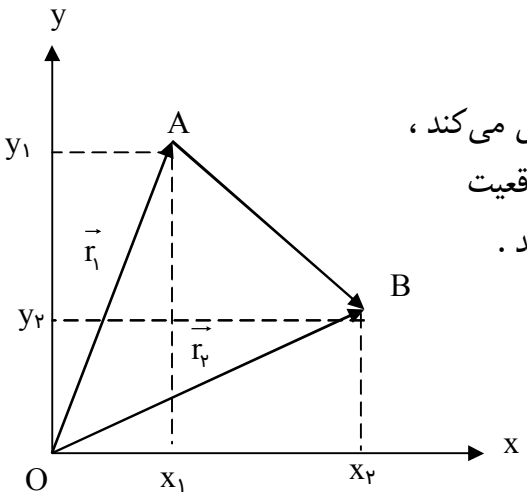
حرکت شناسی



بردار مکان : برداری است که مکان جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند ، که ابتدای این بردار همواره در مبداء مختصات و انتهای آن در موقعیت جسم متحرک می‌باشد. معمولاً بردار مکان را با $\vec{r}$ نمایش می‌دهند .

$\vec{r}_1$ = بردار مکان متحرک در زمان t_1 $\quad |\vec{r}_1| = OA$

$\vec{r}_2$ = بردار مکان متحرک در زمان t_2 $\quad |\vec{r}_2| = OB$

بردار جابجایی : برداری است که از موقعیت اولیه به موقعیت ثانویه رسم می‌شود و به عبارت دیگر کوتاهترین فاصله بین دو مکان می‌باشد . می‌توان بردار جابجایی را تفاضل دو بردار مکان نیز معرفی کرد ($\Delta\vec{r}$) .

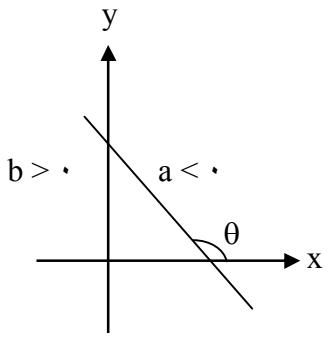
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta\vec{r}$$

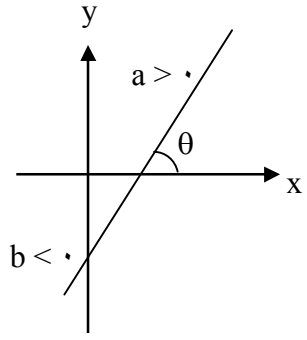
طول بردار جابجایی $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

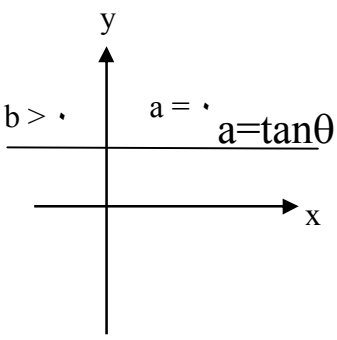
مثال : متحرکی در لحظه t_1 در نقطه (۱ ، ۴) A قرار دارد و در لحظه t_2 به نقطه (۲- ، ۸) B می‌رسد.بردارهای مکان و جابجایی آن را رسم کنید و طول جابجایی متحرک را محاسبه کنید .

یادآوری مطالب کاربردی از ریاضی :

معادله خط به شکل کلی $y=ax+b$ نوشته می‌شودکه، a شیب خط و b عرض از مبداء نامیده می‌شوند . x نشاندهنده طول نقاط و y نشاندهنده عرض نقاط روی خط می‌باشد . و هر نقطه روی خط با زوج مرتب (x ، y) نشان داده می‌شود.







رسم خط : کافی است مختصات دو نقطه از خط را پیدا کرده و به یکدیگر وصل کنیم .
نقاط پیشنهادی ، برای رسم خط ، محل تقاطع خط با محورx ها ($y = ۰$) ، و محل تقاطع با محور yها ($x = ۰$) می‌باشد .
: برای نوشتن معادله خط ، به اطلاعات اولیه در مورد خط نیاز داریم ، بسته به این اطلاعات ، سه شکل متفاوت برای معادله خط پیشنهاد می‌شود .

