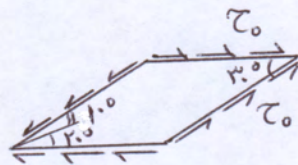


مسئله اول: در صورت عدم وجود نیروهای بدنه، تعیین کنید که آیا حوزه تنش زیر در یک عضو از ای الاستیک ممکن است یا نه.

$$\begin{bmatrix} a_1 x + a_2 y & a_3 x - a_4 y \\ a_5 x - a_6 y & a_7 x + a_8 y \end{bmatrix}$$

مسئله دوم: برای آن شکل زیر مطلوب هایک تنش ها روی صفحه  $20^\circ$  مایل نسبت به خط افقی، و تنش ها اصلی و جهت ها آنها.



مسئله سوم: برای وضعیت تنش نشان داده شده، مطلوب هایک:

الف - تنش ها و ثابت های تنش در دستگاه مختصات جدیدی که به اندازه  $20^\circ$  در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت حول محور Z چرخیده باشد.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 40 & 24 & -30 \\ 24 & 0 & 20 \\ -30 & 20 & 12 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

ب - حداکثر تنش برشی و جهت آن

ج - اندازه و جهت تنش ها اصلی

د - تنش های هشت وجهی

ه - تنش نرمال  $\sigma$  و تنش برشی  $\tau$  بر روی صفحه ای

که برادر نرمال آن دارای زوای  $45^\circ$ ،  $60^\circ$  و  $72^\circ$  با محورهای x، y و z می باشد.

په ۲۴ خدا

مدرس: هرواد جازي

دروس: تئوري الاستيکيټه و پلاستيکيټه

تمرین شماره ۲ (کرنش و ردالپ تنش - کرنش)

$$\begin{bmatrix} a(x^2+y^2) & axy \\ axy & y^2 \end{bmatrix}$$

$$a = cte$$

مسئله اول: آیا حوزه کرنش زیر در یک ماده پیوسته ممکن می باشد؟

مسئله دوم: برای وضعیت کرنش داده شده در زیر مطلوبت می باشد:

الف - ثابت های کرنش

ب - کرنش های اصلی و جهت های آنها

ج - حداکثر کرنش برشی

د - تانسور تنش متناظر

ه - کرنش نرمال در امتداد محور x

که با محور x زاویه ۴۵ درجه دارد

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 40 & 20 & 40 \\ 20 & -20 & 100 \\ 40 & 100 & -80 \end{bmatrix} \mu$$

مسئله سوم: برای توزیع تنش زیر، مطلوبت می باشد: وضعیت کرنش در نقطه (۲، ۳، ۵).

$$E = 70 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.25$$

$$\sigma_x = y + 2z^2$$

$$\tau_{xy} = 3xz^2$$

$$\sigma_y = x + z$$

$$\tau_{yz} = x^2$$

$$\sigma_z = 3x + y$$

$$\tau_{xz} = 2yz$$

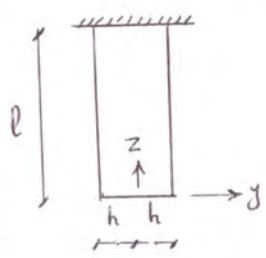
مسئله چهارم: در انزو وزن میل به شکل زیر، تغییراتی که زیر حاصل شده است. آیا این تغییرات ها ۱۵ ماده الاستیک و شرایط مرزی را ارضاء می کنند؟ میل دارای سطح ثابت مستطیلی با ابعاد  $2h \times b$  می باشد.

وزن حجمی  $\gamma =$

$$u = -\frac{\gamma}{E} xz$$

$$v = -\frac{\gamma}{E} yz$$

$$w = \frac{\gamma}{2E} [(z^2 - l^2) + \nu(x^2 + z^2)]$$





مسئله اول: برای توزیع تنش داده شده در زیر:

(الف) نشان دهید که این توزیع یک حل برای یک مسئله نازک (شکل ۱) است.

