



دانشگاه منشی خواجہ نصیر الدین غوسی

۱۴۰۰

صفر تا صد انتگرال

ابراہیم شاہ ابراہیمی

پاییز ۱۴۰۰



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# معادلات

## دیفرانسیل

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: معادلات مرتبه اول

فصل ۲: معادلات مرتبه دوم و بالاتر

فصل ۳: حل معادلات دیفرانسیل با سری

فصل ۴: تبدیل لاپلاس

فصل ۵: حل دستگاه معادلات دیفرانسیل



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# ریاضیات عمومی ۲

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: توابع برداری

فصل ۲: توابع چند متغیره

فصل ۳: انتگرال ۲ گانه

فصل ۴: انتگرال ۳ گانه

فصل ۵: انتگرال روی خم

فصل ۶: انتگرال روی سطح



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# ریاضیات عمومی ۱

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: اعداد مختلط

فصل ۲: حد و پیوستگی

فصل ۳: مشتق

فصل ۴: انتگرال

فصل ۵: کاربرد انتگرال

فصل ۶: سری

فصل ۷: پیوست



برای دریافت فایل و ویدئوهای اصلی کلاس به اییدی @EShahebrahimi در تلگرام پیام دهید .



وبسایت آموزش ریاضیات دانشگاهی به همراه نمونه سوالات با پاسخ تشریحی : [EbiMath.com](http://EbiMath.com)


کلاس آنلاین صفر تا صد انتگرال  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

 EbiMath

 @EbiMath

 EbiMath

 @EShahebrahimi

 @Ebrahim\_Shahebrahimi

مقدمه

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

# «حسابان دبیرستان»

## «دروغ بزرگ»

(۱) دیفرانسیل

حساب دیفرانسیل + حساب انتگرال

(۲) انتگرال

حسابان

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

۱. دیفرانسیل
۲. انتگرال
۳. سیگما
۴. عددنپر و لگاریتم طبیعی

فصل (۱)  
 اعداد مختلط

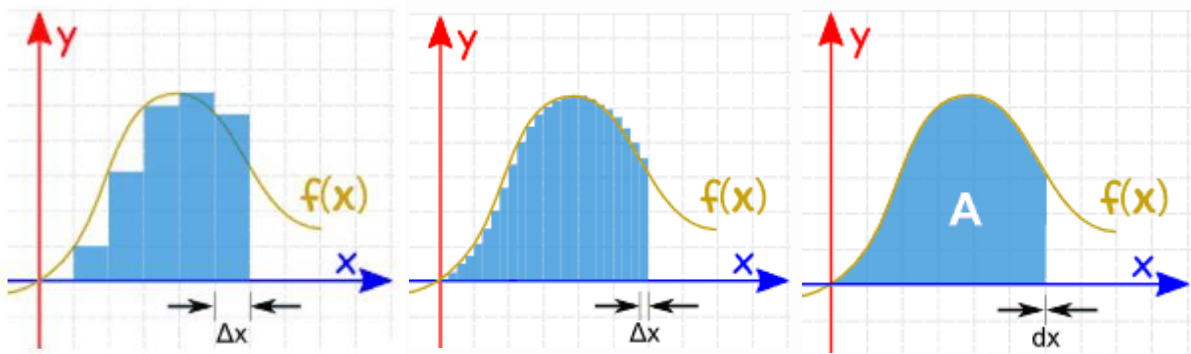
فصل (۲)  
 حد

فصل (۳)  
 مشتق

فصل (۴)  
 انتگرال

فصل (۵)  
 کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
 سری



$$dx = \lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0)$$

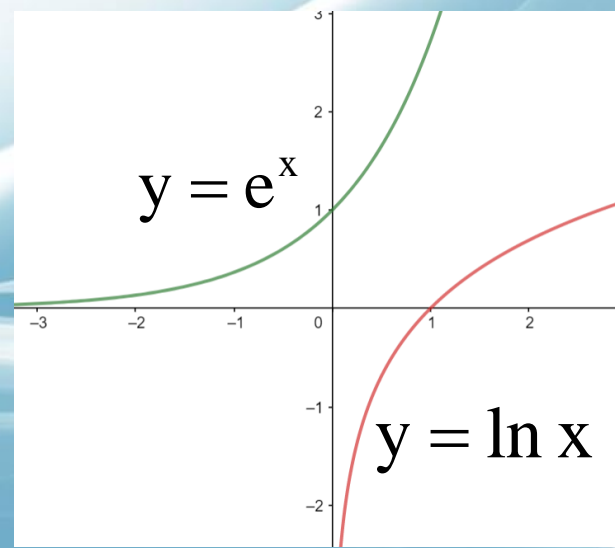
ضخامت (عرض) خط

$S \rightarrow \int$        $S = \int f(x)dx$

$S \rightarrow \sum$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots = e$$

