

۱۰ ۲۵ ۱۰ ۷ ۲ ۱ ۳ ۲ ۱ ۸ ۴ ۶ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ : سار

۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۲ ۳ ۳ ۳

ابتدا مرتب سازی می نمائیم

$$\frac{1}{r} \times 1\omega = V, \omega \simeq 1 \longrightarrow \text{mol} = 3$$

از طریق فرمول بالا ثابت کردیم تعداد دراره ها فرد است. و دراره هشتم میانه است.

نکته: اگر تعداد داده ها زوج بود دو عدد وسط را تقسیم بر ۲ می کنیم

۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۵ ^{Σ ۱۰} ۷ ۷ ۷ ۷ ۹ ۹ ۹ : مثال

$$n=17 \quad Md = \frac{\Sigma + d}{r} = \Sigma / d$$

$$17 \times \frac{1}{17} = 1$$

 x_i f_i F_i

ω μ μ

V Σ V

Λ ω 14

$$12 \times \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = 1\% \quad \text{①}$$

داره ها، سیستم و طبق بندی.

$$M_d = 9$$

داره سیستم های است

طریق میان در $(9, 18, 30) \rightarrow$

* برای بدست آوردن میانہ حساب

Fi) افرادانی که جمع می شود آید.

$$1_0 \quad 1_0 \quad \Sigma_0$$

↓

10

دارد سیستم در طبقه ای موجود است که F_i آن از نسبت به بالا باشد.

معنی عدد ۹ ← ۱۸ بار تکرار شده است

توضیح: **مسئله ۱**: عددی به ازای جدول فراوانی تجمع بدست می آید را بر n ضرب می کنیم

$n \times \frac{1}{n}$ **مسئله ۲**: عددی به از جدول n در $\frac{1}{n}$ بدست می آید را در طبقه فراوانی تجمع می یابیم

در واقع عددی که بدست می آید باید مشخص شود که در کدام طبقه موجود است - طبقه مثال

۲ در طبقه سوم جدول مشخص شده به عدد وسط **۹** می شود. در واقع ۹ عدد میان است

داده پیوسته و دست بندی شده:

۱) ستون فراوانی تجمع را بدست آورد

۲) مقدار $n \times \frac{1}{n}$ و از ستون تجمع طبقه میان را در معلوم می کنیم

$$Md = Li + \frac{n_x - Fi-1}{f_i} \times C$$

۳) میان را از فرمول زیر بدست آورد

Li ← کران پایین طبقه که میان در آن قرار دارد

n ← تعداد داده ها **$Fi-1$** ← فراوانی تجمع طبقه قبل از طبقه که میان میان است

f_i ← فراوانی مطلق طبقه است که میان در آن قرار دارد

C ← فاصله طبقات

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

صور طبقه‌بندی f_i F_i

۱-۴ ۸ ۸

۴-۷ ۵ ۱۳ $\rightarrow F_{i-1}$

$L_i \leftarrow$

۷-۱۰	۱۳	۲۶
------	----	----

۱۰-۱۳ ۱۵ ۴۱

۱۳-۱۶ ۹ ۵۰ $\rightarrow n$

$$n \times \frac{1}{4} = ۵۰ \times \frac{1}{4} = (۱۲.۵) \quad C = ۵ - ۱۰ = (۳)$$

$$Mo = Li + \frac{n_f - F_{i-1}}{f_i} \times C$$

$$Mo = ۷ + \frac{۲۵ - ۱۳}{۱۳} \times ۳ = ۹.۷۷$$

نمایند: نمایان عدد دارا است به بیشترین تکرار شده باشد و با Mo نشان داده

۳ ۱ ۵ ۹ ۲ ۳ ۱ ۷ ۳ ۲ ۳ ۴ ۳ ۳ ۲

$$Mo = ۳$$

x_i f_i

۱۰ ۵

۱۵	۱۹
----	----

۲۰ ۱۳

۲۵ ۸

$$Mo = ۱۵$$

کمیته و طبقه بندی: اگر داده ها کمیته و طبقه بندی شده باشد مانند زیر جدول

- به زوج یا فرد بودن داده ها دقت کنید

مثال: طبقه بندی مقایسه عدد ۱۵ بیشترین تکرار داشته

یعنی عدد ۱۵، ۱۹ بار به بیشترین تکرار است تکرار شده است

$$Mo = Li + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times C$$

$$D_1 = f_i - f_{i-1}$$

$$D_2 = f_i - f_{i+1}$$

اما = برای پایین D_1 = تفاضل فراوانی مطلق طبقه مجاور با طبقه قبل

D_2 = تفاضل فراوانی مطلق طبقه مجاور با طبقه بعد

STAEDTLER®

C = فاصله طبقه‌بندی

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

x_i f_i

1-5 1

6-10 5

11-15 13 $\rightarrow D_1 = 15 - 13 = 2$

16-20 15 $\rightarrow$ طبقه غار $C = 15 - 13 = 3$

21-25 9 $\rightarrow D_2 = 15 - 9 = 6$

$$M_o = L_i + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times C = 10 + \frac{2}{2 + 6} \times 3 = 10 + 0.75 \rightarrow M_o = 10.75$$



میانگین از روبرو مستطیلی:

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

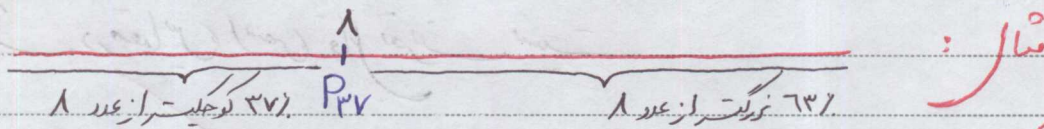
حذف ها: /
- صدم یا صد: (۱۰۰P) ام داره است به از محاسبه داره ها را اگر از آنرا

