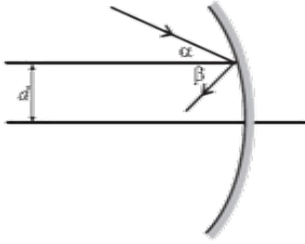


-۱

پرتوی با زاویه  $\alpha$  نسبت به افق به آینه مقعری می تابد و با زاویه  $\beta$  نسبت به افق از آن بازتاب می کند. اگر فاصله محل برخورد پرتو با آینه از محور اصلی برابر  $d$  باشد، فاصله کانونی آینه برابر با کدام گزینه است؟



$$d(\tan \beta - \tan \alpha) \quad (۲) \quad \frac{d}{\tan \beta + \tan \alpha} \quad (۱)$$

$$d(\tan \beta + \tan \alpha) \quad (۴) \quad \frac{d}{\tan \beta - \tan \alpha} \quad (۳)$$

-۲

قطعه چوبی به طول ۱ متر به صورت افقی روی سطح دریاچه ای به عمق ۳ متر و ضریب شکست  $\sqrt{2}$  شناور است. منبع نقطه ای در مکان دلخواه بالاتر از سطح دریاچه قرار دارد. کدام مورد نمی تواند طول سایه چوب بر کف دریاچه باشد؟

$$۷/۵ \quad (۴)$$

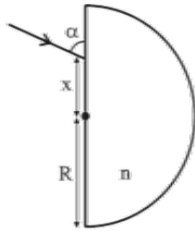
$$۵/۵ \quad (۳)$$

$$۳/۵ \quad (۲)$$

$$۱/۵ \quad (۱)$$

-۳

به نیم کره ای به شعاع  $R$  و ضریب شکست  $n$  پرتویی با زاویه  $\alpha$  تابانده می شود. فاصله محل برخورد پرتو با سطح نیم کره چقدر باشد تا امتداد پرتو خروجی از نیم کره با پرتو ورودی موازی باشد؟



$$\frac{R}{n} \quad (۱)$$

$$R \cos \alpha \quad (۲)$$

$$\frac{R \sin \alpha}{n} \quad (۳)$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} R \quad (۴)$$

-۴

پرتو نوری مطابق شکل به صورت عمودی به ضلع قائم منشوری قائم الزاویه می تابد و به صورت موازی به پرتو اولیه از منشور خارج می شود. نسبت  $h_2$  به  $h_1$  بر حسب  $\theta$  کدام است؟



$$\frac{h_2}{h_1} = \tan \theta \quad (۱)$$

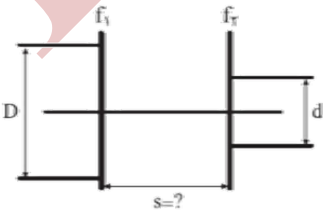
$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sin \theta}{\sin 2\theta} \quad (۲)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta} \quad (۳)$$

$$\text{هیچ کدام} \quad (۴)$$

-۵

مطابق شکل، دسته پرتوی موازی به قطر  $D$  به عدسی با فاصله کانونی  $f_1$  برخورد می کند و به صورت موازی و قطر  $d$  از طرف دیگر عدسی با فاصله کانونی  $f_2$  خارج می شود. فاصله دو عدسی و نسبت  $D$  به  $d$  کدام است؟



$$s = f_1 + f_2, \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2} \quad (۱)$$

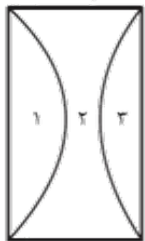
$$s = f_1 + f_2, \frac{D}{d} = \frac{f_2}{f_1} \quad (۲)$$

$$s = 2f_1 + f_2, \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2} \quad (۳)$$

$$s = f_1 + 2f_2, \frac{D}{d} = \frac{f_2}{f_1} \quad (۴)$$

-۶

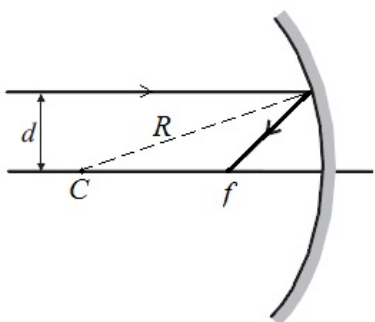
یک تیغه‌ی متوازی‌السطوح به شکل ۳ عدسی برش داده می‌شود. فاصله کانونی عدسی های ۱ و ۲ وقتی به هم چسبانده می‌شوند برابر  $F$  - و فاصله کانونی عدسی های ۲ و ۳ وقتی به هم چسبانده می‌شوند برابر  $f$  - است. فاصله کانونی عدسی ۲ کدام است؟



$$\begin{aligned} & + \frac{Ff}{f+F} \quad (1) \\ & \frac{F^2}{F+f} \quad (2) \\ & - \frac{Ff}{f+F} \quad (3) \\ & \frac{f^2}{F+f} \quad (4) \end{aligned}$$

