

۵۱- کدام گزینه معادله عبارت «مربع عددی برابر با عدد ۳ به علاوه ۲ برابر آن عدد است» می باشد؟

$$x^2 = 2x + 3 \quad (2)$$

$$x^2 + 2x = 3 \quad (1)$$

$$x^2 + 2x + 3 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 3 = 2x \quad (3)$$

۵۲- دو برابر عددی به علاوه عدد ۷ برابر است با نصف قرینه آن عدد، منهای عدد ۸ می باشد، عدد

موردنظر کدام است؟

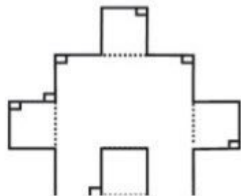
$$-10 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$-6 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

۵۳- در شکل زیر طول تمام پاره‌خط‌های مشخص شده در شکل برابر x است، اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار x کدام است؟ (تمام اضلاع مجاور به یکدیگر عمود می باشند)



$$\frac{20}{9} \quad (2)$$

$$\frac{9}{20} \quad (1)$$

$$\frac{11}{20} \quad (4)$$

$$\frac{20}{11} \quad (3)$$

۵۴- علی، رضا و مهدی با هم در پولی شریک هستند. اگر سهم علی و رضا به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ از پول باشد و مهدی ۱۰۰ هزار تومان پول

گذاشته باشد، پول علی چند هزار تومان بوده است؟

$$225 \quad (4)$$

$$125 \quad (3)$$

$$250 \quad (2)$$

$$150 \quad (1)$$

۵۵- اندازه قطر مربعی $5\sqrt{2}$ می باشد، اختلاف اندازه محیط و مساحت این مربع چقدر است؟

$$10\sqrt{2} \quad (4)$$

$$5\sqrt{2} \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۵۶- مجموع سه عدد زوج متوالی برابر با ۱۲۶۰ می باشد، یکان عدد بزرگتر کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۵۷- یک تولیدی پوشاک از روز شنبه هر روز تولید خود را ۲۰ واحد افزایش داده است، اگر در پایان روز چهارشنبه مجموع این پنج روز به ۷۴۰ واحد رسیده باشد، تولید روز دوشنبه چه تعداد بوده است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۳۸۴ (۳) ۱۴۸ (۴) ۲۵۶

۵۸- دو برابر عددی ۵ برابر عددی دیگر است، اگر میانگین آن‌ها ۱۴۰ باشد، در این صورت اختلاف آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

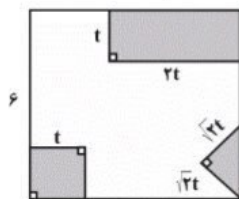
۵۹- در یک آزمون تستی ۲۰ سؤالی هر پاسخ صحیح ۳ نمره مثبت و هر پاسخ غلط یک نمره منفی دارد، اگر دانش‌آموزی ۳ پاسخ صحیح بیشتر از پاسخ غلط داشته باشد و مجموع نمره‌های او ۲۳ باشد، او به چند سؤال پاسخ نداده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۰- یک کلاغ سیاه به دسته‌ای از کبوترهای سفید نزدیک شد و از یکی از آن‌ها پرسید: شما چند تاییید؟ «کبوتر گفت: ما و ما و خمس ما و ربعی از خمس ما گر تو هم با ما شوی جملگی ۲۲۶ می‌شویم»، تعداد کبوترها چندتا است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۲۲۵ (۴) ۱۰۰

۶۱- از مربعی به ضلع ۶cm سه قسمت رنگی زیر بریده شده و مساحت باقی‌مانده 24cm^2 است. t کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۶۲- در یک شرکت ۳ مدیر، ۲ معاون، ۱۵۰ کارمند و ۵ خدمات‌چی وجود دارد، اگر حقوق یک کارمند ۲ برابر یک خدمات‌چی، نصف یک معاون و $\frac{1}{5}$ یک مدیر باشد و این شرکت ماهیانه ۳۴۳ میلیون تومان حقوق پرداخت کند، یک معاون، ماهی چند میلیون تومان حقوق می‌گیرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۶۳- معادله $(x-2)^2 = k-2$ دارای ریشه مضاعف است، مقدار k کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۶۴- مجموع ریشه‌های معادله $x^4 - 4x^2 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۱