به ترتیب صعودی مرتب نمائیم. (۱۰۰P) درصد داره ها از آن کوچک تر و

درصد داره ها از آن بزرگتر باشند. P عددی بین صفر و یک $\rightarrow 0 < P < 1$

مثال: $P_{(37)}$ یعنی صدک ۳۷ ام به معنی ۳۷ درصد داره ها از آن کوچک ترند

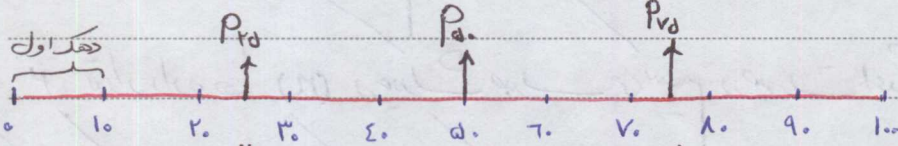
یعنی اگر بازه را صد قسمت کنیم ۳۷ قسمت را جدا می کنیم و ۶۳ درصد داره ها بزرگترند



P_2 اولی از ده دهم هجدهم صد اول

۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

ده ها: P_2



چهارک ها: P_2

چهارک اول چهارک دوم چهارک سوم چهارک چهارم

با داره ها ۳۰ چارک تعریف می کنیم. چارک اول Q_1 و چارک دوم Q_2 و

چارک سوم Q_3 که به ترتیب با صدک ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ برابرند

STAEDTLER®

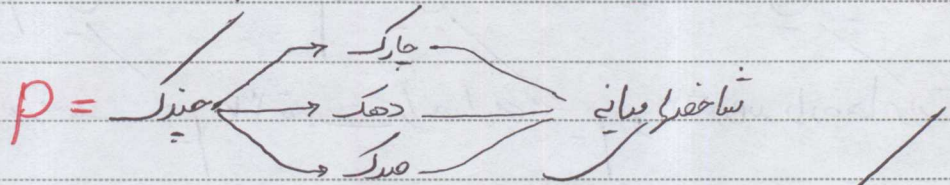
۱۵ چارک اول داره ای است که $1/4 = 25\%$ داره ها از آن کوچک ترند

بدیهی است که $\frac{3}{4}$ یا 75% داره‌ها از آن بزرگتر باشد.

در جای دوم داره‌ها است که نصف یا $\frac{1}{2}$ یا 50% داره‌ها از آن کوچکترند.

بدیهی است که نصف یا 50% باقی‌مانده از آن بزرگتر است.

جایک دوم = میان = جایک دوم با میان یکسان است.



جایک در مقیاس اسمی قابل تعریف نیست.

روش مناسب جایکها:

۱- داره‌ها را مرتب می‌کنیم.

۲- تعداد داره‌ها (n) در جایک P ضرب می‌کنیم در صورت اعشاری بودن آن را به بال

برو می‌کنیم. تا محل قرار گرفتن جایک معلوم شود.

مثال: صدک ۷۵ داره‌ها زیر را معلوم کنید.

۲,۳ ۳,۵ ۳,۵ ۳,۶ ۳,۷ ۳,۸ ۳,۹ ۴ ۴,۳ ۴,۴

عدد رتبه

$$\frac{10}{n} \times p_{75} = \frac{10}{10} \times 0,75 = 7,5 \approx 7$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

نیابراین در هفتم صدک ۶۵ ام است $P_{65\%} = ۳,۹$ یعنی

یعنی ۶۵٪ داده‌ها از ۳,۹ کوچکتر است و ۳۵٪ داده‌ها از ۳,۹ بزرگتر است

مثال: دهک چهارم داده‌های زیر را مشخص کنید.

۶,۳ ۳ ۳,۱ ۳,۲ ۳,۴ ۳,۸ ۴ ۴,۴ ۵,۳ ۵,۳ ۶,۱ ۶,۹

۷,۵ ۸,۳ ۹,۸ $n=۱۵ \rightarrow n \times p = ۱۵ \times ۰,۴ = ۶$ زوج

$$P = \frac{۳,۸ + ۴}{۲} = ۳,۹$$

چون ضرب $n \times p$ اعشاری نیست، محل عدد ۳,۸ و ۴ را دوست می‌آوریم.

x_i f_i $-F_i$

۵ ۳ ۳

۷ ۴ ۷

۸ ۵ ۱۲

۹ ۱۸ ۲۰

۱۰ ۱۰ ۳۰

$$n \times p = ۳۰ \times ۰,۴ = ۱۲$$

مقدار ۱۲ است پس طبقه چهارم را می‌پسندیم

→ ابتدا فراوانی تجمع را می‌نویسیم

عدد ۱۰ در طبقه سوم از فراوانی تجمع است. پس جایگاه اول عدد ۱ است.

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

محاسبه چندگرا: اگر داده ها پیوسته و دسته بندی شده باشند.

$$Q = L_i + \frac{n \times p - F_{i-1}}{f_i} \times C$$

۱- ستون فراوانی تجربی را مشخص می دهیم

۲- مقدار $n \times p$ را محاسبه می کنیم.

حدود طبقه f_i F_i

۱-۴ ۸ ۸

۴-۷ ۵ ۱۳ F_{i-1}

۷-۱۰ ۱۳ ۲۶

۱۰-۱۳ ۱۵ ۴۱

۱۳-۱۶ ۹ ۵۰ $\rightarrow n$

۳- از ستون فراوانی تجربی، طبقه چندگرا را معلوم کنید.

۴- از فرمول مقابل استفاده کنید.

مثال: دهک سوم جدول مقابل را محاسبه کنید.

$$n \times p = 50 \times 0.3 = 15$$

$$C = 10 - 7 = 3$$

$$P_{0.3} = 7 + \frac{15 - 13}{13} \times 3 = 7.69$$

مثال: ۲- گروه از دانشویان را از نظر مطالعه تعداد کتاب غیر درسی مورد بررسی

قرار داده ایم که نتایج در ۲ جدول زیر درج شده است.

x_i f_i

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۱۵

۵ ۱۰

۶ ۴۰

۷ ۱۰

۸ ۱۵

۹ ۲

۱۰ ۲

x_i f_i

۴ ۵

۵ ۱۰

۶ ۷

۷ ۱۰

۸ ۵

برای این ۲ گروه، میانگین و انحراف معیار و کورتوز است

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

شاخصه رانندگی: شاخصهای عددی هستند که میزان رانندگی دره ها حول میانگین رانندگی دره ها

دامنه تغییرات: حدود نوسان تغییرات صفت متغیر را معلوم می کنند $R = x_{max} - x_{min}$

دامنه جابجایی: دامنه تغییرات است و حدود تغییرات بین جابجایی اول و سوم را مشخص می کنند

$$Q = Q_3 - Q_1$$

مثال: در داده ها زیر دامنه تغییرات و دامنه میان جابجایی را بدست می آوریم.

۱ ۱۲ ۱۴ ۱۵ ۱۷ ۲۰ ۲۵ ۲۵ ۲۸ ۳۰

$$R = x_{max} - x_{min} = 30 - 1 = 29 \rightarrow \text{دامنه تغییرات}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times n \rightarrow \frac{1}{2} \times 10 = 5 \approx 3 \\ Q_1 = 14 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} \times n \rightarrow \frac{3}{4} \times 10 = 7.5 \approx 8 \\ Q_3 = 25 \end{array} \right.$$

$$R = 29 \quad Q = Q_3 - Q_1 = 25 - 14 = 11 \rightarrow \text{دامنه میان جابجایی}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

واریانس: در آزمونها شاخصی برای اندازه گیری پراکندگی داده ها است

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

به میانگین را به خوبی بیان کند

S^2 = واریانس n = تعداد داده ها $\bar{x}$ = میانگین x = متغیرها

مثال: $x_i \rightarrow 3 \quad 2 \quad 4 \quad 3 \quad 7 \quad 3 \quad 5 \quad 7$

$$S^2 = \frac{1}{n} [(3-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2]$$

ابتدا میانگین را محاسبه می کنیم

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (3+2+4+3+7+3+5+7) = \frac{1}{8} \times 34 = 4.25$$

$$S^2 = 2 \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \text{مجموع جمع بین اعداد داده ها است}$$

$$\bar{x} = \frac{34}{8} = 4.25$$

نکته: اگر در مثال جدول دارند از فرمول زیر استفاده شود

مثال: برای داده های جدول مقابل واریانس داده ها زیر را محاسبه کنید

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	3	0	0
1	7	7	7
2	21	42	14
3	7	14	42
4	7	28	112
5	7	35	175
$n \leftarrow \sum f_i$	45	126	350

داده گسسته و دسته بندی می باشد

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{126}{45} = 2.8$$

$$x_i^2 = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{n} = \frac{350}{45} = 7.78 \rightarrow x_i^2 = \frac{f_i \cdot x_i^2}{n}$$

$$S^2 = x_i^2 - \bar{x}^2 \rightarrow 7.78 - (2.8)^2 = 1.14$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

حاصل‌ضربیات f_i x_i $f_i \cdot x_i$ $f_i \cdot x_i^2$

۷-۱۱	۲	۹	۱۸	۱۶۲	$n=22$
۱۱-۱۵	۳	۱۳	۳۹	۵۰۷	
۱۵-۱۹	۵	۱۷	۸۵	۱۴۴۵	
۱۹-۲۳	۱۰	۲۱	۲۱۰	۴۴۱۰	
۲۳-۲۷	۲	۲۵	۵۰	۱۲۵۰	
			$\Sigma ۵۲$	$\Sigma ۷۷۷۴$	

- واریانس داده یوست :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (\Sigma ۵۲) = ۱۸,۲۷$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{n} (\Sigma ۷۷۷۴) = ۳۵۳,۳۶$$

$$S^2 = ۳۵۳,۳۶ - (۱۸,۲۷)^2 = ۱۹,۵۷$$

خواص واریانس: (۱) اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند واریانس داده‌ها صفر است

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n \rightarrow S_x^2 = 0$$

(۲) واریانس داده‌ها مقدار مثبت است $S^2 > 0$

(۳) اگر داده‌ها عددی مانتی α را اضافه کنیم واریانس تغییر نمی‌کند

$$Y_i = \alpha + x_i \rightarrow S_y^2 = S_x^2$$

(۴) اگر داده‌ها را عددی مانتی α ضرب کنیم واریانس آنرا در α^2 تغییر می‌دهد

$$Y_i = \alpha x_i \rightarrow S_y^2 = \alpha^2 \cdot S_x^2$$

STAEDTLER

$$Y_i = \frac{x_i}{\alpha} \rightarrow S_y^2 = \frac{S_x^2}{\alpha^2}$$

به همین صورت فوق در مورد تقسیم بر عدد مانتی α داریم

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

x_i f_i $f_i \cdot x_i$ $f_i \cdot x_i^2$

0 1 0 0

1 2 2 2

2 8 16 32

3 4 12 36

$$Z_i = 3x_i, Y_i = x_i + d$$

$$S_y^2, S_z^2, S_x^2 \rightarrow ?$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{f_i \cdot x_i}{n} = \frac{30}{10} = 3$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2 = 3.7 - 9 = 0.77$$

$$\bar{x} = \frac{30}{10} = 3$$

$$S_y^2 = S_x^2 = 0.77$$

$$S_z^2 = 9 S_x^2 = 9 \times 0.77 = 6.93$$

- **واریانس کل:** اگر یک مجموعه n_1 تایی از داده‌ها با واریانس s_1^2 و یک مجموعه n_2 تایی

از داده‌ها با واریانس s_2^2 می‌توانیم هر یک داشته باشیم، هر داده‌ها را به صورت زیر

$$s^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2}$$

بدست می‌آوریم.

واریانس کل را می‌توان برابر K محبت (K متناهی) ضربه به همین صورت تقسیم دار.

مثال: در یک مجموعه با 10 داده، واریانس 7، و در مجموعه دیگر با 15 داده

واریانس 4 است، واریانس کل داده محقر است

$$s^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2} = \frac{(10 \times 7) + (15 \times 4)}{10 + 15} = \frac{130}{25} = 5.2$$

از آنجا که واریانس توان دوم انحرافات از میانگین داده‌ها را نشان می‌دهد

انحراف معیار می‌تواند به عنوان یک معیار مایه برای تقسیم میزان پراکندگی

داده‌ها به کار می‌رود.

مثلاً اگر واحد داده‌ها سانتی‌متر باشد واحد واریانس سانتی‌متر مربع است

* انحراف معیار عبارتست از جذر مثبت واریانس و آن را با s که نشان می‌دهم و می‌نویسیم

$$s = \sqrt{s^2}$$

مثال: اگر واریانس ۱۹٫۷۵ باشد، انحراف معیار چقدر است؟

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{19.75} = 4.44$$

$$S^2 = 19.75$$

از آنجایی که واریانس به واحد اندازه گیری بستگی دارد

به طوری که اگر واحد اندازه گیری طول یک نقطه را از cm به اینج تغییر دهیم

واریانس آن تغییر خواهد کرد. بنابراین از معیار دیگری که واحد اندازه گیری بستگی

نداشت باشد استفاده می کنیم

ضریب تغییرات داده ها که آن را با C.V نشان می دهیم.

از نسبت انحراف معیار به میانگین بدست می آید و به صورت زیر می نویسیم

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \quad S = \text{انحراف معیار} \quad \bar{x} = \text{میانگین}$$

$$C.V = \text{ضریب تغییرات}$$

$$S^2 = 4$$

$$\bar{x} = 5$$

مثال: اگر در یک نمونه داده ها ۵ واریانس داده ها ۴ باشد

ضریب تغییرات داده ها به صورت زیر بدست می آید.

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$C.V = \frac{2}{5} \times 100 = 40$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

تقارن و چولگی: ممکن است ۲ مجموعه از لحاظ برآیند به مرکز و پراکندگی تفاوت پیدا

باز هم نداشته باشند ولی از نظر تقارن با یکدیگر متفاوت باشند از این دو لازم است

تا شاخص دیگری برای اندازه گیری میزان تقارن یا عدم تقارن داده ها معرفی شوند.

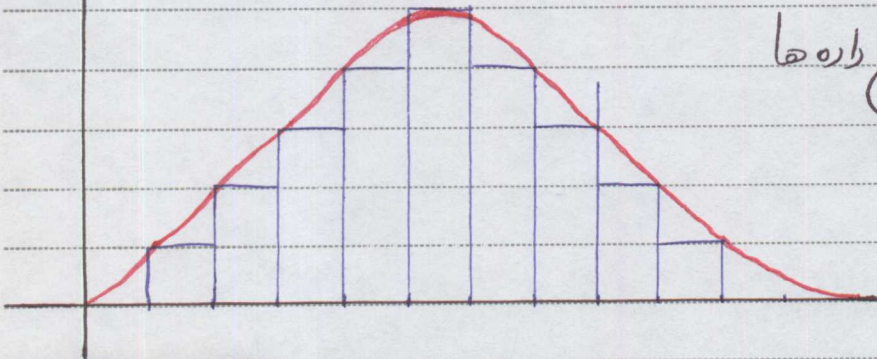
نکته: در توزیع متقارن تقریباً میانگین و میان و غا بر هم منطبقند

$$MO = \bar{x}$$

— محاسبه شیب انحنای: آیا مجموعه زیر یا جدول طبقه بندی داده ها متقارن است.



