

دانشکده فنی و مهندسی  
گروه مهندسی عمران

# پایداری سازه ها

## (Structural Stability)

دکتر مهرداد حجازی

۱۳۸۹

فصل پنجم

کمانش پیچشی و جانبی -  
پیچشی تیرها  
(Torsional and Lateral-  
Torsional Buckling of Beams)

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

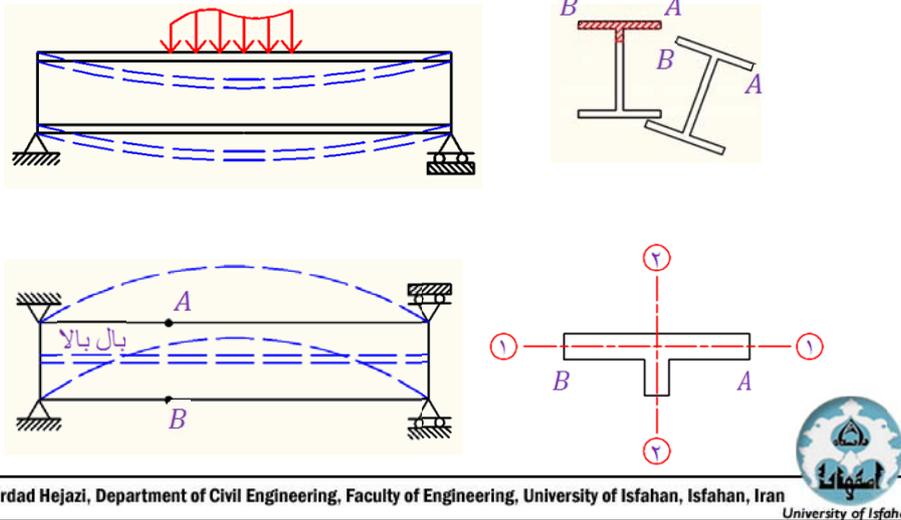


II - کمانش جانبی - پیچشی تیرها  
(Lateral-Torsional Buckling of Beams)

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



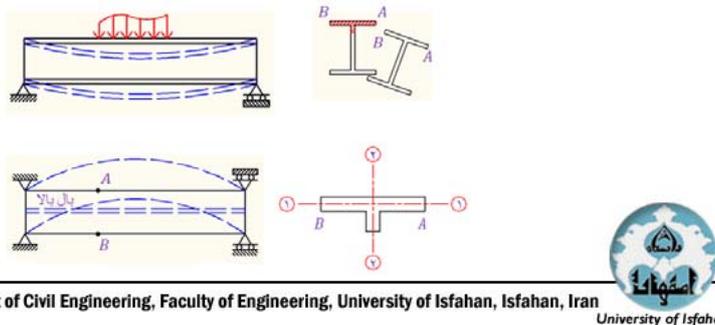
## کمانش جانبی-پیچشی تیرها (Lateral-Torsional Buckling of Beams)



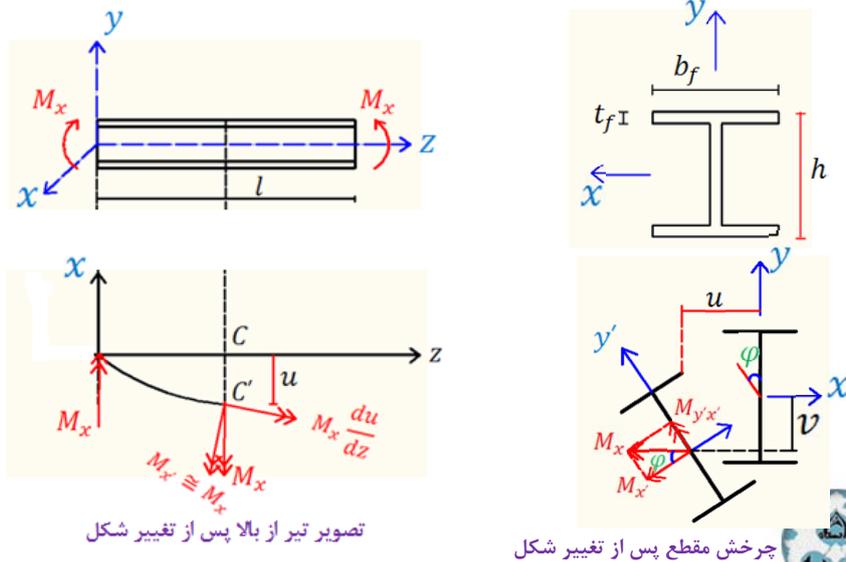
در صورتی که تکیه گاه جانبی بال فشاری در اعضای خمشی ناکافی باشد، احتمال ایجاد کمانش جانبی پیچشی وجود دارد.