۶۵- تعداد جواب‌های کدام معادله از بقیه کمتر است؟

$$\frac{x^2}{4} = 3x \quad (1) \quad 4x^2 - 100 = 0 \quad (2) \quad (2x-1)^2 - 25 = 0 \quad (3) \quad 5x^2 + 80 = 0 \quad (4)$$

۶۶- ریشه مثبت معادله $x^2 - x - 1 = 0$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

۶۷- به‌ازای چه محدودهای از k معادله $kx^2 - 2x + 3 = 0$ ریشه حقیقی ندارد؟

$$k > \frac{1}{3} \quad (1) \quad k > 0 \quad (2) \quad k < \frac{1}{3} \quad (3) \quad k < 0 \quad (4)$$

۶۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $2\alpha + 2\beta + 5\alpha\beta$ کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

۶۹- ریشه کوچکتر معادله $(27x + 13)^2 = 9(-x + 15)^2$ کدام است؟

$$\frac{16}{15} \quad (1) \quad \frac{-29}{12} \quad (2) \quad \frac{15}{16} \quad (3) \quad \frac{-12}{29} \quad (4)$$

۷۰- معادله درجه دوم $2x^2 + ax - 5 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به‌صورت $(x - \frac{a}{4})^2 = b$ نوشتیم، $a + b$ کدام است؟

$$\frac{97}{16} \quad (1) \quad \frac{1}{16} \quad (2) \quad \frac{-7}{16} \quad (3) \quad \frac{79}{16} \quad (4)$$

-۵۱

(حمید زرین‌کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر عدد موردنظر را x در نظر بگیریم مربع آن معادل x^2 و دو برابر آن به علاوه عدد ۳ معادل $2x+3$ می‌باشد، لذا معادله عبارت صورت سؤال به صورت

$$x^2 = 2x + 3 \quad \text{یا} \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \text{می‌باشد.}$$

۴

۳

۲

۱

-۵۲

(حمید زرین‌کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر عدد موردنظر را x در نظر بگیریم دو برابر آن عدد به علاوه ۷ معادل $2x+7$ و

نصف قرینه آن عدد که منهای ۸ شده معادل $-\frac{x}{2}-8$ می‌باشد، لذا داریم:

$$2x + 7 = -\frac{x}{2} - 8 \Rightarrow 2x + \frac{x}{2} = -7 - 8$$

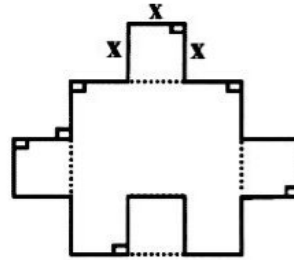
$$\Rightarrow \frac{5}{2}x = -15 \Rightarrow x = \frac{-15 \times 2}{5} = -6$$

۴

۳

۲

۱



با توجه به شکل محیط آن برابر است با:

(۱) $20x = \text{محیط شکل}$

۲ مساحت مربع کوچک + مساحت مربع بزرگ = مساحت شکل

(۲) $9x^2 + 2x^2 = 11x^2 = \text{مساحت شکل}$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \text{محیط شکل} = \text{مساحت شکل} \Rightarrow 20x = 11x^2 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ.ق.ق} \\ x = \frac{20}{11} & \text{ق.ق} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱

اگر کل پول را x در نظر بگیریم $\frac{x}{3}$ سهم علی و $\frac{2}{5}x$ سهم رضا می‌باشد، لذا داریم:

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{5}x + 100 = x$$

$$\Rightarrow x - \frac{x}{3} - \frac{2}{5}x = 100 \xrightarrow[\text{عدد ۱۵ ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین معادله در}}$$

$$15x - 5x - 6x = 1500$$

$$\Rightarrow 4x = 1500 \Rightarrow x = \frac{1500}{4} = 375 \text{ هزار تومان}$$