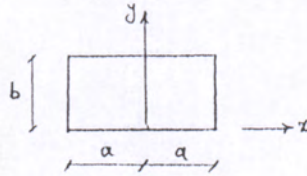
(ب) تابع تنش منظر را بدست آورید.

(ج) یزدها سطحی را در طول لبه  $y=0$ ،  $y=b$ ،  $y$  منته به آورید.

$$\sigma_x = c_1 y x^2 - 2c_2 xy + c_3 y$$

$$\sigma_y = c_1 x y^2 - 2c_1 x^2 y$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2}{3} c_1 x^2 y^2 + c_2 y^2 + \frac{1}{3} c_1 x^2 + c_4$$

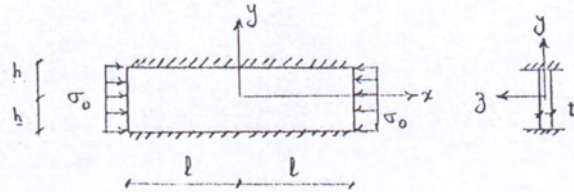


مسئله دوم: نشان دهید که برای مسئله نازک شکل زیر، تغییر مکان ها دارای چنین عباراتی هستند:

$$u = \frac{1-\nu^2}{E} \sigma_0 x$$

$$v = 0$$

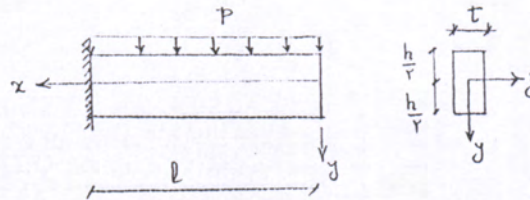
$$w = \frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_0 z$$



مسئله سوم: برای تیر شکل زیر، مقادیر تعیین  $\sigma_x$  و  $\tau_{xy}$  به عنوان تابعی از  $x$  و  $y$  با فرض:

$$\sigma_x = -\frac{M_3 y}{I} = -\frac{P}{2I} x^2 y$$

$$\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$



مسئله چهارم:

در گره شکل زیر نشان دهید که تابع تنش

$$\phi = -\frac{M(\sin 2\theta - 2\theta \cos 2\alpha)}{2(\sin 2\alpha - 2\alpha \cos 2\alpha)}$$

حقیقت برای یک مسئله نیمه نا محدود ( $\alpha = \pi/4$ ) توزیع تنش چنین است:

$$\sigma_r = \frac{2M \sin 2\theta}{\pi r^2}$$

$$\sigma_\theta = 0$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{2M \cos 2\theta}{\pi r^2}$$



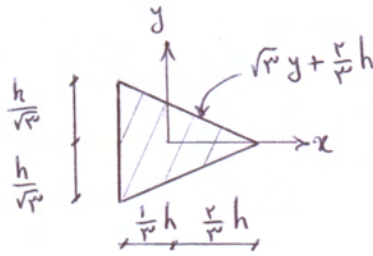
مسئله پنجم: نشان دهید که برای مسائل متقارن محوری ترمو الاستیسیته، معادله های درخت قلی چنین نوشته می شود:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\phi}{dr} \right) + E \alpha \Delta T = 0$$

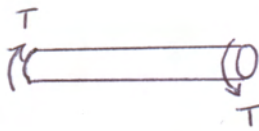
مسئله اول: مطلوبیت تعیین عبارتی برای ماکزیمم و مینیمم تنش ها برشی و زلایه بایش برای مقطع شکل زیر با استفاده از تابع شکل در برود:

$$\phi = c (x - \sqrt{3}y - \frac{2}{3}h) (x + \sqrt{3}y - \frac{2}{3}h) (x + \frac{1}{3}h)$$

$$c = cte$$



مسئله دوم: یک تابع تنش ضایع برای شکل زیر به صورت  $\phi = c(a^2 - x^2 + by^2)(a^2 + bx^2 - y^2)$  باشد که  $a, b$  ضرایب ثابت اند. مطلوبیت تعیین مقدار  $c$ .