$e \approx 2.7$   
 عددنپر



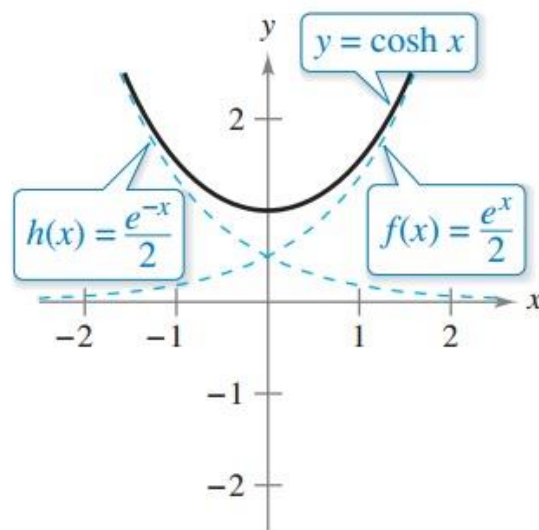
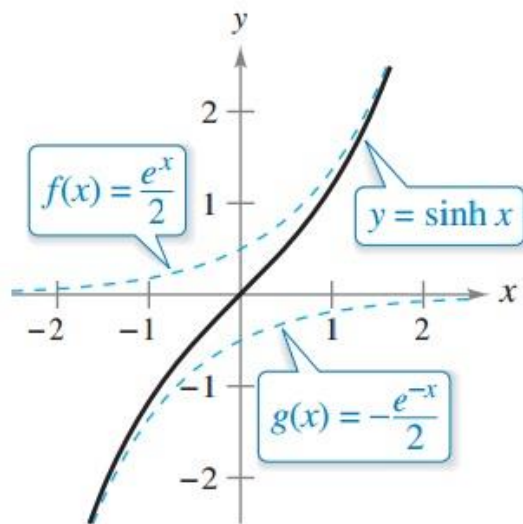
$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

کلاس آنلاین صفر تا صد انتگرال  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

مقدمه



۵. توابع هایپر بولیک (هذلولوی)

۶. توابع معکوس

۷. باکس مشتق

فصل ۱  
اعداد مختلط

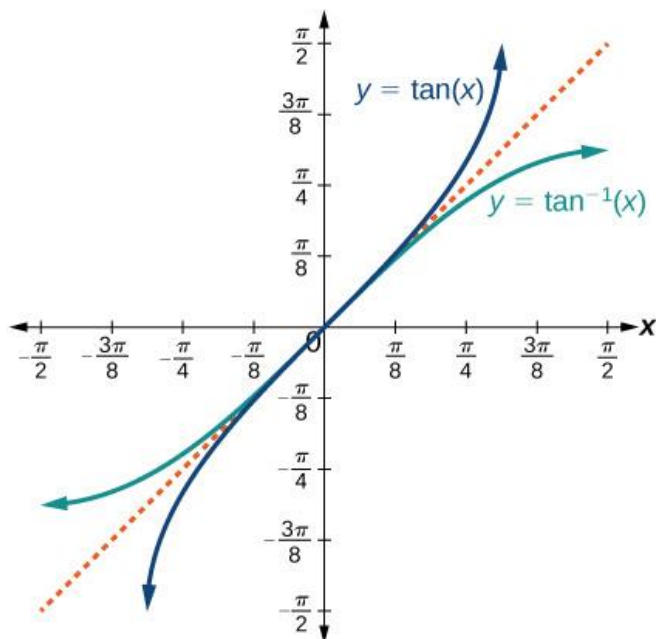
فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری



$$y = \tan x \rightarrow x = \tan^{-1} y$$

$$\rightarrow y = \tan^{-1} x \rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2}$$