اطلاعات اولیه	معادله پیشنهادی خط
شیب خط = a و عرض از مبدأ = b	$y= ax + b$
شیب خط = m و یک نقطه از خط $(x_۰, y_۰)$	$y - y_۰ = m(x - x_۰)$
دونقطه از خط $(x_۱, y_۱)$ و $(x_۲, y_۲)$	$\frac{y - y_۱}{x - x_۱} = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱}$

مثال : معادله خطی را بنویسید که از نقطه (۳ ، ۱–) عبور کند و شیب آن برابر ۴ باشد، نمودار آنرا رسم کنید .

مثال : معادله خطی را بنویسید از دو نقطه (۶ ، ۱) و (۱ ، ۴–) عبور کند ، نمودار آنرا رسم کنید .

حرکت بر روی خط راست

یکی از ساده ترین نوع حرکتها می‌باشد که متحرک فقط در یک بُعد، مثلاً محور x ها یا محور yها حرکت می‌کند . مانند : حرکت اتومبیل در جاده افقی و مستقیم و یا سقوط جسمی از بالا به پایین .

حرکت یکنواخت

به حرکتی گفته می‌شود که متحرک روی خط راست با سرعت ثابت (اندازه و جهت) حرکت می‌کند . به عبارت دیگر در زمانهای مساوی جابجایی های یکسان دارد .
معادله حرکت (معادله مکان – زمان) : به معادله‌ای گفته می‌شود که موقعیّت متحرک را نسبت به زمان نشان میدهد ، واز نظر ریاضی می‌توان گفت ، مکان را بصورت تابعی از زمان بیان می‌کند .

معادله حرکت یکنواخت : معادله این حرکت ، یک معادله درجه یک x (مکان) نسبت به t (زمان) است و نمودار آن خطی است . $x = vt + x_o$

x = مکان متحرک نسبت به مبدأ بر حسب m v = سرعت متحرک بر حسب m/s

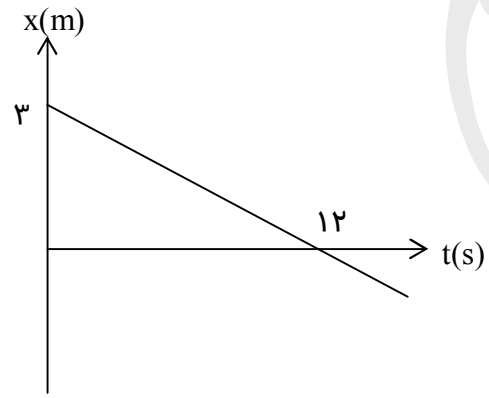
x_o = مکان متحرک نسبت به مبدأ در لحظه t = ۰ (مکان اولیه) t = زمان بر حسب s

مثال : متحرکی با سرعت ثابت ۳ m/s در حال حرکت است ، و در لحظه t = ۰ به اندازه ۱۲ m قبل از مبدأ است . معادله حرکت آن را بنویسید و محاسبه کنید در چه لحظه‌ای از مبدأ گذشته است .

نمودار مکان – زمان : به نموداری گفته می‌شود که برای توصیف حرکت بکار می‌رود و محورقائم‌آن نشاندهنده مکان (x) ، و محور افقی آن نشاندهنده زمان (t) است . (در این نمودارها مختصات رسم شده ربع دوم و سوم ندارد (؟))

مثال : نمودار مکان – زمان مثال قبل را رسم کنید .

مثال : معادله حرکت نمودار زیر را بنویسید .



سوال : سرعت منفی چه مفهومی دارد ؟

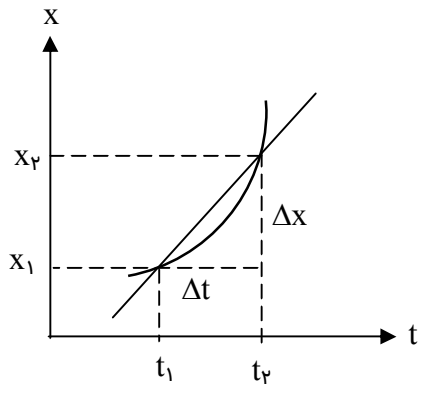
سرعت متوسط

نسبت جابجایی به زمان جابجایی را سرعت متوسط می‌گویند ، که با نماد $\overline{V}$ نمایش می‌دهند . حرکت یک بعدی ←

