فصل پنجم

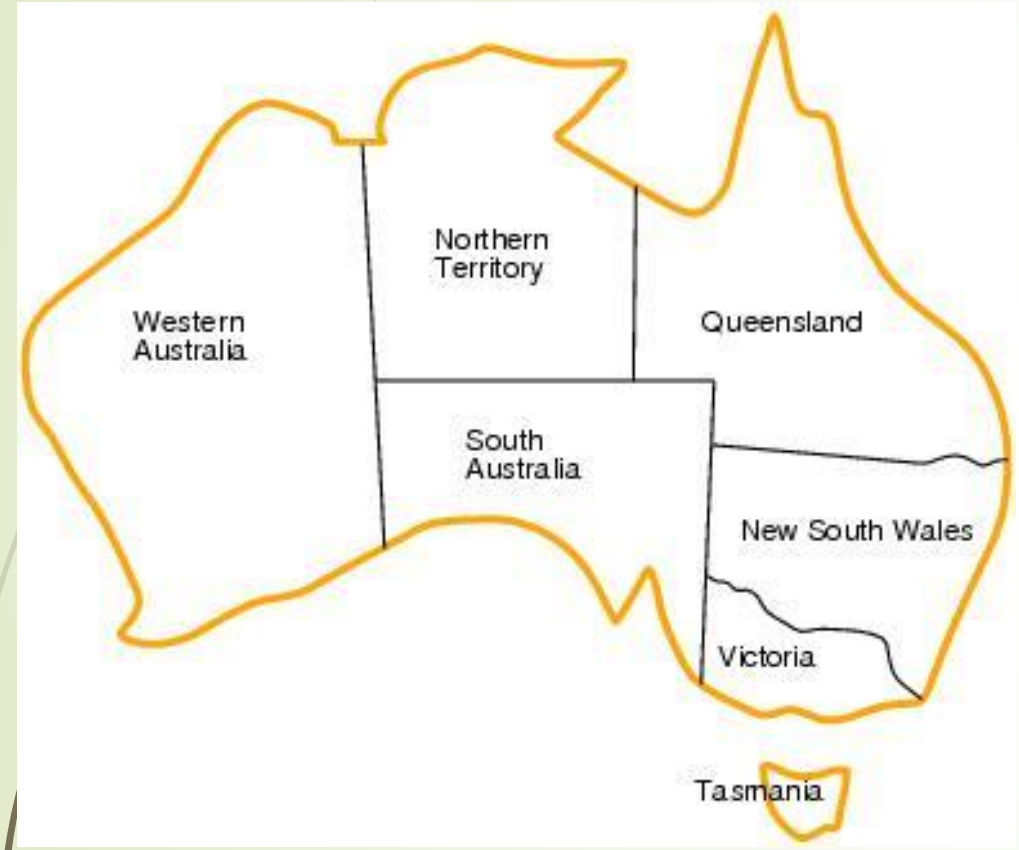
مسائل ارضای محدودیت

constraint satisfaction problem

مسایل ارضای محدودیت

- ارضای محدودیت (CSP) چیست؟
  - مجموعه متناهی از متغیرها؛ X1, X2, …, Xn
  - مجموعه متناهی از محدودیتها؛ C1, C2, …, Cm
  - دامنه های ناتهی برای هر یک از متغیرها؛ DX1,DX2,…,DXn
  - هر محدودیت Ci شامل زیرمجموعه ای از متغیرهاست و ترکیبهای ممکنی از مقادیر برای آن زیرمجموعه ها
- هر حالت با انتساب مقادیری به چند یا تمام متغیرها تعریف میشود.
- انتسابی که هیچ محدودیتی را نقض نکند، انتساب سازگار نام دارد.
- انتساب کامل آن است که هر متغیری در آن باشد.
- راه حل CSP یک انتساب کامل و سازگار است یعنی شامل تمام متغیرها است و تمام محدودیتها را برآورده می کند.