## (۱) دیفرانسیل

$$dx = \lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0)$$

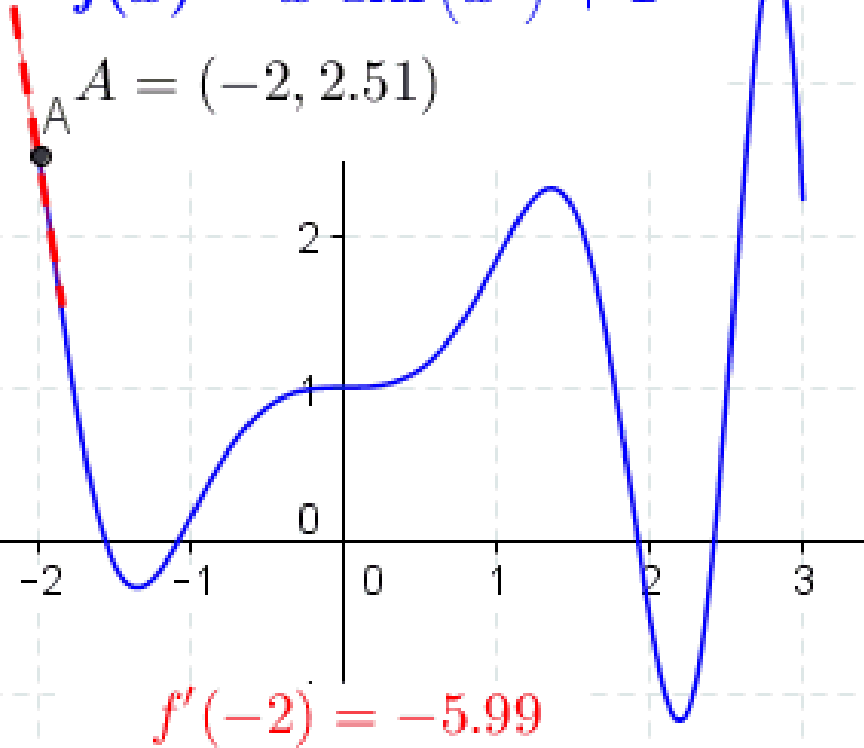
$$S = \int f(x) dx \quad \text{(۲) انتگرال}$$

## حسابان

## حساب دیفرانسیل + حساب انتگرال

$$f(x) = x \sin(x^2) + 1$$

$$A = (-2, 2.51)$$



$$f'(-2) = -5.99$$

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

# انتگرال نامعین: ۱ تعریف، ۷ قانون، ۷ تکنیک

کلاس آنلاین صفر تا صد انتگرال  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

مقدمه

**تعریف:** عمل رسیدن از مشتق تابع به خود تابع را انتگرال نامعین می‌گوییم آن را با نماد  $\int f(x)dx$  نمایش می‌دهیم.

constant

به انتگرال نامعین، پادمشتق نیز گفته می‌شود، زیرا انتگرال نامعین، عکس مشتق است.

قانون: ۷

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

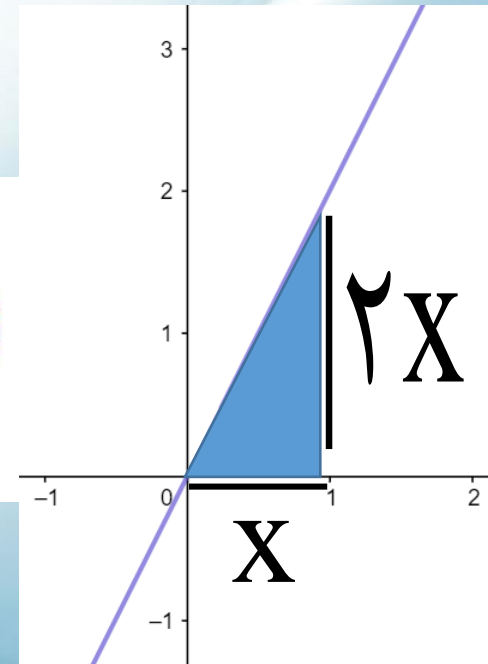
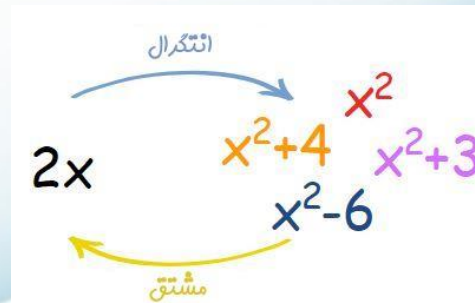
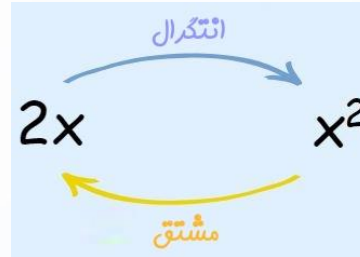
$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c \quad n \neq -1$$

عرض مستطیل‌های در نظر گرفته شده

$\int 2x dx$

نماد انتگرال

تابعی که می‌خواهیم از آن انتگرال بگیریم



$$S = \frac{(x)(2x)}{2} = x^2$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$\int_0^1 2x dx = x^2 \Big|_{x=0}^{x=1} = (1)^2 - (0)^2$$





# انتگرال نامعین: ۱ تعریف، ۷ قانون، ۷ تکنیک

کلاس آنلاین صفر تا صد انتگرال  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

مقدمه

**۱ تعریف:** عمل رسیدن از مشتق تابع به خود تابع را انتگرال نامعین می‌گوییم آن را با نماد  $\int f(x)dx$  نمایش می‌دهیم.

به انتگرال نامعین، پادمشتق نیز گفته می‌شود، زیرا انتگرال نامعین، عکس مشتق است.

