



در معماری سنتی، اسلامی کشور ما انواع نقش‌های هندسی و ترکیب چند ضلعی‌های مختلف در مثبت کاری، شیشه کاری، آینه کاری، کاشی کاری و سایر صنایع دستی و نقوش معماری دیده می‌شود. در کاشی کاری‌ها انواع چند ضلعی‌ها را می‌توان دید و هم نهشتی آنها را با تبدیل‌های هندسی (انتقال، تقارن، دوران) بررسی کرد.

فعالیت

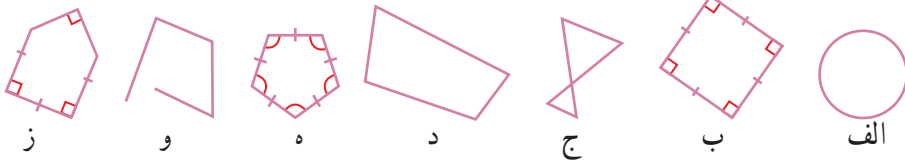


۱- در هندسه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط آنکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل «و» چندضلعی نیست. چرا؟

شکل «الف» هم چندضلعی نیست. چرا؟



۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن

چندضلعی منظم است.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منظم‌اند؟

۳- یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید. سپس، درباره تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها

و... توضیح دهید تا دوستان شما را که انتخاب کرده‌اید، پیدا کند.

سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکلی را که او انتخاب کرده است، پیدا کنید.

کار در کلاس

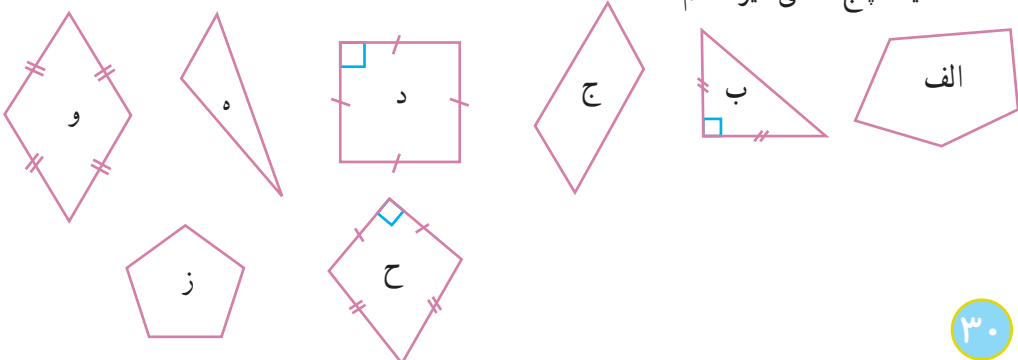


۱- هر یک از عبارت‌های زیر مربوط به کدام چندضلعی است؟

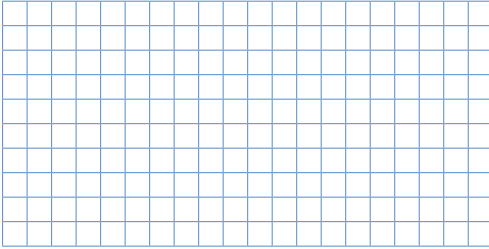
● یک لوزی با زاویه قائمه

● یک مثلث با زاویه باز

● یک پنج ضلعی غیر منظم



۲- چندضلعی‌های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.



الف) یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی

ج) یک دوزنقه قائم الزاویه

د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه

۳- به شکل‌های زیر نگاه کنید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها را بنویسید.



۴- به چند ضلعی‌ای که زاویه‌های آن کوچک‌تر از  $180^\circ$  درجه باشد، چند ضلعی **محدّب** (کوژ) و به

چندضلعی‌ای که دست کم یک زاویه آن بزرگ‌تر از  $180^\circ$

درجه باشد، چندضلعی **مقعر** (کارو) گفته می‌شود.

| شکل | منتظم | غیرمنتظم | محدّب | مقعر |
|-----|-------|----------|-------|------|
| الف |       |          |       |      |
| ب   |       |          |       |      |
| ج   |       |          |       |      |

## فعالیت

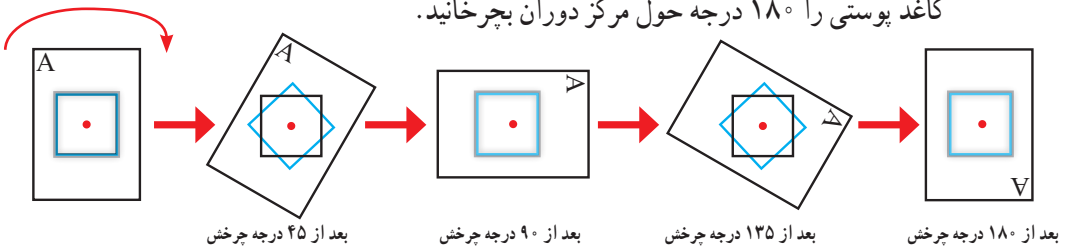


۱- یک ورق کاغذ پوستی روی مربع روبه‌رو قرار دهید

و تصویر مربع را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل‌های زیر،

کاغذ پوستی را  $180^\circ$  درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



آیا تصویر روی شکل منطبق می‌شود؟

اگر نتیجه دوران  $18^\circ$  درجه‌ای یک شکل حول یک نقطه روی آن منطبق شود، می‌گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.



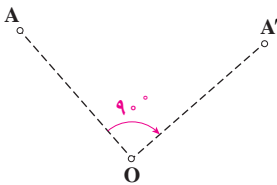
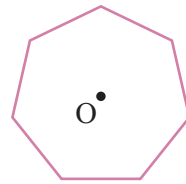
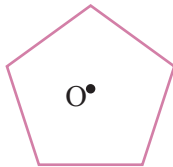
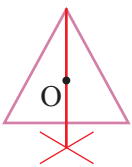
۲- شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. نشان دهید که نقطه مشخص شده مرکز تقارن شکل نیست.

۳- در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



به نظر شما نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟  
ده ضلعی منتظم چگونه؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه آن نسبت به نقطه O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵- شکل مقابل چگونگی پیدا کردن دوران یافته

نقطه A حول مرکز O به اندازه  $90^\circ$  در جهت عقربه‌های ساعت را نشان می‌دهد.

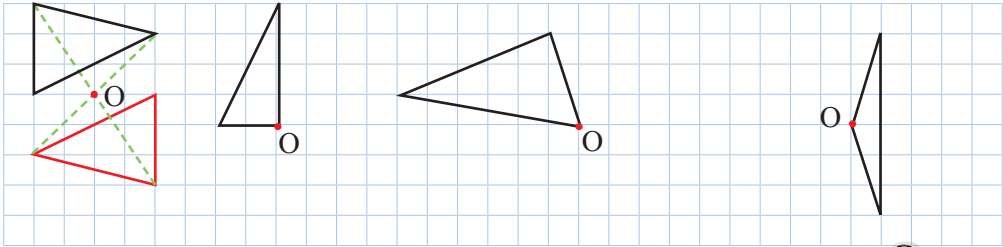
کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با دوران  $90^\circ$  حول نقطه مشخص شده، در جهت عقربه‌های

ساعت روی خودش می‌افتد؟

## کار در کلاس



مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن باشد.



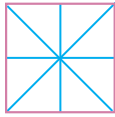
## تمرین



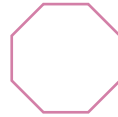
۱- الف) تعداد خط‌های تقارن هر یک از چند ضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید.



۳ خط تقارن

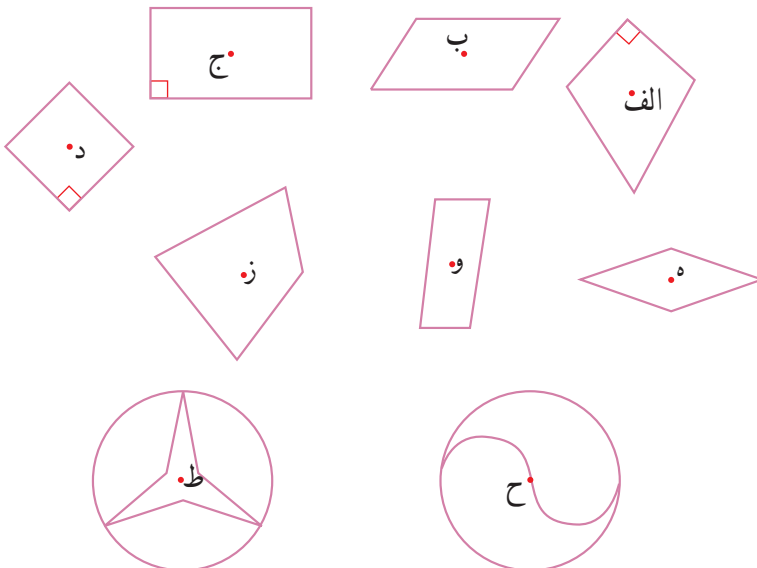


۴ خط تقارن



ب) به نظر شما نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چگونه؟

۲- در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده مرکز تقارن شکل هست یا نه.





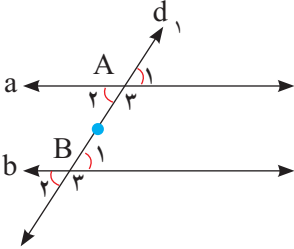
خط‌های  $a$  و  $b$  با هم موازی‌اند، اگر خطی مثل  $d_1$ ، آنها را با زاویه‌های مساوی قطع کرده

باشد.

به خط  $d_1$ ، خط مورب می‌گویند.

موازی بودن خط‌های  $a$  و  $b$  را به صورت  $a \parallel b$  نمایش می‌دهند.

هر خطی که دو خط موازی را قطع کند، با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.



۱- اگر  $\hat{A}_1 = 60^\circ$  باشد، زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید و راه حل خود را توضیح دهید.

$\hat{A}_3 =$  \_\_\_\_\_ چون مکمل زاویه  $A_1$  است.

$\hat{B}_1 =$  \_\_\_\_\_

$\hat{B}_2 =$  \_\_\_\_\_ چون با زاویه  $B_1$  متقابل به رأس است.

$\hat{B}_3 =$  \_\_\_\_\_

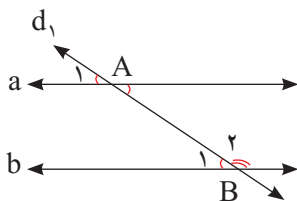
۲- خط  $d_1$  را بر  $a$  عمود کنید و ادامه دهید تا خط  $b$  را قطع کند. چرا  $d_1$  بر  $b$  هم عمود است؟

۳- خط  $d_1$  با خط  $b$  زاویه  $70^\circ$  ساخته است. خط  $d_1$  با خط  $a$  چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۴- دو خط  $a$  و  $b$  با هم موازی‌اند و خط  $d$  مورب است. پس زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  با هم مساوی‌اند. این مطلب

را به صورت زیر نشان می‌دهیم.

$$(a \parallel b \text{ و } d) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$



چرا  $\hat{B}_1$  و  $\hat{B}_2$  مکمل‌اند؟

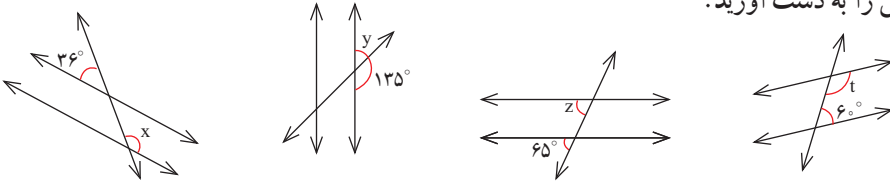
چرا  $A_1$  و  $B_2$  مکمل اند؟

اگر خط  $a$  را روی صفحه انتقال دهیم تا روی خط  $b$  قرار گیرد و نقطه  $A$  روی  $B$  بیفتد، زاویه  $A_1$  روی کدام زاویه قرار می‌گیرد؟ چگونه از این طریق می‌توان توجیه کرد که زاویه  $A_1$  و زاویه  $B_2$  مکمل یکدیگرند؟ توضیح دهید.

