

۱- گزینه‌ی «۳»

راه اول: اگر از دو طرف دنباله را کمی ادامه دهیم، می‌بینیم:

$$(-48) + (-45) + (-42) + (-39) + (-36) + \dots + 36 + 39 + 42 + 45 + 48 + 51 + 54 + 57 = 51 + 54 + 57 = 162$$

راه دوم: از روابط جمع سری‌های منظم استفاده کنید. (روش گاوسی)

$$= (-48) + (-45) + (-42) + (-39) + \dots + 54 + 57$$

$$\text{عدد اولی} - \text{عدد آخری} = \left( \frac{\text{عدد اولی} + \text{عدد آخری}}{2} \right) \times (\text{فاصله اعداد} + 1)$$

$$= \left( \frac{57 + (-48)}{2} \right) \times \left( \frac{57 - (-48)}{3} + 1 \right) = \left( \frac{9}{2} \right) \times \left( \frac{105}{3} + 1 \right) = \left( \frac{9}{2} \right) \times 36 = 162$$

۲- گزینه‌ی «۲»

روز نفرت روز نفرت

$$\rightarrow 4 \times 9 = x \times \left( \frac{4}{3} \times 9 \right) \rightarrow x = \frac{4 \times 9}{\frac{4}{3} \times 9} = 6$$

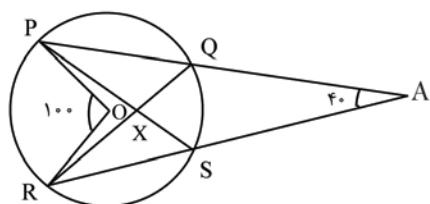
۳- گزینه‌ی «۲»

$$(5^f + 5^f)(2^f + 2^f + 2^f + 2^f + 2^f) = (2 \times 5^f)(5 \times 2^f) = 5^5 \times 2^5 = 10^5$$

۴- گزینه‌ی «۳»

$$\frac{31392 \times 31394}{61393} = \frac{\cancel{31392} \times \cancel{31394}}{\cancel{31393} \times \cancel{31393}} = \frac{3}{2}$$

۵- گزینه‌ی «۱»



$$\hat{A} = \frac{\widehat{PR} - \widehat{QS}}{2} \rightarrow$$

$$40 = \frac{100 - \widehat{QS}}{2} \rightarrow \widehat{QS} = 20$$

$$\widehat{QXS} = \frac{\widehat{PR} + \widehat{QS}}{2} = \frac{100 + 20}{2} = 60$$

۶- گزینه‌ی «۲»

در بین شماره ۱ تا ۱۰۰، هر دفعه باید مهره‌های دارای شماره‌های ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱ و ۱۰۰ را برداریم. پس طبق جدول زیر به پاسخ می‌رسیم.

دفعات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	
تعداد مهره‌های موجود	۱۰۰	۹۰	۸۱	۷۲	۶۴	۵۶	۴۹	۴۲	۳۶	۳۰	۲۵	۲۰	۱۶	۱۲	۹	۶	۴	۲	۱	
تعداد مهره‌های برداشته شده	۱۰	۹	۹	۸	۸	۷	۷	۶	۶	۵	۵	۴	۴	۳	۳	۲	۲	۱		

پس ۱۸ بار باید عمل برداشتن اتفاق بیفتد.

۷- گزینه‌ی «۲»

$$ac + bc + ad + bd = 42 \rightarrow c(a+b) + d(a+b) = 42 \rightarrow (a+b)(c+d) = 42$$

$$\rightarrow (a+b)(3) = 42 \rightarrow (a+b) = \frac{42}{3} = 14 \rightarrow (a+b) + (c+d) = 14 + 3 = 17$$

۸- گزینه‌ی «۱»

$$= \left[ -\frac{5}{21} + \left( -2 + \frac{3}{7} \right) \right] \div \left[ \left( -\frac{3}{4} \right) - \left( +\frac{5}{6} \right) \right] = \left[ -\frac{5}{21} + \left( \frac{-14+3}{7} \right) \right] \div \left[ \frac{-9-10}{12} \right] =$$

$$= \left[ \frac{-5-33}{21} \right] \div \left[ \frac{-19}{12} \right] = \left( \frac{-38}{21} \right) \div \left( \frac{-19}{12} \right) = \left( \frac{-38}{21} \right) \times \left( \frac{-19}{12} \right) = +\frac{8}{7}$$

۹- گزینه‌ی «۱»

مساحت مثلث ساخته شده توسط هر خط راست و محورهای مختصات برابر نصف حاصل ضرب اندازه پاره خط طول از مبدا در اندازه پاره خط در عرض از مبدا می‌باشد. طول از مبدا خط موردنظر (-۸) است اگر عرض از مبدا آن را x بگیریم، داریم:

$$\text{مساحت رنگی} = \frac{8 \times x}{2} = 16 \rightarrow x = 4$$

طول از مبدا = -۸  $\rightarrow$  خط از نقطه  $\begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$  می‌گذرد.