constant

$$1) \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c \quad n \neq -1$$

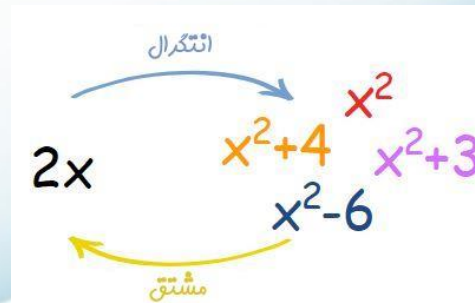
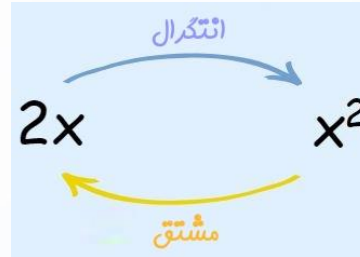
$$2) \int e^x dx = e^x + c$$

$$3) \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

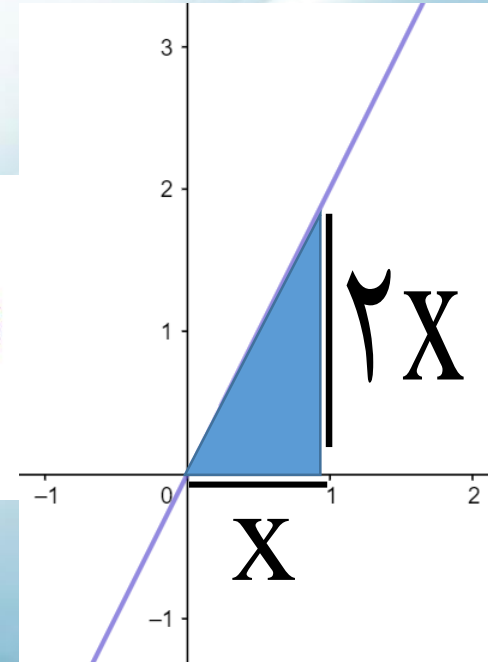
$$4) \begin{cases} \int \sin x dx = -\cos x + c & \int \cos x dx = \sin x + c \\ \int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c & \int \cot x dx = \ln|\sin x| + c \end{cases}$$

$$7) \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c \quad \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$$

عرض مستطیل‌های در نظر گرفته شده  
 $\int 2x dx$   
نماد انتگرال  
تابعی که می‌خواهیم از آن انتگرال بگیریم



۷ قانون:



$$S = \frac{(x)(2x)}{2} = x^2$$

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

## مثال ۱: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (قوانین)

$$\begin{aligned} ۱) \int (1 + 2x - \sqrt{x} + \frac{4}{x} - e^x) dx &= \int dx + 2 \int x dx - \int \sqrt{x} dx + 4 \int \frac{dx}{x} - \int e^x dx \\ &= x + 2\left(\frac{x^2}{2}\right) - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4 \ln|x| - e^x + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۲) \int (\sin x - 2 \cos x + \frac{3}{x^2 + 4}) dx &= \int \sin x dx - 2 \int \cos x dx + 3 \int \frac{1}{x^2 + 4} dx \\ &= -\cos x - 2 \sin x + 3\left(\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)\right) + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۴) \int \left(\frac{1}{2x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx - 2 \int x^{-2} dx + 3 \int x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln|x| - 2 \cdot (-1)x^{-1} + 3 \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + c = \frac{\ln|x|}{2} + \frac{2}{x} + 6\sqrt{x} + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۵) \int (2e^x + \frac{6}{x} + \ln 2) dx &= 2 \int e^x dx + 6 \int \frac{1}{x} dx + \ln 2 \int dx \\ &= 2e^x + 6 \ln|x| + (\ln 2)x + C. \end{aligned}$$

مقدمه

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

$$۶) \int \frac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx + 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx - 2 \int x^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + 2x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + C.$$

$$۷) \int (x^3 - 2x^2) \left( \frac{1}{x} - 5 \right) dx = \int (x^2 - 5x^3 - 2x + 10x^2) dx = \int (-5x^3 + 11x^2 - 2x) dx$$

$$= -5 \cdot \frac{1}{4} x^4 + 11 \cdot \frac{1}{3} x^3 - 2 \cdot \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$۸) \int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx \xrightarrow[\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x]{\text{ساده سازی}} \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx = \int \frac{(\cancel{\cos x} - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cancel{\cos x} - \sin x} dx$$

$$= \int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + c$$

$$۹) \int (\sin x + \cos x)^2 dx \xrightarrow[\text{اتحاد مربع}]{\text{ساده سازی}} \int (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x) dx \xrightarrow[2 \sin x \cos x = \sin 2x]{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

$$\int (1 + \sin 2x) dx = x - \frac{1}{2} \cos 2x + c$$

$$\int \sin(ax) = -\frac{1}{a} \cos(ax)$$

فصل (۱)  
اعداد مختلطفصل (۲)  
حدفصل (۳)  
مشتقفصل (۴)  
انتگرالفصل (۵)  
کاربرد انتگرالفصل (۶)  
سری