— عدم تقارن چولگی



— تقارن در توزیع داده ها

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

ضریب جولی بر حسب جاک: اگر جاک اول و دوم و سوم یک توزیع را داشته باشند، ضریب جولی جاک ها را به شکل زیر می نویسیم

$$SK = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

مثال: اگر در مجموع داده ها جاک اول و دوم و سوم به ترتیب $Q_1 = 5$ ، $Q_2 = 9$ ، $Q_3 = 11$ باشند، ضریب جولی بر حسب جاک را بدست آورید

$$SK = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11 + 5 - (2 \times 9)}{11 - 5} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

مثال: در داده جدول زیر، ضریب جولی بر حسب جاک را بدست آورید

درج طیفیات	f_i	x_i	F_i
7-11	2	9	2
11-15	3	13	5
15-19	5	17	10
19-23	10	21	20
23-27	2	25	22

$$P_{\frac{1}{4}} \times N \rightarrow \frac{1}{4} \times 22 = 5,5$$

$$P_{\frac{1}{2}} \times N \rightarrow \frac{1}{2} \times 22 = 11$$

$$P_{\frac{3}{4}} \times N \rightarrow \frac{3}{4} \times 22 = 16,5$$

$$Q_1 = Li + \frac{n \times P - F_{i-1}}{f} \times C = 15,4$$

$$Q_2 = \rightarrow 19,8$$

$$Q_3 = \rightarrow 21,7$$

$$SK = \frac{(21,7 - 19,8) - (19,8 - 15,4)}{(21,7 - 19,8) + (19,8 - 15,4)} = \frac{-2,1}{7,2} = -0,29 \rightarrow \text{ضریب جولی بر حسب جاک}$$

$$SK = \frac{37,8 - (2 \times 19,8)}{5,8} = \frac{1,8}{5,8} = 0,31 \rightarrow \text{حل استاد}$$

SUBJECT:

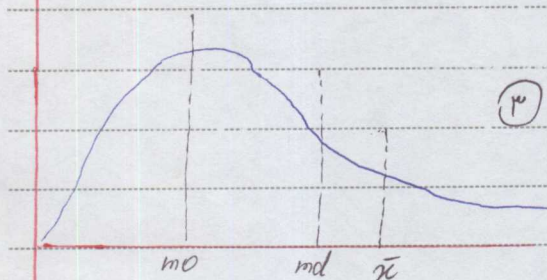
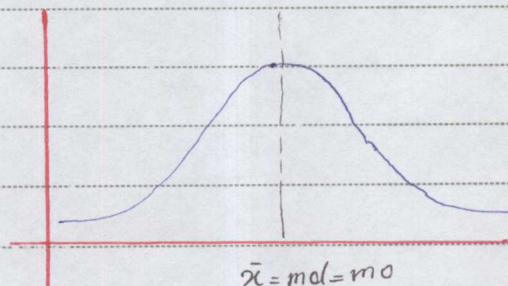
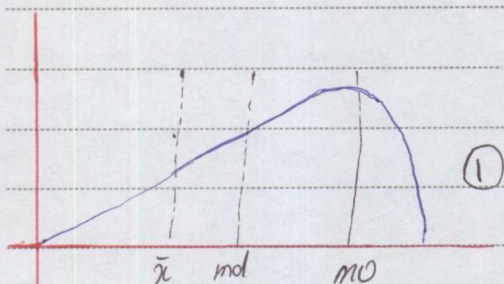
Year () Month () Date ()

تفسیر چولگی: ضریب چولگی معین است. تعاریف نداریم. $SK = 0$ اگر ۲

مقدار منفی، مثبت یا صفر باشد. برای این است. چوله به سمت چپ $SK \leq 0$ اگر ۱

وضعت قرار گرفتن ۳ شاخص مهم درزی. چوله به سمت راست $SK \geq 0$ اگر ۳

و میانگین و میان و عمار در حالتها مختلف بسنجید



منفی نرمال یا استاندارد

۱- در این صورت توزیع داده‌ها نامتقارن است و در دو نیم داده‌ها چوله به چپ هستند. $SK < 0$

۲- در این صورت توزیع داده‌ها متقارن است و شاخصها میانگین، میان و عمار هم منطبقند. $SK = 0$

۳- در این صورت توزیع داده‌ها نامتقارن است و در دو نیم داده‌ها چوله به راست هستند. $SK > 0$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

گروه‌ها تقریباً متجانس باشند در صورتی که میانگین و انحراف معیار داده‌ها را اختیار

داشته باشیم می‌توان به طور تجربی فاصله‌های زیر را برای داده‌ها در نظر گرفت

— در حدود ۶۸ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - S, \bar{x} + S)$ قرار دارند

— در حدود ۹۵ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2S, \bar{x} + 2S)$ قرار دارند

— در حدود ۹۹ درصد داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 3S, \bar{x} + 3S)$ قرار دارند

مثال: توزیع نمرات یک درس دانشجویان تقریباً متجانس است اگر میانگین نمرات آنها

۱۵ و واریانس نمرات ۲٫۲۵ باشد، فاصله را که شامل ۶۸ درصد نمونه‌ها دانشجویان

است تعیین می‌کنیم. تقریباً ۶۸ درصد نمرات در فاصله ۱۶٫۵ و ۱۳٫۵ قرار دارند

$$(\bar{x} - S, \bar{x} + S) = (15 - 1.5, 15 + 1.5) = (13.5, 16.5)$$

$$S = \sqrt{2.25} = 1.5 \rightarrow S = \sqrt{S^2}$$

انحراف معیار

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

احتمال ۱ - مقدمه: رقت کنید و در رفته ها و نوشته ها ایمان به طور وستی از
جمله ها (حدس می زنم و ممکن است و احتمال می دهم) استفاده می کنیم به تمام آنها
با عدم تعین و بی اطلاعی و تردید همراه است و همه آنها شامل مفهوم احتمال است

آزمایش تعادلی: یک آزمایش تعادلی حقیقت ندارد و اگر آنها را از بر سر هم بیاوریم
تکرار کنیم. نتایج یکسانی مشاهده نکنیم. آزمایش ها تعادلی هستند

۱- تراب یک ملعب آوجی ۲- گروه خون یک تخته

۳- طول عمربیک و سید برقی ۴- میزان بارندگی در یک روز معینی (از ماه بهمن)

