

ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا - ۴ سوال

۷۱- مقدار k کدام باشد تا ریشه معادله $\frac{x-2}{5x} = \frac{1}{k+1} - \frac{4}{15x}$ برابر $x = 4$ باشد؟

۲۹ (۲)

۱۴ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۷۲- ریشه های معادله $\frac{2x-4}{x+1} = \frac{x-1}{2x+4}$ کدام است؟

± 1 (۴)

$\pm\sqrt{15}$ (۳)

$\pm\sqrt{5}$ (۲)

$\pm\sqrt{3}$ (۱)

۷۹- در معادله گویای $3 - \frac{1}{x^2} = \frac{-2}{x}$ مجموع جوابها کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۸۰- وقتی دو چاپگر با هم کار کنند فیش حقوق کارمندان در $\frac{6}{5}$ ساعت چاپ می شود. اگر چاپگر قدیمی تر به تنهایی کار کند فیشها ۱

ساعت دیرتر از وقتی چاپ می شود که چاپگر جدیدتر به تنهایی کار کند. چاپگر جدیدتر به تنهایی در چند ساعت، فیشها را چاپ

می کند؟

$2/5$ (۴)

$1/5$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۷- در رابطه زیر، به جای \square و Δ چه اعدادی قرار دهیم تا f تابع نباشد؟

$$f = \{(1, 8), (0, 3), (\Delta, \sqrt{\square}), (4, 2), (\Delta - 2, 8)\}$$

$$\Delta = 17 \text{ و } \square = 25 \text{ و } 0 = 6 \quad (2)$$

$$\Delta = 7 \text{ و } \square = 16 \text{ و } 0 = 4 \quad (1)$$

$$\Delta = 3 \text{ و } \square = 2 \text{ و } 0 = 4 \quad (4)$$

$$\Delta = 3 \text{ و } \square = 16 \text{ و } 0 = 6 \quad (3)$$

۷۸- اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، چند تابع مختلف از مجموعه A به مجموعه B قابل تعریف است؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

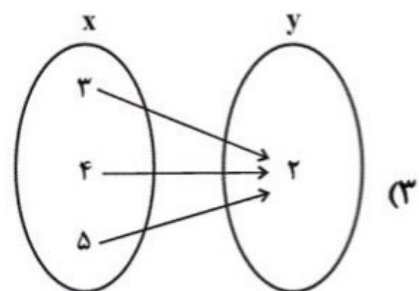
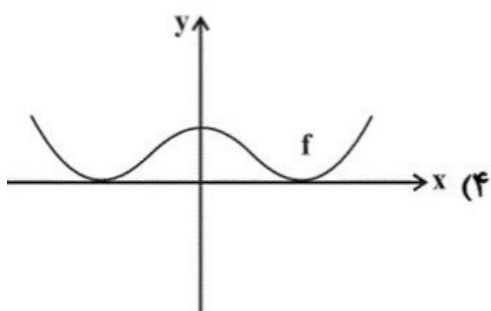
$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۷۳- در کدام رابطه زیر، y تابعی از x نیست؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 4 & 9 & \sqrt{16} \\ \hline y & 6 & 12 & 5 & \sqrt{25} \end{array} \quad (2)$$

$$y = 3x + 1 \quad (1)$$

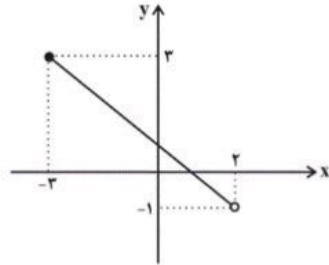


ریاضی و آمار ۱، ضابطه ی جبری تابع - ۳ سوال

۷۴- برد تابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ $f: A \rightarrow B$ اگر $A = \{-\frac{1}{2}, 1, -1, 2\}$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$ (۲) $\{\frac{1}{2}, 1, 2\}$ (۳) $\{-1, 0, 2, \frac{1}{2}\}$ (۴) $\{-1, 0, 2, -\frac{1}{2}\}$

۷۵- دامنه و برد تابع زیر را به ترتیب با D_f و R_f نمایش داده‌ایم، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $R_f = \{-3 \leq y < 2\}$ و $D_f = \{-1 < x \leq 2\}$

(۲) $R_f = \{-3 < y \leq 2\}$ و $D_f = \{-1 \leq x < 2\}$

(۳) $R_f = \{-1 < y \leq 2\}$ و $D_f = \{-3 \leq x < 2\}$

(۴) $R_f = \{-1 \leq y \leq 2\}$ و $D_f = \{-3 \leq x \leq 2\}$

۷۶- تابع f به هر عدد حقیقی، سه برابر مکعب همان عدد، به علاوه نصف آن عدد را نسبت می‌دهد، ضابطه تابع f کدام است؟

(۲) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2}$

(۱) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x$

(۴) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2}$

(۳) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x$

-۷۱

(فرداد روشنی، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

با قرار دادن $x = 4$ در معادله داریم:

$$\frac{4-2}{5 \times 4} = \frac{1}{k+1} - \frac{4}{15 \times 4}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{20} = \frac{1}{k+1} - \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{k+1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k+1} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} \Rightarrow \frac{1}{k+1} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \Rightarrow k+1=6 \Rightarrow k=5$$

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(فرداد روشنی، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

ابتدا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{2x-4}{x+1} = \frac{x-1}{2x+4} \Rightarrow (2x-4)(2x+4) = (x+1)(x-1)$$

$$\Rightarrow (2x)^2 - 4^2 = x^2 - 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 16 = x^2 - 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - x^2 = 16 - 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 15 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

۴

۳

۲

۱

بهتر است تمام جملات معادله را در x^2 ضرب کنیم تا مخرج‌ها از بین بروند (البته فرض بر این است که x مخالف صفر است).

$$x^2 \left(3 - \frac{1}{x^2} = \frac{-2}{x} \right) \Rightarrow 3x^2 - 1 = -2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-2+4}{6} = \frac{1}{3} \\ x'' = \frac{-2-4}{6} = -1 \end{cases}$$

هر دو جواب، قابل قبول هستند، زیرا در معادله اصلی، باعث صفر شدن هیچ مخرجی نمی‌شود.

پس مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$x' + x'' = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر زمان مربوط به چاپگر قدیمی‌تر را x فرض کنیم زمان مربوط به چاپگر جدید $(x-1)$ خواهد بود، حالا با توجه به اطلاعات مساله خواهیم نوشت:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x-1+x}{x(x-1)} = \frac{5}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5x(x-1) = 6(2x-1) \Rightarrow 5x^2 - 5x = 12x - 6$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 17x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{حل به هر روش دلخواه}} \begin{cases} x = 3 \text{ ق ق} \\ x = \frac{2}{5} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

پس زمان مربوط به چاپگر جدیدتر بر حسب ساعت برابر است با:

$$x-1 = 3-1 = 2$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زراندوز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

می‌دانیم اگر عضوهای اول مربوط به دو زوج مرتب یکسان باشند، برای تابع بودن عضوهای دوم آنها نیز باید یکسان باشند، لذا اگر $O=4$ و $\square=16$ و $\Delta=7$ باشد، خواهیم داشت:

$$f = \{(1, 8), (4, 2), (5, 4), (4, 3), (5, 8)\}$$

به دلیل دو زوج مرتب $(5, 4), (5, 8)$ رابطه تابع نیست.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عمیر زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

فرض می‌کنیم $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{a, b\}$ باشد، در این صورت توابعی که از A به B قابل تعریف است به صورت زیر می‌باشد.

$$f_1 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

$$f_2 = \{(1, a), (2, a), (3, b)\}$$

$$f_3 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_4 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_5 = \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_6 = \{(1, b), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_7 = \{(1, b), (2, a), (3, b)\}$$

$$f_8 = \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$$

به طور کلی اگر A مجموعه n عضوی و B مجموعه m عضوی باشد، در این صورت از مجموعه A به مجموعه B تعداد m^n تابع مختلف قابل تعریف است که در این مسأله $n = 3$ و $m = 2$ پس تعداد تابع برابر است با:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زراندوز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

در تابع، به ازای هر x باید فقط یک مقدار y موجود باشد ولی در جدول مربوط به گزینه (۲) زوج‌های $(4, 12)$ و $(\sqrt{16}, \sqrt{25})$ دارای عضو اول مساوی و عضو دوم نامساوی هستند، پس این جدول بیان‌گر تابع نیست.

 ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به ضابطه تابع داریم:

x	$f(x) = \frac{x-1}{x}$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1$
۱	$f(1) = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1} = 0$
-۱	$f(-1) = \frac{-1-1}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2$
۲	$f(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

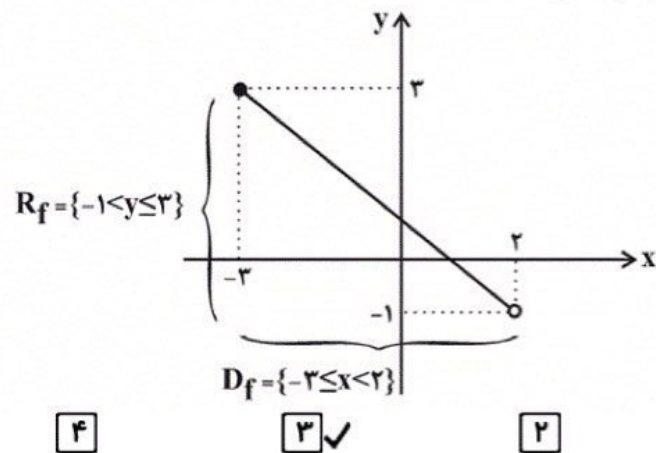
$\Rightarrow R_f = \{-1, 0, 2, \frac{1}{2}\}$

۴ ۳ ۲ ۱

(همید زرين کفش، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

با توجه به نمودار برای به دست آوردن دامنه تابع کافی است نقاط نمودار را روی محور افقی تصویر کنیم و برای بدست آوردن برد تابع کافی است تصویر نقاط نمودار را روی محور عمودی به دست آوریم.

دقت کنید که نقطه انتهایی نمودار تو خالی است، پس $x=2$ جز دامنه نیست و $y=-1$ جزء برد تابع نیست.



(امیر زراندوز، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

طبق فرض سوال، دامنه تابع R است (مجموعه اعداد حقیقی) ضمناً ۳ برابر مکعب هر عدد مثل x را به صورت $3x^3$ نمایش می‌دهیم و نصف آن عدد (x) هم برابر می‌شود با $\frac{x}{2}$ لذا فقط ضابطه گزینه «۲» درست است.

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