# تمرین ۱) حاصل انتگرال های زیر را بیابید.

مقدمه

$$۱) \int (x^5 + x^{\frac{3}{4}} + \frac{1}{x^2}) dx = \frac{4x^{7/4}}{7} + \frac{x^6}{6} - \frac{1}{x} + \text{constant}$$

$$۶) \int (\sqrt{x^3} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{2}) dx = \frac{2\sqrt{x^3} x}{5} + \sqrt{2} x - \sqrt{x} + \text{constant}$$

$$۲) \int x(2x+1)^2 dx = x^4 + \frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \text{constant}$$

$$۷) \int (\frac{1}{3x} - \frac{3}{2x^2} + \frac{\sqrt{x}}{2}) dx = \frac{x^{3/2}}{3} + \frac{3}{2x} + \frac{\log(x)}{3} + \text{constant}$$

$$۳) \int \sqrt{x}(x^2 - 1) dx = \frac{2x^{7/2}}{7} - \frac{2x^{3/2}}{3} + \text{constant}$$

$$۸) \int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2} dx = x - \frac{1}{x} + 2 \log(x) + \text{constant}$$

$$۴) \int (3\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}) dx = 2x^{3/2} + \frac{1}{x^2} + \log(x) + \text{constant}$$

$$۹) \int x^3 (2x + \frac{1}{x}) dx = \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + \text{constant}$$

$$۵) \int (\frac{e^x}{2} + x\sqrt{x}) dx = \frac{2x^{5/2}}{5} + \frac{e^x}{2} + \text{constant}$$

$$۱۰) \int (x-1)^9 dx = \frac{1}{10} (x-1)^{10} + \text{constant}$$

فصل ۱)  
اعداد مختلط

فصل ۲)  
حد

فصل ۳)  
مشتق

فصل ۴)  
انتگرال

فصل ۵)  
کاربرد انتگرال

فصل ۶)  
سری

ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

**۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر

مقدمه

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

# حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (تغییر متغیر)

کلاس آنلاین صفر تا صد انتگرال

مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

مقدمه

فصل ۱  
اعداد مختلط

فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری

$$۱) \int (2x + 6)^5 dx \quad \begin{cases} u = 2x + 6 \\ du = 2 dx \end{cases} \Rightarrow \int (2x + 6)^5 dx = \frac{1}{2} \int u^5 du = \frac{1}{12} u^6 + C = \frac{1}{12} (2x + 6)^6 + C.$$

$$۹) \int (x + 1)(x - 2)^9 dx \quad \begin{cases} u = x - 2 \\ du = dx \end{cases} \Rightarrow \int (u + 3)u^9 du = \int (u^{10} + 3u^9) du = \frac{1}{11} u^{11} + \frac{3}{10} u^{10} + C \quad u = x - 2$$

$$۳) \int x e^{x^2} dx \quad \begin{cases} u = x^2 \\ du = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{x^2} + C.$$

$$۴) \int \cos x e^{\sin x} dx \quad \begin{cases} \sin x = u \\ \cos x dx = du \end{cases} = \int e^u du = e^u + c = e^{\sin x} + c$$

$$۵) \int \frac{2x^5}{x^5 + 1} dx \quad \begin{cases} u = x^5 + 1 \\ du = 5x^4 dx \end{cases} \Rightarrow \int \frac{2x^5}{x^5 + 1} dx = \frac{2}{5} \int \frac{1}{u} du = \frac{2}{5} \ln |u| + C = \frac{2}{5} \ln |x^5 + 1| + C.$$

$$۷) \int \frac{1}{x \ln x} dx \quad \begin{cases} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx \end{cases} \Rightarrow \int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C = \ln |\ln x| + C.$$

مقدمه

۷ تکنیک: (۱) تغییر متغیر  
ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

$$۱۰) \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \begin{cases} x = u^2 \\ dx = 2u du \end{cases} = 2 \int \sin u du = -2 \cos u + c = -2 \cos \sqrt{x} + c$$

$$۱) \int \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx \quad \begin{cases} 1 + \sin x = u^2 \\ \cos x dx = 2u du \end{cases} = \int \frac{2u}{u} du = 2u + c = 2\sqrt{1 + \sin x} + c$$

$$۳) \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx \quad \begin{cases} \cos x = u^2 \\ -\sin x dx = 2u du \end{cases} = \int \frac{-2u(1-u^2)}{u} du = 2 \int (u^2 - 1) du = 2(\frac{u^3}{3} - u) + c, u = \sqrt{\cos x}$$

$$۲) \int x^2 \cos(x^2) dx \rightarrow \begin{cases} x^2 = u \\ 2x dx = du \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2} \int u \cdot \cos u du \quad \text{(حل با تکنیک ۶)}$$

$$\int x^2 \cos(x^3) dx \quad \begin{cases} x^3 = u \\ 3x^2 dx = du \end{cases} = \frac{1}{3} \int \cos u du = \frac{1}{3} \sin u + c = \frac{1}{3} \sin x^3 + c$$