-۷

پرتوی موازی با محور آینه مقعری به شعاع  $R$  و با فاصله  $d$  از آن، مطابق شکل، به آینه می‌تابد. فاصله کانونی آینه مقعر چقدر است؟



$$\frac{R}{2} \left[ 2 - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}} \right] \quad (2)$$

$$\frac{R}{2} \quad (1)$$

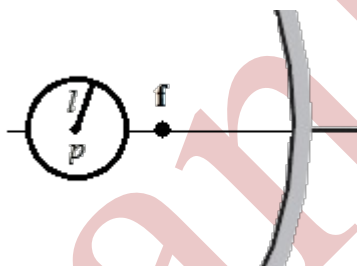
$$\frac{R}{2} \left[ 1 + \frac{d}{R} \right] \quad (4)$$

$$\frac{R}{2} \left[ 1 - \frac{d}{R} \right] \quad (3)$$

-۸

ساعتی مطابق شکل روی محور آینه‌های همگرا با فاصله کانونی  $f$  قرار دارد. فاصله مرکز ساعت از رأس آینه برابر  $p$  و طول عقربه ثانیه شمار برابر  $l$  است ( $f$  و  $p \gg l$ ). ثانیه شمار از مقابل عدد ۱۲ شروع به حرکت میکند. بعد از چند ثانیه طول تصویر ثانیه‌شمار برای اولین بار به

بیشترین مقدار خود میرسد؟



$$10 \quad (1)$$

$$15 \quad (2)$$

$$30 \quad (3)$$

$$45 \quad (4)$$

-۹

مطابق شکل پرتوی به تیغه‌های شیشه‌ای به شکل  $L$  و با ضخامت‌های  $e_1$ ،  $e_2$  و ضریب شکست  $n$  با زاویه تابش  $i$  می‌تابد. و بدون انحراف از راستای اولیه خود از تیغه خارج

میشود. نسبت  $\frac{e_2}{e_1}$  کدام است؟ ( $i = 45^\circ$ )

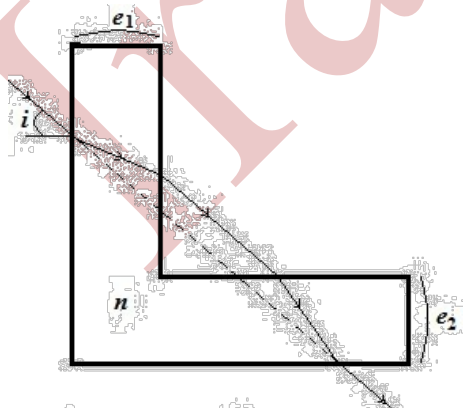
$$\frac{e_2}{e_1} \quad \text{کدام است؟ } (i = 45^\circ)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(۴) بستگی به مقدار  $n$  دارد.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3)$$



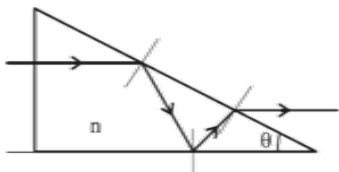
-۱۰

آینه‌ی تختی از شیشه‌های به ضخامت  $e$  و ضریب شکست  $n$  که پشت آن نقره‌اندود است، ساخته شده است. اگر جسمی روی سطح شیشه قرار بگیرد، فاصله جسم از تصویرش چقدر است؟

- (۱)  $ne$       (۲)  $\frac{e}{n}$       (۳)  $\frac{2e}{n}$       (۴) صفر

-۱۱

پرتو نوری مطابق شکل به صورت عمودی به ضلع قائم الزاویه به ضریب شکست  $n$  می‌تابد و به صورت موازی با پرتو اولیه از منشور خارج می‌شود. مقدار ضریب شکست منشور  $n$  بر حسب  $\theta$  کدام است؟



$$n = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta} \quad (۱)$$

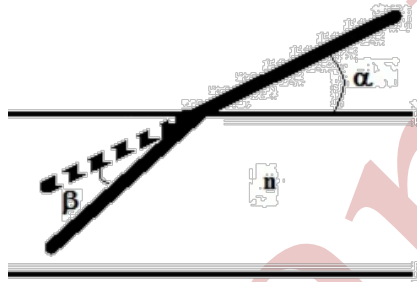
$$n = \frac{\sin \theta}{\sin 2\theta} \quad (۲)$$

$$n = \frac{\tan \theta}{\tan 2\theta} \quad (۳)$$

$$n = \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta} \quad (۴)$$

-۱۲

مطابق شکل، چوبی که از وسط خم شده، به طوری که دو قسمت چوب با هم زوای  $\beta$  می‌سازند، به طور مایل با زاوی  $\alpha$  نسبت به افق درون مایعی با ضریب شکست  $n$  قرار دارد. هنگامی که از بالا و تقریباً در راستای عمود به چوب نگاه شود، چوب به شکل راست دیده می‌شود. زاوی یعنی دو قسمت چوب ( $\beta$ ) چقدر است؟



