

موضوع: توان

به عبارت مقابل توجه کنید.
 در این عبارت به عدد ۲ پایه و به عدد ۳ توان گفته می شود. (آنها به صورت دو به توان سه بخوانید)

سؤال: منظور از 2^3 چیست؟

جواب: یعنی این که عدد ۲ را سه بار در خودش ضرب کنیم

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید

$$5^2 =$$

$$(-5)^2 =$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$$

$$2^5 =$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$10^3 =$$

$$1^3 =$$

$$1/5^2 =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت یک عبارت تواندار بنویسید.

$$x \times x \times x \times x =$$

$$(x+1) \cdot (x+1) \cdot (x+1) =$$

$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} =$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

$$m \times m \times m =$$

$$(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) =$$

$$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$2001 - 1^{200} =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید

مثال: حاصل عبارات متقابل را بدست آورید.

$$۴^۲ + ۲^۳ + ۵^۲ =$$

$$۵^۲ - ۳^۳ + ۱^۵ =$$

منظور از مجذور یک عدد چیست؟ توان دوم هر عدد را یا مربع آن عدد می گویند. به عبارت دیگر، برای بدست آوردن مجذور هر عددی باید آنرا به توان ۲ برسانیم.

$$۷ \text{ مجذور } = ۷^۲ = ۷ \times ۷ = ۴۹$$

$$-۵ \text{ مجذور } = (-۵)^۲ = (-۵) \times (-۵) = +۲۵$$

$$۳ \text{ مربع } = ۳^۲ = ۳ \times ۳ = ۹$$

مثال:

منظور از مکعب یک عدد چیست؟ توان سوم هر عدد را مکعب آن عدد می گویند. به عبارت دیگر، برای بدست آوردن مکعب هر عددی باید آنرا به توان ۳ برسانیم.

$$۵ \text{ مکعب } = ۵^۳ = ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$$

$$-۱ \text{ مکعب } =$$

$$۴ \text{ مکعب } =$$

مثال:

مثال: حاصل عبارات متقابل را بدست آورید.

$$۱۰ \text{ مربع } - ۴ \text{ مکعب } = ۱۰^۲ - ۴^۳ = ۱۰۰ - ۶۴ = ۳۶$$

$$= \text{مجزور } ۱۱ - \text{مکعب } ۵$$

مثال: مربع ۸ بزرگتر است یا مکعب ۴؟ چرا؟

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\rightarrow 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$$

$$= \text{مکعب مربع ۲}$$

سؤال مهم: آیا $(-5)^2$ و -5^2 با هم برابر هستند؟ چرا؟

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$$

جواب: خیر، زیرا؛

$$-5^2 = -(5 \times 5) = -25$$

سؤال مهم: آیا $(\frac{2}{5})^3$ و $\frac{2^3}{5}$ با هم برابر هستند؟ چرا؟

$$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

جواب: خیر، زیرا؛

$$\frac{2^3}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5} = \frac{8}{5}$$

مثال: حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$\frac{2^2}{3} - (\frac{2}{3})^2 =$$

مثال: اختلاف مجذور و مکعب عدد ۰.۲ را بدست آورید.

$$0.2^2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

$$0.2^3 = 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008$$

$$0.04 - 0.008 = 0.032 = \text{اختلاف}$$

$$0.2^3 = 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008$$

مثال: مجذور مکعب $\frac{1}{4}$ - کدام است؟

الف) $\frac{27}{64}$ ج) $-\frac{729}{64}$

ب) $\frac{729}{64}$ د) $\frac{54}{14}$

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

عدد	مجذور (مربع)	مکعب
۵	$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
-۳		
$1\frac{1}{4}$		
۱,۵		

الف) هر عدد به توان ۱ برابر است با همان عدد.

مثال: $(-5)^1 = -5$ $(\frac{2}{7})^1 = \frac{2}{7}$ $5^1 = 5$ $7^1 = 7$

ب) عدد ۱ به هر توانی برسد، حاصل برابر ۱ می باشد.

مثال: $1^{200} = 1$ $1^3 = 1$ $1^5 = 1$

ج) هر عدد (به غیر از صفر) که به توان صفر برسد، حاصل آن ۱ می شود.

مثال: $(\frac{2}{5})^0 = 1$ $(-8)^0 = 1$ $5^0 = 1$

د) عدد صفر به هر توانی (به غیر از صفر) که برسد، حاصل آن صفر است.

مثال: $0^1 = 0$ $0^5 = 0$ $0^2 = 0$

نکات مهم

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$25^1 + 1^{17} - 11^0 = 25 + 1 - 1 = 25$$

$$(-7 + 3, 0, 5)^0 + 1^{50} =$$

$$200^1 - 1^{200} + 5^0 + 0^{12} =$$

(الف) در ضرب اعداد تواندار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را می نویسیم و توانها را با هم جمع می کنیم.

$$5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6 \quad \text{مثال: } (-5)^3 \times (-5)^4 = (-5)^7$$

$$13^5 \times 13^4 = 13^9 \quad \left(1\frac{1}{3}\right)^7 \times \left(1\frac{1}{3}\right)^1 = \left(1\frac{1}{3}\right)^8$$

نکته: برای عددی که توان نداشته باشد، توان ۱ در نظر می گیریم.