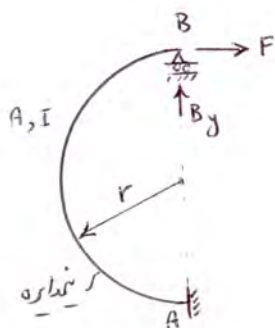




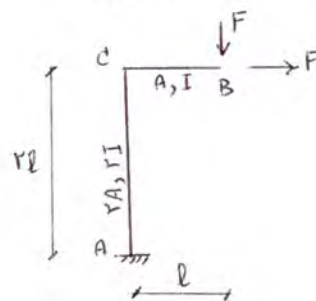
مدیر: قهرار حجازی

درس تئوری الاستیسیته و پلاستیسیته  
تمرین شماره ۵ (روش های انرژی)

مسئله اول: در مابین شکل زیر مطلوبیت یسین تغییر مکان نقطه B با استفاده از قضیه دم کاستیلانو با در نظر گرفتن اثرات خمشی و کششی.



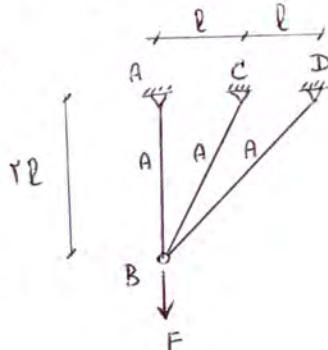
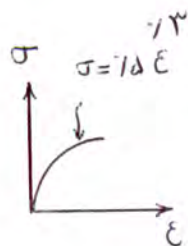
(الف)



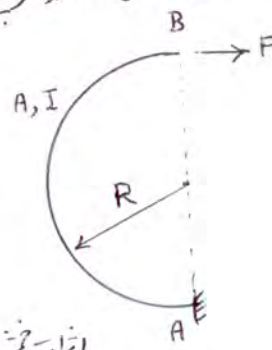
(ب)

مسئله دوم: مطلوبیت حل مسئله اول با استفاده از روش بار واحد.

مسئله سوم: در سازه های شکل زیر مطلوبیت یسین تغییر مکان نقطه B با استفاده از قضیه اول کاستیلانو. اندازه عکس العمل ها تغییر مکان و نیروی داخلی اعضا در هر یک از شکل (ب) چه قدر است؟



(الف)



(ب)

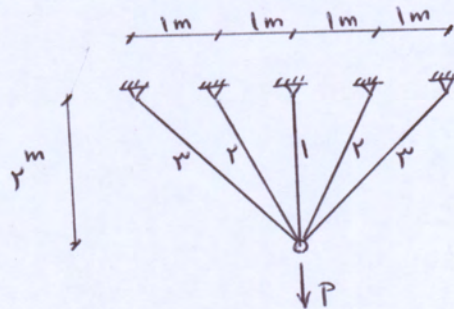
اثرات خمشی + کششی + کششی

مقطع

مسئله اول: در خنکای فولاد شکل زیر مطلوبت میسبه کرنش و تنش پلاستیک مجاز ماکزیمم.

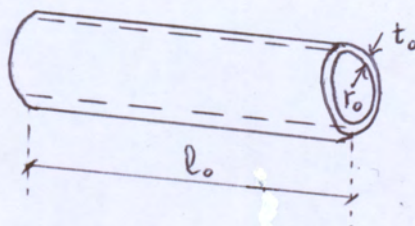
اعضای ۱:  $\sigma_{yp} = 240 \text{ MPa}$ ,  $K = 700 \text{ MPa}$ ,  $n = 71$ ,  $A = 10^{-5} \text{ m}^2$   
 اعضا ۲، ۳:  $\sigma_{yp} = 400 \text{ MPa}$ ,  $K = 800 \text{ MPa}$ ,  $n = 72$ ,  $A = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