$$\tan \beta = \frac{(n-1) \tan \alpha}{n + \tan^2 \alpha} \quad (۲)$$

$$\tan \beta = \frac{(n-1) \tan \alpha}{n+1} \quad (۱)$$

$$\tan \beta = \frac{(n-1) \tan \alpha}{1 + n \tan^2 \alpha} \quad (۴)$$

$$\tan \beta = \frac{n \tan \alpha}{n+1} \quad (۳)$$

-۱۳

در وسط مکعبی شیشه‌ای توپر با ضریب شکست  $n$  و به ضلع  $a$ ، لکه‌ای کوچک وجود دارد. سطوح مکعب را با حداقل رنگ ممکن طوری می‌پوشاریم که لکه از هیچ طرفی قابل رؤیت نباشد. چه کسری از سطح مکعب پوشانده شده است؟

$$\frac{p}{2} (n^2 - 1) \quad (۴)$$

$$\frac{4}{p} (n^2 - 1) \quad (۳)$$

$$\frac{p}{4} (n^2 - 1) \quad (۲)$$

$$\frac{2}{p} (n^2 - 1) \quad (۱)$$

-۱۴

پرتوی به یک قطره کروی شکل به ضریب شکست  $n$  می‌تابد و بعد از شکست از آن خارج می‌شود. اگر حداکثر مقدار ممکن برای زاوی انحراف پرتو بر اثر شکست  $D_m$  باشد، کدام گزینه درست است؟

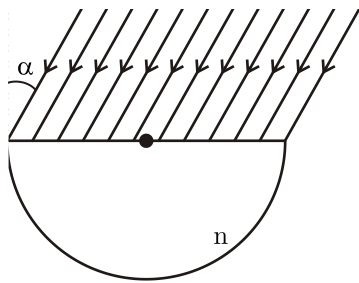
(۴) هر سه مورد

$$\frac{2-n^2}{n^2} = \cos D_m \quad (۳)$$

$$\frac{2n^2-1}{n^2} = \sin D_m \quad (۲)$$

$$D_m = p - 2C \quad (۱)$$

-۱۵



یک نیم‌استوانه‌ی شیشه‌ای به ضریب شکست  $n$  در اختیار داریم (شعاع:  $R$ ) مطابق شکل یک دسته پرتو موازی با زاویه  $\alpha$  نسبت به قائم به سطح تخت نیم‌استوانه برخورد می‌کند. طول قسمتی از نیم‌استوانه را حساب کنید که دسته پرتو موازی از آن خارج می‌شود.

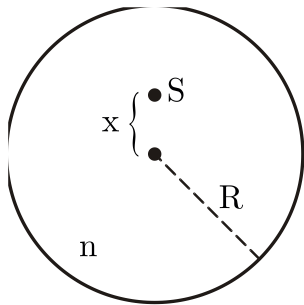
$$\sqrt{2}R\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (۲)$$

$$R \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (۱)$$

$$R\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2}R \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (۳)$$

-۱۶



یک منبع نور نقطه‌ای در داخل یک کره شفاف به ضریب شکست  $n$  و شعاع  $R$  و در فاصله  $x$  از مرکز آن قرار دارد. محدوده  $x$  را چگونه باشد به شرطی که تمام انرژی نورانی منبع از کره خارج شود:

$$x < \frac{R}{n} \quad (۴)$$

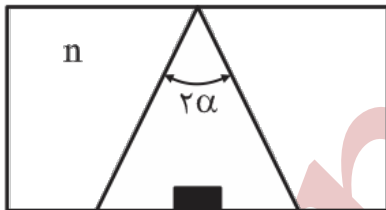
$$x > \frac{R}{n} \quad (۳)$$

$$x < \frac{R}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (۲)$$

$$x > \frac{R}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (۱)$$

-۱۷

در ته ظرفی جسمی که در زیر یک قیف شیشه‌ای است قرار دارد. زاویه قیف  $2\alpha$  و جسم روی محور ظرف است. ظرف را پر از مایعی به ضریب شکست  $n$  می‌کنیم. در صورتی تصویر جسم از بالای ظرف قابل رؤیت است که:



$$\tan \alpha \leq \sqrt{n^2 - 1} - 1 \quad (الف)$$

$$\tan \alpha \geq \sqrt{n^2 - 1} - 1 \quad (ب)$$

$$\tan \alpha \geq \sqrt{n^2 - 1} - 1 \quad (ج)$$

$$\tan \alpha \leq \sqrt{n^2 - 1} - 1 \quad (د)$$

-۱۸

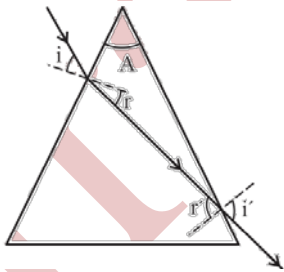
مطابق شکل پرتو نوری از بالا به منشوری با زاویه رأس  $A$  برخورد کرده است.