پول علی برابر است با:

$$\frac{x}{3} = \frac{375}{3} = 125 \text{ هزار تومان}$$

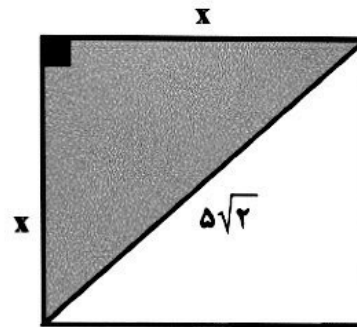
۴

۳

۲

۱

اگر ضلع مربع را x فرض کنیم به کمک قضیه فیثاغورث خواهیم داشت:



$$x^2 + x^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow$$

$$2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{محیط مربع} = 4x = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{مساحت مربع} = x^2 = 5^2 = 25$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} - \text{محیط مربع} = 25 - 20 = 5$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرانروز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

این سه عدد را می‌توانیم به صورت $x, x+2, x+4$ فرض کنیم و طبق اطلاعات مساله، چنین بنویسیم:

$$x + x + 2 + x + 4 = 1260 \Rightarrow 3x + 6 = 1260$$

$$3x = 1260 - 6 \Rightarrow 3x = 1254 \Rightarrow x = \frac{1254}{3} = 418$$

سه عدد زوج مطلوب $\rightarrow 418, 420, 422$
یکان این عدد، ۲ است.

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر تولید روز شنبه را x فرض کنیم، طبق الگوی زیر داریم:

چهارشنبه سه‌شنبه دوشنبه یک‌شنبه شنبه

$$x \quad x+20 \quad x+40 \quad x+60 \quad x+80$$

مجموعه تولید کل هفته برابر است با:

$$x+x+20+x+40+x+60+x+80=740$$

$$5x+200=740 \Rightarrow 5x=540 \Rightarrow x=\frac{540}{5}=108$$

تولید روز دوشنبه برابر است با: $108+40=148$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر یکی از اعداد را x و دیگری را y فرض کنیم، داریم:

$$2x = 5y \Rightarrow x = \frac{5}{2}y \quad (1)$$

$$\frac{x+y}{2} = 140 \Rightarrow x+y = 280$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{5}{2}y + y = 280 \Rightarrow \frac{7}{2}y = 280 \Rightarrow y = \frac{2 \times 280}{7} = 80$$

$$\xrightarrow{(1)} x = \frac{5 \times 80}{2} \Rightarrow x = 200$$

$$x - y = 200 - 80 = 120$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید زرین کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر تعداد پاسخ‌های صحیح را x و تعداد پاسخ‌های غلط را y در نظر بگیریم، در این صورت (۱) $x - y = ۳$ از طرفی جمع نمره‌های او برابر است با:

$$۳x - y = ۲۳ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} \begin{cases} x - y = ۳ \\ ۳x - y = ۲۳ \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -x + y = -۳ \\ ۳x - y = ۲۳ \end{cases}$$

$$۲x = ۲۰ \Rightarrow x = ۱۰ \xrightarrow{(۱)} y = ۷$$

پس در مجموع او به ۱۷ سؤال پاسخ داده و به $۳ = ۲۰ - ۱۷$ سؤال پاسخ نداده است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرداد روشنی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر تعداد کبوترها را x فرض کنیم خمس آنها معادل $\frac{x}{۵}$ و ربع خمس آنها $\frac{1}{۵} \times (\frac{1}{۴}x)$ می‌شود، لذا داریم:

$$x + x + \frac{1}{۵}x + \frac{1}{۴} \times \frac{1}{۵}x + ۱ = ۲۲۶$$

$$۲x + \frac{1}{۵}x + \frac{1}{۲۰}x = ۲۲۵ \Rightarrow \frac{۴۰x + ۴x + x}{۲۰} = ۲۲۵$$

$$۴۵x = ۲۰ \times ۲۲۵ \Rightarrow ۴۵x = ۴۵۰۰ \Rightarrow x = ۱۰۰$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرداد روشنی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

ابتدا مساحت هر کدام از قسمت‌های رنگی را به دست می‌آوریم.