عرض از مبدا = ۴ یعنی  $\rightarrow$  خط از نقطه  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  می‌گذرد.

$$\rightarrow \text{شیب خط} = \frac{4-0}{0-(-8)} = \frac{1}{2}$$

۱۰- گزینه‌ی «۱»

دو برابر جذر عدد  $16 = 2 \times 8 = 2 \times \sqrt{64} = 64$

$$\rightarrow 16 - 5 = \boxed{11}$$

۱۱- گزینه‌ی «۱»

$$\overline{AB} = B - A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \overline{BC} = C - B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\overline{AB} - \overline{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۱۲- گزینه‌ی «۱»

$$\text{حجم کره کوچک تر} - \text{حجم کره بزرگ تر} = \frac{4}{3}\pi \times (2^3 \times 3^2) - \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times 3^3 = 288\pi - 36\pi = 252\pi$$

$$\rightarrow \frac{\text{حجم محصور بین دو کره}}{\text{حجم کره کوچک تر}} = \frac{252\pi}{36\pi} = \boxed{7}$$

۱۳- گزینه‌ی «۱»

$$\frac{4x-3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{2x+5}{14} \rightarrow \frac{5 \times (4x-3) - 2 \times (x-1)}{10} = \frac{2x+5}{14}$$

$$\rightarrow \frac{20x-15-2x+2}{10} = \frac{2x+5}{14} \rightarrow \frac{18x-13}{10} = \frac{2x+5}{14}$$

$$\rightarrow 126x - 91 = 10x + 25 \rightarrow 126x - 10x = 25 + 91 \rightarrow 116x = 116$$

$$\rightarrow \boxed{x=1}$$

۱۴- گزینه‌ی «۲»

زمان  $\times$  سرعت = مسافت  $\rightarrow$  مسافت = سرعت  $\times$  زمان

$b = 2a$   $\rightarrow$  b = سرعت دویدن و a = سرعت راه رفتن

$$\begin{aligned} \text{مسافت کل} &= \text{مسافت راه رفتن} + \text{مسافت دویدن} = 0.5 \times b + 2 \times a \\ &= 0.5 \times 2a + 2 \times a = 1.5a \rightarrow a = 4 \end{aligned}$$

۱۵- گزینه‌ی «۲»



مثلث‌های  $\triangle AFD, \triangle BEF$  متشابه‌اند. (طبق)

$$AB = BC = CD = AD = 16$$

$$\triangle AFD \sim \triangle BEF \rightarrow \frac{BF}{FD} = \frac{EF}{AF} = \frac{BE}{AD}$$

$$\rightarrow \frac{x}{11} = \frac{8}{16} \rightarrow x = 5.5$$

۱۶- گزینه‌ی «۳»

$$\text{میبنا: } (a = 5, b = 3) \rightarrow \text{جواب میبنا} = a + b + ab = 5 + 3 + 5 \times 3 = 23$$

$$\text{ملیکا: } (a = 2, b = x) \rightarrow \text{جواب ملیکا} = a + b + ab = 2 + x + 2 \times x = 2 + 3x$$

$$23 = 2 + 3x \rightarrow x = 7 \rightarrow \text{عدد اول است.}$$

۱۷- گزینه‌ی «۴»

$$ab = a - b \xrightarrow{+ab} 1 = \frac{a}{ab} - \frac{b}{ab} \Rightarrow 1 = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\rightarrow b = \frac{1}{\frac{1}{2}} \rightarrow a = 1 \rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab = \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{1} - 1 \times \frac{1}{2} = 2$$

۱۸- گزینه‌ی «۴»

با ارقام ۱, ۲, ۳, ۹, چند عدد چهاررقمی می‌توان نوشت؟

$$\rightarrow \frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

۱۹- گزینه‌ی «۳»

با توجه به شکل، اگر مساحت هر مربع را یک بگیریم مساحت هر ۵ ضلعی برابر  $1\frac{1}{4}$  است. تعداد ۵ ضلعی‌ها و مربع‌ها ۳۶ تا است.