مثال CSP: رنگ آمیزی نقشه



متغیرها: WA, NT, Q, NSW, V, SA, T

دامنه: Di = {آبی، سبز، قرمز}

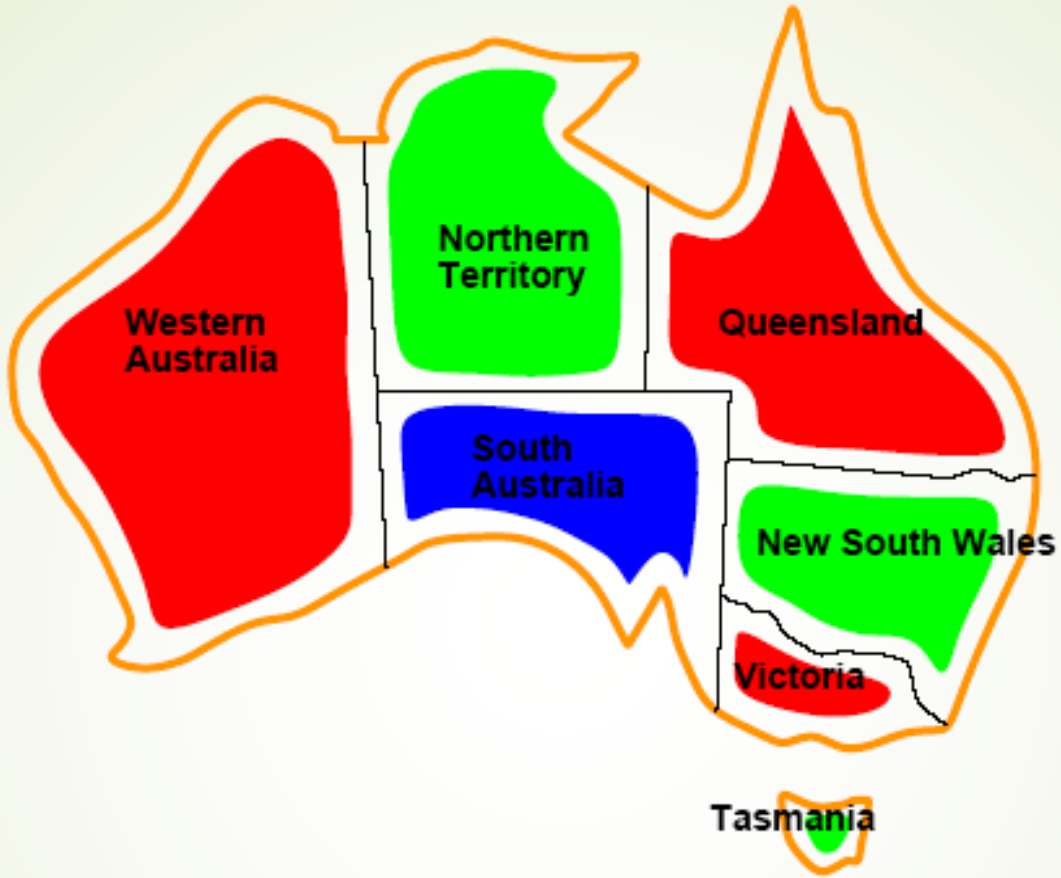
محدودیتها: دو منطقه مجاور، همرنگ نباشند

مثال: *c1 WA ≠ NT c2 WA ≠ SA c3 NSW ≠ V*

WA,NT={(R,B)(R,G),(B,R),(B,G),(G,R),(G,B)}

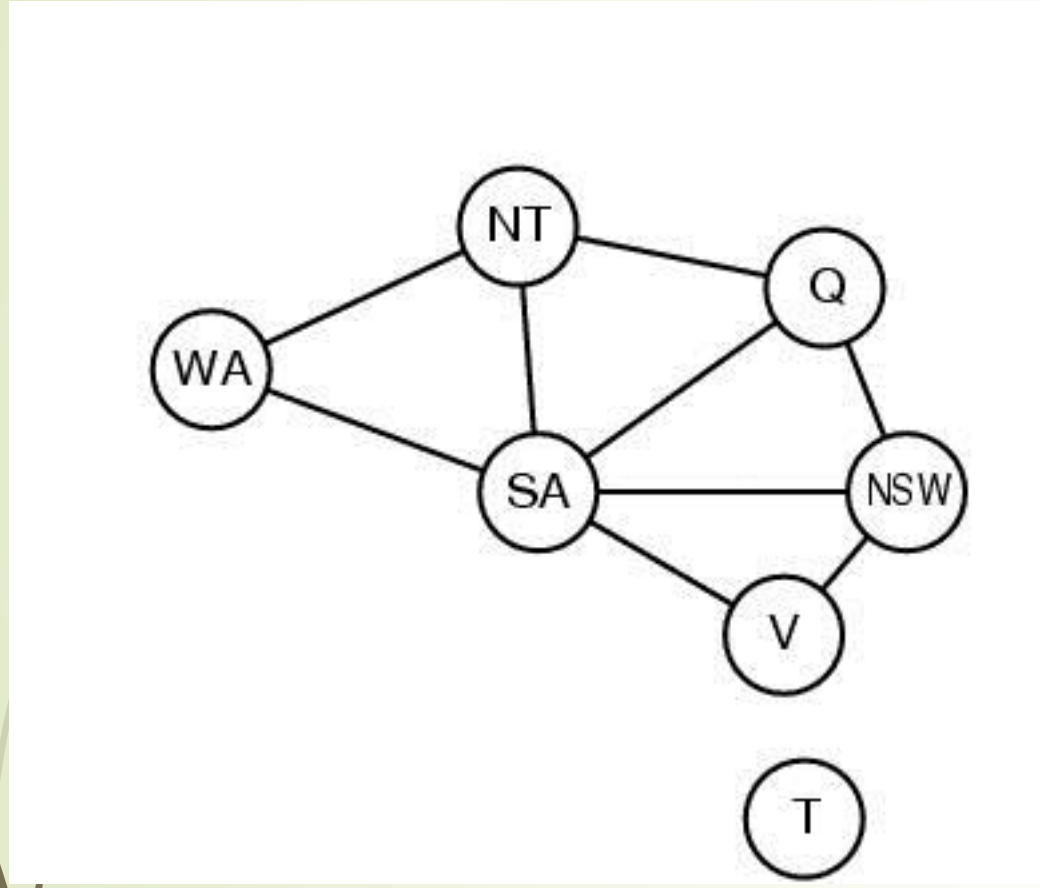
حالت:{ WA=قرمز, NT= سبز , T=سبز,V=قرمز,NSW=سبز,Q=قرمز,SA=آبی }

این حالت هم سازگار و هم کامل است پس یک راه حل است .



راه حل: انتساب مقادیری است که محدودیتها را ارضا کند

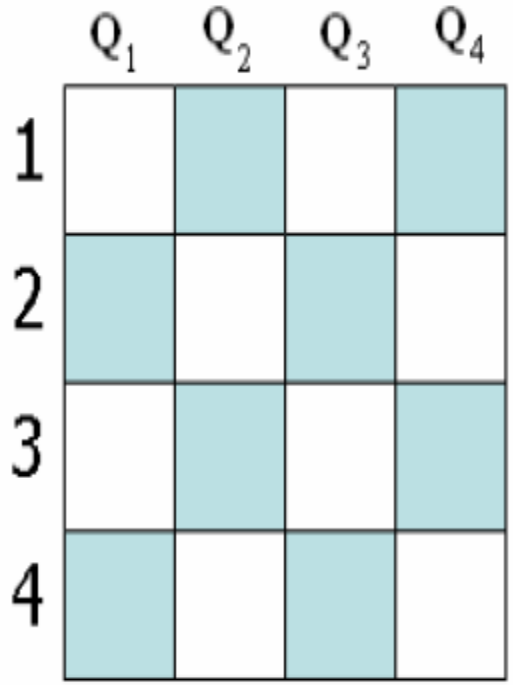
گراف محدودیت



- در گراف محدودیت:
  - گره ها: متغیرها
  - یالها: محدودیتها
- گراف برای ساده تر کردن جست و جو بکار میرود

مثال CSP

مسئله ۴-وزیر :



متغیر ها : $\{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\}$ دامنه : $\{۴،۳،۲،۱\}$

محدودیت ها : وزیر ها نمی توانند در یک سطر یا ستون یا قطر قرار گیرند .

برای Q_1, Q_2 : $\{(۴،۲)(۴،۱)(۳،۱)(۲،۴)(۱،۴)(۱،۳)\}$

مزایای بیان مسئله به صورت csp

1. به دلیل نمایش استاندارد حالت ها (مجموعه متغیر با مقادیرشان) می توان تابع جانشین و تابع هدف را به شکل کلی نوشت به طوری که برای هر csp قابل اعمال باشدو
2. می توان هیوریستیک های کلی و کارایی ایجاد نمود که نیاز به تخصص اضافی در دامنه خاص مسئله نداشته باشد.

فرموله سازی جستجوی استاندارد (افزایشی)

- یک مسئله csp می تواند با استفاده از فرموله سازی افزایشی مانند یک مسئله جستجوی استاندارد ارایه شود.
- نمایش حالتها در CSP از الگوی استانداردی پیروی میکند.
- برای CSP میتوان فرمول بندی افزایشی ارائه کرد:
  - حالت اولیه: انتساب خالی {} که در آن، هیچ متغیری مقدار ندارد
  - تابع جانشین: انتساب یک مقدار به هر متغیر فاقد مقدار، به شرطی که با متغیرهایی که قبلا مقدار گرفتند، متضاد نباشند
  - آزمون هدف: انتساب فعلی کامل است
  - هزینه مسیر: هزینه ثابت برای هر مرحله

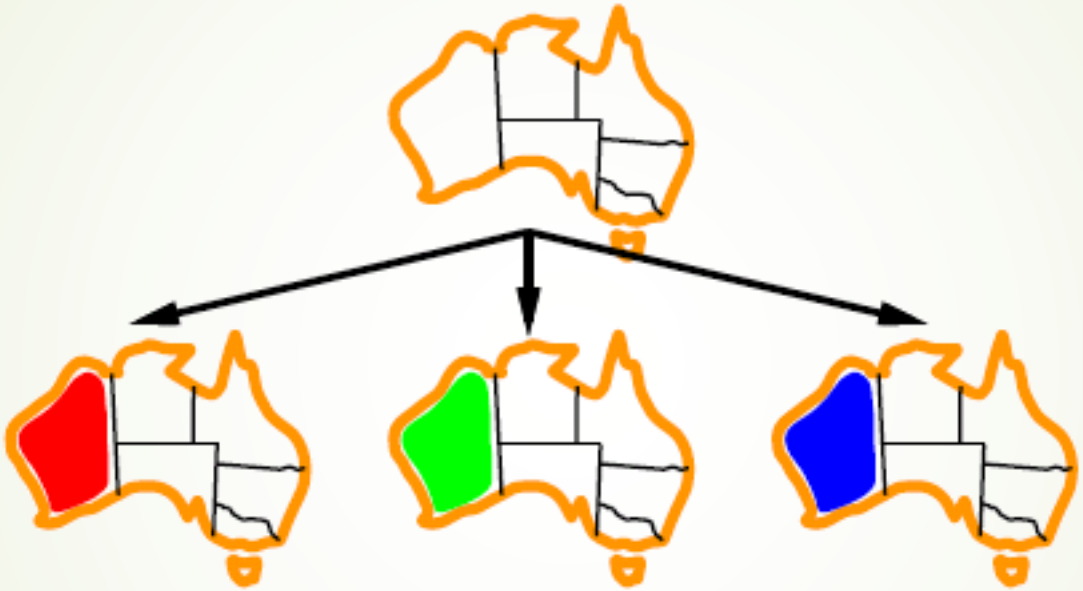
نکته: هر راه حل یک انتساب کامل است لذا اگر در مسئله n متغیر وجود داشته باشد راه حل در عمق n خواهد بود و درخت جستجو دارای عمق n می باشد بنابراین در بین جستجوها ، جستجوی عمقی، مناسب ترین برای حل یک مسئله CSP می باشد البته اگر از فرموله سازی حالت کامل استفاده کنیم الگوریتم های جستجوی محلی نیز می توانند برای مسائل CSP مفید باشند .

جست و جوی عقبگرد برای CSP

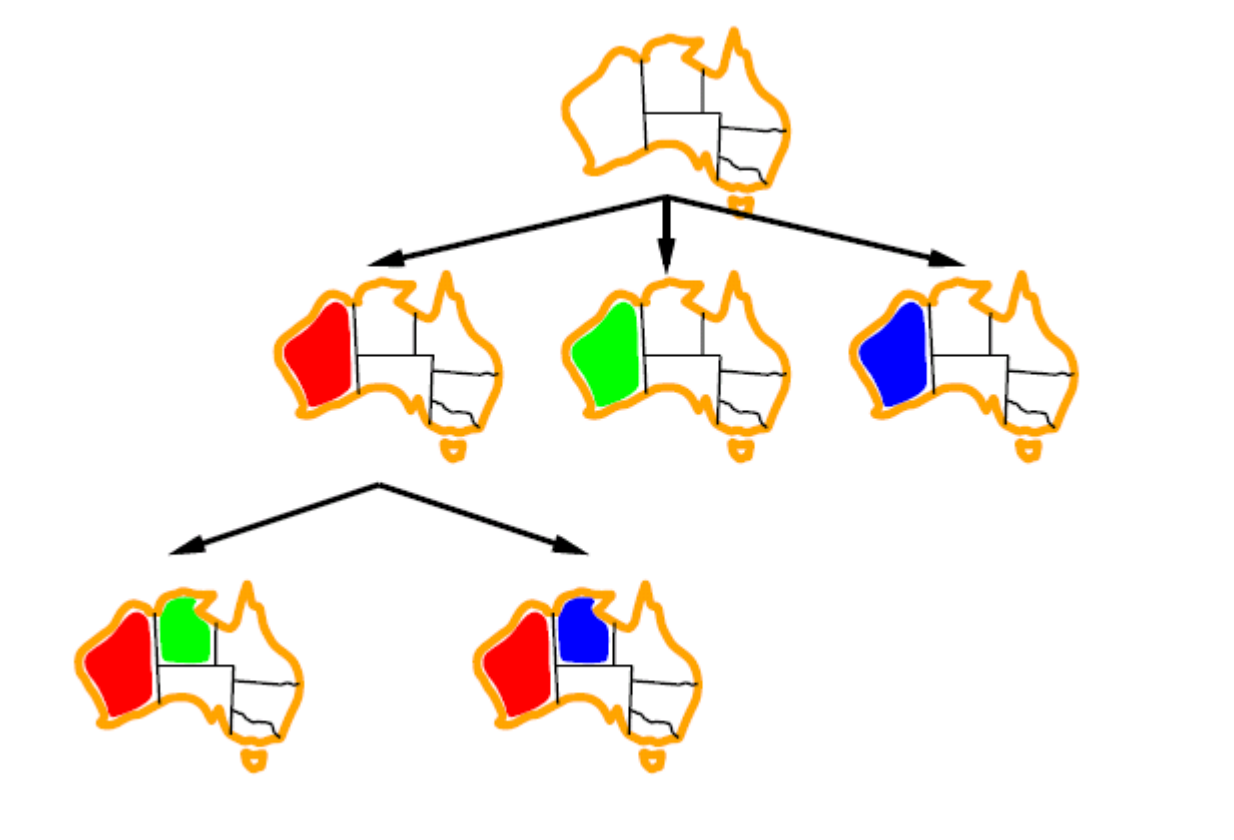
- جست و جوی عمقی
- انتخاب مقادیر یک متغیر در هر زمان و عقبگرد در صورت عدم وجود مقداری معتبر برای انتساب به متغیر
- یک الگوریتم ناآگاهانه است
  - برای مسئله های بزرگ کارآمد نیست

مثال جست و جوی عقبگرد برای CSP

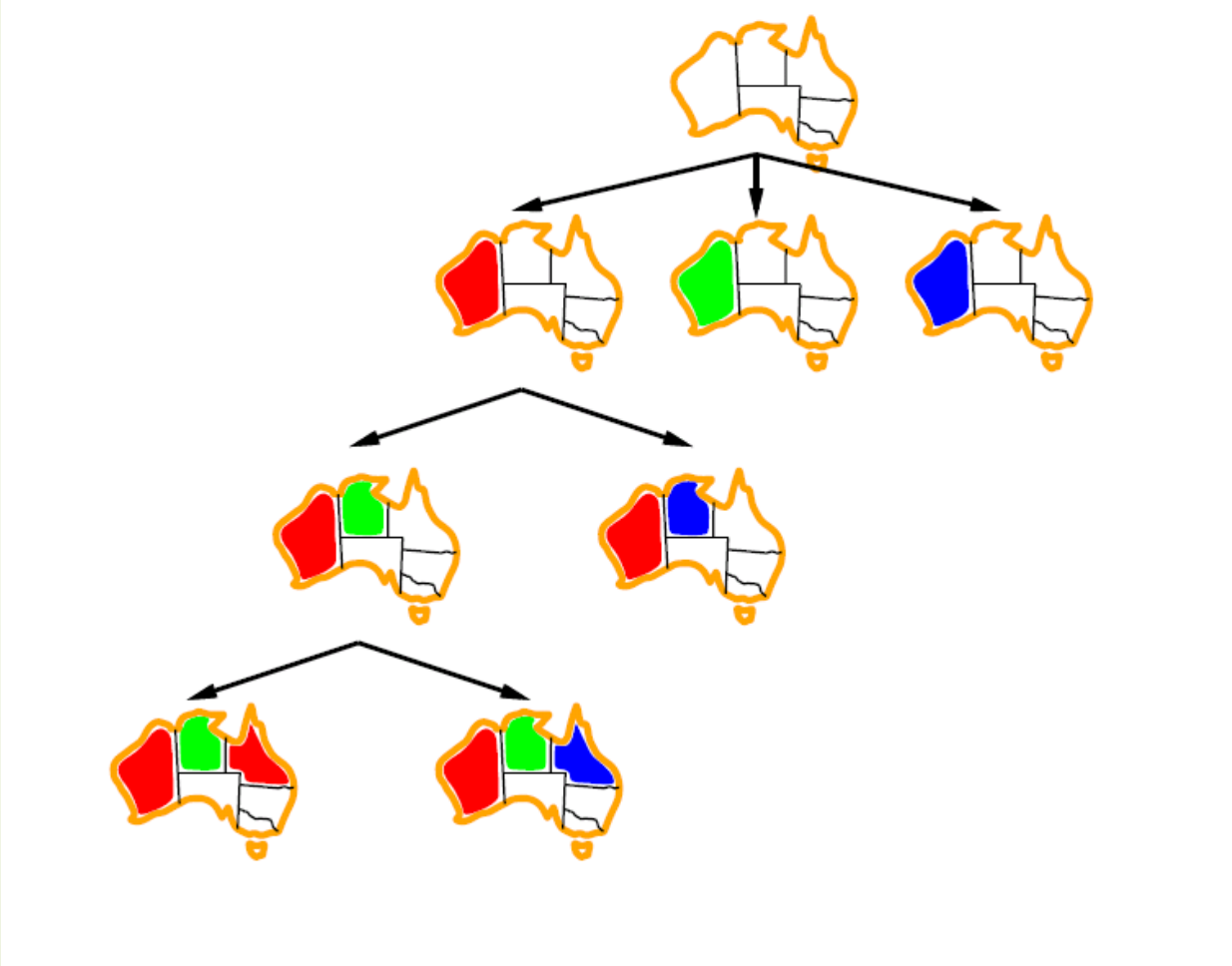
مثال جست و جوی عقبگرد برای CSP



مثال جست و جوی عقبگرد برای CSP

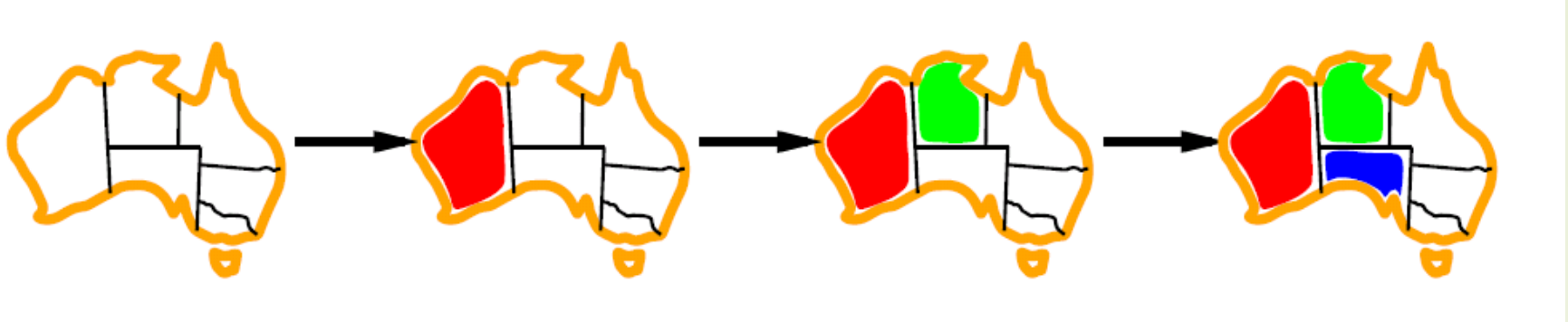


مثال جست و جوی عقبگرد برای CSP



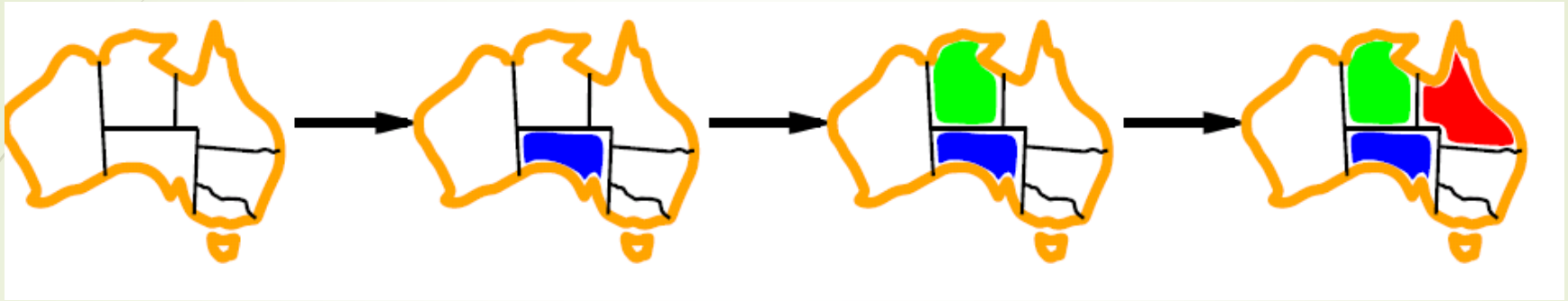
ترتیب انتخاب متغیرها

۱. متغیر با بیشترین محدودیت



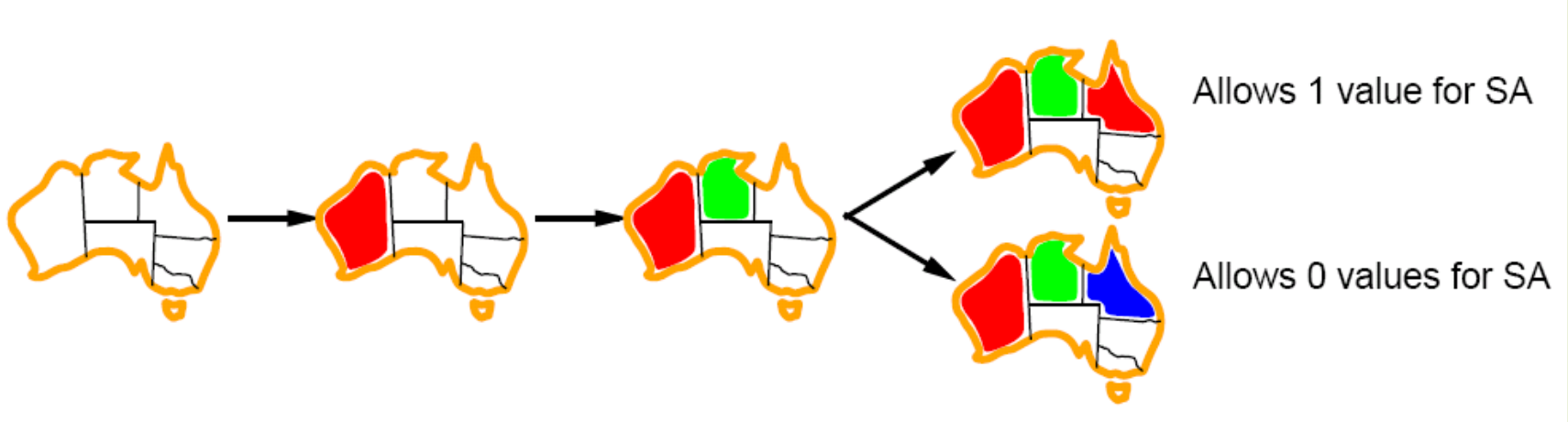
- ایده: متغیری با کمترین مقادیر معتبر را انتخاب کن.
- متغیری انتخاب میشود که به احتمال زیاد، بزودی با شکست مواجه شده و درخت جست و جو را هرس میکند
- هیوریستیک کمترین مقادیر باقیمانده(MRV)