فصل ۱  
اعداد مختلط

فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری



## تمرین ۲) حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید.

$$۱) \int e^{5x} dx = \frac{e^{5x}}{5} + \text{constant}$$

$$۲) \int \sqrt{4x-1} dx = \frac{1}{6} (4x-1)^{3/2} + \text{constant}$$

$$۳) \int \frac{1}{3x+5} dx = \frac{1}{3} \log(3x+5) + \text{constant}$$

$$۴) \int e^{1-x} dx = -e^{1-x} + \text{constant}$$

$$۵) \int 2xe^{x^2-1} dx = e^{x^2-1} + \text{constant}$$

$$۶) \int x(x^2+1)^5 dx = \frac{1}{12} (x^2+1)^6 + \text{constant}$$

$$۷) \int 3x\sqrt{x^2+8} dx = (x^2+8)^{3/2} + \text{constant}$$

$$۸) \int x^2(x^3+1)^{\frac{3}{4}} dx = \frac{4}{21} (x^3+1)^{7/4} + \text{constant}$$

$$۹) \int \frac{x^2}{(x^3+5)^2} dx = -\frac{1}{3(x^3+5)} + \text{constant}$$

$$۱۰) \int (x+1)(x^2+2x+5)^{1/2} dx = \frac{(x^2+2x+5)^{3/2}}{26} + C$$

مقدمه

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

$$۳) \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x}} dx \begin{cases} x = u^4 \\ dx = 4u^3 du \end{cases} \rightarrow \int \frac{u^2}{1+u} (4u^3 du) \rightarrow 4 \int \frac{u^5}{1+u} du \quad (\text{حل با تکنیک ۳})$$

$$۴) \int \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt{x}} dx \begin{cases} x = u^6 \\ dx = 6u^5 du \end{cases} \rightarrow \int \frac{1+u^2}{1+u^3} (6u^5 du) \rightarrow 6 \int \frac{u^5 + u^7}{1+u^3} du \quad (\text{حل با تکنیک ۳})$$

فصل ۱  
اعداد مختلط

فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری

ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
 وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

**۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر

۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

(۱) درجه صورت < درجه مخرج ← تقسیم دبیرستان

**(۳) کسری**

## مثال ۵: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (کسری و تجزیه)

مقدمه

$$۳) \int \frac{x^4}{x-1} dx = \int (x^3 + x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$$

فصل (۱)  
اعداد مختلط

$$۲) \int \frac{x^5 + x - 1}{x^3 + 1} dx = \int (x^2 + \frac{-x^2 + x - 1}{x^3 + 1}) dx = \int (x^2 + \frac{-x^2 + x - 1}{(x+1)(x^2 - x + 1)}) dx = \int (x^2 - \frac{1}{x+1}) dx = \frac{1}{3}x^3 - \ln|x+1| + C$$

فصل (۲)  
حد

$$۱) \int \frac{x^4 + 9x^2 + x + 2}{x^2 + 9} dx = \int (x^2 + \frac{x+2}{x^2+9}) dx = \int (x^2 + \frac{x}{x^2+9} + \frac{2}{x^2+9}) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2} \ln(x^2+9) + \frac{2}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + C$$

فصل (۳)  
مشتق

$$۴) \int \frac{x}{1+x} dx = \int \frac{x+1-1}{1+x} dx = \int (1 - \frac{1}{1+x}) dx = x - \ln|1+x| + c$$

فصل (۴)  
انتگرال

$$۵) \int \frac{x^2}{1+x^2} dx = \int \frac{x^2+1-1}{1+x^2} dx = \int (1 - \frac{1}{1+x^2}) dx = x - \tan^{-1} x + c$$

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

**۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر

فصل (۱)  
اعداد مختلط

۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

فصل (۲)  
حد

(۱) درجه صورت < درجه مخرج ← تقسیم دبیرستان

(۲) درجه صورت = درجه مخرج ← ایجاد مخرج در صورت + تفکیک

**(۳) کسری**

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

## مثال ۵: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (کسری و تجزیه)

$$۴) \int \frac{x}{1+x} dx = \int \frac{x+1-1}{1+x} dx = \int \left(1 - \frac{1}{1+x}\right) dx = x - \ln|1+x| + c$$

$$۵) \int \frac{x^2}{1+x^2} dx = \int \frac{x^2+1-1}{1+x^2} dx = \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = x - \tan^{-1} x + c$$