پس درصد پوشانده شده توسط کاشی‌های ۵ ضلعی همان نسبت مساحت ۵ ضلعی به مجموع ۵ ضلعی و مربع است.

$$\rightarrow \frac{1\frac{1}{4}}{1 + 1\frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{9}{4}} = \frac{5}{9} \approx 0.56 = 56\%$$

۲۰- گزینه‌ی «۳»

هر دو خط را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$(m-1)y - 5x + 2 = 0 \rightarrow y = \frac{5}{(m-1)}x - \frac{2}{(m-1)} \rightarrow \text{شیب} = \frac{5}{m-1}$$

$$x + y = 4 \rightarrow y = -x + 4 \rightarrow \text{شیب} = -1$$

$$\rightarrow -1 = \frac{5}{m-1} \rightarrow (-1)(m-1) = 5 \rightarrow -m + 1 = 5 \rightarrow m = (-4)$$

۲۱- گزینه‌ی «۴»

میانگین = تعداد  $\times$  مجموع و میانگین =  $\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$

$$x = \text{مجموع دروس اختصاصی} = 4 \times 81 / 4 = 325 / 6$$

مجموع دروس عمومی + مجموع دروس اختصاصی

$$3 = \text{تعداد دروس عمومی} + \text{تعداد دروس اختصاصی}$$

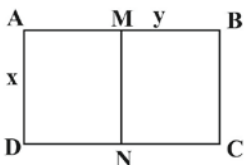
$$\text{میانگین کل} = \frac{x + 325/6}{3 + 7} = 85 \rightarrow x = 269/4$$

$$\rightarrow \text{میانگین دروس اختصاصی} = \frac{x}{3} = \frac{269/4}{3} = 89/8$$

۲۲- گزینه‌ی «۴»

دقت کنید! مجموع هفت عدد برابر ۴۶ است. یک عدد از هفت عدد زوج می‌باشد. پس اگر بخواهیم یک عدد را حذف کنیم و مجموع اعداد باقی‌مانده همچنان زوج باشد (چون باید بتوان آن‌ها را به دو دسته تقسیم کرد). فقط باید عدد ۶ را برداریم و داریم.  $\{1, 3, 5, 7, 11, 13\} \rightarrow \{1+3+5+11=20\}, \{7+13=20\}$

۲۳- گزینه‌ی «۴»



دو مستطیل وقتی متشابه‌اند که نسبت طول به عرضشان تغییر نکند و با هم برابر باشند.

$$\rightarrow AMND \sim ABCD$$

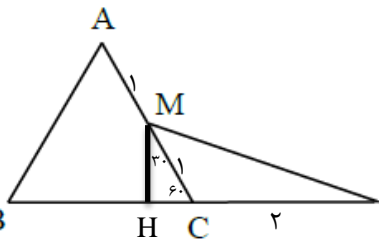
$$\rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AD}{AB} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{x}{2y}$$

$$\rightarrow 2y^2 = x^2 \rightarrow \text{گزینه‌ی «۴»}$$

۲۴- گزینه‌ی «۳»

برای محاسبه مساحت مثلث CDM باید ارتفاع و قاعده آن را پیدا کرد.

در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه ۶۰°، برابر وتر است.  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times MC = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MC = 1$



$$S_{MCD} = \frac{MH \times CD}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس:

۲۵- گزینه‌ی «۴»

چون  $x$  عضو مجموعه اعداد حقیقی است و  $-4 < x \leq 3$  می‌باشد، بی‌شمار عضو طبق تعریف مجموعه اعداد گویا (Q) در این بازه وجود دارد پس به ازای هر  $x$  که عضو Q باشد، همه  $-\frac{x}{3}$  ها نیز گویا هستند و A بیشمار عضو دارد.