۲. اکتشاف درجه ای



- ایده: متغیر با بیشترین درجه اول انتخاب می شود.
- سعی میکند فاکتور انشعاب را در انتخاب آینده کم کند
- متغیری انتخاب میکند که در بزرگترین محدودیتهای مربوط به متغیرهای بدون انتساب قرار دارد

۳. اکتشاف مقداری باکمترین محدودیت

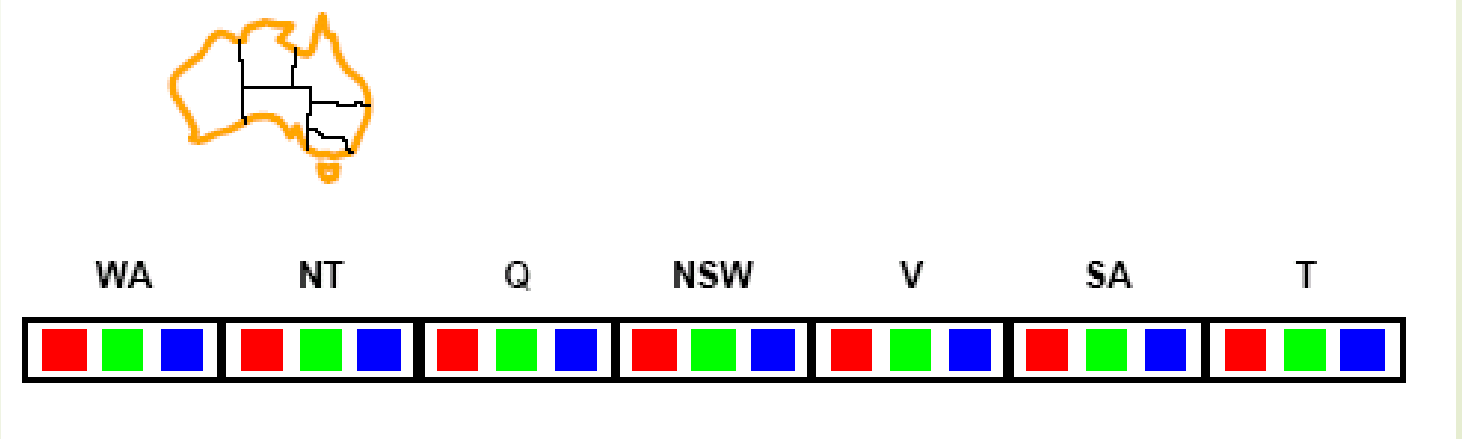


- ایده: متغیری را انتخاب می کند که کمترین مقادیر را از متغیرهای باقیمانده حذف می کند.
- این روش مقداری را ترجیح میدهد که در گراف محدودیت، متغیرهای همسایه به ندرت آن را انتخاب میکنند
- سعی بر ایجاد بیشترین قابلیت انعطاف برای انتساب بعدی متغیرها

