

# بررسی بدفهمی های رایج دانش آموزان در مبحث توان

اطهر عباسیان لار<sup>۱</sup>، فرزانه رئیسی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجو کارشناسی دبیری ریاضی، دانشگاه فرهنگیان پردیس شهید باهنر فارس  
athar.abasianlar@yahoo.com

<sup>۲</sup> دانشجو کارشناسی دبیری ریاضی، دانشگاه فرهنگیان پردیس شهید باهنر فارس  
farzaneh22raeisi@yahoo.com

**چکیده** - تفکر صحیح و منطقی، ارتباط مستقیمی با فهم درست مفاهیم ریاضی دارد. از این رو معلم به عنوان پرورش دهنده دانش آموزان در مدرسه سهم عمده ای در شکل گیری چنین تفکری دارد. در آموزش ریاضیات مشکلات فراوانی پیش روی معلمان است که مهم ترین آن ها بروز بدفهمی در دانش آموزان است؛ در همین راستا معلمان باید در صدد شناسایی و رفع بدفهمی های ایجاد شده در فرآیند آموزش باشند. در این مقاله به صورت میدانی و کتابخانه ای به بدفهمی های پدیدار شده به هنگام آشنایی دانش آموزان با مبحث توان در سال هفتم پرداخته ایم. پس از مطالعات بسیار به این نتیجه دست یافتیم که ایجاد ذهنیت فلسفی یکی از کارآمدترین راهکارها برای رفع انواع بدفهمی ها در دانش آموزان است.

**کلید واژه** - بدفهمی، توان، دانش آموزان

## ۱. مقدمه

صاحب نظران حیطه ی آموزش ریاضی معتقدند که لازمه ی زندگی در جهان پیچیده و پیشرفته، برخورداری از تفکر خلاق و اندیشه ای پویا و مولد است؛ و فراگیری دانش ریاضی می تواند به شکل گیری و رشد این تفکر کمک کند [۶]. عوامل زیادی وجود دارند که با پیشرفت در ریاضیات مرتبط می باشند، که یکی از مهم ترین این عوامل رفع بدفهمی های دانش آموزان است. با حضور در کلاس های درس در طی چهار ترم به عنوان کارورز شاهد این بودیم، که به هنگام تدریس در کلاس مشکلاتی به وجود می آید، که مهم ترین آن ها بدفهمی است. بدون شک توان در محاسبات ریاضیات و به تبع سایر علوم جایگاه ویژه ای دارد. از این رو با تدوین پرسشنامه ای برگرفته از تمرین های کتاب درسی پایه هفتم که روایی و پایایی آن ها قبلاً تعیین شده است، ۹ کلاس از ۳ مدرسه ناحیه چهار شیراز را مورد مطالعه قرار دادیم و یافتیم که دانش آموزان با پیش زمینه ای که از چهار عمل اصلی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم دارند، به "توان" به عنوان یک مفهوم جدید نگاه نمی کنند. به همین دلیل نمی توانند این چهار عمل را در محاسبات توان به درستی به کار ببرند. از این رو بدفهمی هایی در ذهن آن ها پدید می آید. توجه نکردن به این بدفهمی ها موجب یادگیری ناقص و نادرست آن مفاهیم و در نتیجه افت تحصیلی دانش آموزان می شود. چه بدفهمی هایی در مبحث توان دیده می شود؟ بهترین پیشنهاد برای رفع این بدفهمی ها چیست؟

چنان چه در سال های اخیر یکی از چالش های پیش روی معلمان سراسر دنیا، بروز بدفهمی در دانش آموزان بوده است. پژوهش های زیادی با هدف بررسی بدفهمی ها و ارائه راهکار برای رفع آن ها در مباحث مختلف ریاضیات صورت گرفته است. بررسی های سید مهدی هاشمی تاثیر گوشزد کردن مطالب به هنگام تدریس در جهت کاهش بدفهمی های مربوط به خط مماس و مفهوم آن را نشان می دهد [۱۹]. تحقیقات خانم سوده نوری بیانگر تاثیر ذهنیت فلسفی بر توانایی حل مسائل ریاضی دانش آموزان است [۱۸]. پژوهش های خانم شهرناز بخشعلی زاده با عنوان شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان در حوزه ی محتوایی ریاضی به بررسی بدفهمی در زمینه های محیط و مساحت، عملیات با اعداد حسابی، صفر، کسر، اعداد اعشاری و غیره پرداخته است [۱۵]. با توجه به مطالعات موجود در حوزه ی بدفهمی ها در مباحث مختلف، در این مقاله تاثیر عواملی نظیر ذهنیت فلسفی و گوشزد کردن مطالب را در رفع بدفهمی های توان برای اولین بار مطرح نموده ایم.