مقدمه

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

**۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر } ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

فصل (۱)  
اعداد مختلط

(۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

فصل (۲)  
حد

(۱) درجه صورت < درجه مخرج ← تقسیم دبیرستان

(۲) درجه صورت = درجه مخرج ← ایجاد مخرج در صورت + تفکیک

(۳) کسری

(۱) ۱ درجه ← ایجاد مشتق مخرج در صورت + تفکیک

(۳) درجه صورت > درجه مخرج

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

## مثال ۵: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (کسری و تجزیه)

$$\begin{aligned} ۱۷) \int \frac{x+1}{x^2+4x+8} dx & \xrightarrow{\text{ایجاد مشتق مخرج در صورت}} \int \frac{\frac{1}{2}(2x+4)-1}{x^2+4x+8} dx \xrightarrow{\text{تفکیک}} \underbrace{\frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{x^2+4x+8} dx}_{I_1} - \underbrace{\int \frac{dx}{x^2+4x+8}}_{I_2} \\ I_2 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} \int \frac{dx}{(x+2)^2+4} & \begin{cases} x+2=u \\ dx=du \end{cases} \\ & = \frac{1}{2} \ln(x^2+4x+8) - \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{(x+2)}{2} + c \end{aligned}$$

مقدمه

فصل ۱  
اعداد مختلط

فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری



ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها } **۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر  
وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

فصل (۱)  
اعداد مختلط

۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

فصل (۲)  
حد

(۱) درجه صورت < درجه مخرج ← تقسیم دبیرستان

(۲) درجه صورت = درجه مخرج ← ایجاد مخرج در صورت + تفکیک

(۳) کسری

(۱) ۱ درجه ← ایجاد مشتق مخرج در صورت + تفکیک

(۲) ۲ درجه ← رجوع به تکنیک ۵ (مربع کامل)

(۳) درجه صورت > درجه مخرج

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

## مثال ۵: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (کسری و تجزیه)

مقدمه

$$۱) \int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx = \int \frac{1}{(x+1)^2 + 4} dx = \int \frac{1}{u^2 + 4} du = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{u}{2}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$۲) \int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = \int \frac{1}{(x+1)^2 - 4} dx = \int \frac{1}{u^2 - 4} du = \frac{1}{2 \times 2} \ln \left| \frac{u-2}{u+2} \right| = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right|$$

$$۱) \int \frac{x^3}{x^2 + 2x + 5} dx$$

تمرین

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

ایده کاربردی در اکثر انتگرال‌ها  
 وجود یک تابع + مشتق آن در انتگرال

**۷ تکنیک:** (۱) تغییر متغیر

(۲) رادیکالی: زیر رادیکال رو بزنی بترکونی (تغییر متغیر) زیر رادیکال = فرجه (u) یا ضرب کردن در مزدوج

(۱) درجه صورت < درجه مخرج ← تقسیم دبیرستان

(۲) درجه صورت = درجه مخرج ← ایجاد مخرج در صورت + تفکیک

**(۳) کسری**

(۱) ۱ درجه ← ایجاد مشتق مخرج در صورت + تفکیک

(۲) ۲ درجه ← رجوع به تکنیک ۵ (مربع کامل)

(۳) درجات بالاتر ← رجوع به تکنیک ۴

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

$$\frac{A}{(x+a)^n} + \frac{B}{(x+a)^{n-1}} + \dots + \frac{Z}{(x+a)^1} \xleftarrow{\text{تجزیه}} (x+a)^n \text{ وجود عامل}$$

(۴) تجزیه کسری

$$\frac{Ax+B}{(ax^2+bx+C)^n} + \frac{Cx+D}{(ax^2+bx+C)^{n-1}} + \dots + \frac{Zx+Y}{(ax^2+bx+C)^1} \xleftarrow{\text{تجزیه}} (ax^2+bx+C)^n \text{ وجود عامل}$$

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

## مثال ۵: حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. (کسری و تجزیه)

مقدمه

$$۶) \int \frac{1-x}{x^3 + x^4} dx = \int \frac{1-x}{x^3(1+x)} dx = \int \frac{Ax^2 + Bx + C}{x^3} dx + \int \frac{D}{1+x} dx = \int \frac{A}{x} dx + \int \frac{B}{x^2} dx + \int \frac{C}{x^3} dx + \int \frac{D}{1+x} dx$$

$$= A \ln|x| + B\left(-\frac{1}{x}\right) + C\left(-\frac{1}{2x^2}\right) + D(\ln|1+x|)$$

فصل ۱  
اعداد مختلط

$$۷) \int \frac{1}{x^2 + x^4} dx = \int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx = \int \frac{Ax + B}{x^2} dx + \int \frac{Cx + D}{1+x^2} dx = \int \frac{A}{x} dx + \int \frac{B}{x^2} dx + \int \frac{Cx + D}{1+x^2} dx$$

$$= A \ln|x| + B\left(-\frac{1}{x}\right) + C\left(\frac{1}{2} \ln|1+x^2|\right) + D(\tan^{-1} x)$$