مثل از اینکه چرا آزمایشی صورت گیرد می توان فهمیدی از نتایج را معین کنیم
نقشه نمونه: به مجموعه تمام حالات ممکن یک آزمایش تعادلی و قضا نمونه می گوئیم

و آن را با یک دغایش می دهیم

مثال: H را شمشیر و T را خط در نظر میگیریم

فضای نمونه برابر یک سکه $S = \{H, T\}$ و $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

6 وجهی

از ماشین گروه خون یک فرد $S = \{A, O, B, AB\}$

در انتخاب عددی در فاصله صفر تا ۲ $S = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$

هر وقتا غولها به اعضای آن قابل شمارش باشند فقط نمونه گسسته است

فضای نمونه گسسته

گسسته بی پایان

فضای نمونه برابر یک تاس، یک فقط غولها بی پایان است $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

فضای نمونه برابر یک سکه تا آمدن (اولین) خط، فقط غولها بی پایان است

$S = \{T, HT, HHT, HHHT, HHHHT, \dots\}$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

فضای نمونه پیوسته

هر فضا نمونه در زیر مجموعه اعداد حقیقی باشد فضا نمونه پیوسته است

مثال: طول عمر یک قطعه الکترونیک پس از تولید، یک فضا نمونه پیوسته است

در آن را به صورت مقابل می نویسیم

$$S = \{t | t \geq 0\}$$

برآید: به هر عضو فضا نمونه یک برآید می یابیم و برآید ها را با e_i

$$S = \{A, O, B, AB\}$$

غاشی می دهیم

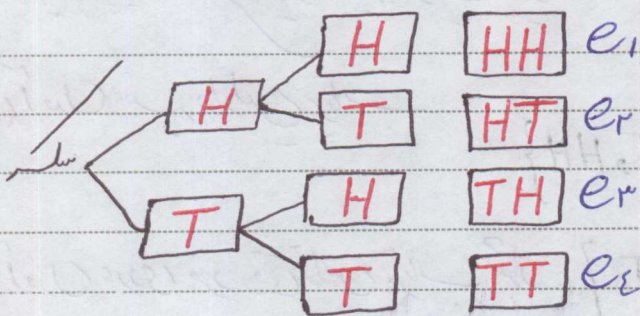
$$e_1 = A \quad e_2 = O$$

مثال فضا نمونه از غاشی شروع می کند

$$e_3 = B \quad e_4 = AB$$

شامل ۴ برآید به صورت مقابل است

مثال: فضا نمونه برای ۲ سکه شامل ۴ برآید به صورت زیر است.



$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

نیاز به این می نویسیم

نشانده: به هر زیر مجموعه فضای نمونه، یک نشانده می‌دهیم و نشانده‌ها را با حروف A و B و ...

نشانده می‌دهیم

$$A = \{1, 2\}$$

A = نشانده عددی کمتر از ۳ روشن

$$B = \{2, 4, 6\}$$

B = نشانده روشن عددی زوج

$$C = \emptyset$$

C = نشانده آزمون عددی بزرگتر از ۱۰

$$D = S$$

D = نشانده روشن عددی کمتر از ۷ مجموعه تمام اعداد است

مثال: فرض کنید آزمایشی در ۲ مرحله انجام شود، ابتدا سکه را برتاب می‌شود اگر خط بیاید

تاس برتاب می‌شود، ولی اگر شش بیاید سکه دوباره برتاب می‌شود. مقدار نمونه ای را

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

تعریف کنید. نشانده‌ها زیر را نیز تعریف کنید

$$\{H, T\}$$

الف) آزمون شش در اولین برتاب

$$A = \{HT, HH\}$$

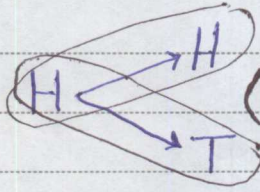
ب) آزمون عددی فرد وقتی تاس برتاب شود

$$B = \{T_1, T_3, T_5\}$$

$$S = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, HT, HH\}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()



متصور از جمله مقابل نیست که اگر شیب بیاید شیب دوباره بیاید (HH, HT)

سکه بیاندازید و نتیجه احتمالاً H یا T می شود و بصورت مقابل می نویسیم

مثال: فرض کنید سکه را آنقدر برتابیم تا اولین شیب ظاهر شود. فضا نمونه را مشخص کنید.

حل: فضا نمونه مقابل

$$S = \{H, TH, TTH, TTTH, TTTTH, \dots\}$$

نامتناهی ولی شمارااست

تمرین کنترل: فرض کنید آزمایشی در ۳ مرحله برتاب می گردد. ابتدا آس برتاب می شود.

در اعداد زوج بیاید، سکه برتاب و اگر خط بیاید مجدداً آس برتاب می شود. در غنیه

این صورت سکه مجدداً برتاب می گردد.