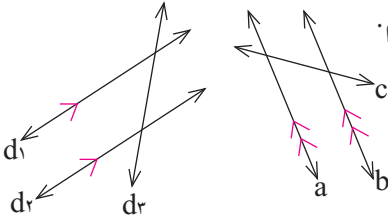
## کار در کلاس



۱- در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه‌های مجهول را به دست آورید.



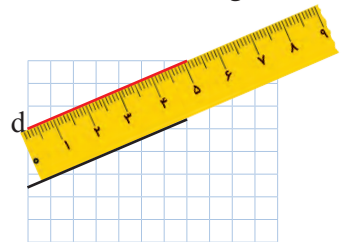
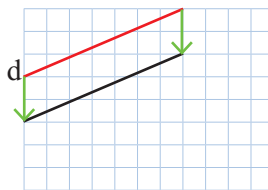
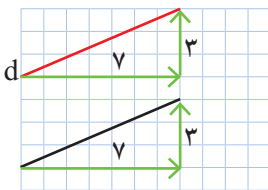
۲- موازی بودن دو خط را مانند شکل، با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم. عبارت «خط  $d_1$  موازی خط  $d_2$  نیست» را به صورت  $d_1 \not\parallel d_2$  می‌نویسیم. عبارتهای  $a \parallel c$  و  $a \parallel b$  را بخوانید. (ب) زاویه‌های مساوی را در شکل‌ها با علامت گذاری مشخص کنید.



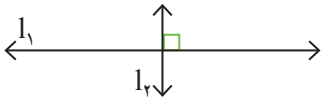
## فعالیت



۱- می‌خواهیم در صفحه شطرنجی خطی موازی خط  $d$  رسم کنیم. راه حل سه دانش‌آموز را مشاهده کنید و توضیح دهید هر کدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.



۲- عمود بودن دو خط را با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم و عبارت «خط  $l_1$  بر خط  $l_2$  عمود است» را به صورت  $l_1 \perp l_2$  می‌نویسیم.



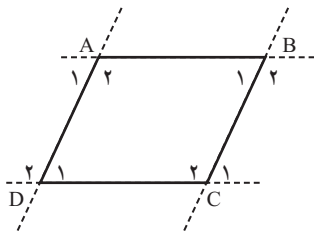
الف

$a \perp b$   
 $a \perp c$  }  $\Rightarrow b \parallel c$

دو خط عمود بر یک خط

مانند نمونه، برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

|   |   |
|---|---|
| <p>ج</p> <p><math>d \parallel e</math><br/> <math>d \parallel f</math> } <math>\Rightarrow</math> _____</p> <p>دو خط موازی با یک خط</p> | <p>ب</p> <p><math>g \parallel h</math><br/> <math>k \perp h</math> } <math>\Rightarrow</math> _____</p> <p>اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود</p> |
|---|---|



۳- در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو باهم موازی‌اند. چهارضلعی ABCD یک متوازی الاضلاع است. الف) ضلع‌های موازی را با علامت گذاری مشخص کنید. ب) در رابطه‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید.

$(AD \text{ مورب و } AB \parallel DC) \Rightarrow$

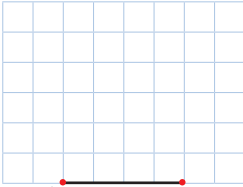
$(AB \parallel DC \text{ و } BC \text{ مورب}) \Rightarrow$

$(AD \parallel BC \text{ و } DC \text{ مورب}) \Rightarrow$

$(AD \parallel BC \text{ و } AB \text{ مورب}) \Rightarrow$



## کار در کلاس

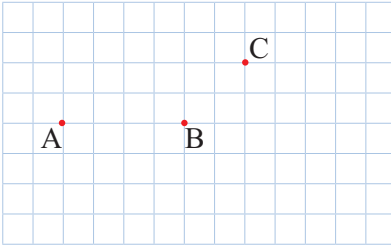


A B

۱- الف) یک مثلث متساوی الساقین بکشید؛ طوری که پایه خط AB  
قاعده آن باشد. پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.  
ب) خط تقارن مثلث را رسم کنید.

ج) آیا دو زاویه مجاور قاعده با هم برابرند؟

د) آیا خط تقارن، عمود منصف قاعده و نیمساز زاویه مقابل آن است؟

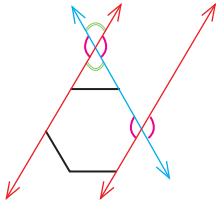


A B C

۲- متوازی الاضلاعی رسم کنید که نقاط A، B و C  
سه تا از رأس‌های آن باشند.

پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.  
برای این سؤال چند پاسخ مختلف می‌توانید پیدا کنید؟

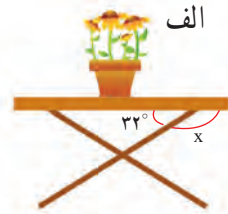
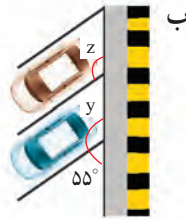
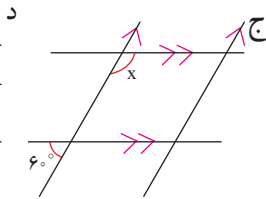
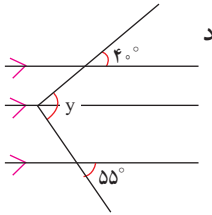
## تمرین



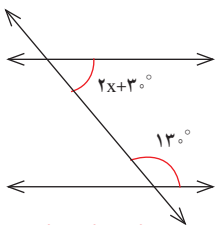
۱- در شش ضلعی منتظم، ضلع‌های روبه‌رو دو به دو با هم موازی‌اند.

مانند نمونه، ضلع‌های موازی دیگر را امتداد دهید و زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.

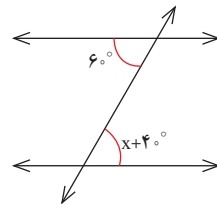
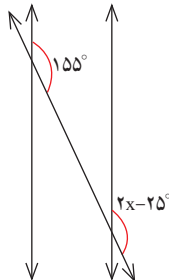
۲- در هر قسمت، اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.

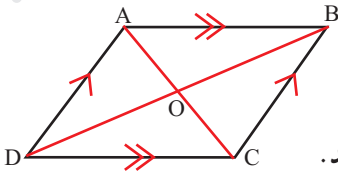


۳- مانند نمونه، با تشکیل معادله، مقدار x را پیدا کنید.



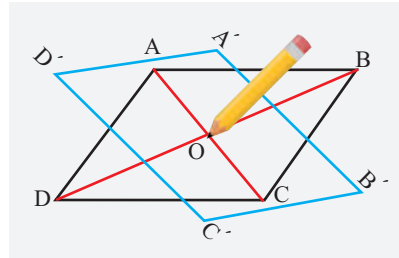
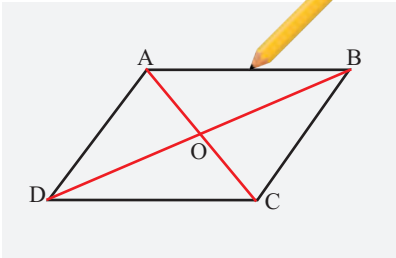
$$2x+30^\circ+130^\circ=180^\circ$$





چهارضلعی‌ای که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو موازی اند، متوازی‌الاضلاع نام دارد.

- ۱- متوازی‌الاضلاع را رسم و مانند شکل نام‌گذاری کنید.  
 یک ورق کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.  
 نوک مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطر‌ها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و مانند شکل‌های زیر تصویر را  $180^\circ$  درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.



۲- با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\hat{A} = \hat{\quad} \quad \hat{B} = \hat{\quad} \quad \overline{AB} = \overline{\quad} \quad \overline{BC} = \overline{\quad}$$

هر یک از عبارت‌های زیر، یکی از خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع را بیان می‌کند. با توجه به تساوی‌های بالا، این دو عبارت را کامل کنید.

در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های رو به رو \_\_\_\_\_

در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های رو به رو \_\_\_\_\_

۳- پاره خط OA بر کدام پاره خط منطبق شده است؟

پاره خط OB چگونه؟

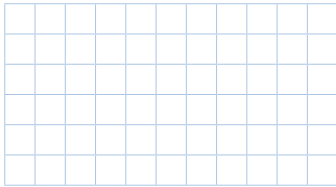
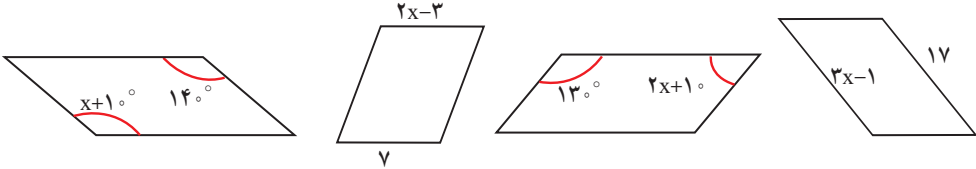
با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.

در هر متوازی‌الاضلاع، \_\_\_\_\_

## کار در کلاس



۱- شکل‌های زیر متوازی الاضلاع‌اند. با تشکیل معادله، مقدار  $x$  را به دست آورید.

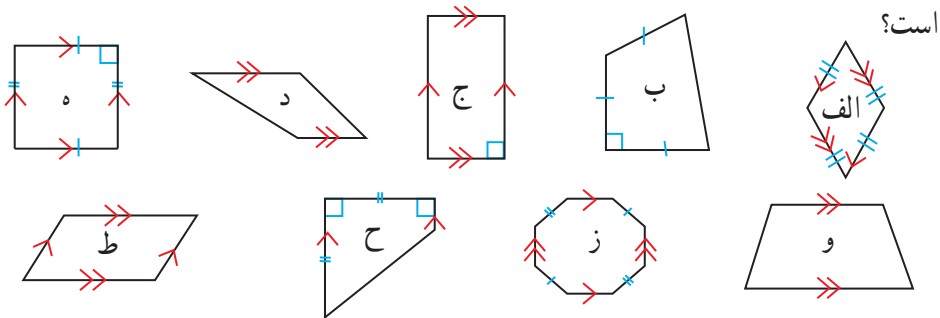


۲- در صفحه شطرنجی متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌هایش قائمه ( $90^\circ$  درجه) باشد. چرا زاویه‌های دیگر آن هم حتماً قائمه‌اند؟ توضیح دهید.

## فعالیت



۱- با توجه به تعریف متوازی الاضلاع، کدام یک از شکل‌های زیر متوازی الاضلاع



۲- در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده‌اند. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی‌های فعالیت قبل، مثال‌هایی برای هر یک پیدا کنید.

