & -2K & 2K - \omega^2 m \end{vmatrix}$$

$$\left(\frac{\omega^2}{K/m} = \lambda \right) \Rightarrow \begin{vmatrix} 11 - 2.5\lambda & -4 & 0 \\ -4 & 6 - 2\lambda & -2 \\ 0 & -2 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^3 - 9.4\lambda^2 + 22.8\lambda - 11.2 = 0$$

$$\lambda_1 = 0.656 \Rightarrow \omega_1^2 = 0.656 \text{ K/m}$$

$$\lambda_2 = 2.94 \Rightarrow \omega_2^2 = 2.94 \text{ K/m}$$

$$\lambda_3 = 5.8 \Rightarrow \omega_3^2 = 5.8 \text{ K/m}$$

$$\omega^2 = \omega_1^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 9.36 & -4 & 0 \\ -4 & 4.69 & -2 \\ 0 & -2 & 1.34 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\omega^2 = \omega_2^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3.625 & -4 & 0 \\ -4 & 0.122 & -2 \\ 0 & -2 & -0.939 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\omega^2 = \omega_3^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} -3.5 & -4 & 0 \\ -4 & -5.6 & -2 \\ 0 & -2 & -3.8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

* هر يك از این معادلات را به یک جواب می‌دهد

$$\begin{cases} 9.36 \phi_{11} - 4 \phi_{21} = 0 \Rightarrow \phi_{11} = 0.236 \\ -4 \phi_{11} + 4.69 \phi_{21} = 2 \Rightarrow \phi_{21} = 0.671 \end{cases}$$

$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} -0.514 \\ -0.469 \\ 1.00 \end{Bmatrix} \quad \phi_3 = \begin{Bmatrix} 2.17 \\ -1.9 \\ 1.00 \end{Bmatrix}$$

$$K_n \circ m_n \rightarrow f_n(t)$$

اثر تانگامر مودها:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = f(t)$$

دستگاه معادلات حاکم بر رفتار سیستم چند درجه آزادی.

$$\rightarrow f_i(t)$$

$$\Rightarrow M \ddot{x} + Kx = 0$$

معادله حاکم بر ارتعاش آزاد بدون اصطکاک

$$K_1 \circ m_1 \rightarrow f_1(t)$$

$$x = \phi \sin \omega t \quad \text{معادله} \quad \det(x - \omega^2 m) = 0 \Rightarrow \omega_i \neq \#$$

فرکانس ارتعاش مودها - مقادیر ویژه

$$\omega_i \Rightarrow [K - \omega_i^2 M] \{ \phi \} = 0 \Rightarrow \phi \neq \#$$

مود ارتعاش - بردارهای ویژه

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_i^T \cdot M \cdot \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \bar{m}_i & i = j \end{cases} \\ \phi_i^T \cdot K \cdot \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \bar{k}_i & i = j \end{cases} \end{array} \right.$$

معادله حرکت سیستم با استفاده از اثر تانگامر مودها:

$$M \ddot{x} + Kx = f(t)$$

Arman

$$x = \phi_i \sin \omega_i t$$

$$\Phi_j^T M_j [\Phi_j (-\omega^2 \xi_{0j} \omega t)] + \Phi_j^T K [\Phi_j \sin \omega_0 t] = \Phi_j^T f_{0j}$$

در این مرحله، معادلات را به صورت ماتریسی می‌نویسیم.

$$M \ddot{x} + K x = F(t)$$

$$+ \begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{m1} & \dots & K_{mn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{M}_1 & 0 \\ 0 & \bar{M}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_1 & 0 \\ 0 & \bar{K}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \Phi_j^T \begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix}$$

معادلات را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \bar{M}_1 \ddot{x}_1 + \bar{K}_1 x_1 = F_1(t) \\ \bar{M}_2 \ddot{x}_2 + \bar{K}_2 x_2 = F_2(t) \\ \vdots \end{cases}$$

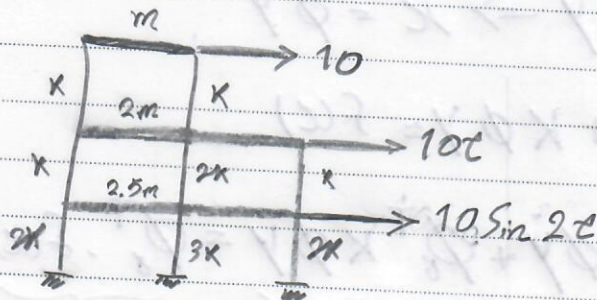
این معادلات را می‌توان به صورت زیر نوشت:

یا

در صورتی که از این روش استفاده شود

$$\Phi^T \cdot M \cdot \Phi = 0$$

$$= \begin{bmatrix} 0.286 & 0.671 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.514 \\ -0.469 \\ 1.0 \end{bmatrix} = 0$$



$$\Phi = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_n\}] = \begin{bmatrix} 0.286 & -0.514 & 2.17 \\ 0.671 & -0.469 & -1.9 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T \cdot M \cdot \Phi = \begin{bmatrix} M_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & M_n \end{bmatrix} \quad \Phi^T \cdot K \cdot \Phi = \begin{bmatrix} K_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & K_n \end{bmatrix}$$

$$\text{جواب: } \bar{M}_1 \ddot{Y}_1 + \bar{K}_1 Y_1 = \begin{bmatrix} 0.286 & 0.671 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 10 \sin 2c \\ 10c \\ 10 \end{Bmatrix}$$

$$= 2.86 \sin 2c + 6.71c + 10$$

$$\text{پس: } \bar{M}_2 \ddot{Y}_2 + \bar{K}_2 Y_2 = \begin{bmatrix} -0.514 & -0.469 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 10 \sin 2c \\ 10c \\ 10 \end{Bmatrix}$$

$$= -5.14 \sin 2c - 4.69c + 10$$

$$f(t) = \bar{M}_3 \ddot{Y}_3 + \bar{K}_3 Y_3 = \begin{bmatrix} 2.17 & -1.9 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 10 \sin 2t \\ 10t \\ 10 \end{Bmatrix}$$

$$= 21.7 \sin 2t - 19t + 10$$

$$K = \phi Y \Rightarrow \dot{K} = \phi \dot{Y} \Rightarrow \ddot{K} = \phi \ddot{Y}$$

$$M \phi \ddot{Y} + C \phi \dot{Y} + K \phi Y = f(t)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\phi_c^T M \phi_c}_{M_c} \ddot{Y}_c + \underbrace{\phi_c^T C \phi_c}_{C_c} \dot{Y}_c + \underbrace{\phi_c^T K \phi_c}_{K_c} Y_c = \underbrace{\phi_c^T}_{P_c} f(t)$$

$$\Rightarrow \text{مختصات} : \bar{M}_c \ddot{Y}_c + \bar{C}_c \dot{Y}_c + \bar{K}_c Y_c = \bar{P}_c$$

$$C_c \Rightarrow C = \alpha M + \beta K$$

این روش را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$C_c = \phi_c^T (\alpha M + \beta K) \phi_c$$

$$\phi_i^T \cdot M \cdot \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \bar{m}_i & i = j \end{cases}$$

$$\phi_i^T \cdot M \cdot \phi_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ k_i & i = j \end{cases}$$

اینجا

اثبات: $\det [K - \omega^2 M] = 0 \Rightarrow \omega_i = \#$

① $\omega = \omega_i \Rightarrow [K - \omega_i^2 M] \phi_i = 0$

② $\omega = \omega_j \Rightarrow [K - \omega_j^2 M] \phi_j = 0$

①: $\phi_j^T \cdot K \cdot \phi_i - \omega_i^2 \phi_i^T \cdot M \phi_i = 0 \Rightarrow$ صفر حقیقی

②: $\phi_i^T \cdot K \phi_j - \omega_j^2 \phi_i^T \cdot M \phi_j = 0 \Rightarrow$ صفر حقیقی

① - ② $\Rightarrow (\omega_j^2 - \omega_i^2) \phi_i^T M \phi_j = 0 \Rightarrow \phi_i^T \cdot M \cdot \phi_j = 0$