فصل ۲  
حد

فصل ۳  
مشتق

$$۱۴) \int \frac{10}{(x-1)(x^2+9)} dx \quad \frac{10}{(x-1)(x^2+9)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+9} \quad \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \\ C=-1 \end{cases}$$

$$= \int \left( \frac{1}{x-1} + \frac{-x-1}{x^2+9} \right) dx = \int \left( \frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2+9} - \frac{1}{x^2+9} \right) dx = \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln(x^2+9) - \frac{1}{3} \tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + C$$

فصل ۴  
انتگرال

فصل ۵  
کاربرد انتگرال

فصل ۶  
سری

$$\int \frac{dx}{x^r + x\sqrt{x}} \quad \begin{cases} u^r = x \\ r u du = dx \end{cases} \rightarrow \int \frac{r u du}{u^r + u^r} = \int \frac{r du}{u^r + u^r} = r \int \frac{du}{u^r (u+1)}$$

$$\frac{1}{u^r (u+1)} = \frac{Au+B}{u^r} + \frac{C}{u+1} = \frac{A}{u^r} + \frac{B}{u} + \frac{C}{u+1}$$

$$\begin{cases} \times u^r \rightarrow \frac{u^r}{u^r (u+1)} = \frac{Au^r}{u^r} + \frac{Bu^r}{u} + \frac{Cu^r}{u+1} \rightarrow 1 = A \\ \times (u+1) \rightarrow \frac{(u+1)}{u^r (u+1)} = \frac{A(u+1)}{u^r} + \frac{B(u+1)}{u} + \frac{C(u+1)}{u+1} \rightarrow 1 = C \\ u=1 \rightarrow \frac{1}{r} = A + B + \frac{C}{r} \xrightarrow{A=C=1} \frac{1}{r} = B + \frac{r}{r} \rightarrow B = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow r \left( \int \frac{1}{u^r} du - \int \frac{1}{u} du + \int \frac{1}{u+1} du \right) = r \left( -\frac{1}{u} - \ln|u| + \ln|u+1| \right) + c = -\frac{r}{\sqrt{x}} + r \ln \left| \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{x^r + x} = \int \frac{dx}{x(x^r + 1)}$$

$$\frac{1}{x(x^r + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^r + 1}$$

$$\begin{cases} \times x \rightarrow \frac{x}{x(x^r + 1)} = \frac{Ax}{x} + \frac{(Bx+C)x}{x^r + 1} \rightarrow 1 = A \\ \times x \rightarrow \frac{x}{x(x^r + 1)} = \frac{Ax}{x} + \frac{(Bx+C)x}{x^r + 1} \rightarrow 0 = A + B \rightarrow B = -1 \\ x=1 \rightarrow \frac{1}{r} = A + \frac{B+C}{r} \xrightarrow{A=1, B=-1} \frac{1}{r} = 1 + \frac{-1+C}{r} \rightarrow C = 0 \end{cases}$$

$$= \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{x}{x^r + 1} dx = \ln|x| - \frac{1}{r} \ln|x^r + 1| + c = \ln \left| \frac{x}{\sqrt{x^r + 1}} \right| + c$$

فصل (۱)  
اعداد مختلط

فصل (۲)  
حد

فصل (۳)  
مشتق

فصل (۴)  
انتگرال

فصل (۵)  
کاربرد انتگرال

فصل (۶)  
سری

پایان قسمت ۱

۳۰ مهر ۱۴۰۰


باتشکر از توجه شما

 EbiMath

 @EbiMath

 EbiMath

 @EShahebrahimi

 @Ebrahim\_Shahebrahimi



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# معادلات دیفرانسیل

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: معادلات مرتبه اول

فصل ۲: معادلات مرتبه دوم و بالاتر

فصل ۳: حل معادلات دیفرانسیل با سری

فصل ۴: تبدیل لاپلاس

فصل ۵: حل دستگاه معادلات دیفرانسیل



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# ریاضیات عمومی ۲

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: توابع برداری

فصل ۲: توابع چند متغیره

فصل ۳: انتگرال ۲ گانه

فصل ۴: انتگرال ۳ گانه

فصل ۵: انتگرال روی خم

فصل ۶: انتگرال روی سطح



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

# ریاضیات عمومی ۱

تالیف: ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فصل ۱: اعداد مختلط

فصل ۲: حد و پیوستگی

فصل ۳: مشتق

فصل ۴: انتگرال

فصل ۵: کاربرد انتگرال

فصل ۶: سری

فصل ۷: پیوست



برای دریافت فایل و ویدئوهای اصلی کلاس به اییدی @EShahebrahimi در تلگرام پیام دهید .



وبلاگ آموزش ریاضیات دانشگاهی به همراه نمونه سوالات با پاسخ تشریحی : [EbiMath.com](http://EbiMath.com)