۲۶- گزینه‌ی «۱»

فرض کنیم، تعداد تیله‌های قرمز، سبز و آبی به ترتیب  $b, g, r$  باشند.

$$b + g = 6 \rightarrow \text{۶ تا آبی و سبز هستند. همه تیله‌ها به جز ۶ تا قرمزند.}$$

$$r + g = 8 \rightarrow \text{۸ تا قرمز و سبز هستند. همه تیله‌ها به جز ۸ تا سبزند.}$$

$$r + b = 4 \rightarrow \text{۴ تا آبی و قرمزند. همه تیله‌ها به جز ۴ تا آبی‌اند.}$$

$$\rightarrow (b + g) + (r + g) + (r + b) = 6 + 8 + 4 \Rightarrow 2b + 2r + 2g = 18 \Rightarrow \boxed{b + r + g = 9}$$

۲۷- گزینه‌ی «۲»

$$\sqrt{2} = 1/41, \quad \sqrt{6} = 2/44$$

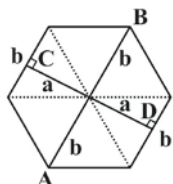
$$\rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{6} = 1/41 - 2/44 = -1/0.3 \rightarrow -2 < -1/0.3 < -1$$

۲۸- گزینه‌ی «۴»

برای ساختن اعداد، دقت کنید که اعداد زوج و عدد ۵ در یکان نباشند. پس ارقام ۱، ۳، ۷، ۹ در یکان قرار دارند و اعداد ۲، ۴، ۶، ۵ در رقم دهگان پس مجموع چنین اعدادی ۱۹۰ است. مانند:  $190 = 59 + 67 + 23 + 41$

۲۹- گزینه‌ی «۲»

هر شش ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی الاضلاع ساخته می‌شود. با توجه به شکل مساحت هر مثلث برابر



$$\frac{ab}{2} \times 6 = 3ab = 60 \rightarrow \boxed{ab = 20}$$

است.

$$AB = 2b, CD = 2a \Rightarrow AB \times CD = 2b \times 2a = 4ab$$

$$\Rightarrow AB \times CD = 4ab = 4 \times 20 = \boxed{80}$$

۳۰- گزینه‌ی «۳»

$$PM = AM, PN = NB \Rightarrow MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2} AB$$

(الف)

که این برابر فقط با تغییر  $AB$  یا بالا و پایین رفتن نقاط  $N, M$  تغییر می‌کند. پس  $MN$  ثابت است.  
(ب) محیط مثلث  $PAB$  متغیر است.

(پ) چون ارتفاع مثلث و  $AB$  ثابت هستند. پس مساحت  $PAB$  تغییر نمی‌کند.

(ت) چون  $MN$  و  $AB$  تغییر نمی‌کنند و ارتفاع دوزنقه ثابت است. پس مساحت  $ABNM$  ثابت است.

۳۱- گزینه‌ی «۴»

$$b = \text{تعداد دانش آموزان سال اول} \quad a = \text{تعداد دانش آموزان سال اول}$$

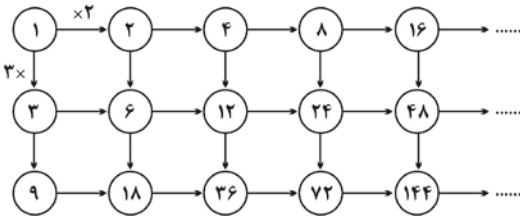
$$\frac{2}{5}a = \frac{4}{5}b \Rightarrow 2a = 4b \Rightarrow a = 2b$$

۳۲- گزینه‌ی «۳»

اعداد عبارتند از: ۳۲۲۳۲۲ و ۲۲۲۳۲۲ و ۲۱۲۳۲۱ و ۱۲۱۳۱۲ و ۲۱۲۳۲۱ و ۲۳۲۱۲۳ و ۲۳۲۳۲۱ و ۱۲۳۲۳۲ و ۳۲۱۲۳۲ و ۳۲۳۲۱۲ و ۱۲۳۲۳۲ و ۲۳۲۱۲۱ و ۲۳۲۳۲۱ و ۲۱۲۳۲۱ و ۲۱۲۳۲۳.

۳۳- گزینه‌ی «۱»

مقسوم‌علیه‌های عدد  $6^{1993}$  فقط از عدد یک و توان‌های مختلف اعداد ۲ و ۳ تشکیل شده است. عدد یک کوچک‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد است. می‌توانیم نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد  $6^{1993}$  را به صورت زیر رسم کنیم:



$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 12 + 16 + 18 = 79$$

۳۴- گزینه‌ی «۲»

اعداد اول بین ۴ تا ۱۸ عبارتند از: ۵، ۷، ۱۱، ۱۳.

$$11 \times 13 - (11 + 13) = 143 - 24 = 119$$

۳۵- گزینه‌ی «۲»

