

کتاب اقتصاد مدیریت (نظریه ها، مدلها و فنون
دکتر حمیدی زاده
حل تمرینات فصل ۹

تهیه کنندگان:

حجت اله جعفرزاده-محسن نادری پور

۹۴/۲/۱۰

قانون بازده فیزیکی نسبت به یک داده در فرآیند تولید، همان قانون بازده نزولی است که در آن با افزایش یک عامل تولید به شرط ثابت ماندن سایر عوامل، بعد از چند نقطه افزایش های نهایی نزولی در تولید کل بوجود می آورد.

قانون بازده فیزیکی نسبت به مقیاس، افزایش متناسب در خروجی فرآیند تولید که از افزایش متناسب معین در کلیه داده ها ناشی میشود.

سه رابطه ممکن بین افزایش در داده ها با ضریب K و افزایش در ستانده ها وجود دارد:

$$Q_2 > KQ_1 - 1$$

$$Q_2 < KQ_1 - 2$$

$$Q_2 = KQ_1 - 3$$

تفاوت آنها: در در بازده فیزیکی نسبت به داده یا K یا L بطور جداگانه با مقدار تولید (Q) رابطه دارند در حالیکه در بازده فیزیکی نسبت به مقیاس K, L بطور همزمان با تولید رابطه دارند

$$\frac{dQ}{dK} = \text{افزایش تولید حاصل از پیشرفت فنی}$$

$$MP_L/MP_K = C_L/C_K = w/r$$

کشش ماشین تولید

کشش ماشین تولید			تغییر در نسبت قیمت عوامل تولید
$d > 1$	$d = 1$	$d < 1$	
$S_L \uparrow$	$S_L = \text{ثابت}$	$S_L \downarrow$	$\frac{W}{r} \downarrow$
$S_K \downarrow$	$S_K = \text{ثابت}$	$S_K \uparrow$	
$S_L \downarrow$	$S_L = \text{ثابت}$	$S_L \uparrow$	$\frac{W}{r} \uparrow$
$S_K \uparrow$	$S_K = \text{ثابت}$	$S_K \downarrow$	
$\frac{L}{K} \uparrow$	$\frac{L}{K} = C$	$\frac{L}{K} \downarrow$	