کدام گزینه درست است؟

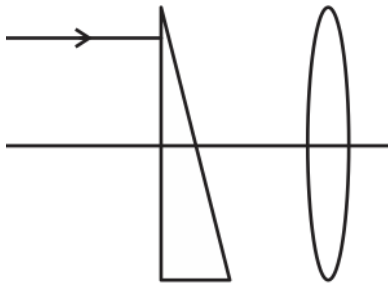
$$D = (i - i') + A$$

$$(الف) \quad A = r' - r \quad (ب)$$

$$(ج) \quad D = (i - r) + (r' - i') \quad (د) \quad \text{هر سه گزینه}$$



-۱۹

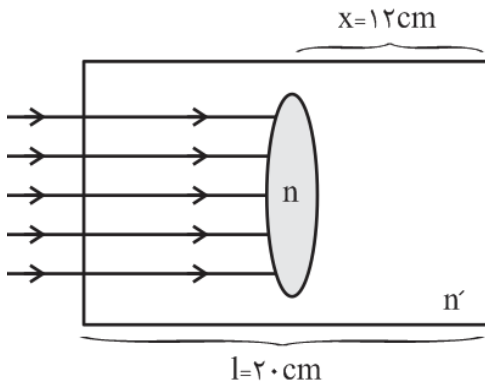


یک منشور با زاویه رأس کوچک  $\alpha$  در فاصله  $f/2$  از یک عدسی همگرا با فاصله کانونی  $f$  قرار دارد. ضریب شکست منشور  $n$  است. پرتوی در راستای محور اصلی عدسی و عمود بر یک وجه منشور به این مجموعه می‌تابد. انحراف پرتو پس از خروج از منشور و عدسی نسبت به پرتو اولیه چقدر است؟ (فاصله پرتو اولیه از محور  $d$  است)

(الف)  $D = \frac{d}{f} + \frac{(n-1)\alpha}{2}$  (ب)  $D = \frac{d}{f} + (n-1)\alpha$

(ج)  $D = \frac{d}{f} + \frac{(n^2-1)\alpha}{2}$  (د)  $D = \frac{d}{f} + (n^2-1)\alpha$

-۲۰



فاصله کانونی یک عدسی در هوا  $f = 10\text{cm}$  است و  $n = 3/2$  (ضریب شکست عدسی) است. این عدسی مطابق شکل در ظرف پر از آبی قرار می‌دهیم و یک دسته پرتو موازی به آن می‌تابانیم. فاصله محل کانونی شدن دسته پرتو از ظرف چقدر است؟

$$(n' = 4/3)$$

۳۳

(د) ۲۹

(ج) ۴۰

(الف) ۴۵ (ب)

-۲۱

مگسی روی محور اصلی یک عدسی همگر نشسته است (در این وضعیت بزرگ‌نمایی تصویر مگس  $\gamma$  است). اگر مگس با سرعت  $V$  و با زاویه  $\theta$  نسبت به محور اصلی عدسی حرکت کند، سرعت تصویر او چقدر است؟ (به طور لحظه‌ای و در لحظه شروع حرکت)

$$v' = v\gamma\sqrt{\sin^2\theta + \gamma^2\cos^2\theta}$$

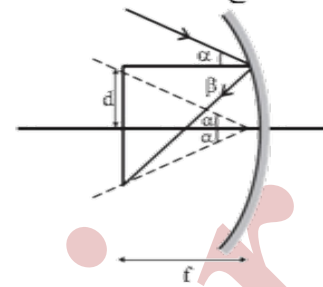
(الف)  $v' = v\sqrt{\sin^2\theta + \gamma^2\cos^2\theta}$  (ب)

$$v' = v\sqrt{\sin^2\theta + \gamma\cos^2\theta}$$

(ج)  $v' = v\gamma\sqrt{\sin^2\theta + \gamma\cos^2\theta}$  (د)

-۱

گزینه ی «۳» صحیح است.



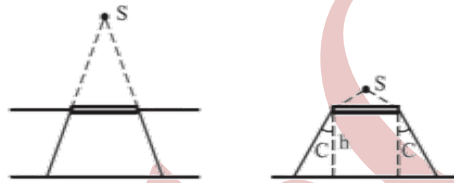
$$f \tan \beta - f \tan \alpha = d$$

$$\Rightarrow f = \frac{d}{\tan \beta - \tan \alpha}$$

-۲

گزینه ی «۴» صحیح است.

حداقل طول سایه هنگامی بدست می آید که منبع نور در فاصله بسیار زیاد نسبت به طول چوب و در بالای آن قرار داشته باشد، که طول سایه برابر با طول چوب است.