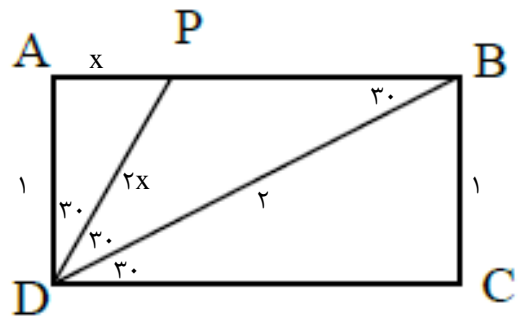
$$\widehat{BDC} = 30 \Rightarrow BD = 2BC \Rightarrow BD = 2$$

$$\widehat{ADP} = 30 \Rightarrow DP = 2AP \Rightarrow DP = 2x, AP = x$$

$$\Rightarrow DP^2 = AP^2 + AD^2 \Rightarrow (2x)^2 = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3} = AP, DP = \frac{2\sqrt{3}}{3} = PB$$

$$DPB \text{ محیط مثلث } DP + PB + DB = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 2 = \boxed{2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}}$$

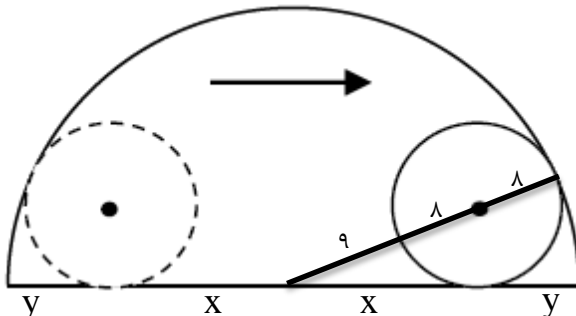


۳۶- گزینه‌ی «۳»

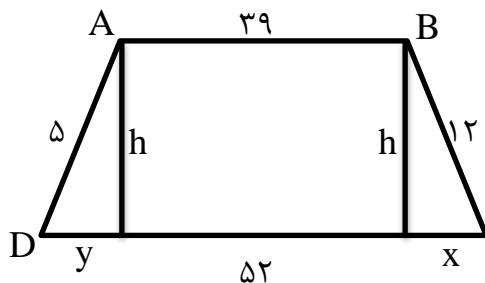
اگر  $a = \frac{1}{4}$  را در هر گزینه قرار دهید به راحتی گزینه‌ی «۳» به عنوان جواب خواهد بود.

۳۷- گزینه‌ی «۳»

طبق رابطه قوت نقطه خارج دایره می‌توان نوشت:  $2y = 20 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x^2 = 9 \times 25 \Rightarrow x^2 = 9 \times (9 + 16)$



۳۸- گزینه‌ی «۳»



$$\left. \begin{aligned} x^2 + h^2 &= 12^2 = 144 \\ y^2 + h^2 &= 5^2 = 25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = 144 - 25 = 119 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow x - y &= 9/15 \\ \Rightarrow x + y &= 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 11/0.75, \quad y = 1/9.25$$

$$C \quad x^2 + h^2 = 144 \Rightarrow (11/0.75)^2 + h^2 = 144 \Rightarrow h = 4/62$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = (39 + 52) \times \frac{4/62}{2} = \boxed{210}$$

۳۹- گزینه‌ی «۴»

هر لیوان به تعداد مقسوم‌علیه‌هایش تغییر حالت می‌دهد. یعنی عدد ۲ فقط دوبار تغییر حالت می‌دهد. یکبار در مضارب عدد ۱ و بار دیگر در مضارب عدد ۲. اعدادی که دارای تعداد مقسوم‌علیه‌های زوج هستند در پایان به حالت اولیه خود بازمی‌گردند. می‌دانیم که تعداد مقسوم‌علیه‌های هر عدد مربع کامل فرد است. پس تنها اعداد مربع کامل به حالت اول باز نمی‌گردند. در بین اعداد ۱ تا ۱۰۰، ۱۰ عدد مربع کامل وجود دارد. پس ۹۰ لیوان به حال اولیه خود بازمی‌گردند.

۴۰- گزینه‌ی «۲»

دورترین نقاطی که روبات می‌تواند پس از ۴ دقیقه روی آن‌ها قرار گیرد روی اضلاع مربعی با رئوس  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$  می‌باشد. چون روبات می‌تواند در همه جهات حرکت کند پس روی تمام نقاط درون این مربع هم می‌تواند قرار گیرد. تعداد نقاط کل مربع گفته شده برابر ۲۵ است.