



346

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



346F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی
مهندسی هوا فضا - مکانیک پرواز و کنترل ماهواره (کد ۲۳۳۴)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- اگر جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

را به صورت $u(x, t) = f\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)$ جستجو کنیم، آنگاه $u(x, t) = A + B\psi\left(\frac{x}{\sqrt{a}\sqrt{t}}\right)$ که در آن:

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۱)$$

$$B = \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 - T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۲)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۳)$$

$$B = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}}, A = \frac{T_1 + T_2}{2}, \psi(z) = \int_0^z e^{-s^2} ds \quad (۴)$$

۲- مسئله مقدار مرزی، با شرایط مرزی داده شده در داخل مستطیل $0 \leq x \leq a$ و $0 \leq y \leq b$

$$\begin{cases} \nabla^2 u = f(x, y) \\ u(x, 0) = 0, u(x, b) = h(x) \\ u(0, y) = u(a, y), u_x(0, y) = u_x(a, y) \end{cases}$$

که در آن f و h توابع پیوسته و تکه‌ای هموار هستند، دارای کدام پایه متعامد است؟ (نسبت به متغیر x)

$$1, \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۲) \quad 1, \cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۱)$$

$$\cos \frac{k \pi x}{a}, \sin \frac{k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۴) \quad \cos \frac{\gamma k \pi x}{a}, \sin \frac{\gamma k \pi x}{a}, k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (۳)$$

۳- با یک تبدیل خطی کسری T سه نقطه $Z_1 = -a, Z_2 = 0, Z_3 = a$ از صفحه z به ترتیب به سه نقطه

$w_1 = \infty, w_2 = -1, w_3 = 0$ از صفحه w برده می‌شوند. ثابت a چه باشد تا ترکیب $T^2 = T \circ T = I$ تابع همانی شود؟

$$-2 \quad (۱) \quad -1 \quad (۲) \quad 1 \quad (۳) \quad 2 \quad (۴)$$

۴- اگر بخواهیم دایره به مرکز α در صفحه w که از نقطه 1 می‌گذرد، توسط نگاشت $w = \frac{z+1}{z-1}$ ، به عمود منصف قطعه خط

واصل از 1 به γ در صفحه z نگاشته شود آنگاه مقدار γ بر حسب α کدام است؟

$$\gamma = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (۱) \quad \gamma = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \quad (۲) \quad \gamma = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (۳) \quad \gamma = \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \quad (۴)$$

۵- در صورتی که جواب مسئله مقدار اولیه

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , t > 0, \quad -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = 0 & , -\infty < x < \infty \end{cases}$$

به صورت:

$$u(x, t) = \int_0^t \frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) d\xi \right] d\tau \quad (1)$$

باشد، آنگاه جواب مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u(0, t) = 0 \end{cases}$$

نیز به صورت (1) قابل نمایش است منتها به جای انتگرال داخل کروسه باید انتگرال زیر را جانشین نمود.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \xi e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) d\xi \quad (1) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (2) \\ & \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right) f(\xi, \tau) d\xi \quad (3) \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{\frac{-(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi, \tau) - e^{\frac{-(x+\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(-\xi, \tau) \right] d\xi \quad (4) \end{aligned}$$

۶- با انتگرال گیری از تابع $\frac{e^{iaz}}{e^z + e^{-z}}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, نسبت به متغیر z روی مرز ناحیه $|x| \leq R$, $0 \leq y \leq \pi$ در جهت مثبت، و

سپس میل دادن R به بینهایت، تبدیل فوری تابع $f(x) = \frac{1}{\cosh x}$ به کدام صورت حاصل می شود؟

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (4) \qquad \frac{\pi}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \quad (3) \qquad \frac{\frac{\pi}{2}}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (2) \qquad \frac{\pi}{\cosh(\pi\alpha)} \quad (1)$$

۷- مسئله مقدار اولیه - مرزی به صورت

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) & , \quad 0 \leq x \leq L \\ u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 & , \quad t > 0 \end{cases}$$

داده شده است که در آن توابع $\phi(x)$ و $f(x, t)$ پیوسته و تکه‌ای هموار فرض شده‌اند. پایه متعامد نسبت به متغیر x در این مسئله کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L} \right\}_{k \in \mathbb{N}} \quad (3)$$

(۴) از پایه کامل استفاده نمی‌شود، بلکه در بازه $0 \leq x \leq L$ بخشی از یک پایه متعامد به کار گرفته می‌شود.

