

به نام خدا

تمرین‌های درس ریاضی عمومی (۱)، مدرس: محفوظ رستم‌زاده

@@

توابع غیرجبری

@@

۱- ضابطه‌ی $\frac{dy}{dx}$ و مقدار آن را به ازای نقطه‌ی داده شده به دست آورید.

- (a) $y = x(\sin^{-1}(x))^2 + \sqrt{1-x^2}$, $x_0 = 0$ (b) $y = \tan^{-1}(\sin x)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$
(c) $y = x\sqrt{1+x^2} - \cos^{-1}(\pi x)$, $x_0 = 0$ (d) $y = \ln(e^{-x^2} \sin x)$, $x_0 = \pi/4$
(e) $y = x^2 e^x + \sin^{-1}(x)$, $x_0 = 0$ (f) $y = \sin(e^{\ln(x^2+1)} - 1)$, $x_0 = \sqrt{\pi}$
(g) $y = \cot^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $x_0 = 0$ (h) $y = \frac{x^x \sqrt{x}}{e^x}$, $x_0 = 1$
(i) $y = \sinh(1 + \sin x)$, $x_0 = 0$ (j) $y = x[\sin(\ln x) + \cos(\ln x)]$, $x_0 = 1$
(k) $y = \tanh(\sqrt{x} - \cos x)$, $x_0 = 1$

۲- ضابطه‌ی معکوس توابع $y = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ و $y = \operatorname{cosec}(x) = \frac{1}{\sin(x)}$ را همراه با مشتق آن‌ها به دست آورید.

۳- مشتق توابع زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$f(x) = (\sin x)^{\cos x}, \quad g(x) = x + x^x, \quad h(x) = 2^{\tan^{-1}(\frac{1}{x})}, \quad k(x) = 5^{\sinh x + \cosh x},$$

$$m(x) = \log_2(x + \tan x), \quad n(x) = (x^2 - 1)^2 \sinh^2\left(\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right)$$

۴- مقدار حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید.

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \ln(x+e)}{\sin x}$, ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1} x}{x^3}$, iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$ iv. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$
v. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 5^x}{3^x - 4^x}$, vi. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin 3x)}{\ln(\sin x)}$, vii. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^x$, viii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$