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

توانش به شیاهها: اگر فقط نمونه که را به عنوان یک مجموعه مرجع در نظر بگیریم

هر شیاهدی یک زیرمجموعه از آن است پس توانش مجموعه ها را به شیاهها نیز برقرار خواهد بود

$A \cup B$ ← اجتماع ۲ شیاه A و B اعضای از فضای نمونه است به یا در A یا در B قرار دارند

اجتماع ۲ شیاه به این معنی است که حداقل یکی از A یا B رخ دهند. یکی از هر ۲

$A \cap B$ ← اشتراک A و B مجموعه عناصر از فضای نمونه است که هم به A و هم به B

تعلق دارند. وقتی $A \cap B$ در نویسیم به این معنی است که A و B با هم رخ دهند هر ۲ با هم

A' ← متمم شیاه A ، مجموعه تمام برآمدهایی است که متعلق به A نباشند و آن را A'

نمایش میدهیم. مفهوم متمم شیاه A اینست که A رخ ندهد. رخ ندهد

$A - B$ ← مجموعه عناصر که در A باشند ولی در B نباشند وقوع $A - B$ به این معنی

است که A رخ دهد بدون اینکه B رخ داده باشد

ناسازگاری ← دو شیاه A و B را ناسازگار می نامیم هرگاه هیچ عضدی با عضو مشترکی

نداشته باشند یعنی ۲ مجموعه جدا از هم باشند باید طبق خواص مجموعه ها داشته باشیم $A \cap B = \emptyset$

هم ارزی: اگر رخ دادن A منجر به رخ دادن B و رخ دادن B منجر به رخ دادن A

شود می نویسیم A و B هم ارزند. مساوی اند و طبق خواص مجموعه ها می نویسیم $A=B$

قانون مورگان:

اشتراک n سیاه ها $\cap$ = اجتماع n سیاه ها $\cup$

$$\left(\bigcup_{i=1}^n E_i \right)' = \bigcap_{i=1}^n E_i'$$

اجتماع n سیاه ها $\cup$ = اشتراک n سیاه ها $\cap$

$$\left(\bigcap_{i=1}^n E_i \right)' = \bigcup_{i=1}^n E_i'$$

مثال ۴: فرض کنید سه کالا 1 ، 2 و 3 در نظر بگیرید. مورد آزمون قرار دهیم. فضای نمونه

آزمون شامل 8 برآمد و به صورت زیر خواهد بود

$$S = \{ (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 1), (1, 3, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 1, 3), (2, 2, 1), (2, 2, 2), (2, 2, 3), (2, 3, 1), (2, 3, 2), (3, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 1, 3), (3, 2, 1), (3, 2, 2), (3, 2, 3), (3, 3, 1), (3, 3, 2), (3, 3, 3) \}$$

$$A = \{ (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 1, 3), (3, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 1, 3) \}$$

الف) سیاه اند فقط یک کالا سالم باشد.

$$B = \{ (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 1, 3), (3, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 1, 3) \}$$

ب) سیاه اند اینکه اولین کالا سالم باشد

$$C = \{ (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3) \}$$

ج) سیاه اند اینکه 2 کالا اول معیوب باشد

(د) مطلوب است عملیات $A \cap B$ ، $A - B$ ، $C \cap A$ ، و A' بر روی

شیاهای دوست آفده $A' = S - A = (س س س س) (س س س م) (س س م س) (س م س س) (م م س س)$

$$C \cap A = (م س س)$$

$$A - B = (م س م) (م م س)$$

$$A \cup B = (س س س س) (س س م س) (س م س س) (م س س س) (م م س س)$$

مثال: اگر آزمائش تقاضای اندازه گیری طول عمر یک نوع لامپ باشد. قضاغونه

$$S = \{t \mid t \geq 0\}$$

این آزمائش را به صورت زیر می نویسیم

هر یک از شیاوهای زیر، زیر مجموعه های از این قضاغونه خواهند بود

$$t = 0$$

$$t > 0$$

یعنی قضاغونه کار کند بعد از روشن شدن

مشاهده می شود که قضاغونه تقاضای می شود است

A: شیاوهی لامپ که عمر آن کمتر از ۵۰ ساعت باشد

$$A = \{t \mid 0 \leq t \leq 50\}$$

B: شیاوهی لامپ که عمر آن بیشتر از ۲۰ ساعت باشد

$$B = \{t \mid t \geq 20\}$$

احتمال: از دیدگاه تئوری اندازه‌ای عددی است که میزان وقوع یک پدیده را نشان می‌دهد.

اصل موضوع احتمال $\leftarrow$ فرض کنید A پدیده‌ای از فضای نمونه S باشد و احتمال A را بصورت $P(A)$ نشان می‌دهیم.

اصل ۱ - احتمال پدیده‌ای چون A عددی است بین صفر و یک $\frac{1}{100}$
 $0 \leq P(A) \leq 1$

اصل ۲ - احتمال پدیده حتمی برابر یک است
 $P(S) = 1$

اصل ۳ - اگر $A_1, A_2, \dots$ پدیده‌ها ۲ به ۲ ناممکن باشند، داریم:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

نحوه محاسبه احتمال یک پدیده چگونه است؟

- ۱- احتمال کلاسیک (فضای گسسته) $\rightarrow$ روی فضای نمونه گسسته تعریف می‌شود.
- ۲- احتمال هندسی (فضای پیوسته) $\rightarrow$ در این احتمال هندسی روی فضای نمونه پیوسته تعریف می‌شود.
- ۳- احتمال تجربی (فرکانس نسبی یک پدیده) $\rightarrow$ به فراوانی‌های نسبی یک پدیده در n بار تکرار.

تعریف: عضوها از نظر رخ دادن همپاشی هستند.