حداکثر طول سایه هنگامی بدست می آید که پرتوهای ورودی با زاویه تابش  $90^\circ$  درجه بتابند و با زاویه حد وارد آب شوند.

$$\sin C = \frac{1}{n}$$

$$\text{طول سایه} = L + h \tan C = L + \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$1 \leq \text{طول سایه} \leq 2$$

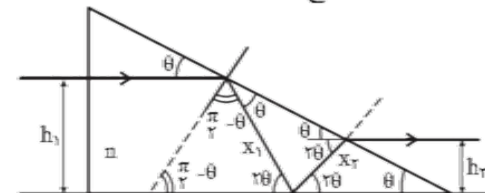
-۳

گزینه ی «۴» صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= n \sin r \\ \tan r &= \frac{x}{R} \\ 1 + \cot^2 r &= \frac{1}{\sin^2 r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} R$$

-۴

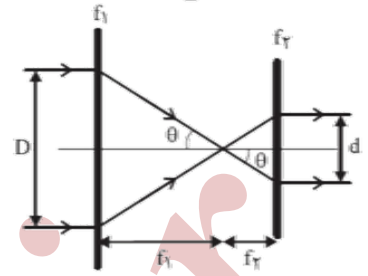
گزینه ی «۲» صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} x_1 \sin \theta &= h_1 \\ x_2 \sin \theta &= h_2 \\ \frac{x_1}{\sin \theta} &= \frac{x_2}{\sin \theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta}$$

-5

گزینه ۱ صحیح است.



$$S = f_1 + f_2$$

$$\tan \theta = \frac{D}{\sqrt{f_1}} = \frac{d}{\sqrt{f_2}} \Rightarrow \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2}$$

-6

گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \text{عدسی ۱ و ۲: } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} &= -\frac{1}{F} \\ \text{عدسی ۲ و ۳: } \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} &= -\frac{1}{f} \\ \text{تیغه: } \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{F} - \frac{1}{f} - \frac{2}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} + \frac{1}{f} + \frac{2}{f_2} \Rightarrow f_2 = -\frac{Ff}{F+f}$$

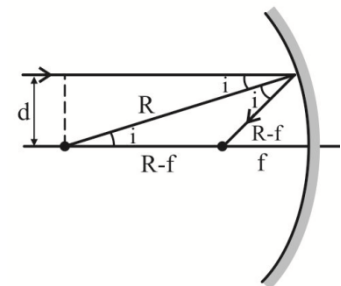
-7

گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin i = \frac{d}{R} \Rightarrow \cos i = \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2} \Rightarrow \sqrt{R-f} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2} = R$$

$$\sqrt{R-f} \cos i = R$$

$$f = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}} - R$$



-8

گزینه ۲ صحیح می باشد.

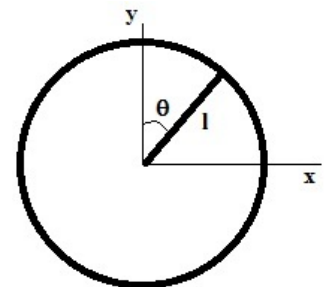
theta زاویه عقربه ثانیه شمار با محور قائم است.

بزرگنمایی عرضی  $m_y = \frac{q}{p}, l_y = l \cos \theta, l'_y = m_y l_y$

بزرگنمایی طولی  $m_x = \left(\frac{q}{p}\right)^2, l_x = l \sin \theta, l'_x = m_x l_x$

$$l'' = l'_x + l'_y = \left(\frac{q}{p} l \cos \theta\right)^2 + \left(\frac{q}{p} l \sin \theta\right)^2$$

$$\Rightarrow l'' = \left[\left(\frac{q}{p} l\right)^2\right] \left[\cos^2 \theta + \left(\frac{q}{p}\right)^2 \sin^2 \theta\right]$$



برای حداکثر بودن مقدار  $l'$  باید عبارت داخل کروشه دوم حداکثر شود. بنابراین از عبارت فوق مشتق گرفته و برابر صفر میگذاریم: (می-  
توان به جای مشتقگیری از مقادیر مثلثاتی  $2\theta$  استفاده کرد)

$$\frac{d}{d\theta} \left[ \cos^2 \theta + \left(\frac{q}{p}\right)^2 \sin^2 \theta \right] = -2 \sin \theta \cos \theta + 2 \left(\frac{q}{p}\right)^2 \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \left[ 1 - \left(\frac{q}{p}\right)^2 \right] \sin(2\theta) = 0 \rightarrow 2\theta = k\pi \Rightarrow \theta = \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{برای اولین بار } k=1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{60} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

-۹

گزینه "۱" صحیح میباشد.

