به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ۱ (آنالیز سختی لایه)

۱- مطلوبست محاسبه ثابت های الاستیک $E_1,\ E_2,\ G_{12},\ \nu_{12}$ برای یک لایه یک جهته در صورتی که ترم های سختی به صورت زیر باشند: $Q = \begin{bmatrix} 150 & 5 & 0 \\ 5 & 12.8 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

۲- برای ماده مرکب کلوار/اپوکسی دارای الیاف یک جهته با زاویه $\theta = 30^\circ$ با چهار ثابت الاستیک زیر مطلوبست محاسبه:

الف- ترم های سختی تبدیل یافته

ب- ترم های نرمی انتقال یافته با استفاده از ترم های سختی تبدیل یافته محاسبه شده.

E_1=75 kN/mm^2, E_2=6 kN/mm^2, G_{12}=2 kN/mm^2, ν_{12}=0.34

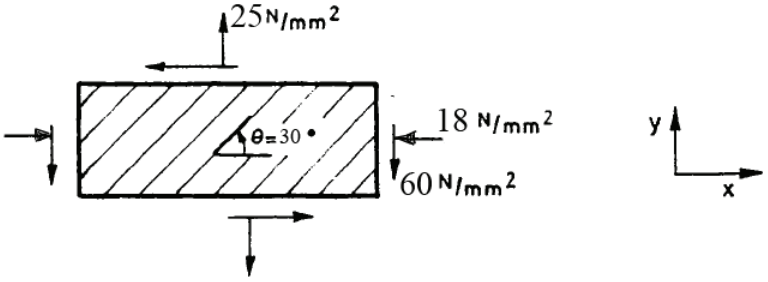
۳- یک لایه یک جهته شیشه/اپوکسی با الیاف دارای زاویه $\theta = 30^\circ$ تحت اثر وضعیت تنش مسطح نشان داده شده قرار دارد. مطلوبست تعیین:

الف – کرنش های متناظر در محورهای مرجع x-y با استفاده از روابط تنش – کرنش لایه ارتوتروپیک کلی.

ب – کرنش ها در محورهای مصالح ۲-۱ با استفاده از کرنش های بدست آمده در قسمت الف با در نظر گرفتن روابط تنش – کرنش لایه ارتوتروپیک کلی.

ج – تنش ها در محورهای مصالح ۲-۱ با استفاده از تبدیل تنش از محورهای مرجع x-y به محورهای مصالح ۲-۱.

E_1=40 kN/mm^2, E_2=8 kN/mm^2, G_{12}=4 kN/mm^2, ν_{12}=0.25



به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ۲ **(آنالیز مقاومت لایه)**

۱- یک المان ایزوتروپیک تحت یک ممان پیچشی است که ایجاد یک تنش برشی برابر $70\ kN/mm^2$ می نماید. این المان تحت یک نیروی محوری است که ایجاد یک تنش محوری f_y می کند.

مطلوبست تعیین مقدار f_y به طوری که المان تحت موارد زیر دچار شکست نشود:

الف- تئوری رانکین

ب – تئوری ترسکا

ج – تئوری فون میزز

مقاومت کششی نهایی مصالح در تنش ساده برابر $Y_t=250\ kN/mm^2$ است.

۲- یک لایه یک جهته شیشه/اپوکسی با الیاف دارای زاویه $\theta = 30^\circ$ تحت اثر وضعیت تنش مسطح نشان داده شده قرار دارد. تعیین نمایید که آیا لایه بر اساس تئوری های زیر دچار شکست می شود و در صورت امکان مود شکست را مشخص نمایید:

الف- تئوری ماکزیمم تنش

ب – تئوری ماکزیمم کرنش

ج – تئوری تسای - هیل

د – تئوری هوفمن

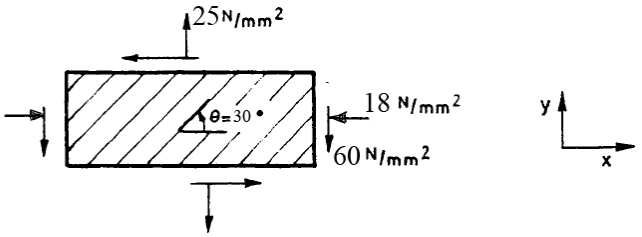
ه – تئوری تنش تسای – وو

و – تئوری کرنش تسای – وو

$E_1=40\ kN/mm^2$, $E_2=8\ kN/mm^2$, $G_{12}=4\ kN/mm^2$, $\nu_{12}=0.25$

$X_t = 1500;\quad X_c = 1200;\quad Y_t = 50;\quad Y_c = 250;\quad S = 70\ N/mm^2$