۸- اگر برای مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 \end{cases}$$

کандید جواب به صورت

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L}$$

قابل بیان باشد، به ازای تابع

$$f(x, t) = \sin \gamma t \cdot \cos \frac{\pi x}{2L}$$

جواب مسئله کدام است؟ (قرار می‌دهیم $\alpha = \frac{\pi}{2L}$)

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (1)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) - \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (2)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (3)$$

$$\left[\frac{-\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} \cos(\gamma t) + \frac{\alpha}{\gamma^2 + \alpha^2} \sin(\gamma t) + \frac{\gamma}{\gamma^2 + \alpha^2} e^{-\alpha^2 t} \right] \cos(\alpha x) \quad (4)$$

- ۹- پتانسیل الکترواستاتیک کراندار V در نیمه بالایی صفحه xy در معادله دیفرانسیل لاپلاس صدق می‌کند با شرایط مرزی $V(x, 0) = A_0$ به ازای $x > 0$ و $V(x, 0) = 2A_0$ به ازای $x < 0$. اگر نقاط $P = (1, 1)$ و $Q = (1, \sqrt{2})$ با مختصات دکارتی را در نظر بگیریم، اختلاف پتانسیل $V(Q) - V(P)$ کدام است؟ (A_0 ثابت)

$$(1) \frac{A_0}{24} \quad (2) \frac{A_0}{12} \quad (3) \frac{A_0}{8} \quad (4) \frac{A_0}{6}$$

- ۱۰- دمای مانای کراندار $T(u, v)$ در نیم صفحه $v \geq 0$ را چنان بیابید که بر قسمت $v = 0, u < -1$ از کرانه شرط $T = b$ ، و بر قسمت $v = 0, u > 1$ از کرانه شرط $T = a$ (و a و b ثابت حقیقی)، و پاره خط $-1 < u < 1, v = 0$ از کرانه نیم صفحه، عایق باشد؟

$$(1) \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arctan} \frac{v}{u}$$

$$(2) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

$$(3) \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

$$(4) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{\pi} \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{(u+1)^2 + v^2} - \sqrt{(u-1)^2 + v^2}}{2}$$

- ۱۱- اگر بسط به سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع $f(x) = \sin x, 0 < x < \pi$ به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(1 + \cos n\pi)}{n^2 - 1} \cos(nx)$$

آنگاه مقدار سری $\frac{1}{1^2 \times 3^2} + \frac{1}{3^2 \times 5^2} + \frac{1}{5^2 \times 7^2} + \dots$ کدام است؟

$$(1) \frac{\pi^2 - 8}{16} \quad (2) \frac{\pi^2 - 8}{8} \quad (3) \frac{\pi^2 - 8}{4} \quad (4) \frac{\pi^2 - 8}{2}$$

- ۱۲- اگر $P_n(x)$ به ازای هر عدد صحیح نامنفی n ، یک چند جمله‌ای لژاندر درجه n را نمایش دهد، آنگاه مقدار

$$I_k = \int_{-1}^1 (x^2 - 2x^3) P_{2k-1}(x) dx \quad (k \geq 1)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ \frac{1}{2k-1}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k > 2 \\ \frac{1}{3}, & k=2 \\ 0, & k=1 \end{cases} \quad (1)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & k=1 \\ -\frac{2}{3}, & k=2 \\ 0, & k > 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$k \in \mathbb{N} \text{ به ازای هر } I_k = 0 \quad (4)$$

۱۳- اگر $\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2 + 4)(z - 4)} = 2\pi i M$ ، که در آن C مرز دایره $|z| = 3$ در جهت مثبت است، در این صورت مقدار انتگرال

مذکور بر روی مرز $C_1: |z+1| + |z-1| = 4\sqrt{2}$ در جهت مثبت کدام است؟

$$2\pi i M \quad (1)$$

$$2\pi i \left(M + \frac{e^4}{20} \right) \quad (2)$$

$$2\pi i \left(M - \frac{e^4}{20} \right) \quad (3)$$

(۴) قضیه مانده را نمی‌توان در مورد انتگرال مذکور روی C_1 به کار برد.

۱۴- اگر توابع $u(x, t)$ و $v(x, t)$ جواب‌های مسائل مقدار اولیه - مرزی زیر باشند:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = 0 & t > 0 \\ u_t(x, 0) = a \cos \frac{x}{\pi} + b \sin \frac{x}{\pi} = \phi(x) \\ u(0, t) = at, u(\pi, t) = bt \end{cases} \quad \begin{cases} v_{tt} - v_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ v(x, 0) = 0 \\ v_t(x, 0) = \phi(x) - a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) - \frac{x}{\pi} b \\ v(0, t) = 0 = v(\pi, t) \end{cases}$$

آنگاه $w(x, t) = u(x, t) - v(x, t)$ برابر کدام یک از گزینه‌هاست؟

$$at \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + bt \frac{x}{\pi} \quad (2)$$

$$a \left(1 - \frac{x}{\pi} \right) + b \frac{x}{\pi} \quad (1)$$

$$at \cos \frac{x}{\pi} + bt \sin \frac{x}{\pi} \quad (4)$$

$$at(\pi - x) + btx \quad (3)$$

۱۵- آیا می‌توان بریدگی‌های شاخه تابع $f(z) = \frac{\log(1+z^3)}{(3z-i)^2}$ را به گونه‌ای انتخاب کرد که انتگرال $I = \oint_C \frac{\log(1+z^3)}{(3z-i)^2} dz$

بر مرز $C: \left| z - \frac{i}{3} \right| = \frac{1}{3}$ در جهت مثبت، با استفاده از مانده قابل محاسبه باشد؟ اگر پاسخ مثبت است، مقدار انتگرال کدام

است؟

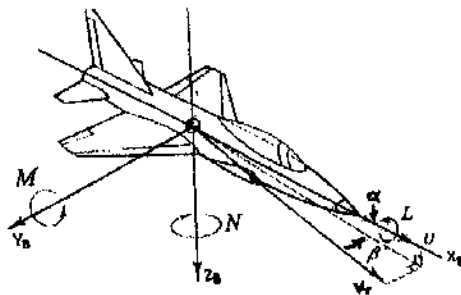
$$(1) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{6}$$

$$(2) \text{ بریدگی‌های شاخه از نقاط } \pm i \text{ به سمت دور شدن از مبدأ، و } I = -\frac{\pi}{3}$$

(۳) بریدگی‌های شاخه را نمی‌توان به طور مناسب اختیار کرد که انتگرال خواسته شده قابل محاسبه باشد.

(۴) بریدگی‌های شاخه را به هر ترتیبی انتخاب کنیم، انتگرال مذکور روی مرز داده شده با استفاده از مانده قابل محاسبه است.

- ۱۶- از دیدگاه انرژی کدام یک از مشتقات زیر فقط گذرگاهی برای خروج انرژی از هواپیما محسوب می‌شوند؟
 (۱) Cyr (۲) Cyp (۳) Cyβ (۴) Cyr و Cyp
- ۱۷- مطابق شکل زیر α زاویه حمله، β زاویه لغزش (side slip)، هواپیما، M گشتاور جانبی (pitch Moment) و N گشتاور قائم (Yaw Moment) آن می‌باشند، با توجه به دستگاه مختصات متصل شده به هواپیما، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد شرایط لازم برای پایداری استاتیکی هواپیما صحیح می‌باشد؟



$$(1) \frac{\partial M}{\partial \alpha} < 0, \frac{\partial N}{\partial \beta} > 0$$

$$(2) \frac{\partial M}{\partial \alpha} < 0, \frac{\partial N}{\partial \beta} < 0$$

$$(3) \frac{\partial M}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial N}{\partial \beta} < 0$$

$$(4) \frac{\partial M}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial N}{\partial \beta} > 0$$

- ۱۸- کدام گزینه زیر صحیح است؟
 (۱) رخداد پدیده وارونگی کنترل (Control reversal) محدود به وسایل پرنده الاستیک است.
 (۲) تابع طیف قدرت یک توربولانس جوی میانگین اندازه سرعت باد را در فرکانس‌های مختلف نشان می‌دهد.
 (۳) رخداد پدیده کاهش قدرت کنترلی (Control Power Reduction) محدود به وسایل پرنده الاستیک است.
 (۴) هدف از مدل‌سازی پدیده‌های جوی به صورت Spatial نسبت به مدل‌سازی آن‌ها به صورت Temporal، مستقل کردن مدل از سرعت پرواز هواپیما است.

- ۱۹- کدام گزینه زیر نادرست است؟
 (۱) خلبان قادر به تغییر Reaction Time Delay خود است.
 (۲) فرکانس طبیعی مود داچرول با افزایش حاشیه پایداری استاتیکی زیاد می‌شود.
 (۳) سرعت پاسخ مود رول با افزایش مقدار roll damping derivative کم می‌شود.
 (۴) نسبت میرایی مود پریود کوتاه با افزایش pitch damping derivative زیاد می‌شود.

- ۲۰- کدام گزینه زیر صحیح است؟
 (۱) وجود Steady Pitch Rate در یک هواپیمای متعارف باعث کوپلینگ دینامیک طولی و عرضی می‌شود.
 (۲) وجود ممان‌های ضریبی باعث می‌شود گشتاور حول یک محور باعث شتاب زاویه‌ای حول محور دیگر شود.
 (۳) برای تحلیل پایداری یک هواپیمای متعارف استفاده از دستگاه مختصات پایداری بهتر از دستگاه مختصات بدنی است.
 (۴) هر چه میزان حساسیت یکی از مودهای دینامیکی هواپیما به یکی از مشتقات آیرودینامیکی بیشتر باشد، نسبت به صحت تحلیل آن مود دینامیکی بیشتر می‌توان مطمئن بود.
- ۲۱- ممنتوم زاویه‌ای موتور هواپیما را مثبت در نظر بگیرید، ایجاد یک نرخ پیچ اختلالی مثبت چه پاسخ مستقیمی را به دنبال خواهد داشت؟

- (۱) حرکت یابو منفی (۲) حرکت یابو مثبت (۳) نیروی جانبی (۴) نیروی جانبی مثبت
- ۲۲- اگر برای یک هواپیما متعارف، بیشینه زاویه انحراف ایلرون 20° درجه، $L_p = -2$ ، $L_{\delta a} = 10$ باشد، بیشینه نرخ رول این هواپیما چند درجه بر ثانیه است؟

$$(1) 4 \quad (2) 10 \quad (3) 40 \quad (4) 100$$

- ۲۳- برای مدل‌سازی توربولانس اتمسفر در شبیه‌سازی‌ها از چه روشی می‌توان استفاده نمود؟
 (۱) از طریق یک تند باد تصادفی به صورت نویز سفید
 (۲) از طریق طراحی یک فیلتر شکل دهنده با ورودی نویز سفید
 (۳) با استفاده از تابع چگالی طیف قدرت و انتگرال فوریر
 (۴) همه موارد فوق

۲۴- کدام یک از روش‌های زیر برای نگهداری ارتباط بین قاب‌های مختلف (مثل بدنی و اینرسی) فاقد شرایط تکینگی می‌باشد؟
(۱) فقط روش کواترنیون‌ها

(۲) روش بردار دوران حول یک امتداد اینرسی

(۳) روش کواترنیون‌ها و ماتریس کوسینوس‌های هادی

(۴) فقط روش زوایای اویلر در یک ارتباط فیزیکی با موفقیت هواپیما را نیز نشان می‌دهد.

۲۵- از تریم تب‌ها (Trim TABS) روی سکان‌های افقی و عمودی هواپیما برای چه استفاده می‌گردد؟

(۱) برای خنثی‌سازی گشتاورهای ائرو دینامیکی لولایی

(۲) برای حذف نیروی لازم برای نگهداری فرامین (اهرم) کنترلی هواپیما

(۳) برای ارتقاء سطح پایداری سطوح کنترلی و جلوگیری از ارتعاشات فلاتر آن‌ها

(۴) به عنوان سطوح کنترلی جداسازی که در اختیار سیستم‌های SAS یا پایدارسازها قرار داده می‌شود.

۲۶- شرط پایداری سیستم غیر خطی زیر کدام است؟

$$\dot{x}_1 = x_1(x_1^T + x_2^T + k_1) - k_2 x_1 x_2^T$$

$$\dot{x}_2 = x_2(x_1^T + x_2^T + k_1) + k_2 x_1^T x_2$$

$$k_2 > 0 \quad (۴)$$

$$k_2 < 0 \quad (۳)$$

$$k_1 > 0 \quad (۲)$$

$$k_1 < 0 \quad (۱)$$

۲۷- در مورد دوران‌های ساده اویلر برای هواپیما، ماتریس تبدیل مختصات از دستگاه قائم بر زمین به دستگاه بدنی هواپیما در کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

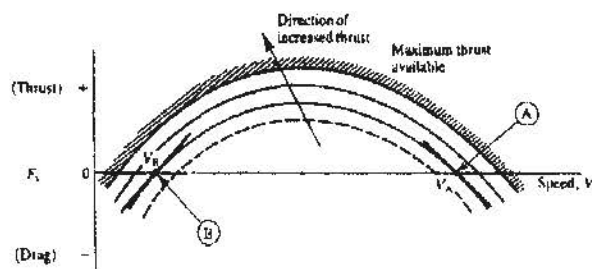
$$(۱) \text{ برای دوران غلت (Roll) با زاویه } \phi: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

$$(۲) \text{ برای دوران فراز (pitch) با زاویه } \theta: \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$$(۳) \text{ برای دوران گردش (Yaw) با زاویه } \psi: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}$$

$$(۴) \text{ برای دوران گردش (Yaw) با زاویه } \psi: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}$$

۲۸- در شکل زیر منحنی تعادل نیروی جلوبرنده (موتور) و پسای هواپیما بر حسب سرعت پرواز سیر ترسیم شده، کدام گزینه در مورد سرعت نقاط A و B صحیح است؟



- (۱) در هر دو نقطه A و B هواپیما دارای سرعت تعادلی پایدار می‌باشد.
 (۲) در هر دو نقطه A و B هواپیما دارای سرعت تعادلی ناپایدار می‌باشد.
 (۳) در نقطه A هواپیما دارای سرعت تعادلی ناپایدار و در نقطه B دارای سرعت تعادلی پایدار است.
 (۴) در نقطه A هواپیما دارای سرعت تعادلی پایدار و در نقطه B دارای سرعت تعادلی ناپایدار است.
 ۲۹- منظور از مود تاک (Tuk mode) در تحلیل دینامیک حرکت هواپیما حالتی است که ریشه‌های معادله مشخصه هر دو بوده و حرکت فوگوئید است.

- (۱) حقیقی، غیر نوسانی، ناپایدار
 (۲) حقیقی، غیر نوسانی، پایدار
 (۳) مختلط، نوسانی، پایدار
 (۴) مختلط، نوسانی، ناپایدار
 ۳۰- برای معادلات حرکت پررود کوتاه (short period) هواپیما به فرم زیر، اگر رابطه شتاب قائم هواپیما به صورت

$a_{zcg} = 10(\ddot{\alpha} - q)$ باشد، تابع تبدیل شتاب قائم از زاویه بالابر $\left(\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)}\right)$ در کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -6\alpha + q \\ \dot{q} = -5\alpha - 0.6q - 12\delta_e \end{cases}$$

$$\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-720}{s^2 + 6.6s - 8.6} \quad (۲)$$

$$\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)} = \frac{720}{s^2 - 6.6s + 8.6} \quad (۴)$$

$$\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-720}{s^2 + 6.6s + 8.6} \quad (۱)$$

$$\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)} = \frac{720}{s^2 + 6.6s + 8.6} \quad (۳)$$

۳۱- کدام گزینه زیر صحیح است؟

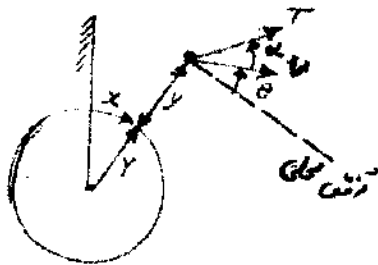
- (۱) اگر یک وسیله پرنده قابل کنترل نباشد، سطح کیفیت پروازی II را خواهد داشت.
 (۲) از نظر آیین‌نامه‌های کیفیت پروازی، همه مدهای نوسانی هواپیما باید پایدار باشند.
 (۳) قبل از ساخت هواپیما و پرواز با آن، نمی‌توان راجع به سطح کیفیت پروازی هواپیما اظهار نظر کرد.
 (۴) اگر قطب مربوط به مود حرکتی اسپیرال اندکی سمت راست محور مرهومی باشد، هواپیما سطح کیفیت پروازی I را خواهد داشت.

۳۲- قانون یا سیاست کنترلی بهینه معمولاً در چه فرمی به دست می‌آید؟

- (۱) به صورت حلقه باز برای سیستم‌های غیرخطی
 (۲) به صورت (BANG-BANG) برای سیستم‌های خطی با تابع هزینه مینیمم زمان
 (۳) به صورت پس‌خور خطی (حلقه بسته) برای سیستم‌های خطی با تابع هزینه درجه دو از حالت و کنترل
 (۴) همه موارد فوق صحیح‌اند.

۳۳- در مسئله بازگشت به جو فضا پیمای چنانچه هدف حداقل نمودن مصرف سوخت به همراه حداقل نمودن برد x باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟ (حرکت صفحه‌ای و فضا پیمای نقطه مادی فرض شده است.)

- ۱- شعاع زمین r ۲- زاویه بردار سرعت θ
 ۳- ارتفاع y ۴- سرعت v
 ۵- برد پرواز x ۶- تراس T
 ۷- جرم اولیه و پایانی فضا پیمای m_0, m_1 ۸- زاویه بین بردار سرعت و بردار تراس α



$$J = P(m_0 - m_T) + q \int_0^T \frac{V}{r+y} \cos \theta dt \quad (۱)$$

$$J = P(m_0 - m_T) + q \int_0^T \frac{V}{r+y} \sin \theta dt \quad (۲)$$

$$J = P(m_0 - m_T) + q \int_0^T \frac{V}{r+x} \cos \theta dt \quad (۳)$$

$$J = P(m_0 - m_T) + q \int_0^T \frac{V}{r+x} \sin \theta dt \quad (۴)$$

۳۴- روش برنامه‌ریزی دینامیکی یک روش حلقه است و بهینه را می‌دهد.

- (۱) باز، مطلق (۲) باز، محلی (۳) بسته، مطلق (۴) بسته، محلی

۳۵- انتگرال دوگانه $\iint_R \left(\frac{x^2}{y^4}\right) dx dy$ برای ناحیه بین منحنی‌های $\begin{cases} xy = 2 \\ xy = 4 \end{cases}$ و $\begin{cases} y^2 = x \\ y^2 = 3x \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\lambda}{y}$ (۲) $-\frac{\lambda}{2y}$ (۳) $\frac{2\lambda}{y}$ (۴) $\frac{\lambda}{2y}$

۳۶- برای سیستم دینامیکی $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u, |u| \leq 1 \end{cases}$ حداکثر تعداد سوییچینگ کنترل جهت حداقل نمودن زمان کدام است؟

- (۱) ۱ بار (۲) ۲ بار (۳) ۳ بار (۴) ندارد

۳۷- معادله اویلر برای استخراج اکستریمال تابع - تابع زیر کدام است؟ $J = \int_{t_0}^{t_f} g(x, \dot{x}, \ddot{x}) dt$

$$g_x - \frac{d}{dt} g_{\dot{x}} = 0 \quad (۲) \quad g_x - \dot{x}' g_{\dot{x}} = 0 \quad (۱)$$

$$g_x - \frac{d}{dt} g_{\dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} g_{\ddot{x}} = 0 \quad (۴) \quad g_{\dot{x}} - \frac{d}{dt} g_{\ddot{x}} = 0 \quad (۳)$$

۳۸- برای سیستم دینامیکی $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u \end{cases}$ معادله دیفرانسیل متغیر شبه حالت جهت حداقل نمودن انرژی کنترلی

$$J = \int_0^1 u^2 dt \quad \text{با شرایط} \quad \bar{x}(0) = 0, \bar{x}(2) = [\Delta \quad 2]^T \quad \text{کدام است؟}$$

- (۱) $p_1' - p_1 = -p_2$ (۲) $p_1' + p_1 = p_2$ (۳) $p_2' - p_2 = -p_1$ (۴) $p_2' + p_2 = p_1$

۳۹- تابع $x(t)$ را چنان پیدا کنید که تابع $J = \int_1^t \left[\frac{1}{\gamma} x'^2(t) + \gamma x(t) \right] dt$ را با شرایط $x(t_f) = \text{free}, x(1) = 4$ حداقل نماید؟

$$(1) \quad x(t) = t^2 + 9t - 6 \quad (2) \quad x(t) = t^2 - 6t + 9 \quad (3) \quad x(t) = t^2 - 5t + 8 \quad (4) \quad x(t) = t^2 - 9t + 12$$

۴۰- تابع $x(t)$ را چنان پیدا کنید که تابع $J = \int_1^2 x'^2 t^2 dt$ را با شرایط $x(2) = 3, x(1) = 0$ حداقل نماید؟

$$(1) \quad x(t) = 6 - \frac{6}{t} \quad (2) \quad x(t) = 4 - \frac{4}{t^2} \quad (3) \quad x(t) = \frac{24}{\gamma} \left(1 - \frac{1}{t^2} \right) \quad (4) \quad \text{هیچ کدام}$$

۴۱- مدل سازی مسئله کنترل بهینه از روش ریاضیات تغییرات منجر به چه نوع معادله ای می گردد؟
(۱) معادله ریکاتی جبری

(۲) معادله دیفرانسیل عادی (ORDINARY) با شرایط اولیه مشخص

(۳) معادله دیفرانسیل جزئی (PARTIAL) با مقدار مرزی دو نقطه ای

(۴) هیچ کدام

۴۲- قانون کنترل بهینه برای یک سیستم خطی با تابع هزینه درجه دو از حالت و کنترل ها از کدام یک از روش های زیر حاصل می گردد؟

(۱) با به کارگیری اصل پونتریگن

(۲) از طریق حل معادله همیلتونین

(۳) از روش حل معادله ریکاتی به صورت عقب گرد

(۴) همه موارد

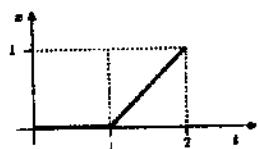
۴۳- منحنی بهینه برای تابع - تابع زیر با شروط مرزی داده شده، کدام است؟

$$J(x) = \int_0^1 [x'^2(t) + \dot{x}^2(t)] dt; \quad x(0) = 0, x(1) = 1$$

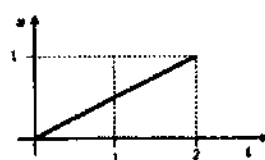
$$(1) \quad x(t) = \sinh t \quad (2) \quad x(t) = e^t + e^{-t} \quad (3) \quad x(t) = \frac{\sin t}{\sin 1} \quad (4) \quad x(t) = \frac{\sinh t}{\sinh 1}$$

۴۴- منحنی بهینه برای تابع - تابع زیر با شروط مرزی داده شده، کدام است؟

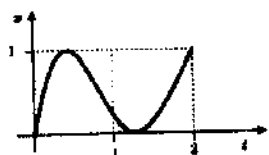
$$J(x) = \int_0^2 \dot{x}^2(t) [1 - \dot{x}(t)]^2 dt; \quad x(0) = 0, x(2) = 1$$



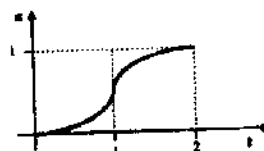
(۲)



(۱)

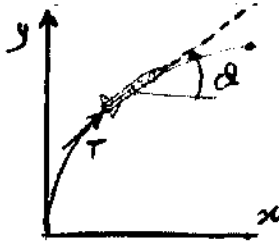


(۴)



(۳)

۴۵- برای کنترل بهینه یک ماهواره بر روی مسیر پرتاب به هدف حداقل مصرف سوخت چنانچه متغیرهای مسئله اندازه تراست و زاویه فراز (pitch) باشد و مسئله صفحه‌ای فرض شده و از اثر آیرودینامیک نیز صرف نظر شود کدام گزینه صحیح است؟



(۱) تراست متوسط و زاویه فراز $\tan \vartheta = \frac{c_1}{t} + c_2$

(۲) تراست حداکثر و زاویه فراز $\tan \vartheta = c_1 t + c_2$

(۳) تراست حداکثر و زاویه فراز $\tan \vartheta = \text{const}$

(۴) تراست حداکثر و زاویه فراز $\tan \vartheta = c_1 t^2 + c_2 t + c_3$