

از بین سوالات زیر ۳ مورد را حل کنید....

۱- سری فوریه توابع متناوب زیر را که تعریف آن در یک دوره تناوب آمده، تعیین کنید.

$$a) f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ t^2 & 0 < t < \pi \end{cases}$$

$$b) f(x) = |x| \quad -1 < x < 1$$

$$c) f(x) = e^{-|x|} \quad -\pi < x < \pi$$

$$d) f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

۲- با استفاده از نتایج قسمت ۱، مقادیر سری‌های زیر را پیدا کنید.

$$a) 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$

$$b) 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \dots$$

$$c) 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots$$

۳- در مسئله ۱ قسمت الف- بیان کنید که مقدار سری فوریه در نقاط $x=0$ و $x=\pi$ به چه مقدار همگرا می‌شود؟

ب- تابع فوق دارای چه خاصیتی است که برخی از ضرایب سری فوریه آن، صفر شده است؟

۴- فرض کنید $f(x)$ یک تابع متناوب و پیوسته با تناوب 2π باشد که سری فوریه آن بصورت زیر قابل بیان است:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

مقدار هر یک از سریهای زیر را بر حسب تابع $f(x)$ بیان کنید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_{2n-1} \quad \text{د-}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n b_n \quad \text{ج-}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \quad \text{ب-}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \text{الف-}$$

۵- الف- تابع $f(x) = \sin x$, $0 < x < \pi$ را گسترش زوج داده، سری فوریه آن را بدست آورید. ب- با استفاده از

$$\frac{\pi^2 - 8}{16} = \frac{1}{1^2 \times 3^2} + \frac{1}{3^2 \times 5^2} + \frac{1}{5^2 \times 7^2} + \dots$$

نتایج قسمت الف، نشان دهید: