۴

کار و حرارت

۴-۴ یک فنرغیر خطی دارای رابطه نیروی جابجایی به شکل $F=k_{ns}(x-x_0)^n$ است.اگرانتهای فنرازحالت آزاد به x_1 برسدرابطه رابرای کارانجام شده تعیین کنید.

حل:

$$W=\int_1^2 F.dx = \int_{x_0}^{x_1} k_{ns}(x-x_0)^n \cos(0)\,dx$$

$$= +k_{ns}\left[\frac{1}{n+1}(x-x_0)^{n+1}\right]_{x_0}^{x_1}$$

$$W=\frac{+k_{ns}}{n+1}(x_1-x_0)^{n+1}$$

۴-۵ یک سیلندرپیستون بدون اصطکاک حاوی $5kg$ بخارابرگرم مبرد $R\text{-}134a$ در $1000kPa$ و $140^\circ C$ است .این مجموعه درفشارثابت سرد می شود تااینکه مبرد $R\text{-}134a$ به عیار 25% می‌رسد. کار انجام شده فرآیند رامحاسبه کنید.

حل:

1 $R\text{-}134a\begin{cases}P_1=1000kPa\\T_1=140^\circ C\end{cases}\Rightarrow v_1=0.03150\ m^3/kg$ (ازجدول $B.5.2$)

2 $R\text{-}134a\begin{cases}P_2=1000kPa\\x=25\%\end{cases}$ (درون یابی از جدول $B.5.1$)

P	v_f	v_g
1017.0	0.000873	0.02002
1000	?	?
887.6	0.000857	0.02310

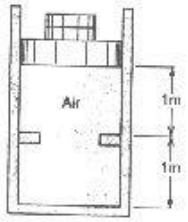
$$\Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.000871 \\ v_g = 0.02042 \end{cases}$$

$$v_2 = v_f + x v_{fg} = 0.00576\ m^3/kg$$

$$_1w_2 = \int_1^2 p dv = P(v_2 - v_1) = 1000(0.00576 - 0.03150) = -25.74\ kJ/kg$$

$$_1W_2 = m \times {}_1w_2 = -128.7\ kJ$$

۶-۴ ترکیب سیلندر/پیستون شکل P4.6 درابتدا حاوی هوادر $150kPa$ و $400^\circ C$ می باشد. به سیستم اجازه داده می شود تادمای محیط، $20^\circ C$، خنک شود.

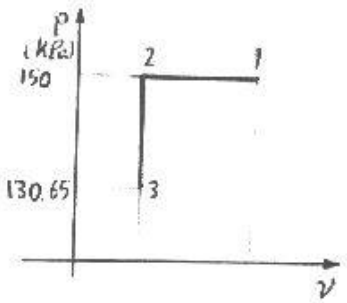


الف) آیا پیستون درحالت نهایی برروی نگه دارنده ها خواهد ایستاد؟ فشارنهایی درسیلندر چقدر است؟

ب) کارویژه انجام شده بوسیله هوادراین فرآیند چه مقدار است؟

حل:

[نقطه 2 رانقطه ای درنظرمی گیریم که پیستون به نگهدارنده هابرخورد می کند.]



$$\begin{cases} P_1 = 150kPa \\ V_1 = 2 \times A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 150kPa \\ V_2 = 1 \times A \end{cases}$$

چون هواگازایده ال است ازمعادله حالت گازایده ال داریم:

$$\begin{cases} P_1 v_1 = RT_1 \\ P_2 v_2 = RT_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 \frac{2 \times A}{m} = RT_1 \\ P_2 \frac{1 \times A}{m} = RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{m} = \frac{RT_1}{2P_1} =$$

$$= 0.64398 m^2/kg$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{A}{m} = \frac{RT_1}{2P_1} \\ \frac{A}{m} = \frac{RT_2}{P_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{RT_1}{2P_1} = \frac{RT_2}{P_2} \\ P_1 = P_2 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} T_1 = \frac{673.15K}{2}$$

$$T_2 = 336.575K = 63.425^\circ C$$

یعنی زمانی که دما به $63.425^{\circ}C$ برسد پیستون روی نگهدارنده ها خواهد ایستاد. برای نقطه 3 دما برابر $20^{\circ}C$ و حجم برابر $1\times A$ داریم:

$$\begin{cases} P_3v_3=RT_3 \Rightarrow P_3\dfrac{1\times A}{m}=RT_3 \\ P_1v_1=RT_1 \Rightarrow P_1\dfrac{2\times A}{m}=RT_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_3}{2P_1}=\frac{T_3}{T_1} \Rightarrow P_3=\frac{2P_1T_3}{T_1}$$

$$\Rightarrow P_3=130.647\ kPa$$

$$2\rightarrow 3: V=Cte \Rightarrow v=Cte \Rightarrow dv=0 \qquad 1\rightarrow 2: P=Cte$$

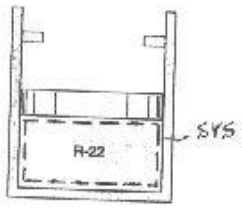
$$w=\int_1^3 Pdv=\int_1^2 Pdv+\int_2^3 Pdv \Rightarrow w=\int_1^2 Pdv \Rightarrow w=P\int_1^2 dv=p\Delta v$$

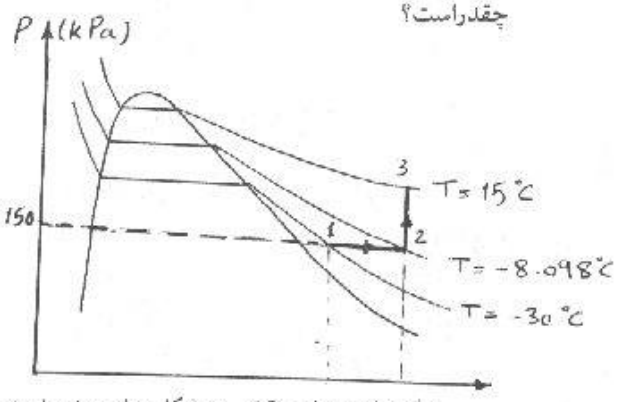
ازطرفی:

$$\Delta v=\frac{\Delta V}{m}=\frac{1\times A-2\times A}{m}=(1-2)\times\frac{A}{m}=-\frac{A}{m}=-0.64398\ m^3/kg$$

$$\Rightarrow w=150\times(-0.64398)=-96.597\ kJ/kg$$

۴-۷ یک سیلندر/پیستون حاوی $R\text{-}22$ است و درهنگام برخورد پیستون باموانع حجم سیلندر $11L$ است. حالت اولیه $-30^{\circ}C$ و $150kPa$ باحجم $10L$ است. سیستم تا $15^{\circ}C$ گرم می شود. الف) آیا در حالت نهایی پیستون به موانع می رسد؟ ب) کارانجام شده توسط $R\text{-}22$ در طی این فرآیند چقدراست؟





برای وضوح بیشتر مقیاس در شکل رعایت نشده است

حل: $R\text{-}22$ راسیستم فرض می کنیم:

حالت اولیه $\begin{vmatrix} -30^{\circ}C \\ 150kPa \end{vmatrix} \rightarrow v_1=0.14872\ m^3/kg$ بخارفوق گرم

$$m=\frac{V_1}{v_1}=\frac{10\times10^{-3}\ (m^3)}{0.14872\ (m^3/kg)}=0.067\ kg$$

تاوقتی که پیستون به تکیه‌گاهها نرسیده است فرآیند به صورت فشارثابت انجام خواهدگرفت :

$$\begin{vmatrix} P_2'=P_1=150\,kPa \\ T_2'=15^\circ C \end{vmatrix} \rightarrow v_2'=0.18011\ m^3/kg \qquad \text{(بخار فوق گرم)}$$

$$V_2'=m\times v_2'=0.012\ m^3=12\ \ L$$

مشاهده می شودکه برای اینکه فرآیندگرم شدن با فشارثابت بطورکامل انجام شودبایدحجم نهایی $12L$باشد و چون دراینجاحجم نهایی $11L$است بنابراین فرآیند گرم شدن تا $11L$ بطورفشارثابت وبعدازآن بطورحجم ثابت انجام می گیردوجواب قسمت‌اول سوال مثبت‌است‌برای فرآیند فشارثابت داریم :

$$\begin{vmatrix} V_2=11\times10^{-3}\ m^3 \\ m=0.067\ kg \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} v_2=\dfrac{11\times10^{-3}}{0.067}=0.1642\ m^3/kg \\ p_2=150\,kpa \end{vmatrix} \rightarrow T_2=-8.098^\circ C$$

درانتهای فرآیندحجم ثابت:

$$\begin{vmatrix} v_3=v_2=0.1642\ m^3/kg \\ T_3=15^\circ C \end{vmatrix} \qquad \text{(بخارفوق گرم)}$$

$P\ (kPa)$	$v(m^3/kg)$	
150	0.18011	
?	0.1642	$\rightarrow P_3=167.2\ kPa$
200	.01339	

$$b)\quad W=\int_{V_1}^{V_2} pdV=P_1(V_2-V_1)=150(11-10)\times10^{-3}=0.15\ kJ$$

توضیح :

۱ – برای پیداکردن حجم ویژه دردمای $15^\circ C$ درفشارهای $200kPa, 150kPa$ بایدبین دماهای $20^\circ C, 10^\circ C$ درجدول بخارفوق گرم درونیابی کردکه دراینجاازذکرآن خودداری شده وفقط نتایج درج گردیده است .

۲ – $R\text{-}22$ فقط درقسمت اول فرآیندیعنی فرآیند بافشارثابت P_1 کارانجام می دهد وبعد ازآن به

علت ثابت بودن حجم کاری انجام نخواهدشد.

۳-دردیاگرام P-v مقیاس رعایت نشده است وبرای وضوح بیشتر فاصله ها بزرگ انتخاب شده است.

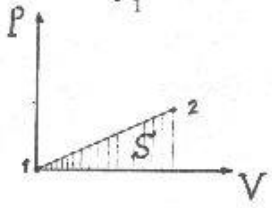
۸-۴ جرمی رادرنظربگیریدکه یک فرآیند پلی‌تروپیک راطی می کندکه درآن فشارباحجم نسبت مستقیم دارد $(n=-1)$. فرآیند با $P=0, V=0$ شروع می‌شودو درپایان $P=600kPa$ و $V=0.01m^3$ است مجموعه فیزیکی شبیه مساله ۲۲-۲است کارانجام شده بوسیله جرم روی مرزهاراتعیین کنید.

حل:

$$PV^n=const \quad , \quad n=-1$$

$$_1W_2=\int_1^2 PdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=\frac{600\times0.01}{2}=3kJ$$

روش دوم:



$$s=\int_1^2 PdV=\frac{600\times0.01}{2}=3kJ$$

[سطح زیرمنحنی P-V درفرآیندشبه تعادلی معرف کارانجام شده است]

۹-۴ یک سیلندرپیستون حاوی $50kg$ آب در $200kPa$ باحجم $0.1m^3$ میباشد.نگهدارنده های موجود برروی سیلندرحجم نهایی رابه $0.1m^3$ محدود می نمایند،مانندشکل ۷-P۴.اکنون آب تادمای $200^\circ C$ گرم می شود.فشارنهایی وکارانجام شده به وسیله آب رابیابید.

حل:

داریم: $v_1=\frac{V_1}{m}=\frac{0.1}{50}=0.002\ m^3/kg$

$$1\begin{cases}P=200kPa\\v_1=0.002m^3/kg\end{cases}\quad 2\begin{cases}P_2=200kPa \Rightarrow v_2=1.08034\ m^3/kg\\T_2=200^\circ C \Rightarrow V_2=54.017\ m^3\end{cases}$$

ولی چون حجم‌مایه $0.5m^3$ محدوداست پس حالت $2'$ غیرقابل قبول است وپیستون تانقطه 2 که به نگهدارنده هابرخوردمی کند،کارانجام خواهدداد.

$$2\begin{cases}P_2=200kPa\\v_2=\frac{0.5}{50}=0.01m^3/kg\end{cases}$$

$$W=\int_1^2 PdV=P\int_1^2 dV=P\Delta V=200(0.5-0.1)=200\times0.4=80kJ$$

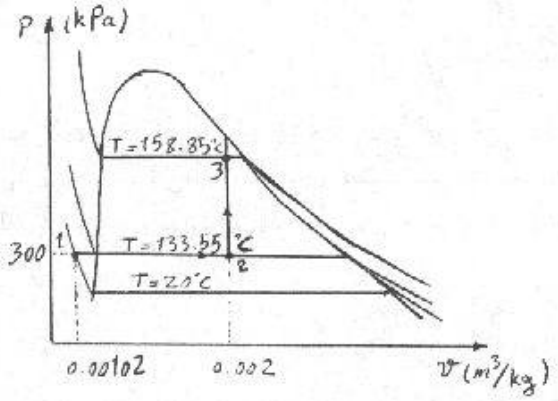
برای محاسبه فشارنهایی، P_3ازشرایط نهایی داریم :

$$\begin{cases} v_3=v_2=0.01m^3/kg \\ T_3=200^\circ C \\ v_f)_{200^\circ C}=0.001156m^3/kg \\ v_g)_{200^\circ C}=0.12736\,m^3/kg \end{cases}$$

درناحیه دوفازه قراردارد $\Rightarrow v_f<v_3<v_g \Rightarrow$

$$P_3=P_{sat})_{200^\circ C}=1.5538MPa$$

۴-۱۰ یک سیلندر پیستون حاوی $1kg$ آب مایع در $20^\circ C$ و $300kPa$ است و در ابتدا پیستون شناوراست ، نظیرمساله ۴-۷.اگرپیستون به موانع برسد حداکثرحجم داخلی آن $0.002m^3$ خواهدبود.حال حرارت به مجموعه اضافه می شودبطوریکه فشارنهایی به $600kPa$ می رسد. حجم نهایی وکارانجام شده‌در فرایندراتعیین کنید.



حل:

آب داخل سیلندرراسیستم درنظرمی گیریم :

$$\text{حالت اولیه} \begin{cases} 20^\circ C \\ 300kPa \end{cases} \rightarrow v_1\cong v_f\,|_{20^\circ C}=0.001002\,m^3/kg$$

$$V_1=m\times v_1=1\times0.001002=0.001002\ m^3$$

همان طورکه ازدیاگرام P-vمشاهده می شود فرایند گرم شدن تازمانی که پیستون به تکیه گاهها برسدبصورت فشار ثابت بافشار$P=P_1=300kPa$ انجام خواهدشد ازآنجا که فشارنهایی دومین مساله بیشترازاین مقداراست می توان نتیجه گرفت که پیستون به تکیه گاهها برخوردکرده وبعد فشاردراثرافزایش دماودریک فرآیندحجم ثابت افزایش یافته است :

حالت ۲ $\begin{cases} P_2=P_1=300kPa \\ v_2=\dfrac{0.002}{1}=0.002\ m^3/kg \end{cases}$ $\rightarrow T_2=T_{sat}=133.55\,^{\circ}C$ ناحیه دوفازه

حالت ۳ $\begin{cases} P_3=600kPa \\ v_3=v_2=\ 0.002\ m^3/kg \end{cases}$ $\rightarrow T_3=T_{sat}=158.85\,^{\circ}C$ ناحیه دوفازه

بنابراین حجم نهایی $v_3=v_2=0.002\ \ m^3$ وکارانجام شده (فقط درقسمت فشارثابت) برابراست با:

$$W=\int_1^2 mpdv=mP_1(v_2-v_1)=1\times300(0.002-0.001002)=0.2994kJ$$

۱۱-۴یک سیلندر پیستون محتوی بوتان ، (C_4H_{10}) در $100kPa, 300^{\circ}C$ باحجم $0.02\ m^3$ می‌باشد اکنون گاز به آرامی طی فرآیند همدما تافشار $300kPa$ متراکم می شود.

الف)نشان دهیدکه فرض رفتارگازایده ال برای بوتان طی این فرآیندمنطقی است .

ب) کار انجام شده طی این فرآیندتوسط بوتان راتعیین کنید.

حل:

الف)

2 $\begin{cases} T_r=\dfrac{T}{T_{cr}}=\dfrac{573.1}{425.2}\cong1.35 \\ P_r=\dfrac{P}{P_{cr}}=\dfrac{300}{3800}\cong0.079 \end{cases}$

ازجدول $A.2$ ، T_{cr} , P_{cr}

برای بوتان بدست میاید.

بامراجعه به نمودارعمومی تراکم پذیری $Z\cong1$

چون در طی فرایند T_r ثابت و P_r همواره کوچکتر از 0.079 است پس همواره $Z\cong1$ می ماند.

پس باتقریب بسیارخوب می توانیم بگوییم که بوتان طی این فرآیند ازرفتارگازایده ال پیروی می‌کند

ب)

$$\begin{cases} {}_1W_2=\displaystyle\int_1^2 pdv \\ PV=mRT\Rightarrow P=\dfrac{mRT}{V} \end{cases} \quad \Rightarrow {}_1W_2=mRTLn\frac{V_2}{V_1}=P_1V_1Ln\frac{V_2}{V_1}$$

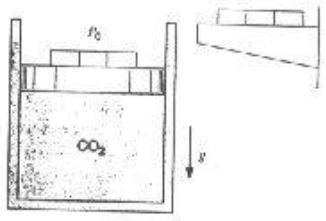
$$T=const\Rightarrow P_1V_1=P_2V_2=mRT\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{P_1}{P_2}$$

$${}_1W_2=P_1V_1\ Ln\frac{V_2}{V_1}=P_1V_1\ \ Ln\frac{P_1}{P_2}=-2.197\ kJ$$

۱۲ – ۴سیلندر/پیستون نشان داده شده درشکل ۱۲ – ۴حاوی دی اکسیدکربن در $100^{\circ}C, 300kPa$ باحجم $0.2m^{3}$ می باشد.وزنه هابرروی پیستون طوری اضافه می شوندکه گازطبق رابطه $PV^{1.2}=Cte$ تادمای نهایی $200^{\circ}C$ فشرده می شود.کارانجام شده درحین فرآیندرابیابید.

حل:

برای تعیین پارامترهای مورد نیاز درحالات اولیه وپایانی به دیاگرام عمومی تراکم پذیری مراجعه می کنیم .ازجدول ثابتهای بحرانی $A.2$ برای دی‌اکسیدکربن داریم :



$$T_c=304.1K \ , \ P_c=7.38\ MPa \ =7380kPa$$

$$R_{CO_2}=0.1889\frac{kJ}{kgK}$$ ازجدول خواص گازهای ایده ال $A.5$داریم :

$$P_1=300kPa \Rightarrow P_{r1}=\frac{300}{7380}=0.0406504$$
$$T_1=100^{\circ}C \ =373.15K \Rightarrow T_{r1}=1.22706 \quad \Big| \Rightarrow Z\approx 1$$

یعنی دی اکسیدکربن دراین حالت ازمعادله گازایده ال باتقریب مهندسی پیروی می کند.

$$\Rightarrow v_1=\frac{RT_1}{P_1}=\frac{0.1889\times 373.15}{300}=0.23496\ m^3/kg$$
$$\Rightarrow m=\frac{V_1}{v_1}=0.851208\ kg$$

$PV^{1.2}=c \Rightarrow c=P_1V_1^{1.2}=300\times 0.2^{1.2}=43.4868$ رابطه پلی تروپیک داده شده :

$$\begin{cases} PV^{1.2}=43.4868 \\ PV=mZRT=76.0793\ Z \\ \Rightarrow P^{1.2}V^{1.2}=180.934Z^{1.2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P^{0.2}=4.16066\,Z^{1.2} \\ P=1246.85\,Z^{6} \\ P_{r2}=\dfrac{P_2}{P_c}=0.16895\,Z^{6} \end{cases}$$

δ رابصورت زیرتعریف می کنیم تابادرون یابی به صفربه مقدارP_{r2}برسیم :

$$\delta=P_{r2}-0.16895\ Z^6$$

$$T_r=1.6 \begin{cases} P_{r2}=0.2 \Rightarrow Z=0.99 \\ \Rightarrow \delta=0.0409373 \end{cases} \qquad T_r=1.6 \begin{cases} P_{r2}=0.04 \Rightarrow Z\approx 1 \\ \Rightarrow \delta=-0.12895 \end{cases}$$

$\delta=0 \Rightarrow P_{r2}=0.161445 \Rightarrow P_2=P_{r2}P_c=1.19147\ MPa$ درون یابی :

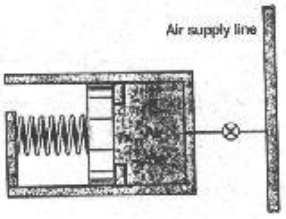
$$\Rightarrow V_2=\left(\frac{43.4868}{P_2}\right)^{\frac{1}{1.2}}=0.0633719\,m^3$$

$$\Rightarrow W=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=-77.5286\ kJ$$

باتوجه به توان شش برای Z دررابطه δ ودرون یابی خطی انجام شده تنهادورقم علمی قابل قبول است یعنی $W=-78\ kJ$

۱۳ - ۴ فشار هوادریک مجموعه سیلندرپیستون بارگذاری شده بافنروباحجم رابطه خطی دارد، $P=A+BV$ شرایط‌اولیه $P=150kPa$ و $V=1L$ وحالت‌نهایی $800\ kPa$ وحجم $1.5L$ است. کارانجام شده توسط هوارابیابید.

حل:



$$\text{حالت‌اولیه}\begin{cases}P_1=150\,kPa\\V_1=1\,L=0.001\,m^3\end{cases}\rightarrow P_1=A+BV_1$$

$$\Rightarrow 150=A+0.001B \qquad (1$$

$$\text{حالت‌ثانویه}\begin{cases}P_2=800\,kPa\\V_2=1.5\,L=0.0015\,m^3\end{cases}\rightarrow 800=A+0.0015\,B \qquad (2$$

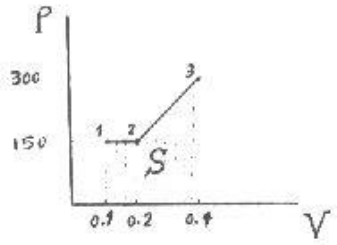
ازحل دومعادله 2,1، B,A تعیین می شود:

$$\begin{cases}A=-1150\\B=1.3\times10^6\end{cases}\Rightarrow P=1.3\times10^6V-1150$$

$$W_{1-2}=\int_{V_1}^{V_2}pdV=\int_{0.001}^{0.0015}(1.3\times10^6V-1150)dV=0.237\,kJ=237J$$

۱۵ - ۴ یک فرایند دوقسمتی رادرنظربگیریدکه درمرحله اول آن یک فرآیندانبساطی درفشارثابت 150 kPa از $0.1\ m^3$ تا $0.2\ m^3$ داریم ودرمرحله دوم آن درحالیکه فشارطبق رابطه خطی از $150kPa$ به $300\ kPa$ می رسد ، انبساط از $0.2\ m^3$ تا $0.4\ m^3$ صورت می گیرد. فرآیند راروی دیاگرام P-V نشان داده وکارنهایی مرزهاراپیداکنید.

حل:



$${}_1W_3={}_1W_2+{}_2W_3$$

درقسمت دوم فرآیند داریم. $P=750V$

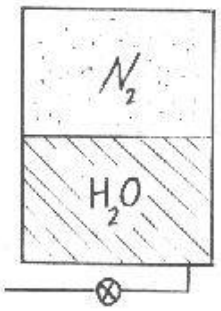
$${}_1W_3=\int_1^2 pdV+\int_2^3 pdV=$$
$$-P_1(V_2-V_1)+\frac{750}{2}(V_3^2-V_2^2)$$

$$\Rightarrow {}_1W_3=150\times0.1+\frac{750}{2}(0.4^2-0.2^2)=60\ kJ$$

برای پیداکردن ${}_1W_3$ می توانیم سطح زیرنمودار P-V رانیزمحاسبه کنیم .

دراین صورت داریم: $${}_1W_3=150\times0.1+\frac{150+300}{2}(0.4-0.2)=60\ kJ$$

۱۷ – ۴فضای گاز بالای آب دریک مخزن بسته ،حاوی نیتروژن در $100kPa$, $25^\circ C$ است وحجم کل مخزن $4m^3$ می باشد .این مخزن دارای $500kg$ آب در $25^\circ C$است .$500kg$ دیگرآب به داخل مخزن رانده می شود.بافرض دمای ثابت درتمام فرایند،فشارنهایی نیتروژن وکارانجام شده روی نیتروژن رابیابید.



حل:

باتوجه به اینکه آب درتمام فرآیند درحالت مایع متراکم قراردارد می توان آنراتراکم ناپذیر دانست واز v_f دردمای $25^\circ C$ برای حجم ویژه آن درتمام طول فرآیند استفاده کرد.

$$v_{H_2O}=Cte=v_f)_{25^\circ C}=0.001003\ m^3/kg$$

ازجدول ثابتهای بحرانی $A.2$ برای نیتروژن داریم:

$$T_c=126.2K,\ P_c=3.39MPa$$

ازجدول گازهای ایده ال برای نیتروژن داریم : $R=0.2968\ kJ/kgK$

داریم :

$$V_1)_{H_2O}=vm=0.001003\times500=0.5015\ m^3$$
$$\Rightarrow V_1)_{N_2}=4-V_1)_{H_2O}=3.4985\ m^3$$

ازطرفی :

$$V_2)_{H_2O}=vm=0.001003\times1000=1.003\ m^3\Rightarrow V_2)_{N_2}=2.997\ m^3$$

ازجدول نیتروژن فراگرم $B.6.2$ داریم :

$$P=100kpa:\begin{cases}T=280K\Rightarrow v=0.83072\\ T=300K\Rightarrow v=0.89023\end{cases}T_1=298.15\Rightarrow v_1=0.884725\ m^3/kg \quad (I$$

$$\Rightarrow m_{N_2}=\frac{V_1}{v_1}=3.95433\ kg\Rightarrow v_2)_{N_2}=\frac{V_2)_{N_2}}{m}=0.757902\ m^3/kg$$

$$P=200kpa\begin{cases}T=280K\Rightarrow v=0.4152\\ T=300K\Rightarrow v=0.44503\end{cases}T=298.15\Rightarrow v=0.442271m^3/kg \qquad (II$$

$$I,II\Rightarrow T=25^\circ C\Rightarrow\begin{cases}v=0.442271\Rightarrow P=200kPa\\ v=0.884725\Rightarrow P=100kPa\end{cases}v=0.757902\Rightarrow P=128.663kPa$$

$$\Rightarrow P_{r2}=\frac{P}{P_c}=0.037954$$

همینطوربرای P_1 داریم: $P_{r1}=\frac{P_1}{P_c}=0.0295$

بامراجعه به دیاگرام عمومی تراکم پذیری برای P_{r1} , P_{r2} دردمای $T_r=\frac{298.15}{T_c}=2.4$ می بینیم که دراین فاصله گازنیتروژن باتقریب بسیار خوبی ازمعادله حالت گازایده ال پیروی می کند.

$$w=\frac{W}{m}=\int_1^2 Pdv=\int_1^2\frac{RT}{v}dv=RTLn\frac{v_2}{v_1}\Rightarrow W=mw=RTmIn\frac{v_2}{v_1}=-54.1407kJ$$

$$\Rightarrow W=-54.1407\ kJ$$

۱۹-۴یک بالن طوری رفتارمی کندکه فشارداخل آن بامربع قطرش متناسب است وحـاوی $2kg$ آمونیاک در $0^\circ C$ وکیفیت 60% است .بالن وآمونیاک گرم می شوند تاجائیکه فشارنهایی به $600kPa$ می رسد.مقدارکارراباد رنظرگرفتن آمونیاک به عنوان سیستم محاسبه کنید.

حل:

$$\begin{cases}T_1=0^\circ C\\ x=60\%\end{cases}\Rightarrow\begin{vmatrix}P_1=429.6kPa\\ v_{1f}=0.001566m^3/kg\\ v_{1g}=0.2892m^3/kg\\ v_{1fg}=0.28763m^3/kg\end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow v_1=v_{1f}+xv_{1fg}$$

$$v_1=0.001566+0.6\times0.28763$$

$$v_1=0.174144m^3/kg$$

$$\begin{cases}m=2kg\\ v_1=0.174144\end{cases}\Rightarrow V_1=0.348m^3$$

$$V=\frac{1}{6}\pi D^3\Rightarrow D^2=(\frac{6V}{\pi})^{2/3},\ P=kD^2\Rightarrow P=k=(\frac{6V}{\pi})^{2/3}$$

$P_1=k(\frac{6V_1}{\pi})^{2/3} \Rightarrow 429.6=k\times 0.761 \Rightarrow k=564.2$

$\Rightarrow k=564.2 \Rightarrow P=564.2(\frac{6V}{\pi})^{2/3}$

$P_2=564.2(\frac{6V_2}{\pi})^{2/3} \Rightarrow 600=564.2(\frac{6V_2}{p})^{2/3} \Rightarrow V_2=0.574\ m^3$

$$W_{1-2}=\int_{V_1}^{V_2} pdV=\int_{0.348}^{0.574} 564.2(\frac{6V}{\pi})^{2/3}dV=116.87kJ$$

۲۰-۴ یک سیلندرپیستون محتوی $0.5kg$ مبرد $R\text{-}134a$ بصورت بخاراشباع در $-10^{\circ}C$ را در نظر بگیرید .حال این مجموعه راتافشار $500kPa$ طی فرآیند پلی تروپیک با $n=1.5$ متراکم می‌کنیم . حجم ودمای نهایی راپیداکنیدوکارانجام شده طی فرآیندرابدست آورید.

حل:

ازجدول $(B.5.1)$

$$1)\ R\text{-}134a \begin{cases} T_1=-10^{\circ}C \\ x=1 \\ m=0.5\,kg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1=201.7kPa \\ v_1=v_g=0.09921\ m^3/kg \end{cases} \Rightarrow V_1=mv_1=0.049605\ m^3$$

فرآیند پلی تروپیک با $n=1.5$ $\quad PV^{1.5}=const$

$$2) \begin{cases} P_2=500kPa \\ V_2=? \\ T_2=? \end{cases} \qquad {}_1W_2=?$$

$P_2V_2^{1.5}=P_1V_1^{1.5} \Rightarrow V_2=0.02708\ m^3$

$v_2=\frac{V_2}{m}=0.05416\ m^3/kg$

$$2) \begin{cases} P_2=500kPa \\ v_2=0.05416\ m^3/kg \end{cases}$$

بامراجعه به جدول $(B.5.1)$ چون $v_2>v_{g\,at\ 500\,kPa}$

پس $R\text{-}134a$ دراین حالت ، فراگرم است .

بامراجعه به جدول $(B.5.2)$

$500kPa$	
v	T
0.05247	70
0.05416	$T_2=?$ $\Rightarrow T_2=79^{\circ}C$
0.05435	80

$$_1W_2=\int_1^2 pdV=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{1-n}=-7.07\,kJ$$

۲۱-۴سیلندری به حجم‌اولیه $3m^3$ حاوی $0.1kg$ آب دردمای $40^\circ C$ است.اکنون آب دریک فرآیندهم دماوشبه تعادلی تاکیفیت 50% فشرده می شود.کارانجام شده دراین فرایند رابافرض گازایده ال برای بخارآب بدست آورید.

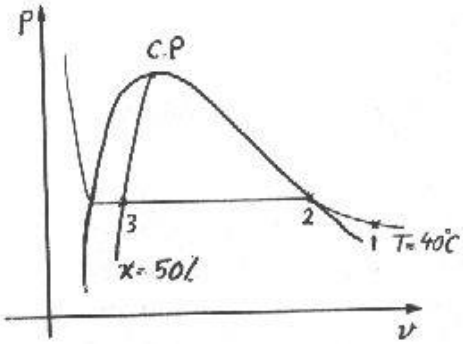
حل:

[فرآیندازشروع (نقطه ۱)تابوجودآمدن اولین قطرات مایع (نقطه ۲)درحالت ابرگرم انجام می‌شودکه طبق فرض مساله ازمعادله حالت گازایده ال تبعیت می کند.ازنقطه ۲تاپایان فرآیند(نقطه ۳)فشارثابت است زیرادرمنطقه دوفازه قراردارید .]

ازجدول آب اشباع *(B.1.1)*

ازفرض مساله :

$$1)\begin{cases}T=40^\circ C\\ v_1=\dfrac{3}{0.1}=30\,m^3/kg\end{cases}$$



$$\begin{cases}P_1)_{sat}=7.384kPa\\ v_f=0.001008\,m^3/kg\\ v_g=19.5229\\ v_{fg}=19.5219\end{cases}$$

ازجدول *(A.5)* $R_{steam}=0.4615$

نقطه ۱درحالت ابرگرم قراردارد $\Rightarrow v_1>v_g)_{40^\circ C}$

داریم:

$$\underset{1\to2}{W}=\int_{V_1}^{V_2}pdV=m\int_{v_1}^{v_2}pdv=mRT\int_{v_1}^{v_2}\frac{dv}{v}=mRTLn\frac{v_2}{v_1}=-6.20866\,kJ$$

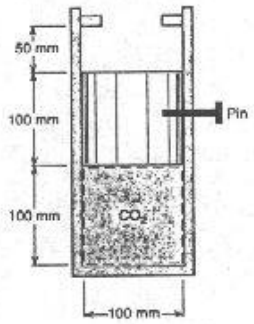
$$v_3=v_f+xv_{fg}=0.001008+0.5\times19.5219=9.76196\ m^3/kg$$

برای فرایندفشارثابت از2تا3داریم:

$$\underset{2\to3}{W}=\int_{V_2}^{V_3}pdV=mP\int_{v_2}^{v_3}dv=mP(v_3-v_2)=-7.20748\,kJ$$

$$\Rightarrow\underset{1\to3}{W}=\underset{1\to2}{W}+\underset{2\to3}{W}=-13.4161\,kJ$$

۲۲-۴ فرایند غیرتعادلی مسئله (۷-۳) رادرنظربگیرید.کارانجام شده روی دی اکسیدکربن درون سیلندردرطی فرآیندرامحاسبه کنید.



حل: بامراجعه به حل مساله ۷-۳:

درفرآیندغیرتعادلی داریم: $\underset{1\to2}{W}=\int_{V_1}^{V_2} P_{ext}\,dV$

$$P_{ext}=\frac{m_p g}{A_p}+P_{atm}$$

$$P_{ext}=\frac{6.28\times9.81}{7.85\times10^{-3}}\times\frac{1kPa}{1000\text{Pa}}+101\ kPa$$

$$P_{ext}=108.848\quad kPa\ =\ Cte$$

تاوقتی که پیستون حرکت می کند کارانجام می شودوقتی که پیستون درموانع ثابت شدبه دلیل اینکه $dV=0$ کاری انجام نخواهدشد.

$$V_1=7.85\times10^{-3}\times0.1\ =7.85\times10^{-4}\ m^3$$

$$V_2=7.85\times10^{-3}\ \times0.15\ =1.1775\ \times10^{-3}\ m^3$$

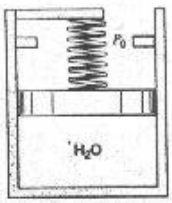
$$\Rightarrow W_{1\text{-}2}=P_{ext}(V_2-V_1)=108.848(1.1775\times10^{-3}-7.85\times10^{-4})=0.0427\ kJ$$

$$W_{1\text{-}2}=42.7\ J$$

۲۳-۴دوکیلوگرم آب دریک سیلندرپیستون باجرم پیستون ناچیزرادرنظربگیریدکه بایک فنرخطی ومحیط بیرونی بارگذاری می شود درابتدانیروی فنرصفر، $P_1=P_0=100kPa$ وباحجم $0.2m^3$ می باشد وقتی پیستون به موانع بالایی می رسد حجم $0.8\ m^3$ ودرجه حرارت $T=600^{\circ}C$ می‌شود.حال مجموعه راحرارت می دهیم تافشاربه $1.2\ MPa$ برسد.درجه حرارت نهایی راپیداکنید .نمودار $P\text{-}V$ رارسم ومقدارکارانجام شده طی فرآیندرابدست آورید.

حل:

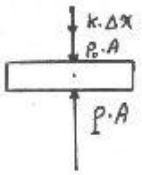
(1



$$P_1=P_0=100kPa\ \Rightarrow v_f=0.001043\ m^3/kg$$
$$v_g=1.69400\ m^3/kg$$

$$m=2kg$$
$$V_1=0.2\ m^3$$
$$\Rightarrow v=\frac{V}{m}=0.1\ m^3/kg$$

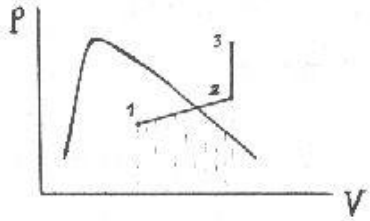
درناحیه دوفازه قرارداریم . $\Rightarrow v_f<v<v_g$



دیاگرام آزاد

$$2)\begin{cases}T_2=600^\circ C\\ V_2=0.8m^3=4V_1\Rightarrow v_2=0.4\,m^3/kg\end{cases}$$

درناحیه فراگرم قراردارید .



باملاحظه جدول (B.1.3)

$600^\circ C$	
v	P
0.40109	1000kPa
0.4	$P_2=?\ \Rightarrow 1003.2\ kPa$
0.33393	1200

ازدیاگرام آزاددارید:

$$\sum F_y=0\Rightarrow P=P_0+\frac{k\Delta x}{A}=P_0+\frac{k\Delta V}{A^2}$$

$$\frac{k}{A^2}=D\ \Rightarrow\ \underline{P=P_0+D(V-V_1)}$$

$$P_2=P_0+D(V_2-V_1)\ \Rightarrow\ 1003.2=100+D(0.8-0.2)\Rightarrow D=1505.33$$

ازحالت ۲به بعد پیستون به مانعهاچسبیده است.

$$3)\begin{cases}P_3=1.2MPa=1200kPa>P_2\Rightarrow V_3=V_2\\ v_3=0.4\,m^3/kg\end{cases}$$

باملاحظه جدول (B.1.3)

$1200kPa$	
v	T
0.37294	700
0.4	$T_3=?\ \Rightarrow T_3=770^\circ C$
0.41177	800

$$\left(\int_2^3 pdV=0\right)$$

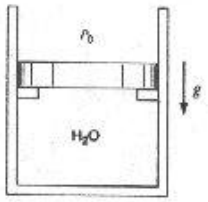
از مساحت ذوذنقه داریم :

$$W_{13}=W_{12}+W_{23}=\int_1^2 pdV+\int_2^3 pdV=\frac{P_1+P_2}{2}(V_2-V_1)$$

$$W_{1\ 3}=\frac{100+1003.2}{2}(0.8-0.2)=331kJ$$

۲۴-۴ سیلندرپیستون نشان داده شده درشکل P۴-۲۴ حاوی $1kg$ آب دردمای $20^{\circ}C$ وحجم $0.1\ m^3$ می باشد.درابتداپیستون برروی نگهدارنده هابوده وسطح بازآن درمقابل اتمسفربافشار P_0 می باشد .جرم پیستون طوریست که بافشاردرون سیلندری معادل $400kPa$ ازروی نگهدارنده‌هابه حرکت درمی آید.آب تاچه دمایی بایدگرم شودتاپیستون حرکت کند؟اگرآب تاحالت بخاراشباع گرم شود،دماوحجم نهایی وکار W_2 رابیابید.

حل:



برای لحظه بلندشدن داریم:

$$\begin{cases}P=400kPa\\ v_1=\dfrac{0.1}{1}=0.1\ m^3/kg\end{cases}$$

ازجدول آب اشباع (B.1.2)داریم:

$$\begin{cases}T_{sat)_{400kPa}}=143.63^{\circ}C\\ v_f=0.001084\ m^3/kg\\ v_{fg}=0.46138\ m^3/kg\\ v_g=0.46246\ m^3/kg\end{cases}$$

$\Rightarrow v_f<v_1<v_g$

درمنطقه‌دوفازه‌قراردارید

$$\Rightarrow T_1=T_{sat)_{400kPa}}=143.63^{\circ}C$$

درحالت‌نهایی‌داریم:

$$\begin{cases}P=400kPa\\ v_2=v_{g)_{400kPa}}=0.46246\ m^3/kg\end{cases}\qquad \Rightarrow T_2=T_{sat)_{400kPa}}=143.63^{\circ}C$$

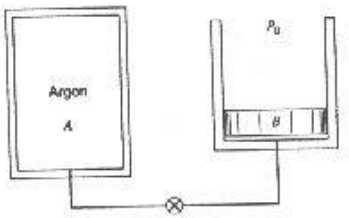
$$V_2=m\times v_2=0.46246\ m^3$$

کارانجام شده ازشروع فرآیندتانقطه ۱ صفراست زیراتغییرحجم دراین فرآیندوجودندارد

$$\Rightarrow {}_{1\ 2}W=\int_{V_1}^{V_2}pdV=P\int_{V_1}^{V_2}dV=P\ (V_2-V_1)=144.984\ kJ$$

۲۷-۴ مخزن Aبه حجم $400L$ حاوی گازآرگون در $30^{\circ}C,250kPa$ است .سیلندر B دارای پیستون بدون اصطکاکی است و جرم پیستون طوریست که فشار $150kPa$ آنراشناور می کند. و در ابتدا خالی است .شیربازمی شودوآرگون وارد B میشودتانهایتا" به حالت یکنواخت $150kPa$,$30^{\circ}C$ برسد .کارانجام شده توسط آرگون چقدراست .

حل:



آرگون رابه عنوان سیستم درنظرمی گیریم:
فرآیندبه صورت غیرتعادلی صورت می‌گیرد
بابکار بردن معادله حالت گازایده ال‌برای آرگون :

$$T_1=T_2=30^{\circ}C\ ,\ \frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow 250\times0.4=150\times V_2$$
$$\Rightarrow V_2=0.667\ m^3$$

$$W_{1-2}=\int_1^2 P_{ext}dV=\ 150(0.667\text{-}0.4)=40kJ \qquad \text{(غیرتعادلی)}$$

۲۸-۴هوادر $30^{\circ}C$ ، $200kPa$ دریک سیلندرپیستون به حجم اولیه $0.1\ m^3$ قراردارد.فشارداخل بافشارمحیط ، $100kPa$ ،بعلاوه یک نیروی بیرونی که متناسب با $V^{0.5}$ است ،متوازن می شود. حال به سیستم حرارت می دهیم تافشارنهایی به $225kPa$ برسد؛دمای نهایی ومقدارکارانجام شده طی این فرآیندراتعیین کنید.

حل:

$$1)\begin{cases}P_1=200kPa\\T_1=30^{\circ}C\ =303.1K\\V_1=0.1\,m^3\end{cases}\qquad P_1V_1=mRT_1 \Rightarrow m=0.23kg$$

$$P=P_0+kV^{0.5} \Rightarrow P_1=P_0+kV_1^{0.5} \Rightarrow 200=100+k(0.1)^{0.5} \Rightarrow k=316.23$$

$$2)\begin{cases}P_2=225\,kPa\\T_2=?\end{cases}\quad P_2=P_0+kV_2^{0.5} \Rightarrow 225=100+316.23V_2^{0.5}\ V_2=0.156247m^3$$

$$P_2V_2=mRT_2 \Rightarrow T_2=532.58\ K$$

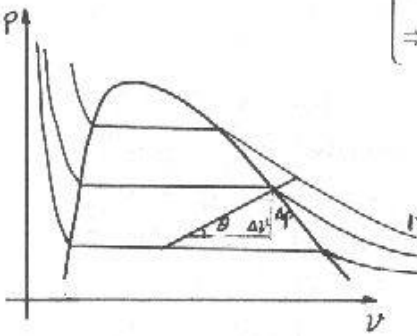
$$W_{1\ 2}=\int_1^2 pdV=\int_{V_1}^{V_2}(P_0+kV^{0.5})dV=(P_0V+\frac{2}{3}kV^{\frac{3}{2}})\ \Big|\ \begin{matrix}0.156247\\0.1\end{matrix}$$
$$\Rightarrow {}_1W_2=\ 11.98kJ$$

۲۹-۴ ترکیب سیلندرپیستونی بابارگذاری فنری حاوی $R\text{-}134a$ دردمای $20^{\circ}C$ وکیفیت 24% باحجم $50L$ می باشد. مجموعه براثرگرماباحرکت پیستون درمقابل فنرمنبسط می‌شود. درزمانی که آخرین قطرات مایع ناپدید می شوند دما $40^{\circ}C$ است. گرم کردن در $130^{\circ}C$ متوقف می گردد. تاییدکنیدفشارنهایی $1200\ kPa$ است وکارانجام شده رابیابید.

حل:

ازجدول $(B.5.1)$داریم:

$$\begin{cases} T_1=20^{\circ}C \\ x_1=0.24 \\ V=0.05\ m^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1=P_{sat}=572.8kPa \\ v_f=0.000817\ m^3/kg \\ v_{fg}=0.03524\ m^3/kg \\ \Rightarrow v=v_f+xv_{fg}=0.0092746m^3/kg \\ \Rightarrow m=\dfrac{V}{v}=5.39107\ kg \end{cases}$$



چون بارگذاری فنری‌است پس رابطه نیروبا جابجایی خطی می باشد.

$$\Delta P=\frac{F}{A}=\frac{k_s\Delta x}{A}=\frac{k_sA\Delta x}{A^2}=C\Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta P=Cm\Delta v=k\Delta v \Rightarrow k=\frac{\Delta P}{\Delta v}$$

برای نقطه 2 ازجدول $(B.5.1)$ داریم:

$$\begin{cases} T_2=40^{\circ}C \\ x_2=1.00 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2=v_g=0.02002\ m^3/kg \\ P_2=P_{sat}=1017\ kPa \end{cases} \Rightarrow k=\frac{P_2-P_1}{v_2-v_1}=41338.6$$

$$\Rightarrow P=41338.6v+189.101$$

δ رابه صورت زیرتعریف می کنیم تابادرون یابی به صفر P رابیابیم:

$$\delta=P-(41338.6v+189.101)$$

ازجدول $(B.5.2)$

$$T_3=130^{\circ}C \begin{cases} P=1200kPa \Rightarrow v=0.02504\ m^3/kg \\ \Rightarrow \delta=-24.2195 \end{cases}$$

$$T_3=130^\circ C \begin{cases} P=1400\,kPa \Rightarrow v=0.02112\,m^3/kg \\ \Rightarrow \delta=337.828 \end{cases}$$

$$\delta=0 \Rightarrow P=1213.38kPa$$

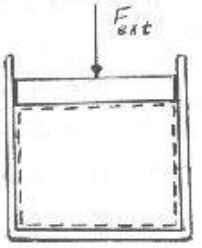
اگـرمحاسبات رابـادورقم عـلمی انـجام مـی دادیـم داشـتیم $P_3=1.2MPa$ بـااین فـرض 1% خطامرتکب می شویم که خطای ناچیزی است .

$$P_3=1.2\ MPa \Rightarrow v_3=0.02504\ m^3/kg$$

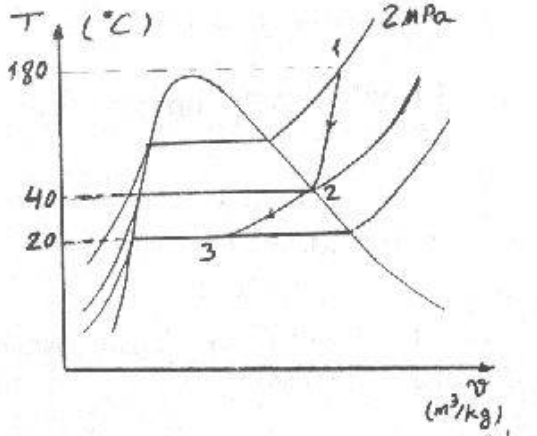
$$\underset{1\ 3}{W}=\int_1^3 pdV=m\int_1^3 pdv=5.39107(kg)\times\int_{0.0092746}^{0.02504}(41338.6v+189.101)dv$$

$$\Rightarrow {}_1W_3=76.3537\ kJ$$

۳۰-۴ یک سیلندرحاوی $10kg$ آمونیاک دارای پیـستونی اسـت که بطورخارجی بارگذاری شده است . در آغاز آمونیاک در $2MPa$, $180^\circ C$ قراردارد وسپس سرد می شودتابه بخاراشباع در $40^\circ C$ برسد باز هم سیستم سرد می شود تابه $20^\circ C$ برسدکه دراین حالت کیفیت 50% است کارکل رابرای فرآیند پیداکنید (تغییرات P درمقابل V راخطی فرض کنید.)



system boundary



حل:

مراحل فرآیندد رروی نمودار T-v نشان داده شده است (برای وضوح بیشترمقیاسهاونسبت هارعایت نشده است)

$$\text{حالت } 1 \begin{cases} P_1=2MPa \\ T_1=180^\circ C \end{cases} \rightarrow v_1=0.10571\ m^3/kg \Rightarrow V_1=mv_1=1.0571\ m^3$$

$$\text{حالت } 2 \begin{cases} T_2=40^\circ C \\ \text{بخاراشباع} \end{cases} \rightarrow v_2=v_g \mid_{40^\circ C}=0.0831\, m^3/kg \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V_2=mv_2=0.8313\, m^3 \\ P_2=P_{sat} \mid_{40^\circ C}=1554.9 kPa \end{cases}$$

$$\text{حالت } 3 \begin{cases} T_3=20^\circ C \\ x_3=50\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f=0.001638 m^3/kg \\ v_{fg}=0.14758 m^3/kg \\ P_3=P_{sat} \mid_{20^\circ C}=857.5 kPa \end{cases} , v_3=v_f+x_3 v_{fg}$$

$$\Rightarrow v_3=0.001638 + 0.5\times 0.14758=0.075428\ \ m^3/kg$$

$$\Rightarrow V_3=mv_3=0.75428\, m^3$$

اگر تغییرات P درمقابل V راخطی بگیریم: $P=AV+B$

دربین حالات 2,1:

حالت 1 $2MPa=2000\ kPa=1.0571A+B$

حالت 2 $1554.9\ kPa\ =\ 0.8313\ A+B$

باحل دستگاه دومعادله دومجهولی:

$$\begin{cases} A=1971.2 \\ B=-83.77 \end{cases} \Rightarrow P_{1\text{-}2}=1971.2V-83.77$$

دربین حالات 3,2:

حالت 2 $1554.9=0.8313A'+B'$

حالت 3 $857.5=0.75428A'+B'$

ازحل دستگاه بالاداریم :

$$\begin{cases} A'=9054.79 \\ B'=-5972.35 \end{cases} = P_{2\text{-}3}=9054.79V-5972.35$$

$$W_{1\text{-}3}=W_{1\text{-}2}+W_{2\text{-}3}=\int_1^2 pdV+\int_2^3 pdV$$

$$W_{1\text{-}3}=\int_{1.0571}^{0.8313}(1971.2V-83.77)dV+\int_{0.8313}^{0.75428}(9054.79V-5972.35)dV$$

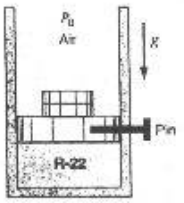
$$W_{1-3}=-401.34-92.9=-494.24\ kJ$$

$$w_{1-3}=\frac{-494.24}{10}=-49.424\ kJ/kg$$

۳۱-۴ یک سیلندرقائم (شکل ۳۱-۴ P) دارای پیستون $90kg$ می باشدکه بایک پین نگه دارنده قفل شده است .سیلندر محتوی $10L$ مبرد $R\text{-}22$ در دمای $10^{\circ}C$ وکیفیت 90% می باشد. فشار اتمسفر یک $100kPa$ و سطح مقطع سیلندر $0.006\ m^2$ است .اکنون پین برداشته می شود تا پیستون حرکت کرده ودردرجه حرارت نهایی $10^{\circ}C$ متوقف گردد.فشار،حجم نهایی ومقدارکارانجام شده توسط $R\text{-}22$ راپیداکنید.

حل:

ازجدول $(B.4.1)$



$$1)R\text{-}22\begin{cases}T_1=10^{\circ}C\\ x=90\%\\ V_1=10L=0.01m^3\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}P_1=680.7\,kPa\\ v_f=0.000800\,m^3/kg\\ v_{fg}=0.03391\ m^3/kg\end{matrix}$$

$$v_1=v_f+xv_{fg}=0.031319\ m^3/kg$$

$$m=\frac{V_1}{v_1}=0.3193\ kg$$

$$P_{ext}=P_0+\frac{m_p g}{A}=100+\frac{90\times9.81}{1000\times0.006}=247.15\ kPa$$

بعدازبرداشتن پین چون $P_1 >> P_{ext}$ ،پس بافرآیند شبه تعادلی سروکارنداریم ودرنتیجه کارازفرمول $W_{1\ 2}=\int_1^2 pdV$ بدست نمی آید بلکه

$$W=P_{ext}(V_2-V_1)$$

$$2)\begin{cases}T_2=10^{\circ}C\\ P_2=P_{ext}=247.15kPa\end{cases}$$

بامراجعه به جدول $(B.4.1)$ چون P_2 ازفشاراشباع دمای $10^{\circ}C$ کمتراست پس درناحیه فراگرم قراردارید .

ازجدول (B.4.2)

$10^{\circ}C$	
P	v
200	0.13129
247.15	$v_2=?\Rightarrow v_2=0.10557\ m^3/kg \Rightarrow V_2=mv_2=0.03371\ m^3$
250	0.10402

$${}_1W_2=P_{av}(V_2-V_1)=5.86\ kJ$$

۳۵-۴ کاررابرای مساله ۵۳-۳ بیابید.

حل:

ازحل مساله 3.53 داریم : $m=1.73\ kg\ ,\ P_1=5000kPa\ ,\ v_1=0.05781\ m^3/kg$

$v_2=0.01204\ m^3/kg$

باتوجه به رابطه خطی بین فشاروحجم داریم : $P=Kv+D$

$$\begin{cases} v=0\ ,P=200\Rightarrow D=200 \\ P=5000, v=0.05781\Rightarrow K=83030.6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P=83030.6v+200$$

$$w=\int_{v_1}^{v_2} pdv=\int_{0.05781}^{0.01204}[\,83030.6v+200\,]\ dv=-141.88\,kJ/kg$$

$$\Rightarrow \underline{W=mw=-245.452\ kJ}$$

۳۶-۴ کارویژه درمساله (۵۵-۳)رابیابید.

بامراجعه به راه حل مساله ۵۵-۳:

$P_1=3MPa$ $\qquad$ $P_2=2.3MPa$

$v_1=0.11619\ m^3/kg$ $\qquad$ $P=25.819v\ (MPa)=25819v\ (kPa)$

حل:

$$\begin{cases} P_2=2.3MPa \\ \text{بخاراشباع} \end{cases} \rightarrow v_2=v_g=0.087\ \ m^3/kg$$

$$w_{1-2}=\frac{1}{m}\int_1^2 pdV=\int_1^2 pdv=\int_{0.11619}^{0.0879}(25819v)dv=-74.5\,kJ/kg$$

۳۸-۴ یک بالن کروی الاستیک درابتدامحتوی $5kg$ آمونیاک به صورت بخاراشباع دردمای $20^{\circ}C$ است و توسط شیری به یک مخزن تخلیه شده به حجم $3m^3$ متصل می گردد.بالن طوری

ساخته شده که فشار در داخل آن متناسب باقطربالن است .حال شیربازمی شودوآمونیاک به داخل مخزن جریان می یابدتااینکه فشاردرون بالن به $600kPa$ می رسد ؛ دراین حالت شیربسته می شود .درجه حرارت نهایی دربالن و مخزن $20^{\circ}C$ است .تعیین کنید :

الف)فشارنهایی درون مخزن

ب) کارانجام شده توسط آمونیاک درفرآیند

حل:

بالن 1) $P_1 - kD_1 \Rightarrow k - 762.02$

$$\begin{cases} T_1 = 20^{\circ}C \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 857.5\,kPa \\ v_1 = v_g = 0.1492\ 2\,m^3/kg \end{cases}$$

$$m = 5kg \quad \Rightarrow \quad V_1 = mv_1 = 0.7461 \quad \Rightarrow D_1 = 1.12529\ m$$

بالن 2)

$$\begin{cases} P_2 = 600\,kPa \\ T_2 = 20^{\circ}C \end{cases} \Rightarrow P_2 = kD_2 \Rightarrow D_2 = 0.78737\,m \Rightarrow V_2 = 0.2556\ m^3$$

چون P_2 ازفشاراشباع دمای $20^{\circ}C$ کمتراست ⇐ ازجدول $v_2 = 0.22154 m^3/kg$ (B.2.2)

$$\Rightarrow m_2 = \frac{V_2}{v_2} = 1.1537\ kg$$

$$tank \begin{cases} V = 3m^3 \\ m_{tank} = m - m_2 = 3.8463\,kg \end{cases} \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.78\,m^3/kg$$

$$T = 20^{\circ}C \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001638 \\ v_g = 0.14922 \end{cases} \qquad v > v_g \quad \Rightarrow$$

درناحیه فراگرم قراردارایم .

ازجدول (B.2.2)

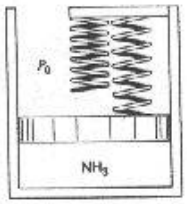
$20^{\circ}C$	
v	p
0.93815	150
0.78	$P_2 = ? \Rightarrow P_{tank} = 183.1\ kPa$
0.69951	200

اگربالن ومخزن رابه عنوان سیستم درنظربگیریم کارفقط درمرزبالن صورت می گیردودرموردمخزن کارنداریم چون در مرز مخزن تغییر حجمی روی نمی دهد.

$$_1W_{2)\ balloon} = \int_1^2 pdV = \int_1^2 kD \times \frac{1}{2}\pi D^2 dD = \frac{k\pi}{2}\int_1^2 D^3 dD = \frac{k\pi}{8}(D_2^4 - D_1^4)$$

$$\Rightarrow {}_1W_2 = -365\,kJ \qquad \left(V=\frac{1}{6}\pi D^3 \Rightarrow dV=\frac{1}{2}\pi D^2 dD\right)$$

۴-۴۴ دوفنرباثابت یکسان برروی سیلندرپیستون بی وزنی نصب شده‌اند و فشار بیرون $100\ kPa$ می‌باشد. زمانی که پیستون درکف سیلندر قرار دارد هرد و فنرآزاد می باشند.فنر دوم در $V=2m^3$ باپیستون درگیر می شود.سیلندر (شکل P۴-۴۴) حاوی آمونیاک در شرایط اولیه $-2^\circ C$ ، $x=0.13$ ، $V=1m^3$ می باشد. باگرم کردن ،سیستم به فشارنهایی $1200\ kPa$ می‌رسد. درچه فشاری پیستون باقنردوم تماس می یابد.دمای نهایی وکارانجام شده رابیابید.



حل:

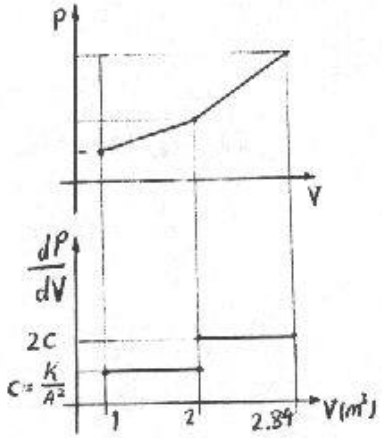
برای فشاردار یم:

$$P=\begin{cases} P_0+P_{s1} & V\le 2m^3 \\ P_0+P_{s1}+P_{s2} & V>2m^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P=\begin{cases} P_0+\dfrac{k}{A^2}V & V\le 2m^3 \\ P_0+\dfrac{k}{A^2}V+\dfrac{k}{A^2}(V-2) & V>2m^3 \end{cases}$$

یا

$$\Rightarrow P=\begin{cases} P_0+\dfrac{km}{A^2}v & V\le 2 \\ P_0+\dfrac{km}{A^2}v+\dfrac{km}{A^2}\left(v-\dfrac{2}{m}\right) & V>2 \end{cases}$$



تاقبل ازحجم $2m^3$ داریم:

$$P=P_0+\frac{km}{A^2}v \Rightarrow \frac{km}{A^2}=\frac{P-P_0}{v}$$

درنقطه اولیه بادرون یابی ازجدول (B.2.1)

مقادیرموردنیازرابدست می آوریم:

$$T=-2^\circ C \Rightarrow \begin{cases} P_{sat}=399.72\,kPa \\ v_f=0.0015596\ m^3/kg \\ v_{fg}=0.31055\ m^3/kg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1=-2^\circ C \\ x_1=0.13 \\ v_1=0.0419311 \\ \Rightarrow m=\dfrac{V_1}{v_1}=23.8486\,kg \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{km}{A^2}=\frac{P-P_0}{v}=\frac{399.72-100}{0.04119311}=7147.92\frac{kPa.kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{A^2}=299.721\frac{kPa}{m^3}$$

$$V_2=2m^3 \Rightarrow v_2=\frac{V_2}{m}=0.0838624\ m^3/kg$$

$$\Rightarrow P_2=P_0+\frac{km}{A^2}v_2=100+7147.92\times 0.0838624=\underline{699.441\ kPa}$$

ازنقطه $V=2m^3$ داریم:

$$P=P_0+\frac{km}{A^2}v+\frac{km}{A^2}(v-\frac{2}{m})=14295.8\ v_3-499.441$$

$$P_3=1200\ kPa \Rightarrow v_3=\frac{P_3+499.441}{14295.8}=\frac{1699.441}{14295.8}=0.118877\ m^3/kg$$

$$\Rightarrow V_3=mv_3=2.83505\ m^3$$

بادرون یابی ازجدول $B.2.2$ داریم :

$$P_3=1200\,kPa\begin{cases}T=50\Rightarrow v=0.11846\\T=60\Rightarrow v=0.12378\end{cases}v=0.11887\Rightarrow\underline{T=50.7838^{\circ}C}$$

$${}_1W_3={}_1W_2+{}_2W_3=\frac{P_1+P_2}{2}(V_2-V_1)+\frac{P_3+P_2}{2}(V_3-V_2)=549.581+793.064=$$

$$=1.34265\ MJ$$

۴-۴۵ درفرآیندپرشدن بالن هلیم مساله (۱۴-۳) برای حجم کنترلی که شامل فضای داخل بالن است کارانجام شده درطی فرآیند راحساب کنید.

حل:

بامراجعه به راه حل مساله ۱۴-۳:

$$V_1=0$$

$$V_2=\frac{\pi\times 1^3}{6}=0.52\ m^3$$

$$V_3=\frac{\pi\times 4^3}{6}=33.51\ m^3$$

$$P_{1\text{-}2}=P_0=100\ kPa \qquad , \qquad P_{2\text{-}3}=100+1600(1+\frac{1}{D})\frac{1}{D}\quad (D_1=1m)$$

$$W_{1\text{-}3}=W_{1\text{-}2}+W_{2\text{-}3}=\int_1^2 p_{1\text{-}2}dV+\int_1^3 p_{2\text{-}3}dV$$

$$V=\frac{\pi D^3}{6}\Rightarrow dV=\frac{\pi D^2}{2}dD$$

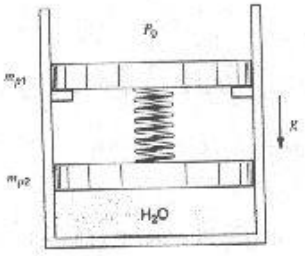
$$\Rightarrow W_{1-3}=\int_0^{0.52}100dV+\int_1^4(100+1600(1+\frac{1}{D})\frac{1}{D})\times\frac{\pi D^2}{2}dD$$

$$=52+14609=14661\ \ kJ$$

۴۶-۴ یک سیلندر(شکل P۴-۴۶) ، $A_{cyl}=7.012\ cm^2$ ،دارای دوپیستون است .پیستون بالایی به جرم $m_{P1}=100kg$ درابتداروی موانع نشسته است .پیستون پایینی به جرم $m_{P2}=0kg$ می‌باشد که $2kg$ آب زیرآن بوده ویک فنردرخلاءبین دوپیستون ،آن دورابه همدیگر می‌پیوندد.نیروی فنرموقعی که پیستون پایینی درپایین قراردارد معادل صفراست وهنگامی که پیستون پایینی به موانع می رسد حجم $0.3\ m^3$ است .آب درابتدادرفشار $50kPa$ وحجم $V=0.00206\ m^3$ قراردارد وبعدتارسیدن به بخاراشباع گرم می شود.

الف)دماوفشاراولیه که باعث حرکت پیستون به بالامی شودراپیداکنید.

ب)T,P,v نهایی وکارانجام شده توسط آب رابدست آورید.



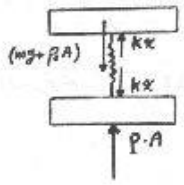
حل:

تاهنگامی که $kx<P_0A+m_{p1}g$ ،یابه عبارت دیگر $\frac{kV}{A^2}<P_0+\frac{m_{p1}g}{A}$ ،پیستون بالایی روی موانع ایستاده است وداریم .

معادله تعادل استاتیکی برای پیستون پایینی

$$\sum F_y=0$$

$$PA-kx=0\Rightarrow P-\frac{kV}{A^2}=0\Rightarrow P=\frac{kV}{A^2}$$



$$\begin{cases}V=0.00206\,m^3\\p=50\,kPa\\A=7.012\,cm^2=0.0007012\,m^2\end{cases}\qquad(1$$

$$\Rightarrow P_1=\frac{kV_1}{A^2}\Rightarrow k=11.934\,N/m$$

زمانیکه $\frac{kV}{A^2}\geq P_0+\frac{m_{p1}g}{A}$ می شود پیستون بالایی ازموانع کنده شده وازاین به بعدسیستم تارسیدن پیستون پایینی به موانع تحول فشارثابت خواهدداشت . (با $P_0+\frac{m_{p1}g}{A}=p=Cte$)

معادله تعادل استاتیکی برای پیستون پایینی : $\sum F_y=0$

$$PA-mg-P_0A=0\Rightarrow P=P_0+\frac{m_{p1}g}{A}$$

برای قسمت الف داریم .

$$P_0=100kPa\Rightarrow\begin{cases}P=P_0+\dfrac{m_{p1}g}{A}\\ \dfrac{kV}{A^2}=P_0+\dfrac{m_{p1}g}{A}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P=1499kPa\\ V=0.06176m^3\end{cases}$$

$$v=\frac{V}{m}=0.03088\ m^3/kg$$

باملاحظه جدول *(B.1.2)* وبامقایسه v با v_f و v_g های 1400 و kPa 1500 درمی یابیم که درناحیه دوفازه قراردارید .

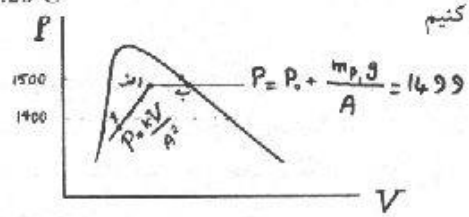
درونیابی ازجدول *(B.1.2)*

1400	195.07
1499	$T_2=?\Rightarrow T=198.29^\circ C$
1500	198.32

$$\begin{cases}P=1449kPa\\ T=198.29^\circ C\end{cases}$$

درنتیجه داریم .

حال نمودار P-V رارسم می کنیم



از روی نمودار معلوم می شود که باید بین v_g های مربوط به 1400 ,1500kPa درون یابی کنیم تا v_g مربوط به kPa 1499 بدست آید.

ازجدول *(B.1.2)* داریم .

1400	0.14084
1499	$v_g=?\Rightarrow v_g=0.13186\ m^3/kg\Rightarrow V=mv_g=2\times0.13186$
1500	0.13177

$$=0.26372m^3$$

$$W_{1\ b}=\int_1^a pdV+\int_a^b pdV=\int_{V_1}^{V_a}\frac{kV}{A^2}dV+\int_{V_a}^{V_b}1499\times10^3dV$$

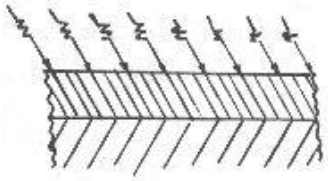
$$=\frac{kV^2}{2A^2}\Big|_{0.00206}^{0.06176}+1499\times10^3V\Big|_{0.06176}^{0.26372}$$

$$=\frac{11.934}{2\times(0.0007012)^2}(0.06176^2-0.00206^2)+1499\times10^3(0.26372-0.06176)$$

$$=348976.5\ J=348.98\ kJ$$

۴-۴۷ خورشید به سطح $150\ m^2$ یک جاده طوری می تابدکه دمای سطح آن $45^\circ C$ می‌باشد. درزیرآسفالت ، به ضخامت $5cm$ ورسانایی حدود $0.06\frac{W}{mK}$ ،لایه ای از شن فشرده دردمای $15^\circ C$ قراردارد.آهنگ انتقال حرارت به شن فشرده رابیابید.

حل:



$$\dot{Q}=-kA\frac{dT}{dx}$$

دراین مساله‌انتقال حرارت درحالت پایامی باشد.

$$\Rightarrow \dot{Q}=Cte \Rightarrow \frac{dT}{dx}=Cte$$

یعنی رابطه بین x,T خطی است

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx}=\frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \dot{Q}=-kA\frac{\Delta T}{\Delta x}=0.06\times 150\times \frac{45-15}{0.05}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}=5.4\,kW$$

۴-۴۹ یک آبگرمکن باصفحات عایق پوشانده شده است و سطح آن $3m^2$ می باشد.سطح داخلی صفحات $75^\circ C$ است وسطح خارجی صفحات در $20^\circ C$ قراردارد . رسانایی گرمایی صفحات $0.08\ W/mK$ است.ضخامت صفحات چقدرباید‌باشد تاانتقال حرارت درحد $200W$ محدودشود.

حل:

طبق معادله کمی فوریه:

$$\dot{Q}=kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$200=0.08\times 3\times \frac{75-20}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x=66mm$$

۴-۵۱ یک چگالنده‌بزرگ (مبادله کن حرارتی)دریک نیروگاه باید $100\ MW$ حرارت راازبخارجاری درلوله هابه آب دریاکه ازمیان مبادله کن حرارتی پمپ می شود،انتقال دهد.فرض کنید دیوار جداکننده بخاروآب دریاازفولادبه ضخامت $4\ mm$ است .رسانایی گرمایی آن $50W/mK$ و.حداکثراختلاف درجه حرارت بین دوسیال $5^\circ C$ می باشد.حداقل سطح لازم برای انتقال حرارت را بیابید . از اثرات همرفت در جریانها صرفنظرکنید.

حل:

$$\dot{Q}=kA\frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow 100\times 10^6=50A\frac{5}{4\times 10^{-3}} \Rightarrow A=1600\,m^2$$

۴-۵۳ لامپ کوچک $(25W)$ درون یخچالی به دلیل اشکال دراتصال روشن مانده است ومحدودیت عایق کاری اجازه نفوذ $50W$ انرژی راازفضای اطراف به محفظه سردمی-دهد.چه مقدار اختلاف درجه حرارت بامحیط $(20^{\circ}C)$ درمبادله کن گرمایی لازم است تابتواندازسطح 1 مترمربعی خود باضریب همرفت متوسط $15\frac{W}{m^2K}$ انرژی وارد شده رادفع کند ؟

حل:

داریم:

$$\dot{Q}_{gen}+\dot{Q}_{in}=\dot{Q}_{out}$$

$$\begin{cases}\dot{Q}_{gen}=25W \\ \dot{Q}_{in}=50W\end{cases} \Rightarrow \dot{Q}_{out}=75W$$

ازطرفی:

$$\dot{Q}_{out}=hA\Delta T \Rightarrow \Delta T=\frac{\dot{Q}_{out}}{hA}=\frac{75}{1\times 15}=5^{\circ}C$$

[لازم به ذکراست h تابع پیچیده ای ازدماوشرایط شاره محیط است که اثرات همرفت وتابش درآن منظورشده ومحاسبه آن نیاز به دانش انتقال حرارت پیشرفته داردودرمقطع فعلی ازمقدارمتوسط آن استفاده می شود.]

۴-۵۴ یک کفشک ترمزویک درام فولادی نصب شده در ترمزیک اتومبیل بطورپیوسته $25W$ انرژی رادرحین کندشدن سرعت اتومبیل جذب می کنند،فرض کنید سطح کل بیرونی $0.1m^2$ وضریب انتقال حرارت همرفت $10W/m^2K$ ودرجه حرارت هوامعادل $20^{\circ}C$ باشد.وقتی شرایط پایا فرامی رسد،درجه حرارت سطح برونی درام وکفشک ترمز چقدر است ؟

حل:

$$\dot{Q}=hA\Delta T$$

$$25=10\times 0.1\times(T-20) \Rightarrow T=45^{\circ}C$$

۴-۵۵ سطح دیوار یک خانه دردرجه حرارت $30^{\circ}C$ قراردارد وگسیلندگی آن $\varepsilon=0.7$ است .محیط اطراف خانه در $15^{\circ}C$ قرارداشته وگسیلندگی متوسط آن $\varepsilon=0.9$ است .آهنگ تابش انرژی هریک ازاین سطوح درواحد سطح چقدراست ؟

حل:

$$Wall\begin{cases}T_W=273.15+30=303.15K \\ \varepsilon=0.7 \\ A=1 \\ \sigma=5.669\times10^{-8}\ W/(m^2K^4)\end{cases} \Rightarrow \dot{Q}=\varepsilon A\sigma T_W^4=335(W)$$

$$Surrounding \begin{cases} T_s=273.15+15=288.15K \\ \varepsilon=0.9 \\ A=1 \end{cases} \Rightarrow Q=A\varepsilon\sigma T_s^4=352\,(W)$$

۵۷-۴ یک لامپ حرارتی -تابشی میله ای به طول $0.5m$ وقطر $0.5cm$ است که ازآن $400W$ انرژی الکتریکی گسیل می شود.بافرض اینکه سطح دارای گسیلندگی 0.9 باشدوباصرفنظرازانرژی دریافتی ،درجه حرارت سطح میله رابیابید.

حل:

داریم: $\dot{Q}=\varepsilon\sigma AT_s^4$

$$\Rightarrow T_s=\left(\frac{\dot{Q}}{\varepsilon A\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

ازطرفی: $\dot{Q}=400\,W$ ، $\varepsilon=0.9$ ، $A=\pi DL=7.85398\times10^{-3}\,m^2$

$$\sigma=5.669\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2.K^4}$$

$$\Rightarrow T_s=\left(\frac{400}{0.9\times7.85398\times10^{-3}\times5.669\times10^{-8}}\right)^{\frac{1}{4}}=999.552K$$

$$\Rightarrow T_s\approx1000K$$