$$\sigma = K \epsilon^n$$



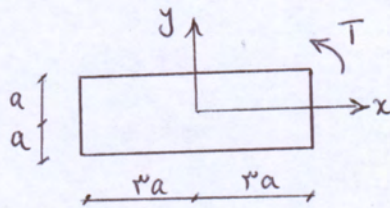
مشکله دوم: گیت استوانه چهارزانگ با مقطع دایره ای با شعاع اولیه  $r_0$ ، ضخامت اولیه  $t_0$  و طول اولیه  $l_0$  در روانه گت نیروی کششی  $F$  است. با فرض معلوم بودن خصوصیت مکانیکی مصالح ( $n$  و  $K$ ) مطلوبت میسبه ۱) تنش مجاز ماکزیمم و ۲) ضخامت اولیه  $t_0$  برای ایجاب نیایداری با استفاده از:

الف - روابط تنش - کرنش Hencky  
 ب - روابط تنش - کرنش Lévy-Mises

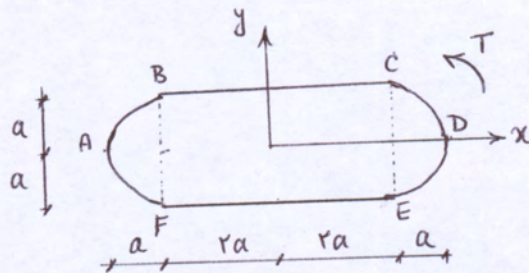




مسئله اول: سیمه با مقطع مستطیل شکل زیر تحت تنش یکنواخت  $T$  قرار گرفته است. مطلوب است سیمه تنش ها برشی در نقاط  $x = \pm 3a$ ،  $y = \pm 2a$  با استفاده از روش تفاوت ها محدود. اندازه تقسیمات برابر  $h = \frac{a}{3}$  در نظر گرفته می شود.



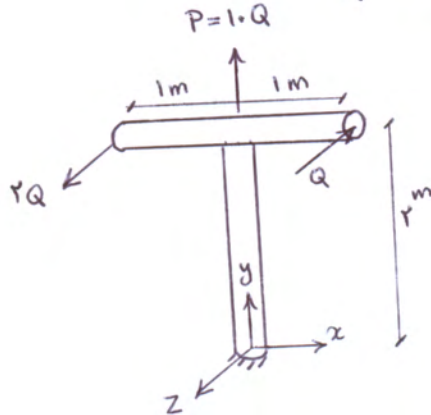
مسئله دوم: در شکل زیر مقطع یک سیمه تحت اثر تنش یکنواخت  $T$  قرار گرفته است. جهت مقطع از مستطیل BCEF و دو نیمه دایره ABF و DEC تشکیل شده است. اندازه تقسیمات برابر  $h = \frac{a}{3}$  در نظر گرفته می شود. مطلوب است سیمه تنش ها برشی در گروه های شبکه ایجاری شده با استفاده از روش تفاوت ها محدود.



مسئله اول: در تابل شکل زیر مطلوبیت تعیین حداکثر مقدار مجاز نیروی  $Q$  بر اساس تئوری های زیر و مقایسه نتایج:

- الف - تئوری تنش برشی ماکزیمم
- ب - تئوری انرژی تغییر شکل ماکزیمم
- ج - تئوری تنش برشی هست دجی

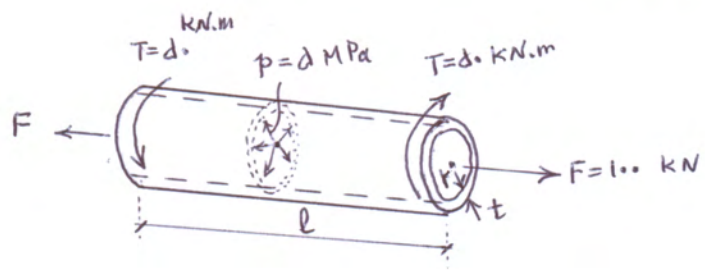
$d = 1.0 \text{ cm}$  قطر میلها  
 $\sigma_{yp} = 200 \text{ MPa}$  ضریب تسلیم کششی و فشاری  
 $n = 1.27$  ضریب ایمنی