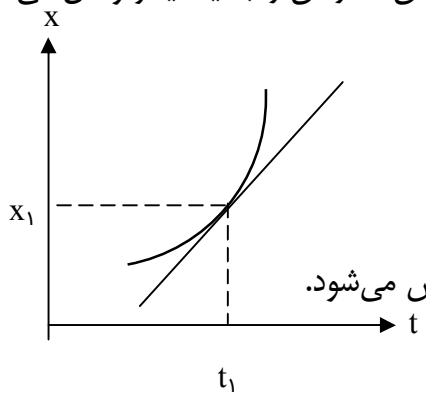
$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

حرکت دو بعدی ←

$$\overline{V} = \left|\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}\right| = \frac{\sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}}{\Delta t}$$



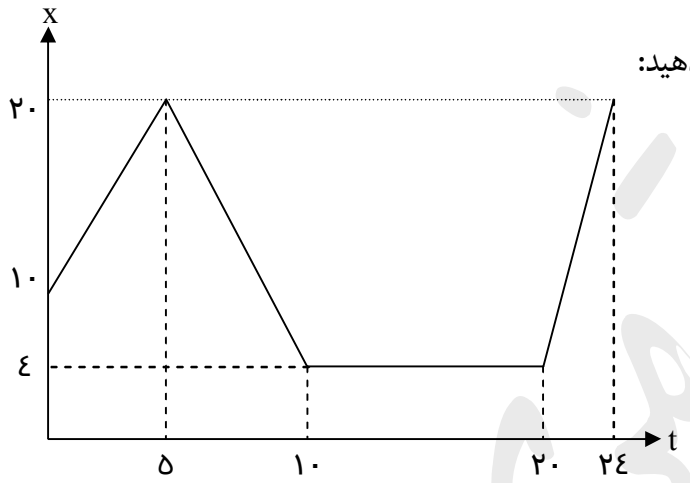
از نظر ریاضی سرعت متوسط ، شیب خطی است که دو نقطه از نمودار مکان – زمان را به یکدیگر وصل می-کند .



سرعت لحظه‌ای

سرعت متحرک در هر لحظه را سرعت لحظه‌ای می‌گویند ، و از نظر ریاضی ، شیب خطی است که در یک نقطه به نمودار مکان – زمان مماس می‌شود.

🔔 : در حرکت یکنواخت سرعت متوسط و لحظه‌ای با هم برابرند .



مثال : با توجه به نمودار مقابل موارد زیر را پاسخ دهید:

الف) جدول زیر را کامل کنید .

Δt	Δx	$\bar{v}$
۰–۵		
۵–۱۰		
۱۰–۲۰		
۲۰–۲۴		

ب) در چه بازه‌های زمانی جابجایی صفر است ؟

ج) جابجایی کل متحرک چند متر است ؟

د) بیشترین سرعت مربوط به کدام بازه زمانی است ؟

🔔 : چون رابطه حرکت یکنواخت خطی است ، می‌توانیم روابط گفته شده مربوط به خط را با روابط حرکت یکنواخت تطبیق دهیم .

معادله خط	معادله حرکت یکنواخت
$y = ax + b$	$x = vt + x_0$
$y - y_0 = m(x - x_0)$	$x - x_0 = v(t - t_0)$
$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\frac{x - x_1}{t - t_1} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

مثال : متحرکی با سرعت ثابت $4\ m/s$ در حال حرکت است ، و در لحظه $t = 3s$ به اندازه $12\ m$ جلوتر از مبدأ است : الف) معادله حرکت آنرا بدست آورید .

ب) نمودار مکان – زمان آنرا رسم کنید .

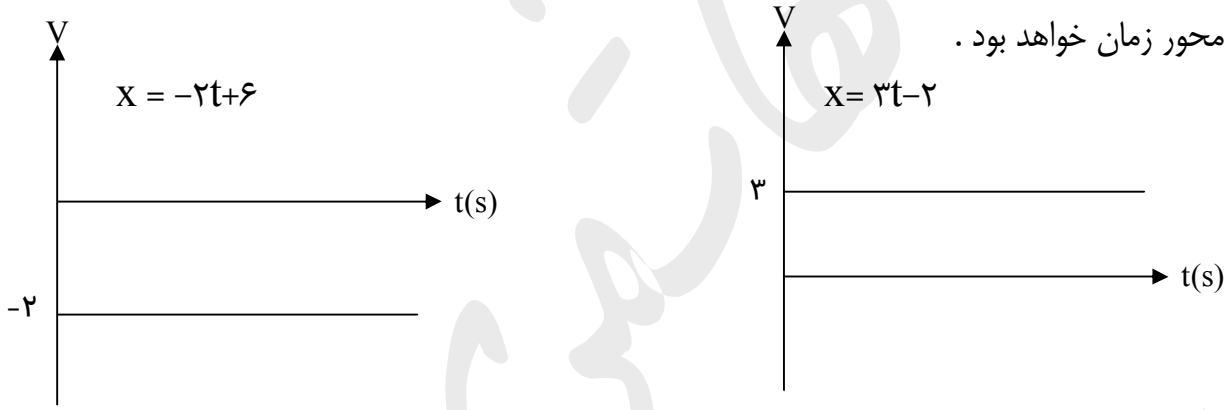
مثال: متحرکی با سرعت ثابت در حال حرکت است ، در ثانیه هشتم ، ۵ متر عقب تر از مبدأ و در ثانیه ششم ، ۱۵متر بعد از مبدأ است :

الف) معادله حرکت آنرا بدست آورید .

ب) نمودار مکان – زمان آنرا رسم کنید .

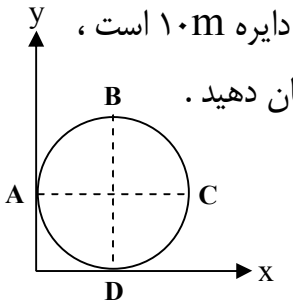
نمودار سرعت – زمان : به نموداری‌گفته می‌شودکه برای توصیف سرعت متحرک بکار می‌رود ، که محور قائم آن سرعت(v) و محور افقی آن زمان (t) است .

🔔 : در حرکت یکنواخت چون با گذشت زمان ، سرعت تغییر نمی‌کند نمودار سرعت – زمان آن خطی موازی با محور زمان خواهد بود .



🔔 : مسافت طی شده کمیّتی نرده‌ای است که ، برابر با طول مسیر پیموده شده است ، در صورتی که جابجایی کمیّتی برداری است که کوتاهترین فاصله مبدأ تا مقصد را با خط راست نشان می‌دهد بطور مثال اگر شناگری طول استخری را شنا کند و به مکان اول برگردد ، مسیر طی شده دو برابر طول استخر است ، ولی جابجایی آن صفر است .

مثال: شکل مقابل مسیر دایره‌ای متحرکی را در صفحه نشان می‌دهد ، که شعاع دایره ۱۰m است ، مسافت طی شده و جابجایی را بین نقاط AB و AC و AD و یک دور کامل نشان دهید .



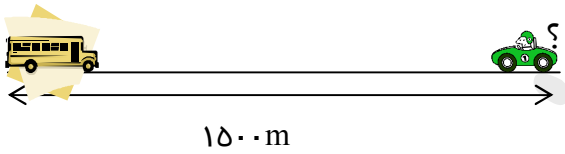
🔔 : روش تبدیل Km/h به m/s و برعکس .

$$(\frac{Km}{h})(\frac{۱۰}{۳۶}) = (\frac{m}{s})$$ و $$(\frac{m}{s})(\frac{۳۶}{۱۰}) = (\frac{Km}{h})$$

m/s	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
Km/h	۱۸	۳۶	۵۴	۷۲	۹۰	۱۰۸

با روابط بالا این تبدیلها براحتی انجام می‌شود، برای سرعت دادن
به محاسبات بعضی از تبدیلهای پر کاربرد در جدول مقابل آمده است :

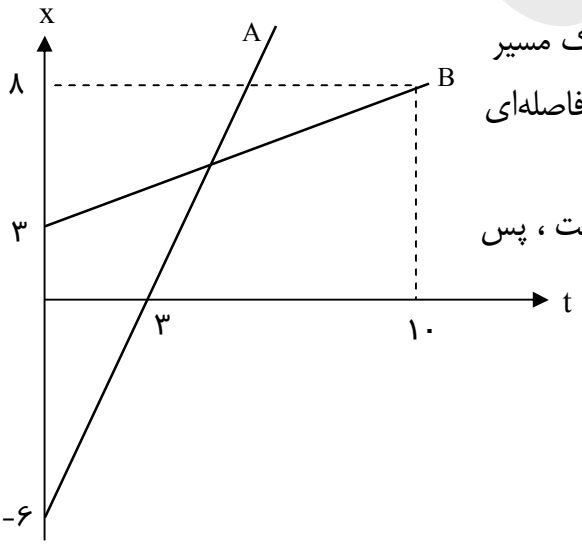
مثال : متحرک A با سرعت ۱۸Km/h و متحرک B در جهت مخالف با سرعت ۹۰Km/h از فاصله ۱۵۰۰m متری به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند ، پس از چند ثانیه و پس از متر حابجایی از کنار یکدیگر عبور می‌کنند ؟



🔔 : $\boxed{\Delta x = x - x_o}$ به معنی جابجایی است ، ودر حرکت یکنواخت می‌توان به شکل مقابل آنرا بکار برد .