در A پشیادی از این به معنی نمونه باشد احتمال وقوع A را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$P(A) = \frac{\text{تعداد عضوهای } A}{\text{تعداد عضوهای } S} \quad \text{یا} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

همه حالت‌هایی که امکان رخ دادن A دارد / همه حالت‌هایی که ممکن است رخ دهد

مثال: مرتاب تاس، مثال واضحی از یک نمونه است به برآوردها آن هم می‌تواند

یعنی احتمال وقوع هر طرف آن $\frac{1}{6}$ است و معنی نمونه آن به صورت زیر است

احتمال هر یک از پشیادهای زیر را بدست آورید: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A : پشیاد اندک عدد فرد روشن شود $A = \{1, 3, 5\} \rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)$

B : پشیاد اندک عدد زوج باشد $B = \{2, 4, 6\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)$

C : پشیاد اندک عدد کمتر از ۵ باشد $C = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow P(C) = \frac{4}{6} = \left(\frac{2}{3}\right)$

مثال: طرح مثال ۱ به تاس و سکه $S = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, H_1, H_2\}$

C : احتمال آمدن عددی فرد وقتی تاس بر تاس روشن شود $C = \{T_1, T_3, T_5\}$

تمرین ۱۷ یک فوتبالیست با احتمال $\frac{1}{8}$ از روی نقطه میالتی گل می‌زند. از او

می‌خواهیم ۳ بار میالتی بزنند

(الف) قضا نمونه آزمایش را بنویسید.

۱. (گل | گل | گل)
۲. (گل | گل | گل)
۳. (گل | گل | گل)
۴. (گل | گل | گل)
۵. (گل | گل | گل)
۶. (گل | گل | گل)
۷. (گل | گل | گل)
۸. (گل | گل | گل)

$$S = \{ (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل) \}$$

{ (گل | گل | گل), (گل | گل | گل), (گل | گل | گل) }

$$P_{(B)} = (گل | گل | گل) = \frac{1}{8}$$

ب) احتمال اینکه اصلاً گل نزنند، چقدر است؟

تمرین ۱۹ در لسیه ۱۰ کارت به رنگ زرد و شماره‌های ۱ تا ۱۰ و ۱۰ کارت سفید و به شماره‌های

۱ تا ۱۰ در چل کارت قرمز و به شماره‌های ۱ تا ۱۰ و ۱۰ کارت سیاه و به شماره‌های

۱ تا ۱۰ وجود دارد. از بین این کارت‌ها به صورت تصادفی یک کارت برمی‌داریم؛

احتمالات زیر را حساب کنید.

۱-۲ زرد

۱-۱۰ سفید

۱-۴ قرمز

۱-۱۰ سیاه

(الف) کارت، زرد یا قرمز باشد.

$$P_{(زرد)} + P_{(قرمز)} = \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{2}{10} + \frac{4}{10}$$

SUBJECT:

Year () Month () Date ()

ب) شماره کارت، کمتر از ۱۰ باشد $\frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10} = P + P + P + P$ سیاه سفید قرمز زرد

ج) رنگ کارت، قرمز یا سفید و شماره آن، کمتر از ۱۰ باشد

د) شماره آن، حداقل ۱۰ یا رنگ آن سیاه باشد

۱- اگر A متضاد A باشد $P(A') = 1 - P(A)$ و $P_{(A)} = 1 - P(A)$

۹- اگر A و B دو شیء دلخواه باشند $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

۱۰- اگر A و B دو شیء ناممکن باشند $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

۱۱- اگر A و B دو شیء دلخواه باشند $P(A \cap B) = P(A) - P(A - B)$

مثال: فرض کنید ۲۵٪ مردم یک شهر روزنامه A و ۲۰٪ روزنامه B و ۱۳٪ روزنامه C

و ۱٪ روزنامه AB و ۱٪ روزنامه AC و ۵٪ روزنامه BC و

۴٪ همه روزنامه ها را میخوانند. احتمال اینکه شخصی به تعداد (ازین) مردم این شهر

انتخاب شود و هیچ یک از این روزنامه ها را نخواند چقدر است

$$A = 25\%$$

$$B = 20\%$$

$$C = 13\%$$

$$A, B = 10\%$$

$$A, C = 1\%$$

$$B, C = 5\%$$

$$A, B, C = 4\%$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A, B) - P(A, C) -$$

$$- P(B, C) - P(A, B, C) = 25 + 20 + 13 - 10 - 1 - 5 - 4 =$$

$$1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 25\% + 20\% + 13\% - 10\% - 1\% - 5\% - 4\% =$$

مثال: سله ۱ را ۳ بار برتاب می کنیم. پیشاهادهای زیر را حساب کنید.
A: پیشاهاد اینکه حداقل ۲ بار خط مشاهده می شود.

$$S = \{ (HHH)(HHT)(HTH)(THH)(TTH)(THT)(HTT)(TTT) \}$$

$$A: \{ \underbrace{HHT}_1, \underbrace{HTH}_2, \underbrace{THH}_3, \underbrace{HHH}_4 \} \rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

B: پیشاهاد اینکه هیچ خطی رخ ندهد.

$$B = \{ TTT \} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

مثال: ۶۰٪ دانشجویان یک دانشگاه در رشته فوتبال ۷۰٪ در رشته والیبال و ۳۰٪ مشترک اگر دانشجویی را به طور تصادفی انتخاب کنیم احتمال اینکه:

$$60\% = F$$

$$50\% = W$$

$$30\% = \text{شکوک}$$

A: فوتبال یا والیبال بازی کند حقیقتاً است

$$A) P(F \cup W) = P(F) + P(W) - P(F \cap W) = \frac{60}{100} + \frac{50}{100} - \frac{30}{100}$$

B: هیچ ورزشی نکند حقیقتاً است

$$B = P(F \cup W)' = 1 - P(F \cup W) = 1 - 0.8 = 0.2$$

نکته: اگر در مثال طبق هیچ آدمی هم از قفسه متهم استفاده شود.