- بال مستطیلی ممکن است مانند یک ستون به صورت طبیعی حول محور ضعیف خود کمانش کند، (با خمش حول محور ۱-۱)، ولی جان ایجاد تکیه گاه پیوسته کرده و از این امر جلوگیری می نماید.

- در بارهای فشاری بالاتر، بال مستطیل شکل حول محور ۲-۲ کمانش خواهد کرد، یعنی حول محور قوی خود در یک جهت جانبی. بدین دلیل به آن کمانش جانبی-پیچشی گفته می شود.



## معادله دیفرانسیل حاکم بر کمانش جانبی پیچشی تیر I- شکل



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

به دلیل کوچک بودن زاویه  $\phi$ :

$$M_{y'} = M_x \sin \phi \approx M_x \phi \quad (1)$$

$$M_{x'} = M_x \cos \phi \approx M_x \quad (2)$$

ممان پیچشی  $M_x \frac{du}{dz}$  باعث پیچش مقطع حول محور طولی تیر به اندازه  $\phi$  می شود.

ممان خمشی  $M_{y'}$  موجب خمش جانبی تیر و تغییر شکل بال فشاری به اندازه  $u$  در جهت  $x$  می گردد.

ممان خمشی  $M_{x'}$  تغییر شکل  $v$  در جهت  $y$  ایجاد می کند.

$$M_x = -EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (3) \quad \text{از مقاومت مصالح:} \quad \text{(معادله دیفرانسیل مربوط به خمش ساده)}$$

$$M_{y'} = M_x \phi = -EI_y \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (4) \quad \text{و نیز:} \quad \text{(انحنا در صفحه } x'z' \text{)}$$

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

برای پیچش مقطع I-شکل (که غیر دایره ای است) در اثر ممان پیچشی  $M_x \frac{du}{dz}$  می توان نشان داد:

$$M_x \frac{du}{dz} = GJ \frac{d\varphi}{dz} = EC_w \frac{d^3 \varphi}{dz^3} \quad (5)$$

که در آن:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6)$$

$$C_w = I_f \frac{h^3}{12} \quad (7)$$

$$I = \sum \frac{1}{12} b t^3 \quad (8)$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

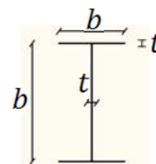
$C_w$  = ضریب تابیدگی یا ضریب اعوجاج (Warping Torsional Constant)

در صفحه ۳۱ کتاب اشتال با علامت  $C_M$

$I_f = \frac{1}{12} t_f b_f^3$  = ممان اینرسی یک بال حول محور  $y$  تیر (محور ضعیف تیر)

$h$  = عمق کل جان

$J = \sum \frac{1}{12} b t^3$  = ممان اینرسی قطبی مقطع در صفحه ۳۱ کتاب اشتال با علامت  $J_D$



(5) و (4):

$$EC_w \frac{d^4 \varphi}{dz^4} - GJ \frac{d^3 \varphi}{dz^3} - \frac{M_x \varphi}{EI_y} = 0 \quad (9)$$

معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار توام خمشی و پیچشی تیر (کمانش جانبی پیچشی تیر)

معادله (۹) یک معادله مقادیر ویژه ویژه است که از حل آن ممان خمشی

بحرانی  $M_x$  که مقدار ویژه معادله است تعیین خواهد شد.

زاویه چرخش  $\varphi$  بردار ویژه معادله (۹) می باشد.



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

با حل معادله (۹) برای تعیین مقدار لنگر خمشی بحرانی ( $M_{cr}$ ) که باعث ایجاد پدیده کمانش جانبی پیچشی می شود خواهیم داشت :

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^4}{l^4} E C_w \cdot EI_y + \frac{\pi^2}{l^2} EI_y GJ} \quad (10) \quad (\text{برای حالت ممان دو طرف مساوی})$$

رابطه (۱۰) مربوط به حالتی است که ممان های دو طرف تیر مساوی هستند. در حالتی که ممان های دو طرف مساوی نباشند:

$$M_{cr} = C_b \sqrt{\frac{\pi^4}{l^4} E C_w \cdot EI_y + \frac{\pi^2}{l^2} EI_y GJ} \quad (11)$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

$C_b$  بستگی به تغییرات ممان در طول تیر دارد و رابطه آن در آیین نامه گفته شده است.