$\boxed{\Delta x = vt}$

مثال : نمودار مقابل مربوط به دو متحرک است که در یک مسیر حرکت می‌کنند ، محاسبه کنید پس از چند ثانیه و در چه فاصله‌ای از مبدأ از کنار هم عبور می‌کنند ؟
در ابتدای حرکت متحرک A به اندازه ۹m از B جلوتر است ، پس از چند ثانیه متحرک B به اندازه ۹m از A جلو می‌افتد ؟

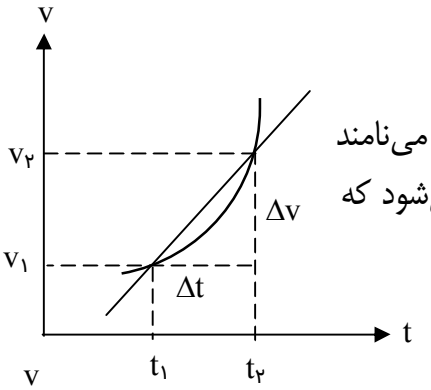


حرکت شتابدار بر روی خط راست(افق)

حرکت شتابدار به حرکتی گفته می‌شود که ، در مدت حرکت سرعت متحرک تغییر کند و چون سرعت کمیّتی برداری است تغییر جهت و یا اندازه سرعت سبب شتابدار شدن حرکت می‌شود .
شتاب کمیّتی برداری است که آن را با نماد a نشان میدهند و واحد آن m/s^2 (متر بر مجذور ثانیه)است .

سوال : اگر متحرکی با سرعت ثابت ۲۰ m/s به دور میدانی بچرخد ، چه نوع حرکتی دارد ؟

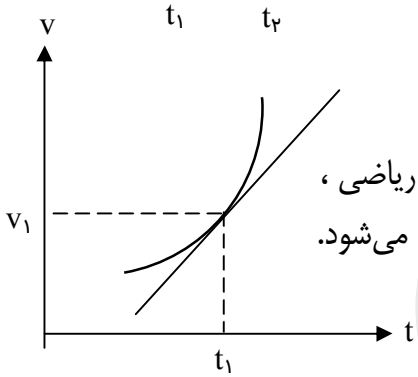
شتاب متوسط



نسبت تغییرات سرعت به زمان تغییرات سرعت را شتاب متوسط می‌نامند و با نماد $\bar{a}$ نشان می‌دهند . از نظرریاضی به شیب خطی گفته می‌شود که دو نقطه از نمودار سرعت – زمان را به یکدیگر وصل می‌کند .

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

شتاب لحظه‌ای



شتاب متحرک در هر لحظه را شتاب لحظه‌ای می‌گویند ، و از نظر ریاضی ، شیب خطی است که در یک نقطه به نمودار سرعت – زمان مماس می‌شود.

: در نمودار سرعت – زمان اگر خطی موازی محور زمان باشد ، به معنی حرکت یکنواخت است (a = ۰) .

روابط حرکت شتابدار با شتاب ثابت :

معادله مکان – زمان (معادله حرکت)	$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$
معادله سرعت – زمان	$v = at + v_0$
معادله مستقل از زمان	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$
معادله مستقل ازشتاب	$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})\Delta t$

x = مکان متحرک a = شتاب
x_0 = مکان متحرک در لحظه t = ۰
v_0 = سرعت اولیه t = زمان
v = سرعت ثانویه
$\Delta x = x - x_0$ جابجایی

: در مسایل به جای X می‌توان X_2 و به جای X_0 می‌توان از X_1 استفاده کرد ، و همچنین به جای V می‌توان V_2 و به جای V_0 می‌توان از V_1 استفاده کرد.

🔔 : در رابطه اول با بردن x_o به طرف دیگر رابطه $\boxed{\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t}$ را ساخت تا مستقیماً جابجایی را محاسبه کرد .

🔔 : هرگاه جسم از حال سکون شروع به حرکت کند $v_o = 0$ و اگر متوقف شود $v = 0$ است .