## ۲. بحث

تعریف بدفهمی: گاهی اشتباهات دانش آموزان حاصل بی دقتی و عدم تمرکز نیست، بلکه خطاهایی هستند که در ریاضیات نظام مند می باشند و تصادفی به وجود نمی آیند، به همین دلیل چنین خطاهایی را "بدفهمی" می نامیم. بدفهمی ها معمولاً زمانی رخ می دهند که در حالت خاص، ایده هایی در ذهن دانش آموز ایجاد می شود و سپس دانش آموز در حالت کلی این ایده ها را به طور نادرست تعمیم می دهد [۷]. باتل (۱۳۸۹) نیز چنین بیان می دارد: «بدفهمی ناشی از این است که دانش آموز مطلب را درک نکرده یا به غلط درک کرده است، در واقع این خطاها ناشی از بی دقتی یا بی توجهی به فعالیت نیستند و ریشه های عمیق تری دارند. بدفهمی دانش آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته های پیشین آن ها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و به طور جدی توسط دانش آموزان حفظ شود و نتایج حاصل از آن ها، یادگیری را به تاخیر اندازد» [۱۴]. مثلاً، معلمی که در مثال های خود در مبحث ضرب مرتباً از  $2 \times 2$  استفاده می کند، می تواند این بدفهمی را در دانش آموزان ایجاد کند که ضرب همان جمع است و اگر در مبحث توان مدام از مثال  $2^2$  استفاده کند، ممکن است این بدفهمی در دانش آموزان ایجاد شود که توان همان ضرب است.

درک ماهیت بدفهمی:

آنا سرپینسکی چهار فرایند ذهنی دخیل در درک یک مفهوم را چنین توصیف می کند:

- شناسایی: در این مرحله مفهوم فراخوانده می شود، می توان آن را نامگذاری و توصیف کرد.
- تمایز قائل شدن: در این مرحله شباهت ها و تفاوت های مفهوم مورد نظر با دیگر مفاهیم درک می شود.
- تعمیم دادن: ویژگی های عمومی مفهوم مورد نظر در وضعیتی خاص دیده می شود.
- ترکیب کردن: اصلی یکپارچه در ذهن نقش می بندد.

این توصیف می تواند به درک ماهیت "بدفهمی" کمک کند. بدفهمی لزوماً همواره تفکر نادرست نیست، بلکه تعمیم وضعیتی است که دانش آموز در وضعیتی خاص در ذهن خود ساخته و با مفاهیم دیگر در "چارچوب شناختی شخصی" مرتبط نموده است [۲]. برای مثال در ابتدا مفهوم ضرب، در وضعیت های گسسته معرفی می شود؛ وقتی دانش آموز ضرب را به عنوان جمع های تکراری یاد می گیرد، این گونه در ذهن خود معنا بخشی می کند که "ضرب همه چیز را بزرگ تر می کند". سپس با معنا بخشی مفهوم مساحت، عمل ضرب به وضعیت های پیوسته تعمیم یافته، این گسترش مفاهیم با معرفی ضرب ماتریس ها و غیره توسعه می یابد؛ این چنین است که سطح درک مفهوم، رشد یافته و سوال های جدید شکل می گیرد. پس درک مفهوم، فرآیندی پویا است. در چنین وضعیتی دانش آموز در مواجهه با ضرب کسر های کوچکتر از واحد، با این تناقض روبرو می شود که حاصل ضرب بزرگ تر نمی شود. تعمیم و درک مفهوم ضرب به عنوان عملی که بزرگ تر می کند، در برخی حوزه ها (اعداد طبیعی) درست و در برخی حوزه ها (اعداد گویا) اشتباه است. دانش آموزان در فرایند یادگیری در حوزه های مختلف ممکن است، دچار بدفهمی شوند. از آنجایی که بدفهمی ها به فرد کمک می کند تا توجیهی برای وقایع دنیای اطراف خود داشته باشند، در مقابل تغییر و اصلاح مقاوم هستند به این ترتیب برخی از این بدفهمی ها برای مدت های مدید در فرد باقی می ماند [۳].