W = دستمزد کارگر

r = قیمت سرمایه

S_L = سهم کار در تولید

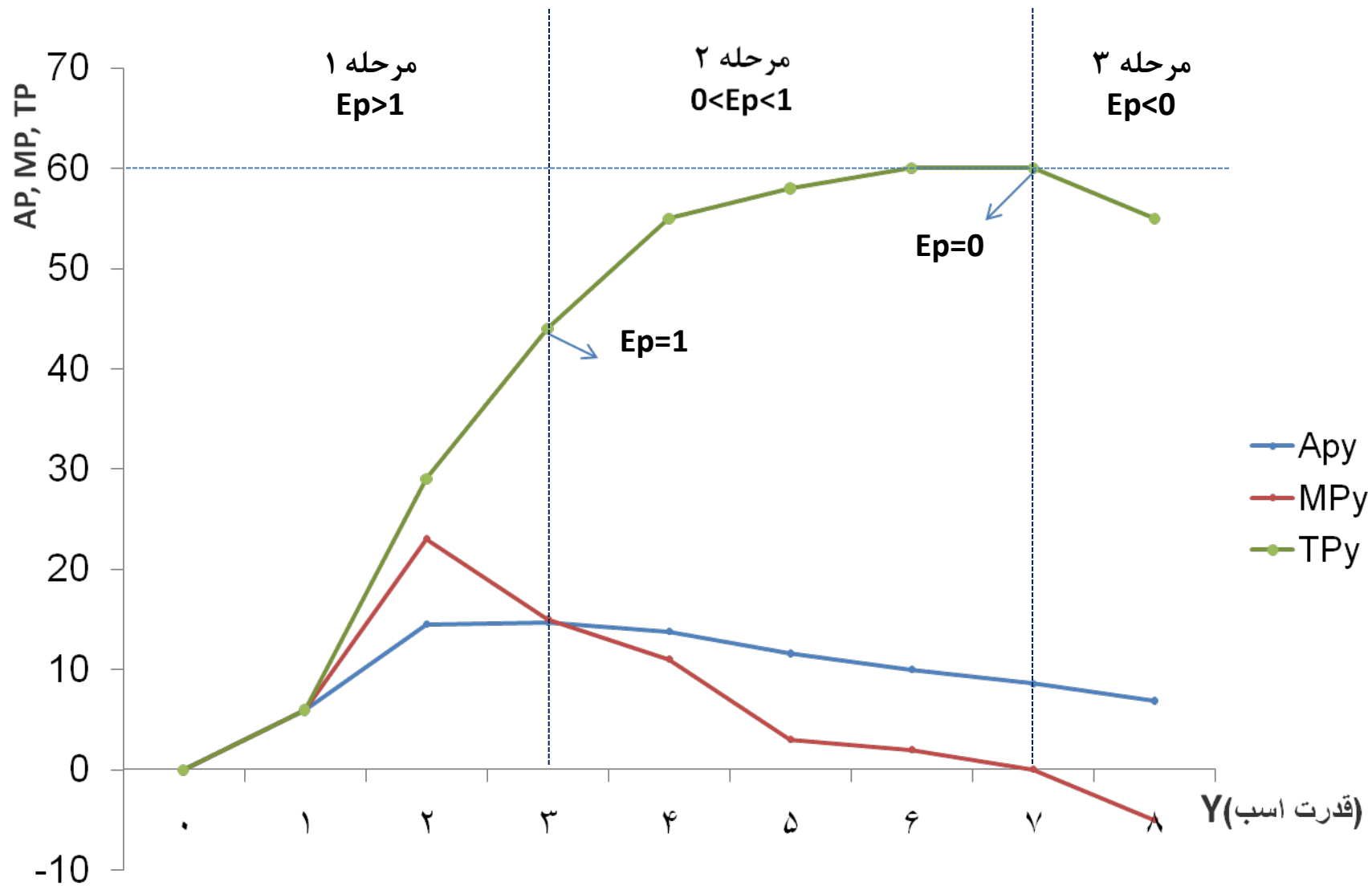
S_K = سهم سرمایه در تولید

جدول تولید کل، نهایی، متوسط و کشش

کشش تولید	تولید متوسط	تولید نهایی	تولید کل (تن سنگ معدن)	سرمایه (قدرت اسب)
$E_y = MP_y / AP_y$	$AP_y = Q / Y$	$MP_y = \Delta Q / \Delta Y$	$TP_y = Q$	$*Y$
-	-	-	0	0
1	6	6	6	1
1.6	14.5	23	29	2
1.0	14.7	15	44	3
0.8	13.8	11	55	4
0.3	11.6	3	58	5
0.2	10	2	60	6
0	8.6	0	60	7
-0.7	6.9	-5	55	8

تولید کل براساس جدول ۹،۱ کتاب صفحه ۲۴۲ می باشد. تعداد کارگران $X=4$ می باشد.

* هر ۲۵۰ قدرت اسب را معادل یک واحد می گیریم.



(الف)

$$Q = 30 X^2 Y^2 - 2 X^3 Y^3$$

$$\text{if } Y=2 \Rightarrow TP_x = 30 X^2 (2^2) - 2 X^3 (2^3) \Rightarrow$$

$$\text{تولید کل} \quad TP_x = 120 X^2 - 16 X^3$$

(ب)

$$\text{تولید نهایی} \quad MP_x = dTP_x/dx = 240 X - 48 X^2$$

(ج)

$$\text{تولید متوسط} \quad AP_x = TP_x/X = 120 X - 16 X^2$$

(د)

$$dTP_x/dX = 0 \Rightarrow 240X - 48X^2 = 0 \Rightarrow X = 5$$

$TP_{x,max} = 1000$

(ه)

$$dMP_x/dX = 0 \Rightarrow 240 - 96X = 0 \Rightarrow X = 2.5$$

$MP_{x,max} = 300$

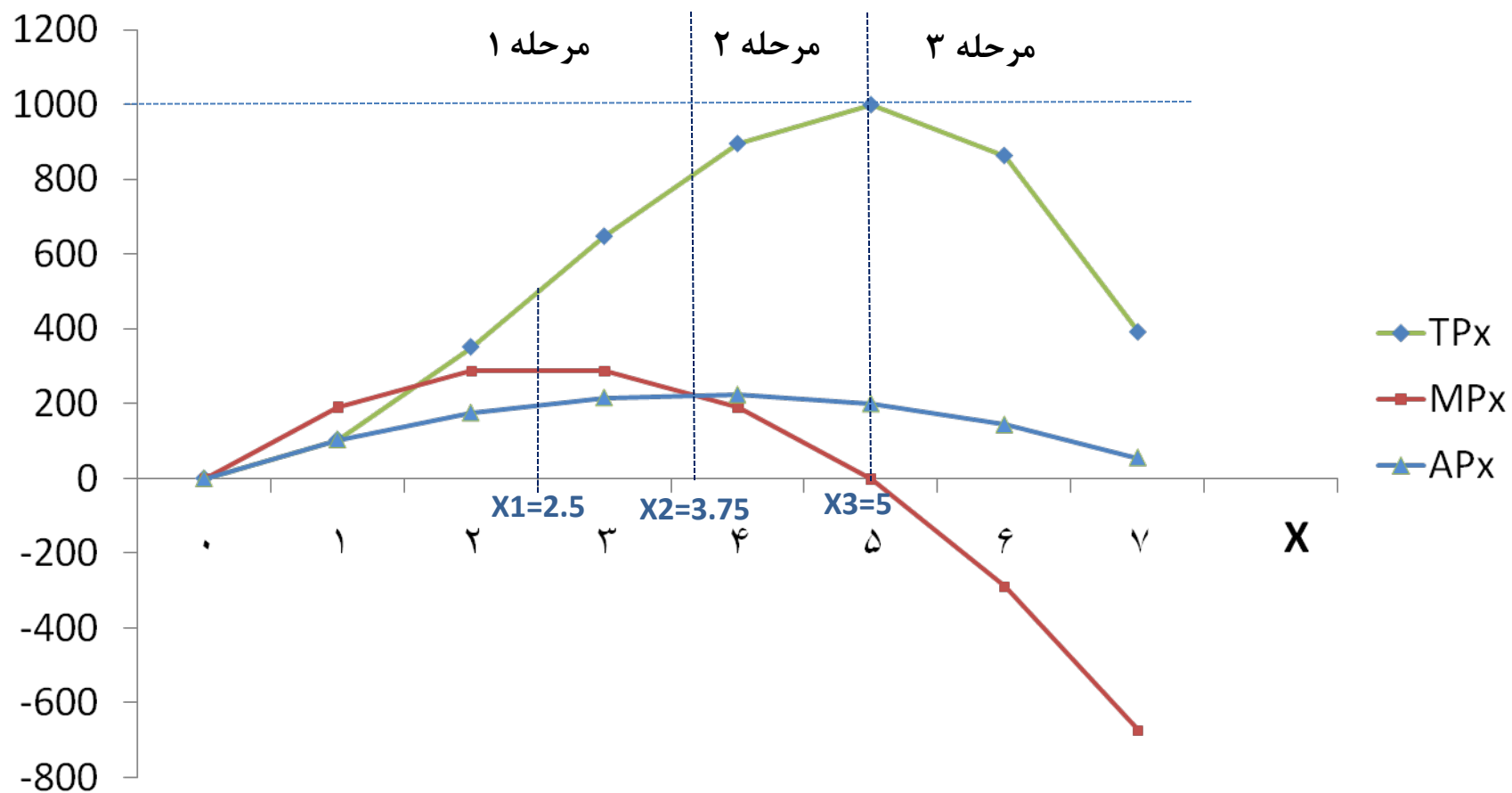
(و)

$$dAP_x/dX = 0 \Rightarrow 120 - 32X = 0 \Rightarrow X = 3.75$$

$AP_{x,max} = 225$

جدول تولید کل، نهایی، متوسط
برای مقادیر صحیح داده بین ۰ و ۷

تولید متوسط	تولید نهایی	تولید کل	داده
APx	MPx	TPx	X
0	0	0	0
104	192	104	1
176	288	352	2
216	288	648	3
224	192	896	4
200	0	1000	5
144	-288	864	6
56	-672	392	7



$$Q = 2.0 L^{0.75} C^{0.25}$$

تولید کل :Q

نیروی کار :L

سرمایه :C

هزینه هر واحد کار :w = 15

هزینه هر واحد سرمایه :r = 5

(الف)

تولید نهایی کار

$$MP_L = \partial Q / \partial L = 1.5 L^{-0.25} C^{0.25}$$

تولید نهایی سرمایه

$$MP_C = \partial Q / \partial C = 0.5 L^{0.75} C^{-0.75}$$

(ب)

نرخ نهایی جانشینی فنی

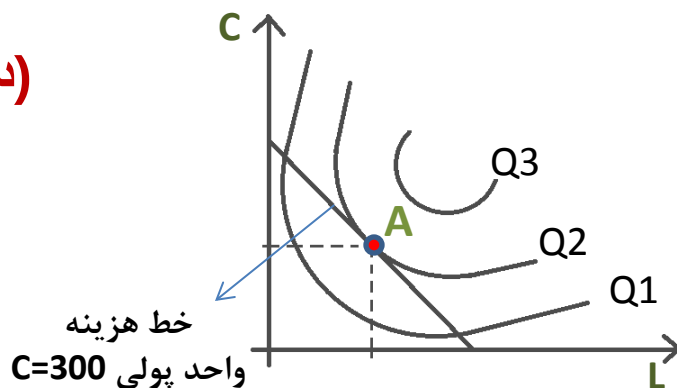
$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_C} = \frac{1.5 L^{-0.25} C^{0.25}}{0.5 L^{0.75} C^{-0.75}} = 3 C/L$$

(ج)

هزینه کل

$$T_c = wL + rC \rightarrow T_c = 15L + 5C$$

(د)



در نقطه ترکیب بهینه کار و سرمایه، شیب منحنی برابری مقدار تولید با شیب خط برابری هزینه مساوی می باشد. پس باید ابتدا شیب ها را بدست آوریم.