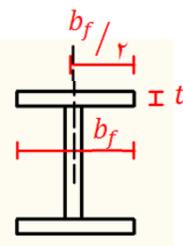
برای محاسبه تنش بحرانی  $F_{cr}$  با تقسیم  $M_{cr}$  بر مدول مقطع  $S_x$  خواهیم داشت :

$$F_{cr} = \frac{M_{cr}}{S_x} = \frac{C_b}{S_x} \sqrt{\frac{\pi^4}{l^4} E C_w \cdot EI_y + \frac{\pi^2}{l^2} EI_y GJ} \quad (12)$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



**AISC-2005-B-4 طبقه بندی مقاطع از نظر کماتش موضعی**

مقاطع به سه دسته تقسیم می گردند:

**– مقاطع فشرده (Compact Sections)**

برای آنکه یک مقطع فشرده محسوب شود باید بال های آن به طور پیوسته به جان یا جان ها متصل بوده و نسبت های عرض به ضخامت اجزاء فشاری نباید از نسبت های عرض به ضخامت  $\lambda_p$  تعیین شده در جدول B-4-1 تجاوز کند.

**– مقاطع غیر فشرده (Noncompact Sections)**

اگر نسبت های عرض به ضخامت در یک یا چند جزء فشاری از حد  $\lambda_p$  بیشتر باشد ولی از مقدار  $\lambda_r$  تعیین شده در جدول B-4-1 تجاوز نکند، مقطع غیر فشرده محسوب می شود.

**– مقاطع با اجزای لاغر (Slender-Element Sections)**

اگر نسبت عرض به ضخامت هر یک از اجزای مقطع از  $\lambda_r$  بیشتر شود، مقطع با اجزای لاغر محسوب می گردد.

**تذکر:** برای طراحی مقاطع با اجزای لاغر از بند E-7 آیین نامه استفاده می شود.

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



**آیین نامه ایران-۱۳۸۷-ASD-۱۰-۱-۲-۶-الف**

این آیین نامه دارای تقسیم بندی مشابهی با آیین نامه AISC-2005 است. جدول مورد استفاده در آیین نامه ایران ASD جدول ۱۰-۱-۲-۶ می باشد.

**تذکر:**

ایران-۱۳۸۷-ASD-۱۰-۱-۲-۶-ت:

از به کار بردن مقاطع با اجزای لاغر در اعضایی که تحت اثر تنش های فشاری قرار می گیرند باید خودداری شود، مگر برای جان تیروورق ها که در این صورت مقررات بخش ۱۰-۱-۶ تعیین کننده خواهد بود.

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



## آیین نامه ایران-۱۳۸۷- LRFD -۱۰-۲-۲-۱

این آیین نامه دارای تقسیم بندی مشابهی با آیین نامه AISC-2005 است. جدول مورد استفاده در آیین نامه ایران LRFD جدول ۱۰-۲-۲-۱ می باشد.

### تذکر:

ایران-۱۳۸۷- LRFD -۱۰-۲-۲-۱-۵ مقاطع با اجزای لاغر فشاری:

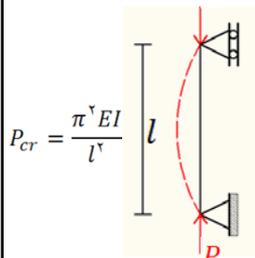
از به کار بردن مقاطع با اجزای لاغر در اعضایی که تحت اثر تنش های فشاری قرار می گیرند باید خودداری شود، مگر برای جان تیروورق ها که در این صورت مقررات بخش ۱۰-۲-۵ تعیین کننده خواهد بود.