اولین گام برای برطرف کردن بدفهمی ها در دانش آموزان، بی بردن به علت های شکل گیری آن هاست. این بدفهمی ها بر اثر یاددهی نامناسب، تفکر غیر رسمی یا یادآوری ضعیف گذشته، بازخوانی طرحواره نامناسب، مداخله

طرحواره پیشین در یادگیری جدید، مداخله یادگیری قبلی با طرحواره جدید، تعمیم نابجا، تشابه و یا ساختار شهودی، دانش ناکافی ایجاد می شوند [۷].

دومین گام، شناسایی بدفهمی ها در مبحث توان است. گرابر و جانسون (۱۹۹۱)، وایلی و سیوفالو (۲۰۰۸) با استفاده از یک مدل شناختی پردازش اطلاعات و در نظر گرفتن ماهیت تخصصی بودن ریاضیات چارچوبی برای معلمان به منظور شناسایی بدفهمی ها در دانش آموزان تهیه کرده اند که به بیان آن ها می پردازیم:

- بیش تعمیمی: دانش آموز مفهوم یا رویه ای که در یک وضعیت درست است، را به وضعیتی دیگر تعمیم می دهد. برای مثال براس عقیده دارد که اعداد حسابی یک حوزه همیشه آشنا یا پیش فرض است و طبیعی است که دانش آموزان قواعد حاکم بر اعداد حسابی را برای محاسبات اعداد توان دار تعمیم دهند، به گونه ای که بسیاری از بدفهمی ها در ارتباط با اعداد توان دار ناشی از همین پیش تعمیمی است [۸]. مثلاً؛ دانش آموز ممکن است از استدلال های حاکم بر ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی  $(a^n \times a^m = a^{m+n})$  در محاسبات با اعداد توان دار با توان های مساوی نیز استفاده کند و حاصل را این گونه بنویسد:  $a^n \times b^n = (ab)^{n+n}$

- بیش تخصیصی: دانش آموز محدودیتی که ویژگی یک مفهوم یا رویه نیست، را به آن نسبت می دهد.

- ترجمه نادرست: دانش آموز در ترجمه واژگان، نماد ها، جداول یا نمودارها به یکدیگر اشتباه می کند.

- مفهوم سازی محدود: ریشه بدفهمی دانش آموز به عدم درک مفهوم یا رویه برمی گردد، مثلاً؛ دانش آموز در ساده کردن کسرهایی با صورت و مخرج اعداد توان دار به دلیل درک نادرستی که از ساده کردن کسر ها دارند، سوالات را این چنین پاسخ می دهند:  $\frac{X^2}{X^5} = X^2$

- پذیرش هم ارزی های نادرست: در مواردی برخی از مفاهیم یا رویه های ریاضی به طور نادرست هم ارز تصور می شوند. برای مثال برخی از دانش آموزان ممکن است، از استدلال های حاکم بر ضرب اعداد صحیح در محاسبات با اعداد توان دار استفاده کنند، مثلاً؛ دانش آموزی که عبارت  $2^2 = 2 \times 2 = 4$  را می بیند، برای محاسبه  $2^3$  نیز  $2 \times 3 = 6$  را می نویسد. یا محاسبات مربوط به زمان را مشابه با محاسبات با اعداد اعشاری انجام می دهند. [۱۹][۹]

به منظور شناسایی بدفهمی ها در مبحث توان، پرسشنامه ای با توجه به دسته بندی بدفهمی از نظر گرابر و جانسون و نمونه هایی از بدفهمی های مشاهده شده در دوره های کارورزی طراحی کردیم. در جدول زیر اهداف طراحی سوالات را بیان کرده ایم:

هدف	سوال	
آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از تعریف اعداد توان دار و چگونگی محاسبه ی مجموع دو عدد توان دار	$2^8 + 8^2 =$	۱- روش محاسبه را توضیح دهید.
	$2^3 \times 3^2 =$	
آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از تعریف اعداد توان دار و چگونگی محاسبه ی ضرب دو عدد توان دار	$5^2 = 2 \times 5$	۲- کدام یک

آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از توان صفر و یک	$4 + 2^0 = 6$ $2^0 + 3^0 + 5^0 + 1 = 1$ $5^1 + 1^5 + 0.5 = 2$ $4^1 + 3^1 = 7^2$	درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان عبارت های نادرست را اصلاح کنید.
آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از توان مجموع دو عدد و مجموع دو عدد توان دار	$(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ $4^2 + 2^2 = 6^2$	
آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی و نیز با توان های مساوی و توان حاصل ضرب دو عدد	$4^3 \times 4^4 = 4^{12}$ $3^2 \times 2^2 = 6^2$ $(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$	
آشنایی با ذهنیت دانش آموزان از به توان رساندن اعداد کسری	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$ $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$	

جدول ۱: پرسشنامه ی شناسایی بدفهمی در مبحث توان

پرسشنامه طراحی شده را در بین دانش آموزان ۹ کلاس پایه هفتم از ۳ مدرسه ی ناحیه ی چهار شیراز توزیع کردیم. پاسخ های دانش آموزان نشان دهنده ی بدفهمی آن ها در زمینه های: ۱- مفهوم توان، مثلاً؛  $2^8 = 2 \times 8$  و  $2^8 + 8^2 = 2^8 + 8^2 = 10^{10}$ ، مثلاً؛ ۲- مجموع دو عدد توان دار، مثلاً؛  $4^3 + 2^3 = 6^3$  و  $16^6$  (بیش تعمیمی). ۳- ضرب دو عدد توان دار، مثلاً؛  $2^3 \times 3^2 = 6^5$  و  $2^3 \times 3^2 = 4$ ، مفهوم توان یک، مثلاً؛  $2 = 1 + 1 + 0 = 1 + 1 + 0.5 + 1^5 + 5^1$ ، مفهوم توان صفر، مثلاً؛  $2^0 + 3^0 + 5^0 + 1 = 1$ ، توان مجموع دو عدد، مثلاً؛  $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$  (بیش تعمیمی). ۷- توان ضرب دو عدد، مثلاً؛  $(4 \times 3)^2 = 4 \times 3^2$  (بیش تخصیصی). ۸- ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی، مثلاً؛  $4^3 \times 4^4 = 4^7$ ، ضرب دو عدد توان دار با توان های مساوی، مثلاً؛  $4^3 \times 4^4 = 4^{12}$ ، به توان رساندن اعداد کسری، مثلاً؛  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$  و  $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$  و  $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$  و  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$  است.

سومین گام یافتن موثرترین راهکار در رفع بدفهمی هاست. با توجه به مطالعاتی که در این زمینه انجام داده ایم، راهکارهای زیر را پیشنهاد می کنیم:

الف) راهکار تقویت ذهنیت فلسفی: ذهنیت فلسفی<sup>۱</sup> یا همان طرز تفکر صحیح علمی، عبارت است از توانایی ها و ویژگی های ذهن که فرد را در تفکر صحیح کمک می نماید و او را به داشتن قضاوت های صحیح، عادت می

<sup>۱</sup> philosophical Mindedness

دهد [۱۱]. اسمیت (۱۹۵۶) برای ذهنیت فلسفی سه بعد جامعیت، تعمق و انعطاف پذیری قائل شده است و برای هر بعد چهار خصوصیت را بیان کرده است [۱۲].

جامعیت<sup>۲</sup>: فرد دارای ذهن فلسفی، در بعد جامعیت با یک کل نگری، موارد خاص را در ارتباط با زمینه‌ای وسیع می‌نگرد و در پی سازماندهی حقایق و شکیبایی در تفکرات عمیق نظری است تا اجزاء را در ارتباط با هم و در ارتباط با یک زمینه وسیع بنگرد. (۱) مشاهده امور خاص با توجه به ارتباط آن‌ها به یک زمینه وسیع؛ (۲) ارتباط داد مسائل حاضر به هدف‌های دور؛ (۳) به کار بردن قوه‌ی تعمیم. (۴) توجه به جنبه‌های نظری [۱۶].

تعمق<sup>۳</sup>: در تعمق، فرد مسائل و آنچه را که مسلم فرض می‌شود مورد سوال قرار می‌دهد. برای چنین فردی هیچ چیز از قبل پذیرفته شده نیست. چنین فردی پس از شناخت مبانی یک موقعیت، به تجزیه و تحلیل و توضیح معانی تلویحی موقعیت‌ها می‌پردازد. (۱) زیر سوال بردن آنچه مسلم یا بدیهی تلقی می‌شود؛ (۲) کشف و تدوین بنیادها؛ (۳) کاربرد حساسیت برای اموری که دارای معانی ضمنی و رابطه‌ای می‌باشند؛ (۴) مبتنی کردن انتظارات بر جریان فرضیه‌ی استنتاجی - قیاسی [۱۲].

انعطاف پذیری<sup>۴</sup>: این بعد از ذهنیت فلسفی بر عدم تحجر و تحت تاثیر فشارهای محیطی، عاطفی و روانی قرار نگرفتن تاکید دارد. فردی که این بعد از ذهنیت را داراست در برخورد با مسائل خصوصاً امور متضاد، پدیده‌ها را از جهات مختلف مورد بررسی و مشاهده قرار می‌دهد و در موقعیت‌های مبهم فردی آرام و علاقه‌مند به عمل کردن در موقعیت ابهام آمیز می‌باشد. (۱) رها ساختن خود از جمود روانی؛ (۲) ارزش‌سنجی افکار و نظریات بدون توجه به منبع آن‌ها؛ (۳) توجه به مسائل مورد بحث از جهات متعدد؛ (۴) پذیرفتن نظریه‌ها یا قضاوت‌های موقتی و شرطی و علاقه به اخذ تصمیم در مواقع مبهم [۱۶].

با مقایسه‌ی خصوصیات هر بعد ذهنیت فلسفی، با انواع بدفهمی‌ها می‌توان دریافت که تقویت سه بعد جامعیت، تعمق و انعطاف پذیری مانع از بروز بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان می‌شود. همان‌طور که لیپمن (۱۹۸۰) با توجه به نتایج تحقیقی که طی سال‌های ۱۹۷۸-۱۹۷۶ انجام گرفته، نشان داده است که دانش‌آموزانی که برنامه‌ی آموزش فلسفه را دریافت کرده‌اند، عملکرد بسیار بالایی در خواندن و ریاضیات داشته‌اند [۵]. علاوه بر این، فیلدز (۱۹۹۵) اثرگذاری مثبت برنامه‌ی آموزش فلسفه بر مهارت‌های ریاضیات را در پژوهش‌های خود نشان داده است [۱۰].

ب) راهکار گوشزد کردن هنگام تدریس: گوشزد کردن در لغت نامه‌ی دهخدا به معنای به‌سمع رسانیدن، کمی فهمانیدن، اشاره به امری کردن، به یاد آوردن، خاطر نشان کردن، تذکر دادن است. می‌دانیم آگاهی درست دانش‌آموزان از اشتباهات و بدفهمی‌هایی که در یادگیری و حل مسأله‌های ریاضی دارند، عاملی تعیین‌کننده برای رشد عملکرد و پیشرفت ریاضی آنان محسوب می‌شود [۱]. وقتی دانش‌آموزی به درستی دریابد که دلایل و ریشه‌های بدفهمی و راه حل غلط او در کجا است و خود با راهنمایی‌های معلمش در مقام رفع و تصحیح آن‌ها برآید، بدون شک تجربه‌ی مهمی را در یادگیری ریاضی کسب کرده است که در موقعیت‌های دیگر یادگیری و حل مسائل ریاضی به کمک او خواهد آمد و این امر در واقع به رشد تفکر و بصیرت ریاضی او منجر خواهد شد. به همین جهت معلمان باید به منظور جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان، بدفهمی‌های رایج در آن مبحث را به هنگام تدریس بیان کنند.

<sup>۲</sup> Comprehensiveness

<sup>۳</sup> Penetration

<sup>۴</sup> Flexibility

ج) ایجاد فرصتی در کلاس برای آگاهی از طرحواره های دانش آموزان: برای رویارویی با بدفهمی های ریاضی دانش آموزان، معلمان نه تنها باید با شیوه های تفکر آن ها آشنا باشند، بلکه باید از این دانش برای توسعه ی استراتژی هایی که بر یادگیری معنادار تاکید دارند، نیز استفاده نمایند. دانش فرد در قالب طرحواره ها شکل گرفته که این طرحواره ها، مانند ساختمان های ذهنی، بسیار مستحکم اند و ایجاد تغییر در آن ها کار ساده ای نیست. پس از آن جا که دانش آموزان فعالانه دانش خود را می سازند، معلمان نیز باید فعالانه به دانش آموزان کمک نمایند تا بدفهمی های خود را توسط "بازسازی مفاهیم" با فهم و درک درست جایگزین نمایند. در همین راستا بحث، گفتمان، بازتاب و مذاکره بر سر معانی ویژگی های ضروری یک رویکرد موفق برای رفع بدفهمی های ریاضی دانش آموزان هستند. گویا و حسام (۱۳۸۶) در پژوهشی، به اهمیت طرح واره های ذهنی در شکل گیری بدفهمی های ریاضی پی بردند [۱۷].