توانین ضرب اعداد تواندار

(ب) در ضرب اعداد تواندار، با توانهای مساوی، یکی از توانها را می نویسیم و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5 = 12^5 \quad \text{مثال: } 5^7 \times 2^7 = 10^7$$

$$(-2)^7 \times (+3)^7 = (-6)^7 \quad 2^{100} \times (1/5)^{100} = 1^{100} = 1$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$2^4 \times 2^8 \times 2^1 = 2^{13}$$

$$(-3)^5 \times (+4)^5 =$$

$$3^5 \times 5^5 \times 15^4 =$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^7 \times (1/5) \times \left(1\frac{1}{4}\right)^4 =$$

$$2^4 \times 2^5 \times 3^4 \times 5^{11} = 4^4 \times 4^5 \times 5^{11} = 4^{11} \times 5^{11} = 20^{11}$$

$$8 \times 2^{17} =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$4^2 \times 4^{11} \times 4^8 =$$

$$3^{12} \times 3^{13} \times 3^{15} =$$

$$6^5 \times 3^9 \times 6^8 =$$

$$2^1 \times 2^{19} = 2^{20}$$

مثال الف) دو برابر عدد 2^{19} چقدر است؟

$$8 \times 2^{11} = 2^3 \times 2^{11} = 2^{14}$$

ب) هشت برابر عدد 2^{11} چقدر است؟

مثال: ابتدا حاصل جمع را به ضرب تبدیل کنید، سپس حاصل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 5 = 5^2$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 = 4 \times 2^3 = 2^2 \times 2^3 = 2^5$$

$$(3^3 + 3^3 + 3^3 + 3^3) \times 2 = 4 \times 3^3 \times 2 = 8 \times 3^3 = 2^3 \times 3^3 = 6^3$$

$$\begin{aligned} (6^{19} + 6^{19}) \times (1^{30} + 1^{30} + 1^{30}) &= 2 \times 6^{19} \times 3 \times 1^{30} \\ &= 6 \times 6^{19} \times 1^{30} \\ &= 6^{30} \times 1^{30} = 6^{30} \end{aligned}$$

$$2^{30} + 2^{30} + 2^{21} =$$

مثال: حاصل عبارت مقابل کدام است؟

الف) 2^{31} ب) 2^{22} ج) 4^{31} د) 1

نکته ی مهم:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(5^2)^4 = 5^{2 \times 4} = 5^8$$

$$(3^4)^{10} = 3^{40}$$

$$(2^5)^7 = 2^{35}$$

مثال:

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$(5^4)^2 \times 5^3 =$$

$$(4^2)^{12} \times (5^3)^1 =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید

$$16^{1/5} = (4^2)^{1/5} = 4^{2/5} = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^{4/3} = 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

مثال: اگر $5 = 2^x$ باشد، حاصل 2^{x+3} را محاسبه کنید

$$2^{x+3} = 2^x \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$$

سوال مهم: حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$(8^3 + 8^3) \times 16^5 = 2 \times 8^3 \times 16^5$$

$$= 2 \times (2^3)^3 \times (2^4)^5$$

$$= 2^1 \times 2^9 \times 2^{20} = 2^{30}$$

$$8^{10} \quad \text{ج}$$

$$16^8 \quad \text{الف}$$

$$2^{20} \quad \text{د}$$

$$16^{10} \quad \text{ب}$$

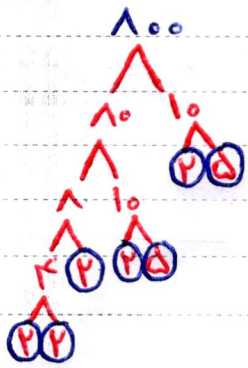
نتیجه ی زیری ج درست است زیرا:

$$8^{30} = (2^3)^{10} = 2^{30}$$

مثال: اگر $3^x = 2$ و $2^y = 3$ باشد، حاصل 3^{xy} چقدر است؟

$$3^{xy} = (3^x)^y = 2^y = 3$$

مثال: کدام نرینه نشان دهنده تجزیه عدد ۸۰۰ می باشد.



(ج) $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

(الف) 8^{10}

(د) $10^2 \times 5^2$

(ب) $2^5 \times 5^2$

$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^5 \times 5^2$

مثال: کدام یک از اعداد 2^{25} و 8^{15} و 4^{20} از هم بزرگتر است؟
جواب: باید هر کدام از اعداد داده شده را به صورت یک عدد تواندار با پایه ۲ تبدیل کنیم.

$2^{25} = 2^{25}$ ————— یعنی عدد ۲ بیست و پنج بار در خودش ضرب می شود.

$4^{20} = (2^2)^{20} = 2^{40}$ ————— یعنی عدد ۲ چهل بار در خودش ضرب می شود.

$8^{15} = (2^3)^{15} = 2^{45}$ ————— یعنی عدد ۲ چهل و پنج بار در خودش ضرب می شود.

$16^{10} = (2^4)^{10} = 2^{40}$ ————— یعنی عدد ۲ چهل بار در خودش ضرب می شود.

بنابراین عدد 2^{45} (یا همان 8^{15}) از همه این اعداد بزرگتر است.

مثال: حاصل $8^0 + 8^1$ کدام است؟

(د) ۱۶

(ج) ۲

(ب) ۹

(الف) ۸

مثال: ۵ برابر 5^k کدام است؟

(د) 25^{11}

(ج) 5^{12}

(ب) 25^{11}

(الف) 5^k

مثال: اگر $3^x = 7$ باشد، حاصل 3^{x+1} چقدر است؟

(د) 21^8

(ج) ۷

(ب) 3^1

(الف) ۲۱

مثال: ریشه های دوم عدد 4^3 عبارتند از:

(د) -8 و 8

(ج) -22 و 22

(ب) -4 و 4

(الف) -4 و 4