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

در طراحی ستون ها و اعضای فشاری کنترل موارد زیر لازم است:



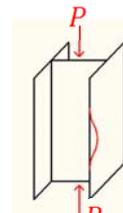
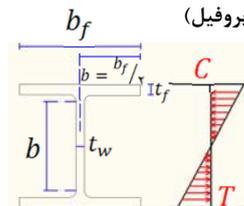
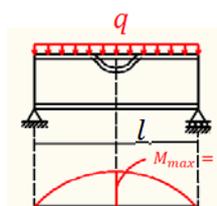
۱- معیار مقاومت

۲- معیار پایداری

ناپایداری یا کمانش کلی (به سبب لاغر بودن کلی ستون)

ناپایداری یا کمانش موضعی (به سبب لاغر بودن ورق های تشکیل دهنده پروفیل)

ناپایداری یا کمانش

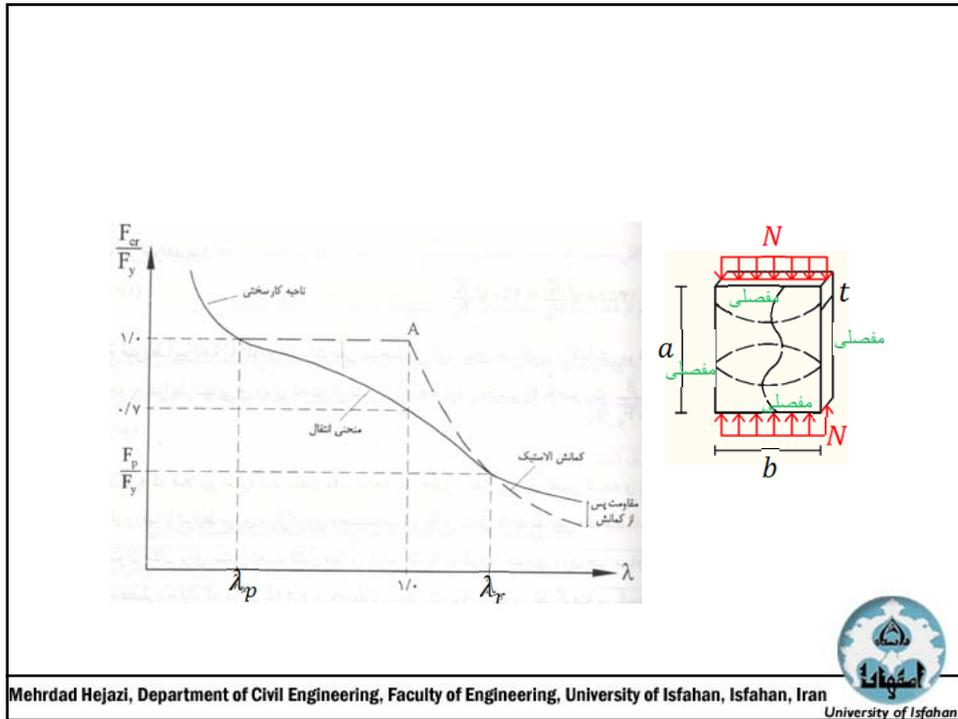


اگر نسبت عرض به ضخامت  $\frac{b}{t}$  از مقدار مشخصی بیشتر شود، کمانش موضعی اتفاق می افتد.



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



- شرط کافی بودن تکیه گاه جانبی:

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-الف و ب) (AISC-1989-ASD-F-1-2)

$$l_b \leq l_c = \min\left(\frac{630 b_f}{\sqrt{F_y}} \text{ و } \frac{14 \times 10^5}{(d/A_f) F_y}\right)$$

$l_b$  = فاصله تکیه گاه های جانبی بال فشاری (cm)

$b_f$  = عرض بال فشاری (cm)

$d$  = ارتفاع کلی پروفیل (cm)

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

The image contains several diagrams illustrating reinforced concrete beam design:

- Top Left:** A cross-section of a beam with width  $b_f$  and effective depth  $d$ . The area of reinforcement is labeled  $A_f$ .
- Top Middle:** A grid of reinforcement showing the main beam reinforcement (تیر اصلی) and side reinforcement (تکیه گاه جانبی). The spacing between side reinforcement is labeled  $l_b$ .
- Top Right:** A cross-section of a beam with side reinforcement (تکیه گاه جانبی) and main beam reinforcement (تیر اصلی).
- Bottom Left:** A cross-section of a beam with side reinforcement (تکیه گاه جانبی) and main beam reinforcement (تیر اصلی).
- Bottom Middle:** A diagram showing the lateral displacement (کمانش جانبی پیچشی) of a beam under load.