د) توصیه های پژوهشی برای مولفین کتاب های درسی: طراحان محتوای آموزشی باید با مفهوم بدفهمی آشنا بوده و در برنامه ریزی های خرد و کلان به آن توجه کنند؛ زیرا دانش آموزان با بدفهمی هایی در این زمینه روبرو هستند و لذا عملکرد ضعیفی در این مبحث از خود نشان می دهند. آگاهی طراحان و تولید کنندگان محتوای آموزشی از بدفهمی های دانش آموزان، این امکان را فراهم می سازد تا در محتوای تولید شده با آوردن مثال ها و یا حتی با نیاوردن برخی مثال ها فرصت آشنایی دانش آموزان با بدفهمی ها را زیاد کرده و از این طریق کمک کنند تا دانش آموزان درک بهتری از مفهوم به دست آورند. لی (۲۰۰۶) عقیده دارد که در مقایسه با یادگیری مفاهیم در اکثر دروس، به دلیل ماهیت سلسله مراتبی بودن یادگیری مفاهیم در ریاضیات، لازم است تا بدفهمی های دانش آموزان در مراحل اولیه شکل گیری آن ها اصلاح شوند. از طریق درگیر کردن دانش آموزان با مفاهیم درست و نادرست، دانش آموز تصویری ذهنی از صورت نادرست مفهوم در ذهن خود ایجاد می کند و آن را با برجسب نادرست مشخص می کند. مواجهه با مثال های نادرست در دانش آموزان انگیزه تفکر و بررسی عمیق تر مفهوم را ایجاد می کند [۴]. همانطور که در فصل هفتم سوالاتی مانند سوال زیر مطرح شده است که بیانگر تمامی حالت های ممکن از انواع بدفهمی است و دانش آموز با مشاهده ی آن ها تصویری ذهنی از حالت های نادرست را در ذهن خود می سازد تا در مواجهه با مثال های مشابه آن ها را به کار نگیرد.

سوال ۶، تمرین، صفحه ۹۲، کتاب ریاضی هفتم: کدام یک از عبارت های زیر  $(\frac{2}{3})^3$  را نشان می دهد؟

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \quad \frac{2+2+2}{3} \quad \frac{2 \times 3}{3} \quad \frac{2}{3} \times 3 \quad \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} + 3$$

### ۳. نتیجه گیری

کارا ترین معلم ها آن هایی هستند که فرهنگی را در کلاس پی ریزی می کنند که در آن دانش آموزان از خطا کردن نگران نمی شوند، زیرا این خطا ها را به عنوان بخشی از آموزش در نظر می گیرند. لازم است به دانشجو معلمان، آموزش داده شود که خطا ها و بدفهمی های عمومی بچه ها را شناسایی کنند و بفهمند که این بدفهمی ها به چه دلایلی رخ داده است و چگونه می توان از آن ها پیش گیری کرد و آن ها را برطرف ساخت. این مطالعه ی تحقیقی به صورت تجربی و نظری نشان داد که داشتن ذهنیت فلسفی، گوشزد کردن بدفهمی ها، آگاهی از طرحواره های دانش آموزان و توجه مولفان در حین تولید محتوای کتاب های درسی به بدفهمی ها می توانند به عنوان ابزاری برای رفع بدفهمی به خدمت گرفته شوند. یافته های حاصل از تجزیه و تحلیل داده های "پرسشنامه ی شناسایی بدفهمی در مبحث توان"، نشان داده اند که بدفهمی های نوع بیش تعمیمی، بیش تخصیصی و مفهوم سازی محدود از دسته بندی های گرابر و جانسون در مبحث توان در دانش آموزان پایه هفتم به هنگام کار با اعداد

توان دار مشاهده می شود. لازم به ذکر است که بدفهمی های پذیرش هم ارزی های نادرست و ترجمه نادرست در دانش آموزان پایه های بالاتر پدیدار می شود. امید است، پژوهش های آینده تاثیر راهکارهای ارائه شده را به صورت تجربی نشان دهند.