$e_{x,t} = 1{\cdot}05\%;\quad e_{x,c} = 0{\cdot}85\%;\quad e_{y,t} = 0{\cdot}5\%;\quad e_{y,c} = 2{\cdot}5\%;\quad e_s = 1{\cdot}4\%$

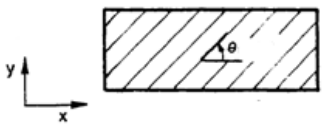


۳- مطلوبست ترسیم تغییرات: الف) مقاومت کششی طولی، ب) مقاومت فشاری عرضی، و ج) مقاومت برشی مثبت یک لایه یک جهته با مشخصات لایه مسئله ۲ نسبت به زاویه لایه θ بر اساس تئوری های زیر.

محاسبات برای زاویه های ۰، ۲، ٤، ٦، ۸، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ٤۰، ٥۰، ٦۰، ۷۰، ۸۰ و ۹۰ درجه انجام گردد.

الف – تئوری تسای - هیل

ب – تئوری تنش تسای – وو

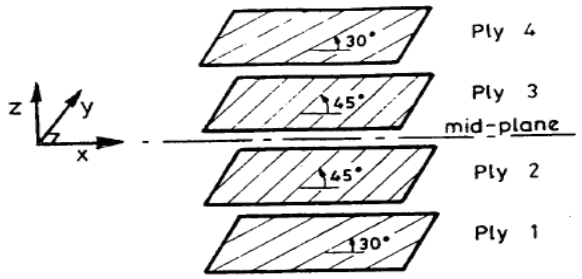


به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ۳ **(آنالیز سختی صفحه چند لایه)**

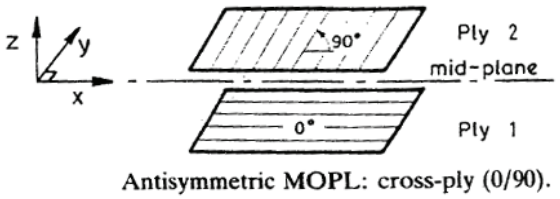
۱- برای صفحات چند لایه شکل های زیر، مطلوبست محاسبه سختی ها و ثابت های معادل الاستیک. ضخامت همه لایه ها مساوی با ۰/۱۲۵ mm در نظر گرفته شود.



Symmetric MOPL: generally orthotropic plies $(30/45)_s$

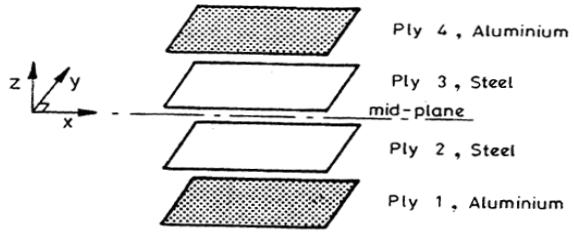
$E_1=75\ kN/mm^2$, $E_2=6\ kN/mm^2$, $G_{12}=2\ kN/mm^2$, $\nu_{12}=0.34$

(ب)

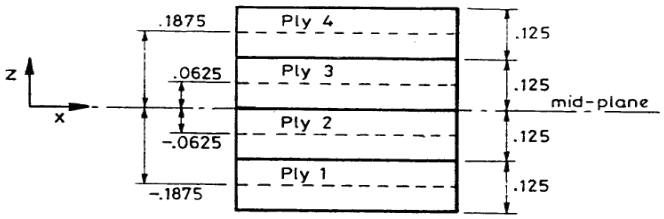


Antisymmetric MOPL: cross-ply (0/90).

(الف)



Symmetric MOPL: isotropic plies.