تکرار این دو مقدار

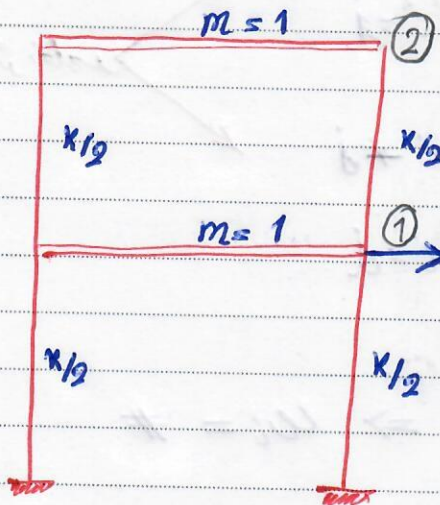
بدین است این عبارت صفر است

برای این که این دو مقدار در مورد K و M با هم برابر باشند، در ابتدا این دو مقدار K^{-1} را در این عبارت ضرب نمود و در این عبارت بدست آمده را M ضرب کرد

حل تمرین سری در مسائل مکانیک:

الف) $T_1 = 0.5$ ؛ $T_2 = 8$

در صورت های ارضائی



$$F(t) = 10 \sin(4\pi t)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 2K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}$$

$$T_1 = 0.5 \text{ sec} \Rightarrow \omega_1 = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ Sec}$$

راه حل عادی برای این مسئله: $\det [K - (4\pi)^2 M] = 0 \Rightarrow K^2 - 48\pi^2 K + 256\pi^4 = 0$

برای بدین است که $K^{(1)} = -8(\sqrt{5}-3)\pi^2$ و $K^{(2)} = 8(\sqrt{5}+3)\pi^2$ هر دو مقدار قابل قبولی دارند. معادلات نتیجه گرفته شده جواب برای T_1 و مربوط به دستگاه

بسیار ساده

$$K^{(1)} = -8(\sqrt{5}-3)\pi^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} -16(\sqrt{5}-3)\pi^2 & 8(\sqrt{5}-3)\pi^2 \\ 8(\sqrt{5}-3)\pi^2 & -8(\sqrt{5}-3)\pi^2 \end{bmatrix}$$

$$\det [K - \omega^2 M] = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 16\lambda\pi^2\sqrt{5} - 48\lambda\pi^2 - 38\pi^2\sqrt{5} + 896 = 0$$

این معادله جواب منفی $\lambda = -8(\sqrt{5}-3)\pi^2$ دارد از این دو جواب منفی

جواب منفی دوم را نیز دارد ((دوم مورد ارضائی))

Arman

Subject:

Year: 98 Month: 1 Day: 20

page: (35)

سبب عدم پرداخت حق بیمه

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27

Arman

راه حل اصلی
برای این معادله: $[K - \omega_i^2 M] \phi_i = 0$

$$\Rightarrow \phi_i^T [K - \omega_i^2 M] \phi_i = \phi_i^T \times 0$$

$$\Rightarrow \phi_i^T K \phi_i - \phi_i^T (\omega_i^2 M) \phi_i = 0$$

$$\Rightarrow \omega_i^2 = \frac{\phi_i^T K \phi_i}{\phi_i^T M \phi_i} = \frac{K_i}{M_i} \quad K = 8(\sqrt{5} + 3) \text{ م}^2 = 413.4$$

$$\text{فرض: } \phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 826.85 & -413.4 \\ -413.4 & 413.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = \frac{826.847}{5} = 165.36 \Rightarrow \omega_1 = 12.85$$

* نسبت فرض صفت برای ϕ_1 را می توان فوراً در نظر بگیریم؛ می توانیم برای راحتی کار آن را معادله با K در نظر نگیریم تا در محاسبات سریع تر فرض کنیم

* اگر بخواهیم که T_2 را هم بدست آوریم، فرض اولی ϕ_2 باید متعامد با ϕ_1 باشد

برای مثال $\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$ این موردی است متعامد با ϕ_1

$$\text{فرض: } \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 826.85 & -413.4 \\ -413.4 & 413.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}$$

$$\Rightarrow \omega_2^2 = \frac{2067}{2} = 1033.5 \Rightarrow \omega_2 = 32.15$$

Subject:

Year: 98 Month: 1 Day: 20

page: 37

سج حال باید یکبار دیگر با استفاده از رابطه زیر ϕ_1 و ϕ_2 را بدست آورد

$$[K - \omega^2 M] \phi = 0$$

و در نتیجه آن ϕ_1 و ϕ_2 بدست آورد

Arman