مسئله دوم: در استوانه جدار نازک شکل زیر مطلوبیت تعیین ضریب ایمنی  $n$  در برابر بارها وارد شده بر اساس تئوری های زیر و مقایسه آنها:

- الف - تئوری تنش اصلی ماکزیمم
- ب - تئوری مور
- ج - تئوری کولمب - مور

$t = 1 \text{ cm}$  ضخامت  
 $r = 2.0 \text{ cm}$  شعاع داخلی  
 $l = 1.0 \text{ cm}$  طول  
 $\sigma_u = 400 \text{ MPa}$  ضریب تنش کششی  
 $\sigma_{u'} = 200 \text{ MPa}$  ضریب تنش فشاری



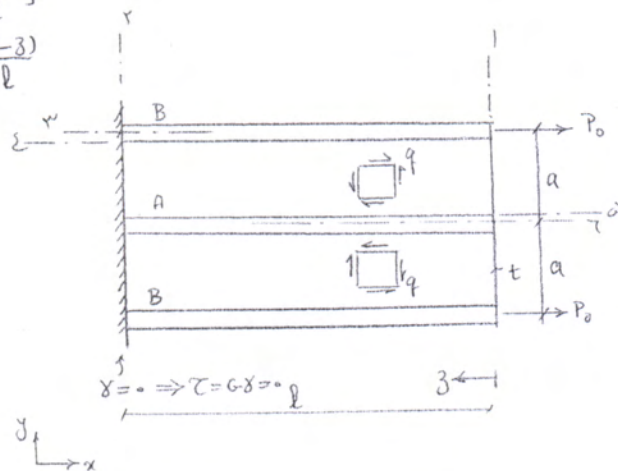


۱- در پانل شکل زیر مطلوب است :

- الف) تعیین معادلات مربوط به تغییرات تنش نرمال در boom ها و تنش برشی در پوسته .  
 ب) رسم این تغییرات و مقایسه آن با نتایج روش المان ها محدود .  
 ج) محاسبه تغییر مکان ها  $u, v$ ، و تنش ها  $\sigma_x, \sigma_y$  و  $\tau_{xy}$  در امتداد های  $x$  و  $y$  با استفاده از روش المان ها محدود و رسم نتایج . فرض کنید :

$$\begin{aligned} A &= B \\ (v &= \gamma^3) \\ l &= 2a \end{aligned}$$

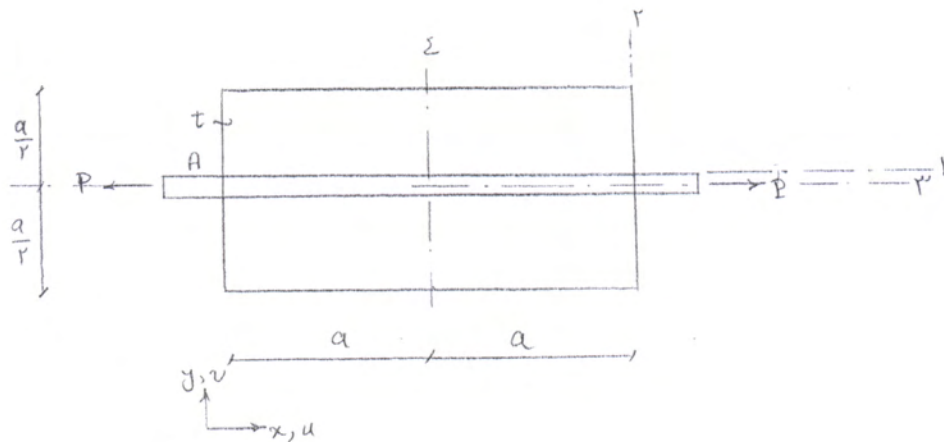
$$\begin{aligned} \sigma_A &= \frac{r P_0}{r_B + A} \left[ 1 - \frac{\cosh \lambda(l-z)}{\cosh \lambda l} \right], \quad \lambda^2 = \frac{r G t}{a E} \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{r_B} \right) \\ \sigma_B &= \frac{r P_0}{r_B + A} \left[ 1 + \frac{A}{r_B} \frac{\cosh \lambda(l-z)}{\cosh \lambda l} \right] \\ \tau = \frac{q}{t} &= \frac{1}{t} \lambda P_0 \frac{A}{r_B + A} \frac{\sinh \lambda(l-z)}{\cosh \lambda l} \end{aligned}$$