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

I- روش طراحی تنش مجاز (ASD)

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

AISC-1989-F-1-3 (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۱-پ)

اعضای خمشی با مقطع فشرده یا غیر فشرده فاقد تکیه گاه جانبی کافی

(Members with Compact or NonCompact Sections with Unbraced Length Greater than  $l_c$ )

برای اعضای خمشی با مقطع فشرده یا غیر فشرده (AISC-2005-B-4، ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۱-الف) با طول آزاد (مهار نشده،  $l_b$ ) بزرگتر از  $l_c$  (AISC-1989-F-1-1، ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۱-الف):

۱- تنش کششی مجاز:

$$F_b = 0.6 F_y \quad \text{رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۲) (AISC-1989-F-1-5)}$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

۲- تنش فشاری مجاز:

بزرگترین مقدار حالت الف و ب:

الف:

$$F_b = \left[ \frac{2}{3} - \frac{F_y \left( \frac{l}{r_T} \right)^2}{10.75 \times 10^6 C_b} \right] \times F_y \leq 0.6 F_y$$

$$\sqrt{\frac{72 \times 10^6 C_b}{F_y}} \leq \frac{l}{r_T} < \sqrt{\frac{360 \times 10^6 C_b}{F_y}}$$

رابطه (AISC-1989-F-1-6) (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۳)



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

$$F_b = \frac{120 \times 10^6 C_b}{\left(\frac{l}{r_T}\right)^2} \leq 0.76 F_y$$

$$\text{و} \quad \frac{l}{r_T} \geq \sqrt{\frac{360 \times 10^6 C_b}{F_y}}$$

رابطه (AISC-1989-F-1-7) (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۴)

توجه:

$$F_b = 0.76 F_y \quad , \quad \frac{l}{r_T} < \sqrt{\frac{72 \times 10^6 C_b}{F_y}}$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

ب:

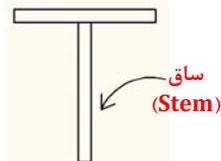
$$F_b = \frac{84 \times 10^6 C_b}{\frac{ld}{A_f}} \leq 0.76 F_y$$

رابطه (AISC-1989-F-1-8) (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۱-۵-۵)

- برای مقطع ناودانی که حول محور قوی تحت خمش قرار گیرد، تنش فشاری مجاز از رابطه قسمت (ب) بدست می آید.

مورد زیر در **AISC-1989** وجود دارد ولی در آیین نامه ایران وجود ندارد:

- برای مقطع سپری که ساق آن در هر جایی در طول مهار نشده در فشار است، بند **AISC-1989-F-1-3** قابل کاربرد نیست.

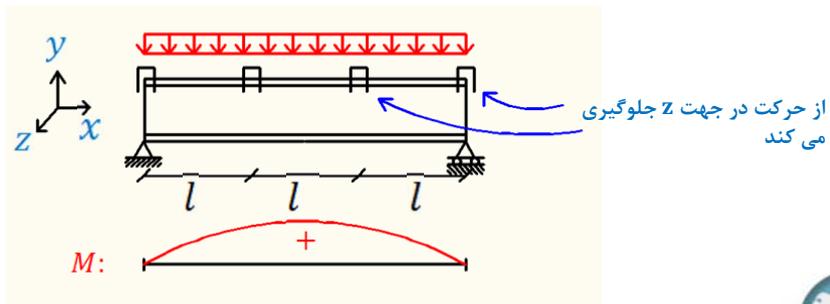


Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

## در روابط فوق:

تنش تسلیم فولاد  $= F_y$   
 $= l$  طول آزاد بال فشاری (فاصله تکیه گاههایی که از تغییر مکان جانبی و یا پیچیدن بال فشاری جلوگیری می کنند).  
 برای تیر طره ای که فقط در تکیه گاه در مقابل پیچش مهار شده است،  $l$  را می توان برابر طول تیر در نظر گرفت.