اگر پرتوی با زاویه تابش  $i$  به تیغهای متوازیالسطوح به ضخامت  $e$  و ضریب شکست  $n$  بتابد، مقدار جابجایی پرتو از راستای اولیه به صورت زیر محاسبه میشود:

$$\sin i = n \sin r \rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}, \quad \cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n} \quad (I)$$

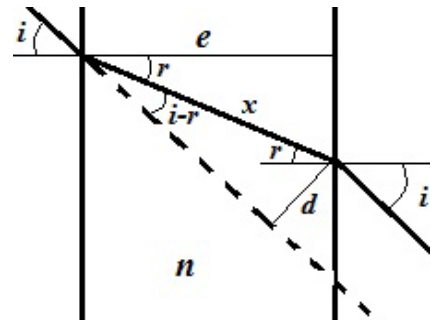
$$\left. \begin{aligned} x \cos r &= e \\ x \sin(i-r) &= d \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = e \frac{\sin(i-r)}{\cos r} = e \frac{\sin i \cos r - \cos i \sin r}{\cos r} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow d = e \sin i \left[ 1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right]$$

$$d_1 = e_1 \sin i \left[ 1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right]$$

$$d_2 = e_2 \sin \left( \frac{\pi}{2} - i \right) \left[ 1 - \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} - i \right)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - i \right)}} \right] = e_2 \cos i \left[ 1 - \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \cos^2 i}} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d_2 \\ i &= 45^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{e_2}{e_1} = 1$$

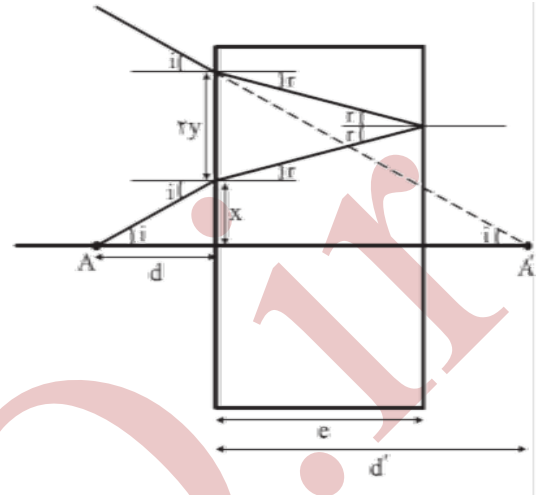




-۱۰

گزینه "۳" صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} d' \tan i &= 2y + x \\ d \tan i &= x \\ e \tan r &= y \end{aligned} \right\} \Rightarrow (d - d') \tan i = 2e \tan r \quad \text{(I)}$$



قانون اسنل دکارت و تقریب زاویه ی کوچک :

$$\left. \begin{aligned} \sin i &= n \sin r \\ \theta < 6^\circ, \quad \sin \approx \tan \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan i = n \tan r \quad \text{(II)}$$

$$d' - d = \frac{2e}{n} \Rightarrow d' + d = \frac{2e}{n}$$

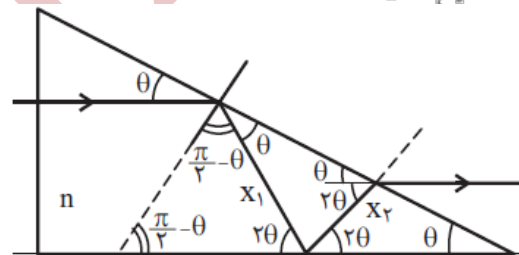
$$\text{فاصله جسم از تصویر} = d + d' = 2d + \frac{2e}{n} \xrightarrow{d \approx \frac{e}{n}} \frac{2e}{n}$$

-۱۱

گزینه ی ۱ و ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} n \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ n \cos(2\theta) &= \cos \theta \end{aligned}$$

$$\rightarrow n = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta}$$



-۱۲

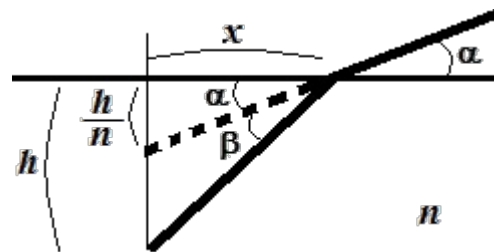
گزینه "۴" صحیح میباشد.

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{h}{nx} \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{h}{x} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\tan(\alpha + \beta)}{\tan \alpha} = n$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = n \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = n \tan \alpha - n \tan^2 \alpha \tan \beta \Rightarrow (1 + n \tan^2 \alpha) \tan \beta = (n - 1) \tan \alpha$$

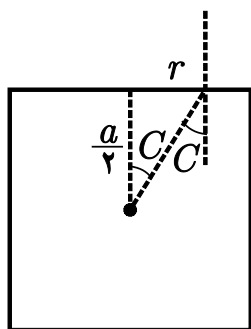
$$\tan \beta = \frac{(n - 1) \tan \alpha}{1 + n \tan^2 \alpha}$$



-۱۳

گزینه " ۳ " صحیح است.