## سپاسگزاری

بعد از سپاس خداوند منان، بر خود لازم می دانیم از زحمات اساتید فرزانه و گرانقدر جناب آقای شکوریان، جناب آقای دکتر ابطی و جناب آقای صفائیان که با ارائه راهکارهای استادانه و رهنمودهای ارزنده خویش، ما را در تدوین و تکمیل این مقاله یاری نمودند، تقدیر و تشکر نماییم.

## مراجع

1. Graeber, A., and Johnson, M. Insights into secondary school students' Understanding of mathematics. College Park, University of Maryland, MD(۱۹۹۱).
2. Gate, P.. Issues mathematics teaching: Dealing with misconceptions, Routledge, Falmer group(۲۰۰۲)
3. KUTLUAY, Y., Diagnosis of eleventh grade students' misconceptions about geometric optic by A Three –Tier test, thesis submitted to the graduate school of natural and applied SCIENCESOF middle east technical university(۲۰۰۵)
4. Li, X.. Cognitive analysis of student's errors and misconception in variables, equations and functions, PH.D. Desertation, Texas A&M University(۲۰۰۶).
5. Lipman M.. Philosophy in the Classroom, Temple University Press(۱۹۸۰).
6. Schoenfeld, A.. "Leraning to Think Mathematically: Problem Solvings, Met Cognition, and Sense-making in mathematics", New York Maxmilian, ۳۳۴-۳۷۰.(۱۹۸۹).
7. Soygur, M.. Misconceptions of students in algebra lessons: an investigation of the issue in the middle school of the TRNC(۲۰۰۸)
8. STEINLE, V.. changes with AGEIN students' Misconceptions of decimal numbers, Department of science and mathematics education The university of Melbourne(۲۰۰۲),
9. Wylie, Ciofalo,. DIMS Exemplar SET of Items(۲۰۰۸).
۱۰. Trickey, S. and K. J. Topping. "Philosophy for children: A Systematic Review", Research papers in Education, ۳۶۵-۳۷۹(۲۰۰۴).
۱۱. اسمیت، فیلیپ جی (بی تا) (۱۳۷۰). ذهنیت فلسفی در مدیریت آموزشی، ترجمه محمدرضا بهرنگی، ناشر مترجم.
۱۲. اسمیت، فیلیپ(۱۳۷۸)؛ ذهنیت فلسفی در مدیریت آموزشی، راهنمایی برای پایان نامه (ترجمه)، چاپ اول ۱۳۷۰ انتشارات گلچین، و چاپ دوم ۱۳۷۴ سوم و چاپ چهارم با مقدمه جدید مترجم ۱۳۸۲ تهران، انتشارات کمال تربیت، از ۱۷۷-۲۰۰.
۱۳. اصلاح پذیر، بهمن (۱۳۹۴). ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه، چاپ سوم ۱۳۹۴، شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
۱۴. باتل، گیل (۱۳۸۹). روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی، (مترجم: شهرناز بخشعلی زاده)، چاپ اول. تهران، انتشارات سمت، نشر اثر اصلی، ۲۰۰۵.
۱۵. بخشعلی زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان پایه ی چهارم ابتدایی در حوزه ی محتوایی ریاضی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
۱۶. شریعتمداری، علی (۱۳۹۰). اصول تعلیم و تربیت، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
۱۷. گویا، زهرا؛ حسام، عبدالله؛ مجله: روانشناسی کاربردی، بهار ۱۳۸۶ - شماره ۲، صفحه ۲۲.
۱۸. نوری، سوده (۱۳۹۲). تاثیر ذهنیت فلسفی بر توانایی حل مسائل ریاضی دانش آموزان سال سوم راهنمایی شهر همدان به تفکیک جنسیت، تفکر کودک، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، سال چهارم، شماره ی اول، بهار و تابستان ۱۳۹۲، ۱۲۱-۱۳۹.
۱۹. هاشمی، سید مهدی (۱۳۹۳). شناسایی بدفهمی های مربوط به خط مماس و مفهوم آن و بررسی تاثیر آموزش رفع بدفهمی بر اساس نظریه ی برونر در جهت کاهش رفع مفهوم آن، مجتمع استعداد های ناب صالحین.