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{۲} \times \sqrt{۲}t \times \sqrt{۲}t = t^۲$$

$$\text{مساحت مستطیل} = ۲t^۲$$

$$\text{مساحت مربع کوچک} = t^۲$$

مساحت قسمت‌های رنگی - مساحت مربع بزرگ = مساحت قسمت باقی‌مانده

$$۲۴ = ۳۶ - (t^۲ + ۲t^۲ + t^۲) \Rightarrow t^۲ = ۳ \Rightarrow t = \sqrt{۳}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۶۲

(فرداد روشنی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر حقوق کارمند را x فرض کنیم، در این صورت:

$$۵x = \text{حقوق یک مدیر و } ۲x = \text{حقوق یک معاون و } \frac{x}{۲} = \text{حقوق خدمات چینی}$$

حال مجموع حقوق این افراد برابر است با:

$$۳ \times (۵x) + ۲ \times (۲x) + ۱۵۰ \times x + ۵ \times \frac{x}{۲} = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۵x + ۴x + ۱۵۰x + \frac{۵x}{۲} = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰$$

$$\frac{۳۴۳}{۲}x = ۳۴۳,۰۰۰,۰۰۰ \Rightarrow x = ۲,۰۰۰,۰۰۰$$

حقوق یک معاون برابر است با:

$$۲x = ۲ \times ۲,۰۰۰,۰۰۰ = ۴,۰۰۰,۰۰۰$$

۴

۳✓

۲

۱

-۶۳

(فرداد روشنی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

معادله زمانی دارای ریشه مضاعف است که $k - ۲ = ۰$ باشد، لذا $k = ۲$ است.

۴

۳

۲✓

۱

-۶۴

(فرداد روشنی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

$$x^4 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۲ \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{جمع ریشه‌ها} = ۰ + ۲ - ۲ = ۰$$

۴

۳✓

۲

۱

$$(۱) \frac{x^2}{4} = 3x \Rightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(x-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=12 \end{cases}$$

$$(۲) 4x^2 - 100 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = \frac{100}{4} = 25 \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x = \pm 5$$

$$(۳) (2x-1)^2 - 25 = 0 \Rightarrow (2x-1)^2 = 25 \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} 2x-1 = \pm 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=5 \Rightarrow x=3 \\ 2x-1=-5 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$$(۴) 5x^2 + 80 = 0 \Rightarrow 5x^2 = -80 \Rightarrow x^2 = -16 \Rightarrow \text{نمی‌توان ریشه‌گیری انجام داد}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ ریشه مثبت} \\ x'' = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ریشه منفی} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

شرط نداشتن ریشه حقیقی در معادله درجه دوم این است که دلتا یا همان ممیز معادله منفی باشد، لذا خواهیم نوشت:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(k)(3) < 0 \Rightarrow 4 - 12k < 0$$

$$\Rightarrow 12k > 4 \Rightarrow k > \frac{1}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$-x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{-1} = 3 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{-1} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underbrace{2\alpha + 2\beta + 5\alpha\beta}_{\text{فاکتور از ۲}} = 2(\alpha + \beta) + 5\alpha\beta = 6 - 5 = 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

با استفاده از روش ریشه گیری داریم:

$$(27x + 13)^2 = 9(-x + 15)^2 \Rightarrow 27x + 13 = \pm 3(-x + 15)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 27x + 13 = 3(-x + 15) \Rightarrow 27x + 13 = -3x + 45 \\ \Rightarrow 27x + 3x = 45 - 13 \Rightarrow 30x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{30} = \frac{16}{15} \\ 27x + 13 = -3(-x + 15) \Rightarrow 27x + 13 = +3x - 45 \\ \Rightarrow 27x - 3x = -45 - 13 \Rightarrow 24x = -58 \Rightarrow x = \frac{-58}{24} = \frac{-29}{12} \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل ابتدا عدد ثابت را به طرف راست

تساوی می‌بریم و طرفین معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم:

$$2x^2 + ax - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 + ax = 5 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر 2}}$$

$$x^2 + \frac{a}{2}x = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{حال مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم}}$$

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \left(\frac{1}{2} \times \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

که با مقایسه با فرم صورت سؤال داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(x + \frac{a}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \frac{a^2}{16} \\ \left(x - \frac{a}{4}\right)^2 = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{4} = -\frac{a}{4} \Rightarrow a = -3 \\ b = \frac{5}{2} + \frac{a^2}{16} \xrightarrow{a=-3} b = \frac{5}{2} + \frac{9}{16} = \frac{49}{16} \end{cases}$$

$$a + b = -3 + \frac{49}{16} = \frac{-48}{16} + \frac{49}{16} = \frac{1}{16}$$

۴

۳

۲✓

۱