برای اینکه لکه دیده نشود، حداقل باید سطوحی را که پرتوها می توانند از آن خارج شوند را بپوشانیم (در هر وجه دایره ای به شعاع  $r$ )



$$\sin C = \frac{1}{n}$$

$$\tan C = \frac{r}{a} \Rightarrow r = \frac{a}{2} \tan C$$

C : زاویه حد

نسبت سطح پوشانده شده به کل سطح

$$h = \frac{a^2}{pr^2} = \frac{a^2}{p \frac{a^2}{4} \tan^2 C} = \frac{4}{p \tan^2 C}$$

مساحت کل مکعب =  $6a^2$   
مساحت کل قسمت رنگ =  $6pr^2$

$$h = \frac{4}{p} \cot^2 C$$

$$1 + \cot^2 C = \frac{1}{\sin^2 C} \Rightarrow \cot^2 C = n^2 - 1$$

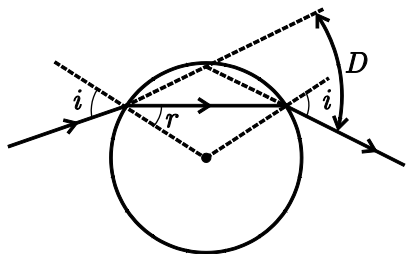
$$h = \frac{4}{p} (n^2 - 1)$$

-۱۴

گزینه " ۴ " صحیح است.

$$D = 2i - 2r$$

C : زاویه حد



$$\begin{aligned} \circ \angle i \angle \frac{p}{2} \circ \angle i - r \angle \frac{p}{2} - C \Rightarrow \circ \angle 2(i - r) \angle p - 2C \\ \circ \angle r \angle C \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \circ \angle D \angle p - 2C$$

$$\Rightarrow D_m = p - 2C$$

$$\sin C = \frac{1}{n} \Rightarrow \cos C = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

$$\sin D_m = \sin(p - 2C) = \sin 2C = 2 \sin C \cdot \cos C = \frac{2n^2 - 1}{n^2} = \sin D_m$$

$$\cos D_m = \cos(p - 2C) = -\cos 2C = \sin^2 C \cdot \cos^2 C = \frac{2 - n^2}{n^2} = \cos D_m$$

-۱۵

گزینه ج درست است.

$$\frac{x_1}{\sin \theta_c} = \frac{R}{\sin(\frac{\pi}{2} - r)} \Rightarrow x_1 = \frac{\sin \theta_c}{\cos r} R$$

$$\frac{x_2}{\sin \theta_c} = \frac{R}{\sin(\frac{\pi}{2} + r)} \Rightarrow x_2 = \frac{\sin \theta_c}{\cos r} R$$

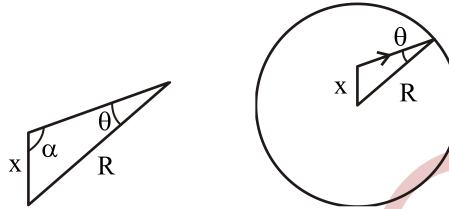
$$\sin \theta_c = \frac{1}{n}, \sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow \cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\sin \theta_c}{\cos r} \cdot rR = rR \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

-۱۶

گزینه د درست است.

برای خروج همه انرژی نورانی، مقدار زاویه بین پرتوهای چشمه نور و شعاع کره باید از زاویه حد کوچکتر باشد.



$$\frac{x}{\sin \theta} = \frac{R}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \theta = \frac{x}{R} \sin \alpha$$

$$0 \leq \alpha \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \sin \alpha \leq 1$$

بیشترین مقدار  $\sin \theta$  (و بیشترین مقدار  $\theta$ ) در شرایطی که  $\sin \alpha = 1$  باشد، به دست می آید.

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta_{\max} = \frac{x}{R} \\ \theta_{\max} \leq \theta_c \Rightarrow \sin \theta_{\max} \leq \sin \theta_c \end{array} \right\} \frac{x}{R} \leq \frac{1}{n} \Rightarrow x \leq \frac{R}{n}$$

-۱۷

گزینه ج

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = n \sin r$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta \leq \theta_c \\ \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha - r \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - (r + \alpha)\right) \leq \sin \theta_c$$

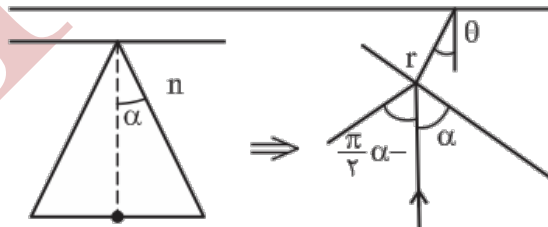
$$\Rightarrow \cos(r + \alpha) \leq \frac{1}{n} \Rightarrow \cos r \cdot \cos \alpha - \sin r \cdot \sin \alpha \leq \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{n^2}} \cdot \cos \alpha - \frac{\cos \alpha}{n} \cdot \sin \alpha \leq \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{n^2}} \leq \frac{1}{n \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{n}$$

$$\Rightarrow n^2 - \cos^2 \alpha \leq 1 + \tan^2 \alpha + 1 - \cos^2 \alpha + 2 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + 2 \tan \alpha + 2 - n^2 \geq 0 \left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha \geq \sqrt{n^2 - 1} - 1 \\ 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha \geq 0 \end{array} \right.$$