🔔 : از رابطه چهارم می‌توان رابطه جدیدی برای سرعت متوسط در حرکت شتابدار $\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_o}{2}}$ با شتاب ثابت را بدست آورد .

مثال : متحرکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند ، و در مدت ۳s سرعت آن به ۶ m/s می‌رسد :

الف) شتاب آن را محاسبه کنید .

ب) جابجایی آن چقدر است ؟

ج) نمودار سرعت – زمان آن را رسم کنید .

مثال : معادله حرکت متحرکی به صورت $x = 4t^2 - t$ می‌باشد :

الف) سرعت متوسط آن را بین لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ حساب کنید .

ب) متحرک در چه لحظاتی از مبدأ عبور کرده است ؟

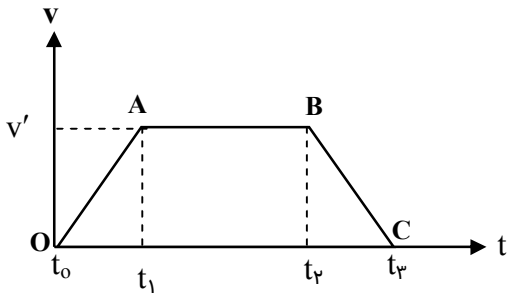
ج) معادله سرعت – زمان آنرا بنویسید .

مثال : اتومبیلی با سرعت ۷۲ Km/h در حال حرکت است ناگهان مانعی می‌بیند و با شتاب $2m/s^2$ ترمز می‌کند :

الف) چند ثانیه طول می‌کشد تا متوقف شود؟

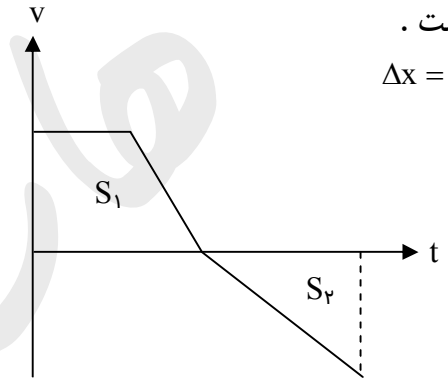
ب) جابجایی آن از لحظه ترمز تا توقف چند متر است ؟

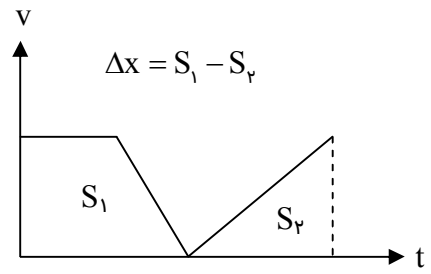
ج) نمودار سرعت – زمان آنرا رسم کنید .

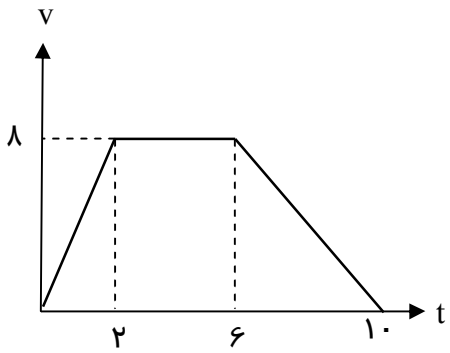


مثال : (حرکت دو ایستگاهی) با توجه به نمودار مقابل، حرکت متحرک را در بازه‌های زمانی نشان داده شده توصیف کنید .

🔔 : مساحت زیر نمودار سرعت– زمان برابر جابجایی است ، واگراین مساحت زیر محور زمان باشد جابجایی منفی است .







مثال : با توجه به نمودار سرعت – زمان مقابل :
الف) سرعت متوسط متحرک را حساب کنید.
ب) سپس نمودار شتاب– زمان آنرا رسم کنید .

مثال : قسمت اول مثال قبل را به روش تشریحی حل کنید .

مثال: متحرکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از ۵ s، سرعت آن به ۱۵m/s می‌رسد ، به مدت ۲۰s با همین سرعت حرکت می‌کند و در آخر ترمز کرده و در مدت۱۵s سرعت خود را به ۱۰m/s می-رساند : الف) متحرک چند نوع حرکت داشته است ؟

ب)نمودار سرعت – زمان آن را رسم کنید .

ج) شتاب هرمرحله از حرکت را حساب کنبد .