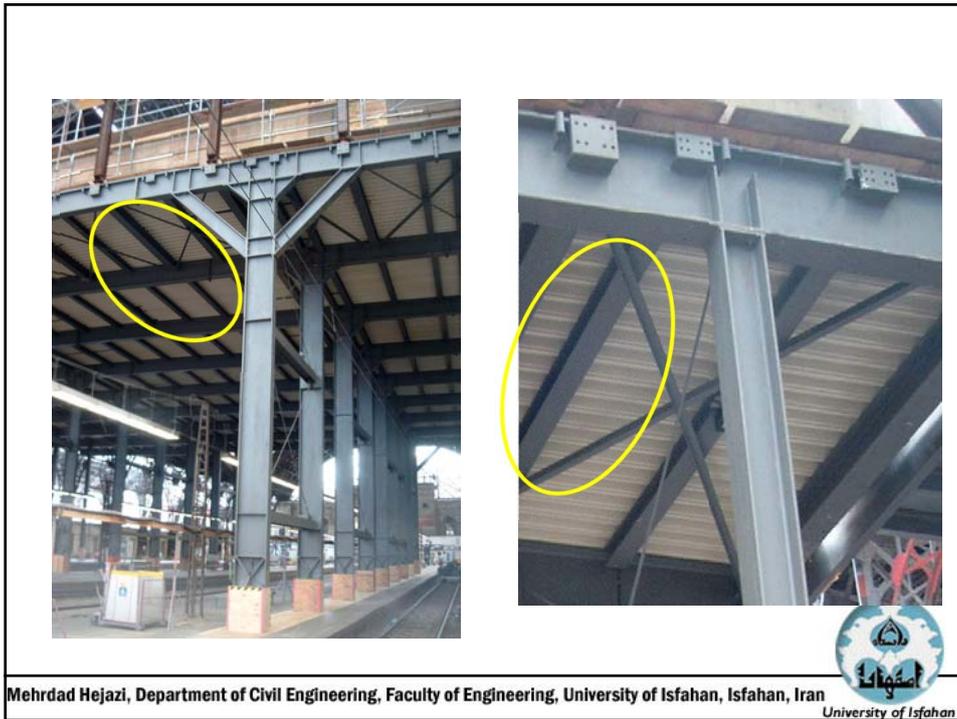
Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

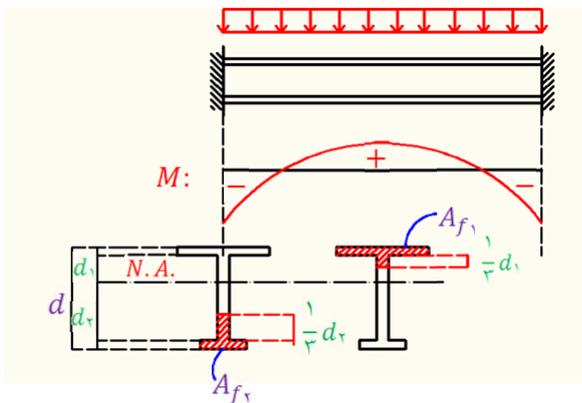


Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

شعاع زیراسیون مقطعی شامل بال فشاری و  $\frac{1}{3}$  منطقه فشاری جان حول محور ضعیف مقطع I شکل

$d$  = ارتفاع کل مقطع تیر

$A_f$  = مساحت بال فشاری



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

$C_b =$  ضریب اصلاحی برای تغییرات غیر یکنواخت لنگر خمشی روی تیر (ضریب یکنواختی لنگر خمشی)

**(Lateral-Torsional Buckling Modification for Nonuniform Moment Diagrams)**

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۵-۶) (بدون شماره AISC-1989)

$$C_b = 1/7.5 + 1/0.5 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2/3$$

$M_1 =$  لنگر کوچکتر در انتهای طول مهار نشده  
 $M_2 =$  لنگر بزرگتر در انتهای طول مهار نشده

$\frac{M_1}{M_2} > 0$

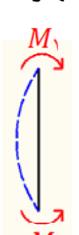
$\left( + \left| \frac{M_1}{M_2} \right| \right)$



انحنای دوگانه  
( $M_1$  و  $M_2$  هم علامت)

$\frac{M_1}{M_2} < 0$

$\left( - \left| \frac{M_1}{M_2} \right| \right)$



انحنای ساده  
( $M_1$  و  $M_2$  دارای علامت مخالف)

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



- اگر لنگر خمشی بین دو انتهای مهار نشده بزرگتر از لنگر های دو انتها باشد.  $C_b = 1$

- برای تیرهای طره ای  $C_b = 1$

در تعیین  $F_{bx}^*$  در اولین رابطه تیرستون ها (رابطه AISC-1989-H-1-1، ایران-۱۳۸۷-۱۰-۷-۱):

- برای قاب های دارای حرکت جانبی رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۵-۶) (بالا AISC)  $C_b = 1$

برای قاب های بدون حرکت جانبی  $C_b = 1$

\* تذکر: آیین نامه AISC فقط به  $F_{bx}$  اشاره کرده است. آیین نامه ایران-۱۳۸۷ هم به  $F_{bx}$  و هم به  $F_{by}$  اشاره کرده است.

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



**II – روش طراحی ضریب بار و مقاومت (LRFD)**  
**(Load and Resistance Factor Design)**



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

**\* طراحی اعضا برای خمش (AISC-2005-F) (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵)**  
**(Design of Members for Flexure)**

AISC-2005-F-1 (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵)

$$\phi_b M_n \geq M_r$$

مقاومت خمشی طراحی (Design Flexural Strength)	=	$\phi_b M_n$
مقاومت خمشی اسمی (Nominal Flexural Strength)	=	$M_n$
ضریب (کاهش) مقاومت برای خمش	=	$\phi_b = 0.9$
ممان ضریب دار (Factored Service Load Moment)	=	$M_r$

\* توجه: در آیین نامه AISC-2005، ضوابط برای خمش در دو روش ASD و LRFD یکسان است.



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

ضریب یکنواختی لنگر  $C_b$  (AISC-2005-F-1) (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۱)

**(Lateral-Torsional Buckling Modification Factor for Non uniform Moment Diagrams)**

ضریب یکنواختی نمودار لنگر خمشی در حد فاصل دو انتهای مهار شده:

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۱-) (AISC-2005-F-1)

$$C_b = \frac{12/5 M_{max}}{2/5 M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3 \quad (1)$$

$M_{max}$  = قدر مطلق لنگر خمشی ماکزیمم در طول مهار نشده (بین دو انتهای مهار شده)

$M_A$  = قدر مطلق لنگر خمشی ماکزیمم در نقطه  $1/4$  طول مهار نشده

$M_B$  = قدر مطلق لنگر خمشی ماکزیمم در نقطه  $1/2$  طول مهار نشده

$M_C$  = قدر مطلق لنگر خمشی ماکزیمم در نقطه  $3/4$  طول مهار نشده

$R_m$  = پارامتر عدم تقارن:

$$R_m = \begin{cases} 1 & \text{برای مقاطع دارای دو محور تقارن} \\ 1 & \text{برای مقاطع دارای یک محور تقارن با انحنای ساده} \\ 0.5 + 2 \left( \frac{I_{yc}}{I_y} \right)^2 & \text{برای مقاطع دارای یک محور تقارن با انحنای دو گانه} \end{cases}$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

$I_y$  = ممان اینرسی حول محور اصلی y

$I_{yc}$  = ممان اینرسی بال فشاری حول محور y یا ممان اینرسی بال کوچکتر حول محور y برای انحنای دوگانه

به صورت محافظه کارانه برای همه حالت ها  $C_b = 1$

برای تیرهای طره ای که انتهای آزاد آنها مهار نشده است.  $C_b = 1$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

## AISC-2005-F-2 (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۲)

مقاومت خمشی مقاطع I-شکل فشرده با دو محور تقارن و ناودانی با مقطع فشرده حول محور قوی

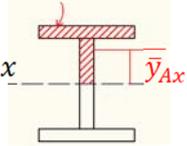
## (Doubly Symmetric Compact I-Shaped Members and Channels about their Major Axis)

برای مقاطع مذکور که دارای جان های فشرده و بال های فشرده مطابق AISC-2005-B-4 (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۱-۱) هستند، مقاومت خمشی اسمی،  $M_n$ ، برابر کوچکترین مقدار محاسبه شده براساس حالت حدی تسلیم (Yielding) (ممان پلاستیک (Plastic Moment)) و حالت حدی کمانش جانبی-پیچشی (Lateral-Torsional Buckling) است:

## ۱- حالت حدی تسلیم:

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{AISC-2005-F-2-1}) \quad (\text{ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۲})$$

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۲)



$M_p$  = ممان پلاستیک  
 $F_y$  = تنش تسلیم  
 $Z_x$  = مدول پلاستیک مقطع حول محور X  
 = ممان سطح مقطع بالا یا زیر محور قوی حول محور قوی  
 $Z_x = \bar{S}_x$  (سبز) در صفحه ۳۱ کتاب اشتال (سبز)

$$Z_x = A_x \bar{y}_{Ax}$$

Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



## ۲- حالت حدی کمانش جانبی-پیچشی:

الف) لزومی به در نظر گرفتن کمانش جانبی-پیچشی نمی باشد  $if \quad l_b \leq l_p$ :