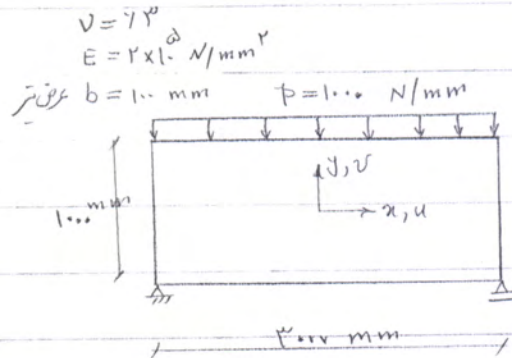
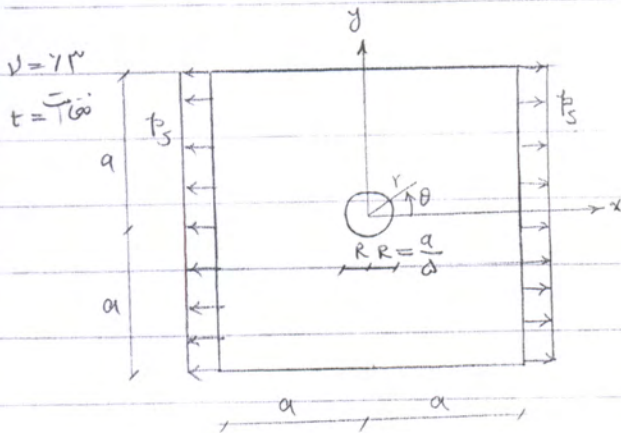
تغییر مکان ها  $u, v$  و

۲- در پانل شکل زیر مطلوب است محاسبه تغییرات تنش های  $\sigma_x, \sigma_y$  و  $\tau_{xy}$  در امتداد های  $x$  و  $y$  با استفاده از روش المان ها محدود و رسم نتایج .

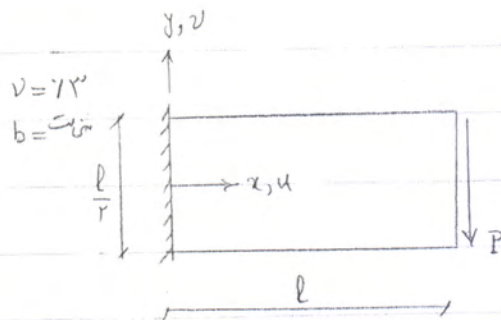
$$\begin{aligned} v &= \gamma^3 \\ \text{مطابق با } A &= \alpha t \end{aligned}$$



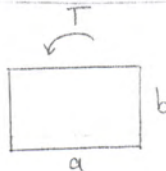
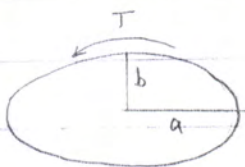
مطابق با حل تحلیلی (الاستیسیته) و حل عددی (المان‌های محدود یا تفاوت‌های محدود) برای سازه‌های  
شکل زیر.



الف)  $u, v, \sigma_x, \sigma_y$  در امتداد محورهای مختصات افقی و عمودی  
ب)  $\tau_{xy}$  در امتداد محورهای مختصات افقی و عمودی  
ج) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد:  
الف) محورها و مختصات افقی و عمودی  
ب) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد:  
ج) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد:



الف)  $u, v, \sigma_x, \sigma_y$  در امتداد محورهای مختصات افقی و عمودی  
ب)  $\tau_{xy}$  در امتداد محورهای مختصات افقی و عمودی



الف) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد:  
ب) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد:  
ج) تغییرات  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  در امتداد: