

امتحان ۳

۱۹ خرداد ۱۳۹۵

به نام خدا

به سوالات به طور کامل پاسخ دهید و لازم نیست اگر از قضیه ی مشهوری استفاده کردید ان را ثابت کنید.

۱- فرض کنید T_n تعداد زیر مجموعه های ناتهی مجموعه اعداد طبیعی ۱ الی n که میانگین اعضای آن عددی صحیح است باشد؛ ثابت کنید: $T_n - n$ عددی زوج است. (هند ۲۰۱۳)

۲- بازی با نام "زرو در پی اسبش" روی یک صفحه ۱۰۰ در ۱۰۰ انجام میگیرد و ۲۰ مهره دارد؛ هر مهره حداکثر ۲۰ خانه را تهدید میکند؛ ثابت کنید میتوان این ۲۰ مهره را طوری روی صفحه چید که هیچ کدام دیگری را تهدید نکند (تورنمنت شهر ها ۱۹۸۵)

۳- جایگشتی از اعداد طبیعی ۱ تا n داریم؛ در هر مرحله اگر عدد اول جایگشت k بود؛ k تای اول را برعکس میکنیم؛ ثابت کنید بالاخره متوقف میشویم (روسیه ۱۹۹۳)
موفق باشید!