د) جابجایی و سرعت متوسط آن را محاسبه کنید.

🔔 : تشخیص حرکت تندشونده و حرکت کند شونده .

اگر حاصل ضرب av مثبت باشد($av > 0$) حرکت تندشونده و اگر حاصل ضرب av منفی باشد($av < 0$) حرکت کند شونده است .

مثال: معادله سرعت – زمان متحرکی برابر $v=4t-6$ است ، تعیین کنید:

الف) نمودار سرعت – زمان آن را برای ۴ s اول رسم کنید .

ب) در چه بازه‌هایی حرکت تند شونده ودر چه بازه‌ای حرکت کند شونده است ؟

ج) جابجایی آن در این مدت چند متراست ؟

سقوط آزاد

(حرکت شتابدار با شتاب ثابت در راستای قائم) ***(حذف)***

سقوط آزاد به حرکتی گفته می‌شود که جسم در شرایط خلأ در راستای قائم و فقط تحت تاثیر نیروی وزن خود (نیروی جاذبه زمین) حرکت کند ، شتاب این حرکت برابر مقدار ثابت $۹/۸m/s^۲$ می‌باشد که برای راحتی $g= ۱۰m/s^۲$ در نظر می‌گیریم .

: چون شتاب کمیّتی برداری است ، و جهت g رو به پایین است مقدار آن همیشه منفی است .($a = -g$)

: این حرکت حالت خاصی از حرکتهای شتابدار با شتاب منفی است بنابر این روابط قبلی را با کمی تغییر می‌توانیم استفاده کنیم .

$$a \to -g \quad و \quad x \to y$$

معادله مکان – زمان (معادله حرکت)	$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_o t + y_o$	$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_o t + x_o$
معادله سرعت – زمان	$v = -gt + v_o$	$v = at + v_o$
معادله مستقل از زمان	$v^۲ - v_o^{\ ۲} = -۲g\Delta y$	$v^۲ - v_o^{\ ۲} = ۲a\Delta x$
معادله مستقل ازشتاب	$\Delta y = (\frac{v + v_o}{۲})\Delta t$	$\Delta x = (\frac{v + v_o}{۲})\Delta t$

: در حل مسایل به عبارات کلیدی زیر دقت کنید :

y_o = ارتفاع اولیه — اگر جسم رها شده باشد ← $v_o = ۰$

$y = ۰$ ← زمین — جابجایی قائم $\Delta y = y - y_o = y_۲ - y_۱$

: در رابطه سوم را به این صورت نیز میتوان نوشت : $\boxed{V_۲^۲ - V_۱^۲ = -۲g(y_۲ - y_۱)}$ ، دقت کنید اگرتناظر سرعت و ارتفاع را رعایت کنید این رابطه برای هر دو نقطه دلخواه از مسیر قابل استفاده است .

: اگر جسمی به سمت بالا پرتاب شود، سرعت اولیه مثبت ، و اگر به سمت پایین پرتاب شود سرعت اولیه منفی است ، ولی جهت شتاب همواره رو به پایین و منفی است .

مثال: از بالای یک ساختمان ۴۵m جسمی را رها می‌کنیم :

الف) با چه سرعتی به زمین می‌رسد ؟

ب) پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد ؟

ج) در چه ارتفاعی سرعت آن $۱۰ m/s$ است ؟

مثال : جسمی را از لبه‌ی پرتگاهی رها می‌کنیم در فاصله ۳۰ متری سطح زمین سرعت آن ۲۰ m/s می‌شود:
الف) ارتفاع پرتگاه چقدر است ؟
ب) سه ثانیه پس از رها کردن جسم ، در چه ارتفاعی قراردارد ؟
ج) با چه سرعتی به زمین می‌رسد ؟

نقطه اوج : اگر جسمی را به بالا پرتاب کنیم ، بالاترین نقطه‌ای که جسم تا آنجا بالا می‌رود نقطه اوج می‌گویند.
در نقطه اوج سرعت متحرک برای لحظه‌ای صفر شده (۰ = v)و سپس به سمت پایین برمی‌گردد .