خط برابری هزینه با ۳۰۰ واحد پولی برابر است با : $300 = 15L + 5C$
در نتیجه اندازه شیب خط برابری هزینه می شود: $15/5=3$

اندازه شیب منحنی برابری مقدار تولید نیز همان نرخ نهایی جانشینی فنی است * که در قسمت (ب) دو شیب داریم: بدست آوردن $3C/L=3$ در نتیجه با مساوی قرار دادن این

به کمک رابطه بدست آمده بین کار و سرمایه و با استفاده از رابطه هزینه کل ، مقدار بهینه کار و سرمایه را برای به حداکثر رسانیدن محصول با محدودیت هزینه ای ۳۰۰ واحد پولی بدست می آوریم:

$$300 = 15L + 5C, L = C \Rightarrow \begin{cases} L = 15 \\ C = 15 \end{cases} \quad \text{ترکیب بهینه کار و سرمایه}$$

* توضیحات این نکته در صفحات ۲۵۵ و ۲۵۶ کتاب آمده است.

(ه)

$$Q = 2.0 \overset{0.75}{L} \overset{0.25}{C} \rightarrow Q = 2 \overset{0.75}{(15)} \overset{0.25}{(15)} = \mathbf{30} \quad \text{محصول کل}$$

(ي)

$$T_c = wL + rc$$

$$W = 15 + 15 \times 20\% = 15 + 3 = 18$$

$$r = 5 + 5 \times 20\% = 5 + 1 = 6$$

$$T_c = 300$$

$$\rightarrow 300 = 18L + 6C \Rightarrow m = 18/6 = 3$$

التوجه به اطلاعات قبلی $L=C$

$$L = 12.5$$

$$C = 12.5$$

$$\rightarrow Q = 2 \overset{0.75}{(12.5)} \overset{0.25}{(12.5)} = \mathbf{25}$$

(و)

$$T_c = wL + rc$$

$$W = 15 + 15 \times 20\% = 15 + 3 = 18$$

$$r = 5, C = 300$$

$$\rightarrow 300 = 18L + 5C \Rightarrow m = 18/5 = 3.6$$

$$3C/L = 3.6 \Rightarrow C = 1.2L$$

$$L = 12.5$$

$$C = 15$$

$$\rightarrow Q = 2 \overset{0.75}{(12.5)} \overset{0.25}{(15)} = \mathbf{26}$$

بازده های فیزیکی نسبت به مقیاس: افزایش متناسب در خروجی فرآیند تولید در اثر افزایش متناسب معین در کلیه عوامل تولید می باشد.

$$x \longrightarrow kx, \quad Y \longrightarrow kY$$

$Q^{(2)} > KQ^{(1)} \longrightarrow$ تابع تولید بازده های صعودی را نسبت به مقیاس نشان می دهد.

$Q^{(2)} < KQ^{(1)} \longrightarrow$ تابع تولید بازده های نزولی را نسبت به مقیاس نشان می دهد.

$Q^{(2)} = KQ^{(1)} \longrightarrow$ تابع تولید بازده های ثابت را نسبت به مقیاس نشان می دهد.

(الف)

$$Q(x,y) = 2 \times^{0.75} Y^{0.25}$$

$$Q(kx,ky) = 2 (kX)^{0.75} (kY)^{0.25} = k Q(x,y)$$

$$Q(kx,ky) = kQ(x,y) \longrightarrow \text{ثابت}$$

(ب)

$$Q(x,y) = (0.5X + 0.3Y + XY) \Rightarrow$$

$$Q(kx,ky) = 0.5(kx) + 0.3(kY) + (kX)(kY) = K(0.5x + 0.3Y + kxY) \Rightarrow \text{ناهمگن}$$

(ج)

$$Q(x,y) = 1.5xy \Rightarrow Q(kx,ky) = 1.5(kx)(kY) = k^2 Q(x,y) \Rightarrow$$

$$Q(kx,ky) > kQ(x,y) \Rightarrow \text{صعودی}$$

(د)

$$Q(x,y) = 1.5XY - 0.1X^2 - 0.3Y^2 \Rightarrow Q(kx,ky) = k^2 Q(x,y) \Rightarrow$$

$$Q(kx,ky) > kQ(x,y) \Rightarrow \text{صعودی}$$

(ه)

$$Q(x,y) = 1.7X^{0.4}Y^{0.3} \Rightarrow Q(kx,ky) = k^{0.7} Q(x,y) \Rightarrow$$

$$Q(kx,ky) < kQ(x,y) \Rightarrow \text{نزولی}$$

باتشکر