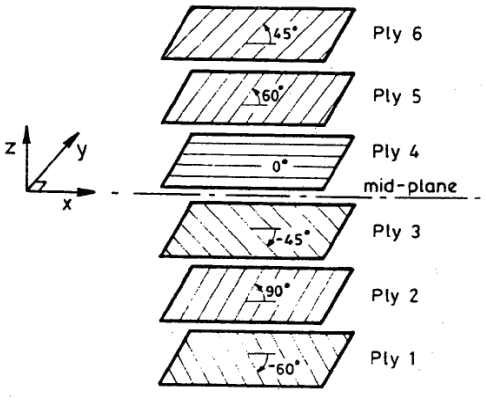


Ordinate values (mm): four-ply isotropic laminate.

$E_{al} = 70\ kN/mm^2$ $\quad \nu_{al} = 0{\cdot}3$

$E_{st} = 200\ kN/mm^2$ $\quad \nu_{st} = 0{\cdot}3$

(ج)



(-60/90/-45/0/60/45)

$E_1 = 140, \quad E_2 = 10, \quad G_{12} = 5\ kN/mm^2; \quad \nu_{12} = 0{\cdot}3$

(د)

به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ٤ **(آنالیز مقاومت صفحه چند لایه)**

۱- برای صفحه چند لایه شکل زیر مطلوبست:

الف) کنترل شکست و مودهای شکست محتمل

ب) تعیین ضریب بار FPF (شکست اولین لایه)

ج) بار FPF (شکست اولین لایه)

تذکر ۱: مسئله پنج مرتبه برای پنج بارگذاری زیر حل گردد:

بارگذاری ۱: نیروی عرضی فشاری $N_y = -80$ N/mm

بارگذاری ۲: نیروی طولی کششی $N_x = 50$ N/mm

بارگذاری ۳: ممان منفی $M_y = -7$ N.mm/mm

بارگذاری ٤: ممان مثبت $M_x = 12$ N.mm/mm

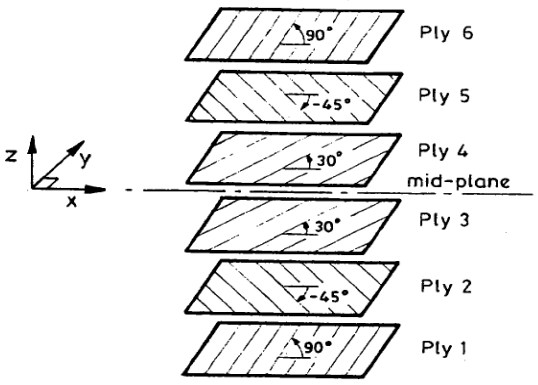
بارگذاری ٥: بارگذاری ٤ + بارگذاری ۳ + بارگذاری ۲ + بارگذاری ۱

تذکر ۲: مسئله سه مرتبه، یک مرتبه بر اساس تئوری تنش ماکزیمم، یک مرتبه بر اساس تئوری کرنش ماکزیمم، و یک مرتبه بر اساس تئوری تنش تسای – وو حل گردد. ضخامت همه لایه ها مساوی با ۰/۲ mm در نظر گرفته شود.

$$E_1 = 140, \quad E_2 = 10, \quad G_{12} = 5\ \text{kN/mm}^2; \quad \nu_{12} = 0{\cdot}3$$

$$X_t = 1500; \quad X_c = 1200; \quad Y_t = 50; \quad Y_c = 250; \quad S = 70\ \text{N/mm}^2$$

$$e_{x,t} = 1{\cdot}05\%; \quad e_{x,c} = 0{\cdot}85\%; \quad e_{y,t} = 0{\cdot}5\%; \quad e_{y,c} = 2{\cdot}5\%; \quad e_s = 1{\cdot}4\%$$



$(90/-45/30)_s$

۲- برای مسئله ۱، در صورتی که هر مرتبه فقط یکی از بارگذاری های ۱ تا ٤ موجود باشد، مطلوبست تعیین:

الف) نیروی فشاری عرضی N_y که باعث شکست آخرین لایه (LPF) می شود

ب) نیروی کششی طولی N_x که باعث شکست آخرین لایه (LPF) می شود

ج) ممان منفی M_y که باعث شکست آخرین لایه (LPF) می شود (یک مرتبه با فرض لایه متقارن، یک مرتبه با فرض لایه نامتقارن)

د) ممان مثبت M_x که باعث شکست آخرین لایه (LPF) می شود (یک مرتبه با فرض لایه متقارن، یک مرتبه با فرض لایه نامتقارن)

ه) رابطه ای برای نیروی کششی طولی N_x و ممان مثبت M_x که به طور همزمان وارد می شوند و باعث شکست آخرین لایه (LPF) می گردند (یک مرتبه با فرض لایه متقارن، یک مرتبه با فرض لایه نامتقارن)

تذکر ۱: مسئله دو مرتبه، یک مرتبه به روش شکست کامل لایه و یک مرتبه به روش شکست ناقص لایه حل و نتایج با هم مقایسه گردند.

به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ۵ (تنش های پس ماند)

۱- برای صفحه چند لایه شکل زیر مطلوبست محاسبه تنش های پس ماند در صورتی که درجه حرارت صفحه چند لایه با توزیع یکنواخت:

الف) به اندازه $90^{\circ}C$ کاهش یابد.

ب) به اندازه $50^{\circ}C$ افزایش یابد.

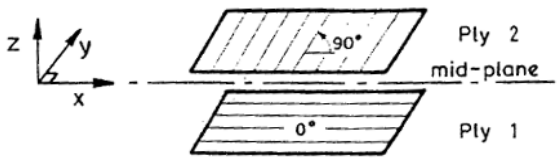
ضخامت هر لایه برابر ۰/۲ mm می باشد.

$E_1=75\ kN/mm^2$, $E_2=6\ kN/mm^2$, $G_{12}=2\ kN/mm^2$, $\nu_{12}=0.34$

$X_t = 1500;\quad X_c = 1200;\quad Y_t = 50;\quad Y_c = 250;\quad S = 70\ N/mm^2$

$\alpha_1 = -0{\cdot}3 \times 10^{-6}\ strain/°C$

$\alpha_2 = \ \ 28\ \times 10^{-6}\ strain/°C$



Antisymmetric MOPL: cross-ply (0/90).

۲- برای صفحه چند لایه شکل زیر مطلوبست محاسبه تنش های پس ماند در صورتی که:

الف) درجه حرارت صفحه چند لایه با توزیع یکنواخت به اندازه $100^{\circ}C$ کاهش یابد.

ب) علاوه بر بارگذاری (الف)، صفحه تحت نیروی طولی کششی $N_X = 50\ N/mm$ قرار گیرد.

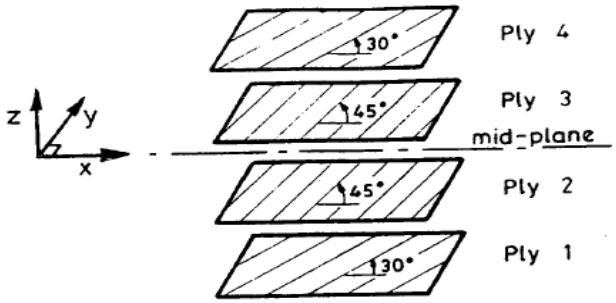
ضخامت هر لایه برابر ۰/۱۲۵ mm می باشد.

$E_1 = 140,\quad E_2 = 10,\quad G_{12} = 5\ kN/mm^2;\quad \nu_{12} = 0{\cdot}3$

$X_t = 1500;\quad X_c = 1200;\quad Y_t = 50;\quad Y_c = 250;\quad S = 70\ N/mm^2$

$\alpha_1 = -0{\cdot}3 \times 10^{-6}\ strain/°C$

$\alpha_2 = \ \ 28\ \times 10^{-6}\ strain/°C$



به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ٦ (تنش های بین لایه ای)

۱- برای صفحه چند لایه شکل زیر مطلوبست محاسبه تنش های بین لایه ای:

تذکر ۱: مسئله پنج مرتبه برای پنج بارگذاری زیر حل گردد:

بارگذاری ۱: نیروی عرضی فشاری $N_y = -80$ N/mm

بارگذاری ۲: نیروی طولی کششی $N_x = 50$ N/mm

بارگذاری ۳: ممان منفی $M_y = -7$ N.mm/mm

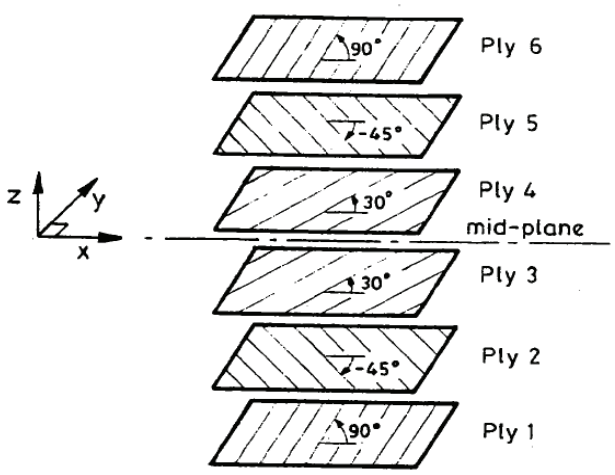
بارگذاری ٤: ممان مثبت $M_x = 12$ N.mm/mm

بارگذاری ٥: بارگذاری ٤ + بارگذاری ۳ + بارگذاری ۲ + بارگذاری ۱

ضخامت همه لایه ها مساوی با ۰/۲ mm در نظر گرفته شود.

$$E_1 = 140, \quad E_2 = 10, \quad G_{12} = 5\ \text{kN/mm}^2; \quad \nu_{12} = 0{\cdot}3$$

$$X_t = 1500; \quad X_c = 1200; \quad Y_t = 50; \quad Y_c = 250; \quad S = 70\ \text{N/mm}^2$$



$(90/-45/30)_s$

به نام خدا

درس مکانیک مواد مرکب **مدرس: مهرداد حجازی**

تمرین شماره ۷ **(سوراخ در صفحات چند لایه)**

۱- برای لایه ارتوتروپیک خاص شکل زیر که دارای یک سوراخ کوچک در وسط می باشد مطلوبست محاسبه تغییرات تنش مماسی حول لبه سوراخ و تعیین نقطه شکست:

تذکر ۱: مسئله چهار مرتبه برای چهار بارگذاری زیر حل گردد:

بارگذاری ۱: نیروی عرضی فشاری $N_2 = -80$ N/mm

بارگذاری ۲: نیروی طولی کششی $N_1 = 50$ N/mm

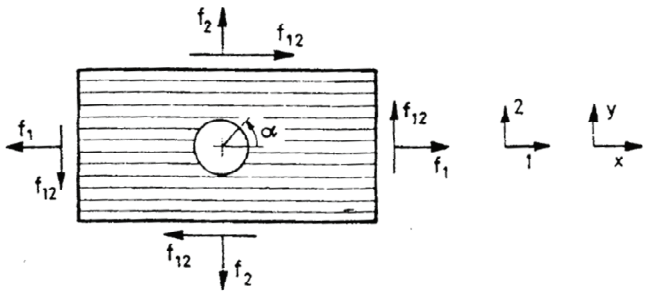
بارگذاری ۳: نیروی برشی $N_{12} = 40$ N/mm

بارگذاری ۳: بارگذاری ۳ + بارگذاری ۲ + بارگذاری ۱

تذکر ۲: مسئله دو مرتبه، یک مرتبه بر اساس تئوری تنش ماکزیمم، و یک مرتبه بر اساس تئوری تنش تسای – وو حل گردد. ضخامت لایه مساوی با ۰/۱۲۵ mm در نظر گرفته شود.

$$E_1 = 140, \quad E_2 = 10, \quad G_{12} = 5\ \text{kN/mm}^2; \quad \nu_{12} = 0{\cdot}3$$

$$X_t = 1500; \quad X_c = 1200; \quad Y_t = 50; \quad Y_c = 250; \quad S = 70\ \text{N/mm}^2$$



۲- مطلوبست حل مسئله ۱، برای صفحه چند لایه شکل زیر.