مثال : از بالای یک ساختمان ۲۵ متری جسمی را با سرعت ۲۰ m/s به بالا پرتاب می‌کنیم :
الف) پس از چند ثانیه به اوج می‌رسد ؟
ب) حداکثر تا چه ارتفاعی نسبت به نقطه پرتاب بالا می‌رود ؟
ج) حداکثر تا چه ارتفاعی نسبت به زمین بالا می‌رود ؟
د) پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد ؟

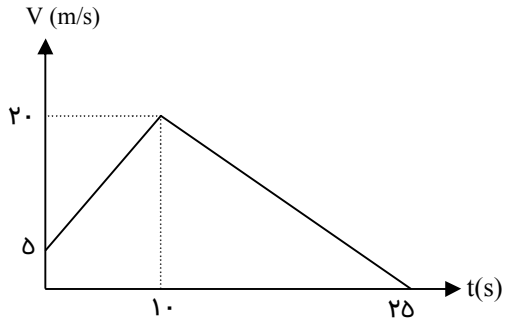
مثال : از ارتفاع ۸۰ متری سنگی را با سرعت ۳۰ m/s به بالا پرتاب می‌کنیم :
الف) با چه سرعتی به زمین می‌رسد ؟
ب) چند ثانیه در راه است ؟
ج) در چه ارتفاعی سرعت متحرک نصف سرعت برخورد به زمین است ؟

تمرینات دوره‌ای

۱ – متحرکی با سرعت ثابت درحال حرکت است درلحظه $t_1 = 2\ s$ در فاصله $3m$ مبداء و در ثانیه $t_2 = 5s$ در فاصله $8\ m$ مبداء است معادله حرکت را پیدا کنید و نمودار مکان – زمان آنرا رسم کنید .

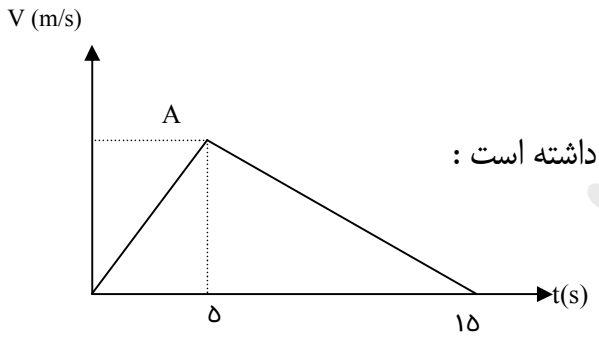
۲ – اتومبیلی با سرعت $18m/s$ بدنبال اتومبیلی حرکت می‌کند که با سرعت $12\ m/s$ حرکت می‌کند اگر ۱۲۰متر از یکدیگر فاصله داشته باشند پس از چند ثانیه به یکدیگر می‌رسند ؟ دراین مدت هر یک چند متر جابجایی دارند ؟

۳ – موتور سواری ازحال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از طی ۶۰ متر سرعت آن به $12m/s$ میرسد : الف) شتاب حرکت را محاسبه کنید . ب) مدت زمان این حرکت چند ثانیه بوده است ؟ ج) نمودار سرعت زمان آنرا رسم کنید .



۴ – با استفاده از نمودار مقابل :
الف) شتاب هر قسمت را محاسبه کنید .
ب) جابجایی متحرک در ۲۵ ثانیه چند متر است ؟
ج) سرعت متوسط آن چند m/s است ؟

۵ – موتور سواری با سرعت $۳۰\ m/s$ درحال حرکت است مانعی می‌بیند وترمزمی‌کند و سرعت او بعدازs ۵ به $۱۰\ m/s$ می‌رسد : الف) جابجائی او در این مدت چند متر بوده است ؟ ب) نمودار سرعت – زمان او را رسم کنید .



۶ – نمودار مقابل مربوط به متحرکی است که $۷۵m$ جابجایی داشته است :
الف)در نقطه A سرعت چقدر است ؟
ب) شتاب هر مرحله را حساب کنید .
ج) در چه بازه ای حرکت کند شونده است ؟ چرا ؟

۸ – معادله حرکت متحرکی برابر $x = ۲t^۲ - ۵t$ است : الف) معادله سرعت آنرا بنویسید .
ب) سرعت متوسط آن بین ثانیه‌های ۲ و ۴ چقدر است ؟ ج) نمودار سرعت زمان آنرا رسم کنید .
د) درچه لحظاتی از مبداء عبور کرده است ؟

۹ – جسمی را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم پس از ۴s به زمین می‌رسد :
الف) ارتفاع ساختمان را پیدا کنید.
ب) جسم‌باچه‌سرعتی به‌زمین می‌رسد؟
ج) درچه فاصله‌ای اززمین سرعت متحرک $۲۰m/s$ است ؟