ب)  $if \quad l_p < l_b \leq l_r$ :

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۳) (AISC-2005-F-2-2)

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - \phi F_y S_x) \frac{l_b - l_p}{l_r - l_p} \right] \leq M_p$$

ج)  $if \quad l_b > l_r$ :

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۴) (AISC-2005-F-2-3)

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p$$

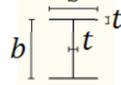
Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran



$l_b$  = فاصله بین دو نقطه که یا در مقابل حرکت جانبی بال فشاری یا در مقابل پیچش مقطع جلوگیری شده اند  
 $F_{cr}$  = تنش کمانش جانبی-پیچشی :

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵) (AISC-2005-F-2-4)

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{l_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + \frac{0.75 \lambda}{S_x h} \frac{Jc}{\left(\frac{l_b}{r_{ts}}\right)^2}}$$



مدول الاستیسیته =  $E$   
 ثابت پیچش =  $J = \sum bt^3$

مدول مقطع حول محور X =  $S_x$   
 فاصله مرکز به مرکز بال ها =  $h$ .

$r_{ts}$  = شعاع ژیراسیون ناحیه فشاری مقطع حول محور y

و به صورت محافظه کارانه خواهد بود اگر :

عبارت زیر رادیکال = ۱



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

$$(r_{ts})^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad \text{رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۸) (AISC-2005-F-2-7)}$$

$$c = \begin{cases} 1 & \text{برای مقطع I-شکل با دو محور تقارن (AISC-2005-F-2-8-a)} \\ \frac{h}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}} & \text{(ایران بدون رابطه) (AISC-2005-F-2-8-b)} \end{cases}$$

$I_y$  = ممان اینرسی مقطع حول محور y

$C_w$  = ثابت پیچش تابیدگی (به صورت  $C_M$  در صفحه ۳۱ کتاب اشتال (سبز))

$$C_w = \frac{I_y h^3}{\xi}$$

برای مقطع I-شکل با دو محور تقارن :

$$(r_{ts})^2 = \frac{I_y h}{2 S_x}$$

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۱۰) برای مقطع I-شکل با دو محور تقارن :  
 (AISC بدون رابطه)



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

همچنین می توان به صورت محافظه کارانه،  $r_{ts}$  را برابر شعاع ژیراسیون مقطعی شامل بال فشاری به اضافه  $1/6$  جان (یا  $1/3$  جان فشاری) حول محور  $y$  در نظر گرفت:

$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{ht_w}{b_f t_f} \right)}}$$

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۱۱) (AISC بدون رابطه)

در آخرین رابطه، در ادامه رابطه، تساوی  $0.3 b_f \cong$  در آیین نامه ایران وجود دارد که در AISC موجود نیست.



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

$l_b$  = حداکثر طول مهار نشده عضو که در آن حالت حدی تسلیم حاکم است:

$$l_p = 1.77 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۶) (AISC-2005-F-2-5)

$r_y$  = شعاع ژیراسیون مقطع حول محور  $y$   
 $l_r$  = حداکثر طول مهار نشده عضو که در آن حالت حدی کمانش جانبی-پیچشی حاکم است:

رابطه (ایران-۱۳۸۷-۱۰-۲-۵-۷) (AISC-2005-F-2-6)

$$l_r = 1.9 r_{ts} \frac{E}{F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 1.77 \left( \frac{F_y}{E} \times \frac{S_x h}{Jc} \right)^2}}$$



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan



تمرین شماره ۶: مسائل تمرین شماره ۶ را حل  
نمایید.



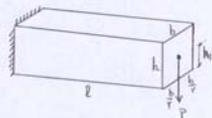
Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan

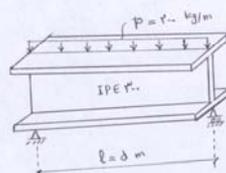


موضوع: تمرین شماره ۶  
موضوع: مسائل تمرین شماره ۶ را حل  
نمایید.

مشکل اول: مساله تعیین بارها و بزرگترین لحظه برکات منطبق با این - یعنی بر شکل زیر -



مشکل دوم: مساله تعیین بارها و بزرگترین لحظه برکات منطبق با این - یعنی بر شکل زیر -



Mehrdad Hejazi, Depa

Iran  
University of Isfahan

## Torsional and Lateral-Torsional Buckling of Beams

# End



Mehrdad Hejazi, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

University of Isfahan