**مستطیل** متوازی الاضلاعی است که زاویه‌های قائمه دارد.

**مربع** متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد.

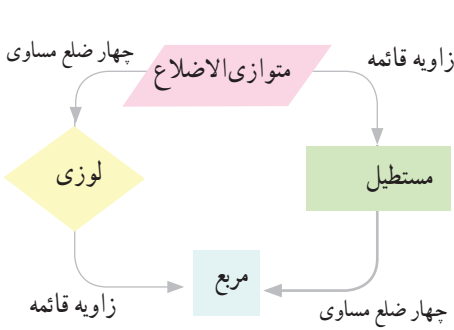
**لوزی** متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند.

۳- می‌دانیم که «در هر متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.»

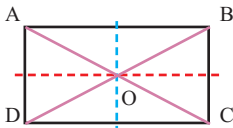
آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند»؟ چرا؟



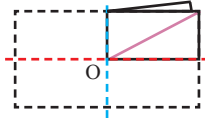
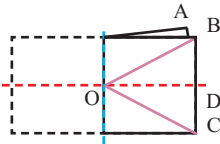
۱- با توجه به نمودار رو به‌رو، در جدول زیر جاهای خالی را پر کنید.



| متوازی<br>الاضلاع | لوزی | مستطیل | مربع |  |
|-------------------|------|--------|------|--|
|                   |      |        |      |  |
|                   |      |        |      |  |
|                   |      |        |      |  |
|                   | -    | -      | -    |  |



۲- روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام‌گذاری کنید. سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.



مانند نمونه، توضیح دهید که شکل به‌دست آمده چگونه هر یک از خاصیت‌های مستطیل را نشان

می‌دهد.

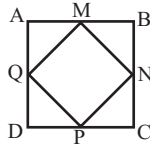
● در مستطیل قطر‌ها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون OA روی OC و OB روی OD قرار گرفته

است.

الف) در مستطیل همه زاویه‌ها با هم برابرند؛ چون

ب) در مستطیل ضلع‌های روبه‌رو مساوی‌اند، چون

ج) در مستطیل قطر‌ها با هم برابرند؛ چون



۳- در یک طرح کاشی کاری، مربع  $ABCD$  دیده می شود. چهارضلعی  $MNPQ$  هم با وصل شدن وسط ضلع های این مربع تشکیل شده است.

دو دانش آموز توضیح داده اند که  $MNPQ$  چه نوع چهارضلعی ای است. نظر این دو دانش آموز در اینجا آمده است.

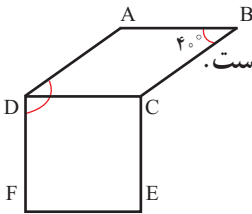
**هادی**

$ABCD$  مربع است. این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند، تا می کنیم. همه زاویه های چهارضلعی  $MNPQ$  روی هم می افتند. پس با هم برابرند. چون مجموع آنها  $360^\circ$  است، پس هر کدام  $90^\circ$  می شوند. در نتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

**مبین**

$ABCD$  مربع است. این مربع را روی دو خط تقارنی، که موازی ضلع های آن هستند، تا می کنیم. همه ضلع های چهارضلعی  $MNPQ$  روی هم می افتند. پس، این چهارضلعی لوزی است.

دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشته می توانیم نتیجه بگیریم که  $MNPQ$  مربع است.



### تمرین



۱- چهارضلعی  $ABCD$  لوزی و چهارضلعی  $DCEF$  مربع است.

الف) چرا  $\overline{AD} = \overline{CE}$  ؟ ب) چرا  $AB \parallel EF$  ؟

ج) زاویه  $ADF$  چند درجه است؟

۲- روی کاغذ، لوزی دلخواهی رسم کنید و دور آن را ببرید.

این لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به دست آمده چه نتایجی در مورد قطرهای لوزی به دست می آید.

۳- وسط ضلع های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

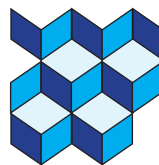
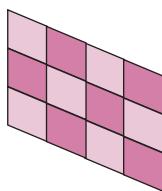
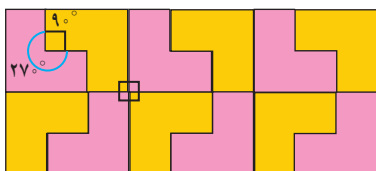
۴- درستی یا نادرستی هریک از جمله های زیر را بررسی کنید.

الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی اند. ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی اند.

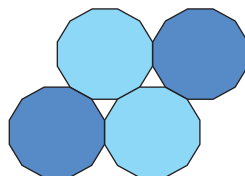
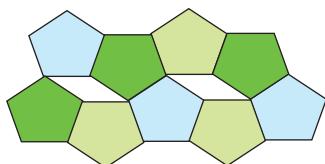
ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند.



۱- در کاشی کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و جای خالی هم بین آنها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی کاری را مشاهده می‌کنید که هر کدام تنها با یک نوع کاشی انجام شده است.

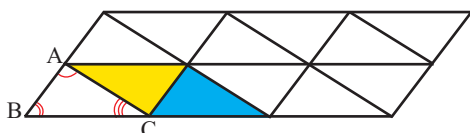


حالا به شکل‌های زیر توجه کنید. در هر مورد توضیح دهید، چرا کاشی کاری با یک نوع کاشی



انجام نمی‌شود؟

۲- سطح زیر با مثلث‌هایی هم‌نهشت با مثلث ABC کاشی کاری شده است.



مثلث آبی یافته مثلث ABC است،

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.

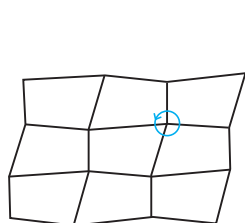
زاویه‌های متناظر با هریک از زاویه‌های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید.

در کاشی کاری بالا، قسمتی را که نشان می‌دهد  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  پیدا کنید.

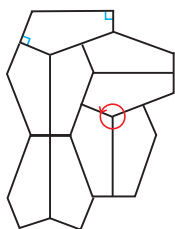
کار در کلاس



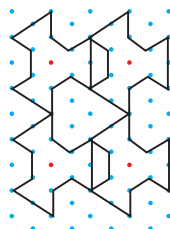
در کدام شکل کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟



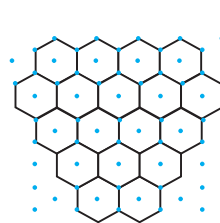
الف



ب



ج



د

## فعالیت



زاویه‌هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، **زاویه‌های داخلی** آن چندضلعی نامیده می‌شوند. مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث  $180^\circ$  درجه است.

| تعداد ضلع‌ها          | ۳                                | ۴                                | ۵                                | ۶                                |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| شکل                   |                                  |                                  |                                  |                                  |
| تعداد مثلث‌ها         | ۱                                | ۲                                | —                                | —                                |
| مجموع زاویه‌های داخلی | $1 \times 180^\circ = 180^\circ$ | $2 \times 180^\circ = 360^\circ$ | $\dots \times 180^\circ = \dots$ | $\dots \times 180^\circ = \dots$ |

جدول بالا نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی با مجموع زاویه‌های داخلی دو تا مثلث برابر است؛ پس **مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی  $360^\circ$  می‌شود.**

الف) با کامل کردن جدول، مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های دیگر را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت ضلعی چند درجه است؟

یک هشت ضلعی چگونه؟ چرا؟

ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان‌دهنده مجموع زاویه‌های داخلی یک  $n$  ضلعی باشد.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی یک } n \text{ ضلعی} = (\text{---} - \text{---}) \times 180^\circ$$

اکنون با کامل کردن جدول زیر اندازه هر یک از زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم را پیدا کنید.

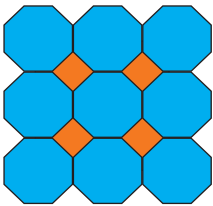
| تعداد ضلع‌ها | مجموع زاویه‌های داخلی | اندازه هر زاویه                   |
|--------------|-----------------------|-----------------------------------|
| ۳            | $180^\circ$           | $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$  |
| ۴            | $360^\circ$           |                                   |
| ۵            |                       |                                   |
| ۶            |                       | $\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$ |

یک عبارت جبری بنویسید که نشان‌دهنده اندازه هر یک از زاویه‌های داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم باشد.



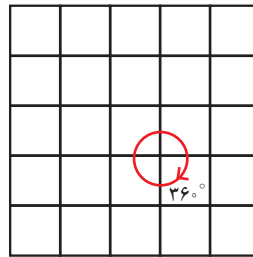
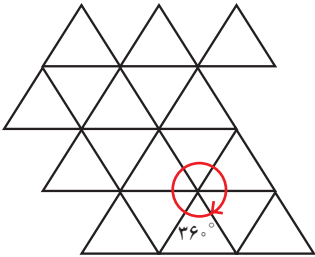
۱- مجموع زاویه‌های هریک از چندضلعی‌های زیر را محاسبه کنید.  
 الف) هفت ضلعی منتظم  
 ب) دوازده ضلعی منتظم

۲- به کمک جواب قسمت (ب) سؤال قبل، اندازه هر یک از زاویه‌های دوازده ضلعی منتظم را حساب کنید.

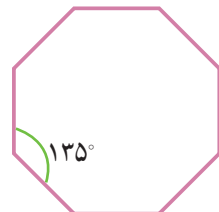
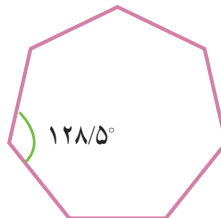
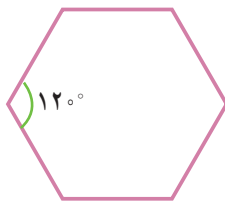
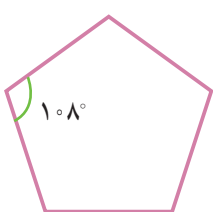


۳- سطح روبه‌رو با دو نوع کاشی منتظم کاشی کاری شده است.  
 اندازه زاویه‌های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

۴- کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم داریم و می‌خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آنها کاشی کاری کنیم. شکل‌های زیر نشان می‌دهند که با سه ضلعی و چهارضلعی منتظم (یعنی مثلث متساوی الاضلاع و مربع) می‌توان کاشی کاری کرد.



یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد.



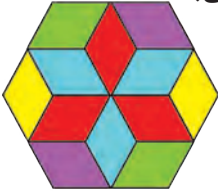


## تمرین



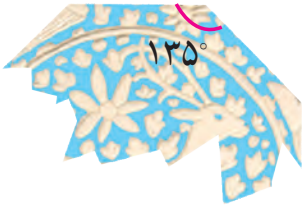
۱- اندازه هر یک از زاویه‌های یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید.

۲- در کاشی کاری روبه‌رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است.



الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی ای است؟

ب) اندازه هر یک از زاویه‌های آن چقدر است؟



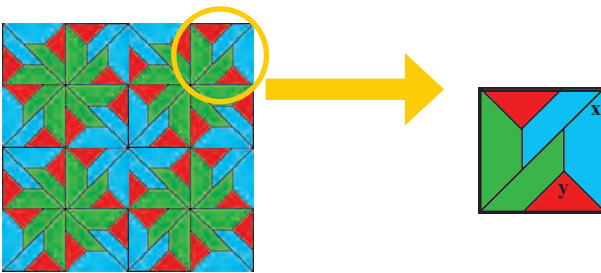
۳- شکل روبه‌رو قسمتی از یک بشقاب قدیمی است.

