



1393/10/25

وقت 110 دقیقه

حوالکیم

امتحان پایان ترم محاسبات عددی

رانشکده مهندسی

استفاده از تلفن همراه مجاز نیست. ⓧ

به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود. ⓧ

1. فرض کنید x_i و $h > 0$ اعداد دلخواهی باشند و مقادیر تابع متقعر $f(x)$ در نقاط $x_i - 2h$ ، $x_i - h$ ، x_i ، $x_i + h$ و $x_i + 2h$ معلوم باشد. فرمول متقعر زیر و خطای برشی آن را به دست آورید.

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_i + 2h) + 8f(x_i + h) - 8f(x_i - h) + f(x_i - 2h)}{12h}$$

2. تقریبی از انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ را به روش سیمون حساب کنید به طوری که خطای آن کمتر از 10^{-2} باشد.

3. قاعده انتگرالگیری زیر را در نظر بگیرید.

$$\int_0^1 f(x) dx = f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{24}(f'(1) - f'(0))$$

الف) درجه دقت فرمول فوق را به دست آورید.

ب) مقدار تقریبی $\int_{-1}^1 \frac{x}{x+2} dx$ را به کمک قاعده الف به دست آورید.

4. ماله مقدار اولیه $\begin{cases} y'(x) = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $h = \frac{b-a}{n}$ و $x_i = x_0 + ih$.

الف) معادله تفاضلی زیر را برای حل ماله مقدار اولیه فوق به دست آورید.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(3f(x_i, y_i) - f(x_{i-1}, y_{i-1}))$$

ب) به کمک قاعده الف مقدار تقریبی $y(0.2)$ را برای ماله مقدار اولیه $\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{1+x^2+y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ با فرض $h = 0.1$ به دست آورید.

(مقدار $y(0.1)$ را به روش رانگ کوتای مرتبه 2 تقریب بزنید.)

5. الف) با استفاده از روش تجزیه دولیتل، دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} -x + y + 4z = 5 \\ 6x + y - z = 7 \\ x - 4y + 2z = -5 \end{cases}$$

ب) ابتدا دستگاه قاعده الف را طوری تغییر دهید که همگرای روش گوس سیدل تضمین شود. سپس با استفاده از

روش گوس سیدل، و با حدس اولیه $X^{(0)} = (0, 0, 0)$ تقریبی برای جواب دستگاه به دست آورید. (2 تکرار کافیت.)