-۱۸

گزینه د

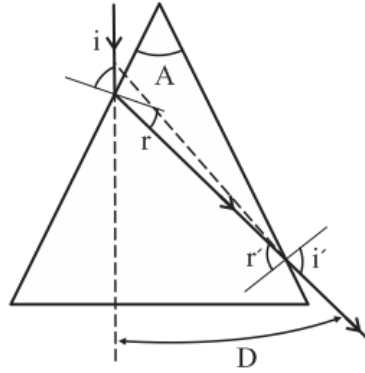
$$A + \frac{\pi}{2} + r + \frac{\pi}{2} - r' = \pi$$

$$\Rightarrow A = r' - r$$

$$D + \frac{\pi}{2} + r + \frac{\pi}{2} - i + i' - r' = \pi$$

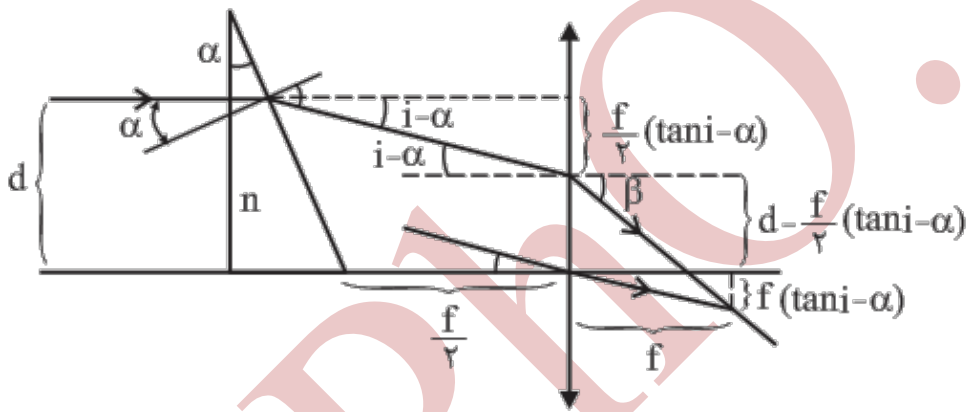
$$\Rightarrow D = (i - i') + r' - r$$

$$\Rightarrow D = (i - i') + A$$



-۱۹

گزینه الف



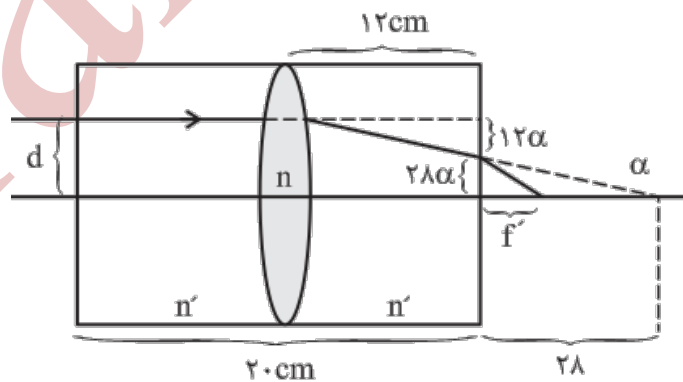
$$n \sin \alpha = \sin i \Rightarrow i = n\alpha$$

$$\tan(i - \alpha) \approx i - \alpha = (n - 1)\alpha$$

$$\Rightarrow f\beta = d - \frac{f}{2}(n - 1)\alpha + f(n - 1)\alpha \Rightarrow \beta = \frac{d}{f} + \frac{(n - 1)}{2}\alpha$$

-۲۰

گزینه د



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{f_0} = \frac{1}{10} &= (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ \frac{1}{f} &= \left( \frac{n}{n'} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{f}{f_0} = \frac{n'(n-1)}{n-n'} = \frac{4\left(\frac{3}{2}-1\right)}{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}} = 40$$

$$\Rightarrow f = 40\text{cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{d}{f} \Rightarrow d = 40.\alpha$$

$$n' \sin \alpha = \sin i \Rightarrow i = \frac{4}{3}\alpha \left\{ \begin{array}{l} \frac{28}{f'} = \frac{4}{3}\alpha \Rightarrow f' = \frac{3 \times 28}{4} = 21 \\ i = \frac{28\alpha}{f'} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{فاصله محل کانون از عدسی} = 21 + 12 = 33\text{cm}$$

-۲۱

گزینه ب

بزرگ‌نمایی عرضی:  $\gamma$  ← بزرگ‌نمایی طولی =  $\gamma^2$ 

$$\Rightarrow \begin{cases} V_y = v \sin \theta \rightarrow v'_y = \gamma v \sin \theta \\ V_x = v \cos \theta \rightarrow v'_x = \gamma^2 v \cos \theta \end{cases} \rightarrow v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{\gamma^2 v^2 \sin^2 \theta + \gamma^4 v^2 \cos^2 \theta} = v\gamma \sqrt{\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta}$$