حدس می‌زنید این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟

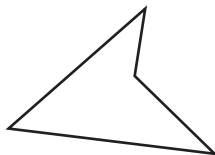
۴- به کاشی کاری زیر توجه کنید. این کاشی با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است.

شکل سمت راست قسمتی از این طرح را به صورت بزرگ تر نمایش داده است.

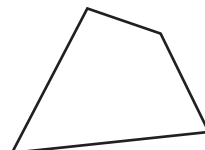
مشخص شده را به دست آورید.



۵- مجموع زاویه‌های داخلی هر شکل را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.



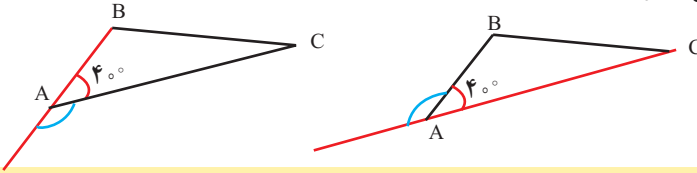
(ب)



(الف)



در شکل سمت چپ، زاویه خارجی رأس A از مثلث ABC از امتداد یافتن ضلع AB تشکیل شده است. در شکل سمت راست، زاویه خارجی رأس A از امتداد یافتن ضلع AC تشکیل شده است. چرا این دو زاویه مساوی‌اند؟

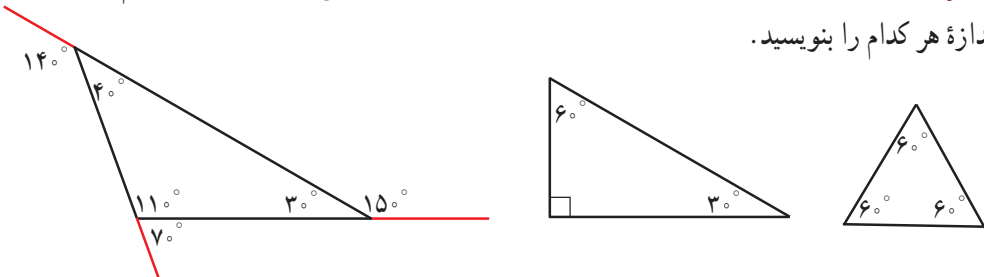


زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد دیگر تشکیل می‌شود، زاویه خارجی آن رأس نامیده می‌شود.

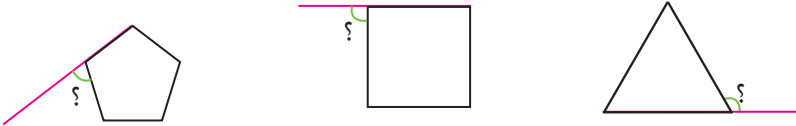
کارد در کلاس



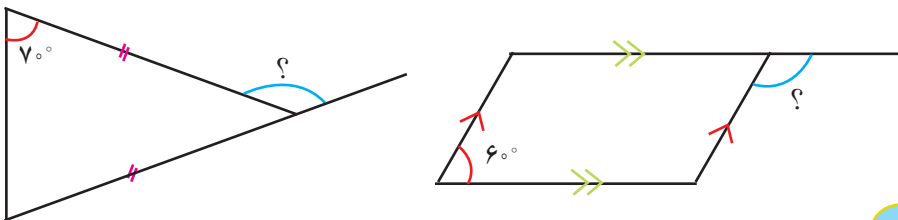
۱- الف) مانند نمونه، در هر یک از مثلث‌های زیر زاویه خارجی هر سه رأس را رسم کنید و اندازه هر کدام را بنویسید.



ب) مجموع زاویه‌های خارجی هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید. چه رابطه‌ای میان آنها دیده می‌شود؟  
 ۲- چندضلعی‌های زیر منتظم‌اند. اندازه زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.

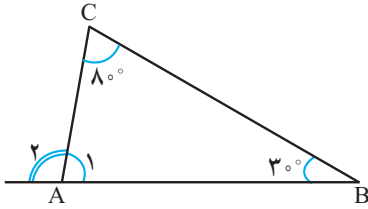


۳- با توجه به شکل، اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



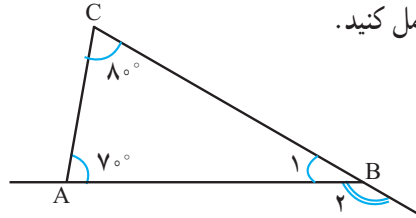


هدی برای یافتن زاویه خارجی یکی از رأس‌های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد. راه حل او را کامل کنید.



$$\hat{A}_1 = 180^\circ - (3^\circ + 8^\circ) = 180^\circ - 11^\circ = 169^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 169^\circ = 11^\circ$$

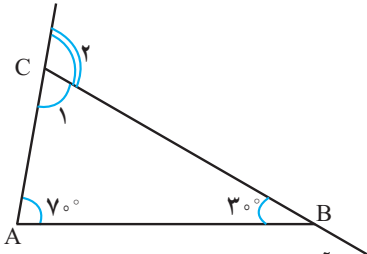


$$\hat{B}_1 = 180^\circ - (\text{---} + \text{---}) = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

$$\hat{B}_2 = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

او رابطه جالبی را مشاهده کرد. آیا می‌توانید حدس بزنید چه رابطه‌ای؟

هدی با خودش فکر کرد: «آیا هر زاویه خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی دیگر آن مثلث است؟» با یک مثال دیگر حدس خود را بررسی کرد.

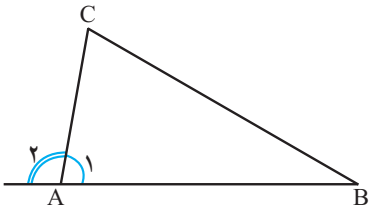


$$\hat{C}_1 = 180^\circ - (\text{---} + \text{---}) = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

$$\hat{C}_2 = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

این آزمایش نیز حدس او را تأیید کرد. آیا حدس زدن و آزمایش کردن کافی است؟ چرا؟

یکی از دوستان هدی راه حل او را به صورت کلی و بدون در نظر گرفتن مثال نوشت تا به این ترتیب درستی حدس او را اثبات کند.



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

بنابراین در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.

## کار در کلاس



۱- مثالی بیاورید که نشان دهد جمله زیر نادرست است.

«هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است.»

۲- اندازه دو زاویه یک مثلث را می‌دانیم، پس می‌توانیم اندازه زاویه سوم آن را پیدا کنیم.  
(چگونه؟)

برای اینکه بتوانیم اندازه همه زاویه‌های هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنیم، دست کم چندتا از آنها باید معلوم باشند؟ الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی

### فعالیت



سطر اول جدول زیر نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر  $360^\circ$  است.

| تعداد ضلع‌ها | شکل | مجموع زاویه‌های داخلی | مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی | مجموع زاویه‌های خارجی             |
|--------------|-----|-----------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| ۳            |     | $1 \times 180^\circ$  | $3 \times 180^\circ$          | $\_ \times 180^\circ = 360^\circ$ |
| ۴            |     | $2 \times 180^\circ$  | $\_ \times 180^\circ$         | $2 \times 180^\circ = \_$         |
| ۵            |     | $\_ \times 180^\circ$ | $\_ \times 180^\circ$         | $\_ \times 180^\circ = \_$        |
| ۶            |     | $\_ \times 180^\circ$ | $\_ \times 180^\circ$         | $\_ \times 180^\circ = \_$        |

الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هفت ضلعی چند درجه است؟  
یک هشت ضلعی چگونه؟

ج) نوشته زیر چه مطلبی را نشان می‌دهد؟ توضیح دهید.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی } n \text{ ضلعی} = n \times 180^\circ = 180^\circ n$$

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی } n \text{ ضلعی} = (n-2) \times 180^\circ = n \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$\text{مجموع زاویه‌های خارجی } n \text{ ضلعی} = 180^\circ n - (180^\circ n - 360^\circ) = 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 360^\circ$$

## کار در کلاس



۱- مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی‌های زیر را حساب کنید.

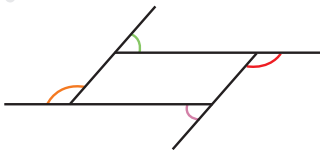
الف) هشت ضلعی      ب) ده ضلعی منتظم

۲- به کمک پاسخ قسمت (ب) سؤال قبل،

الف) اندازه هر زاویه خارجی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.

ب) اندازه هر زاویه داخلی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.

## تمرین

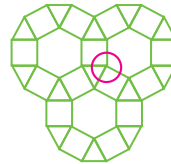
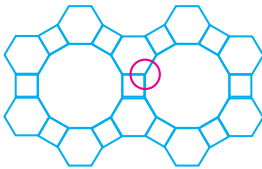


۱- زاویه‌های خارجی یک متوازی الاضلاع در شکل نشان داده شده‌اند.

زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.

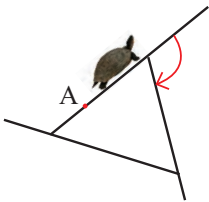
۲- هر یک از طرح‌های زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده است. با محاسبه

زاویه‌های داخلی هر کاشی منتظم، نشان دهید زاویه مشخص شده در هر شکل  $360^\circ$  درجه است.



۳- لاک پشتی روی لبه باغچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبه بعدی

قرار می‌گیرد.



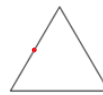
الف) این لاک پشت در هر گوشه به اندازه زاویه داخلی می‌چرخد یا زاویه خارجی؟

ب) او حرکتش را از نقطه A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟

ج) این لاک پشت برای پیمودن محیط هر یک از باغچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه مشخص شده چند

درجه می‌چرخد؟



د) در پاسخ قسمت قبل چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ توضیح دهید.

## ●●●●● مرور فصل ۳ ●●●●●

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- چندضلعی محدّب
- چندضلعی مقعر
- مرکز تقارن
- چندضلعی منتظم
- زاویه داخلی
- زاویه خارجی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- بررسی مرکز تقارن یک شکل
- پیدا کردن زاویه‌های مساوی در خط‌های موازی و مورب
- تعریف متوازی الاضلاع
- تعریف مستطیل
- تعریف لوزی
- تعریف مربع
- رابطه چهارضلعی‌ها
- خاصیت‌های چهارضلعی‌ها
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه خارجی یک رأس مثلث

### کاربرد

این درس به شما در درک بهتر شکل‌های هندسی و رابطه بین آنها کمک می‌کند. ما در انواع صنایع دستی و آثار معماری کشور خود شکل‌های مختلف هندسی را می‌توانیم ببینیم.

### تمرین‌های ترکیبی

۱- هر خانه جدول زیر را با علامت × یا ✓ کامل کنید.

| ضلع‌های روبه‌رو برابر    | ضلع‌های روبه‌رو موازی    | زاویه‌های روبه‌رو برابر  | قطرها منصف               | قطرها برابر              |                |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | متوازی‌الاضلاع |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | مستطیل         |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | لوزی           |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | مربع           |

۲- اندازه زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت ضلعی منتظم را پیدا کنید.