

جدول تبدیل‌های لاپلاس و فرمول‌های مرتبط $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

f(t)	F(s) = ℒ{f(t)}
۱. ۱	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
۲. $t^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
۳. $t^p, \quad p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}, \quad s > 0; \quad \text{for } p > -1: \Gamma(p+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^p dt, \quad p! := \Gamma(p+1) = p\Gamma(p), \quad \Gamma(n+1) = n!, \quad (-\frac{1}{2})! = \sqrt{\pi}$
۴. \sqrt{t}	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{\frac{3}{2}}}, \quad s > 0$
۵. $t^{n-\frac{1}{2}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+\frac{1}{2}}}, \quad s > 0$
۶. $t^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{t}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{s}}, \quad s > 0$
۷. e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
۸. $\sin(at)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
۹. $\cos(at)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
۱۰. $\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
۱۱. $\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
۱۲. $f(kt), \quad k > 0$	$\frac{1}{k} F(s) \Big _{s \rightarrow \frac{s}{k}} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{k} F\left(\frac{s}{k}\right)$
۱۳. $e^{at} f(t)$	$F(s) \Big _{s \rightarrow s-a} \quad \text{یا} \quad F(s-a); \quad \text{نتیجه: } \xrightarrow{k>0} \mathcal{L}^{-1}\{F(ks+a)\} = \frac{1}{k} e^{-\frac{a}{k}t} f(t) \Big _{t \rightarrow \frac{t}{k}}$
۱۴. $t^n f(t), \quad n = 1, 2, 3, \dots$	$(-1)^n F^{(n)}(s); \quad \text{نتیجه: } \rightarrow \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = -\frac{1}{t} \mathcal{L}^{-1}\{F'(s)\}$
۱۵. $\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(u) du; \quad \text{نتیجه: } \rightarrow \int_0^\infty \frac{f(t)}{t} dt = \int_0^\infty F(s) ds$
۱۶. $u_c(t), \quad c > 0$	$\frac{e^{-cs}}{s}$
۱۷. $u_c(t)f(t-c), \quad c > 0$	$e^{-cs}F(s); \quad \text{نتیجه: } \rightarrow \mathcal{L}\{u_c(t)f(t)\} = e^{-cs}\mathcal{L}\{f(t+c)\}$
۱۸. $\delta(t-c), \quad c \geq 0$	$e^{-cs}; \quad \text{توجه: } \rightarrow \text{for } c \geq 0, k \neq 0: \delta(kt-c) = \frac{1}{ k } \delta\left(t - \frac{c}{k}\right), \quad \int_t^t \delta(u-c) du = u_c(t), \quad u'_c(t) = \delta(t-c)$
۱۹. $\delta(t-c)f(t), \quad c \geq 0$	$e^{-cs}f(c); \quad \text{توجه: } \rightarrow \text{for } c \geq 0: \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-c)f(t) dt = f(c)$
۲۰. $\int_0^t f(u) du$	$\frac{1}{s} F(s)$
۲۱. $f(t) * g(t) := \int_0^t f(t-u)g(u) du$	$F(s).G(s); \quad \text{توجه: } \rightarrow \mathcal{L}^{-1}\{F(s).G(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} * \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$
۲۲. $f'(t)$	$sF(s) - f(0); \quad \text{نتیجه: } \rightarrow \lim_{s \rightarrow +\infty} sF(s) = f(0)$
۲۳. $f''(t)$	$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0); \quad \text{نتیجه: } \rightarrow \lim_{s \rightarrow +\infty} (s^2 F(s) - sf(0)) = f'(0)$
۲۴. $f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - s^{n-3} f''(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$