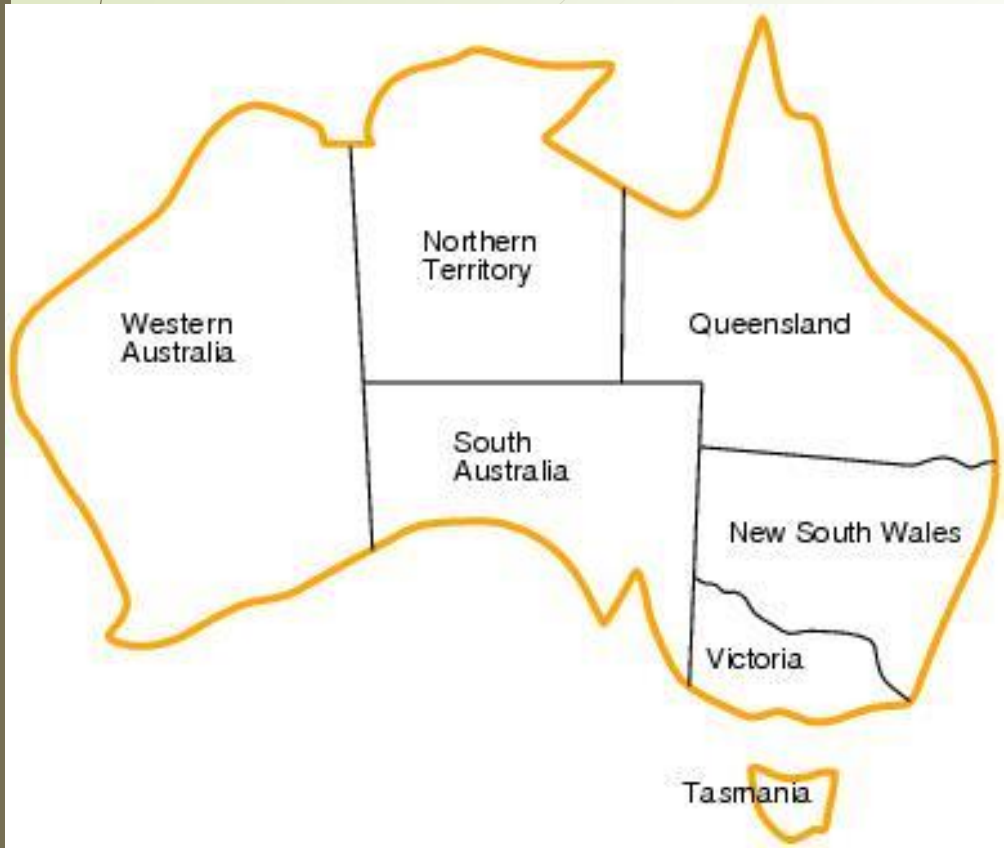
بررسی پیشرو

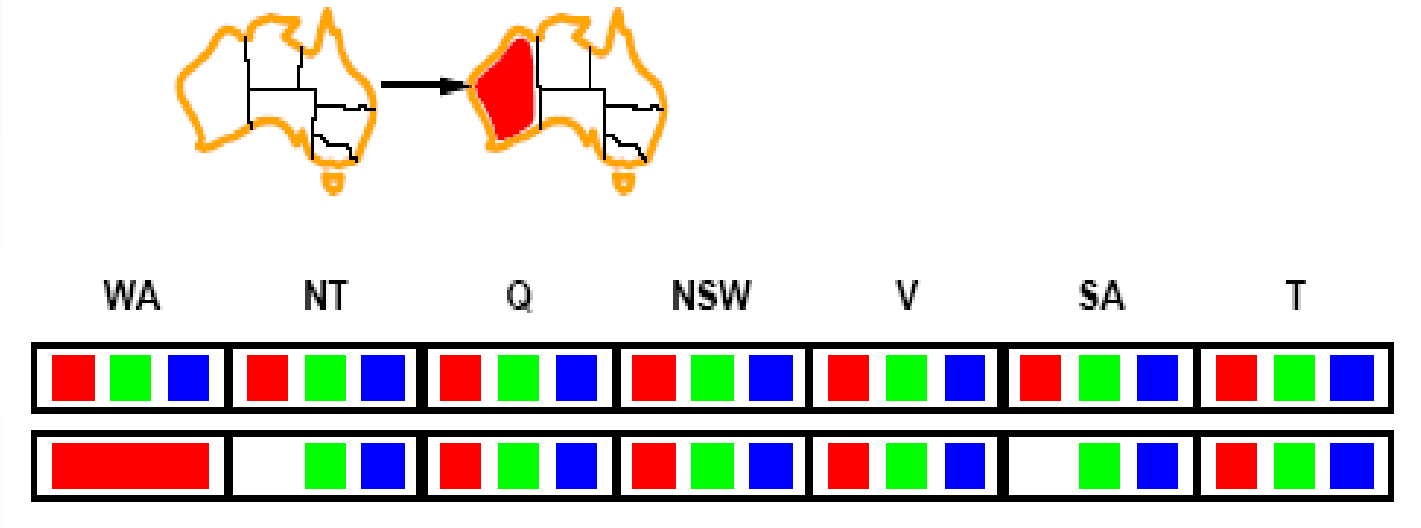
- وقتی انتساب به X صورت میگیرد، فرایند بررسی پیشرو، متغیرهای بدون انتساب مثل Y را در نظر میگیرد که از طریق یک محدودیت به X متصل است و هر مقداری را که با مقدار انتخاب شده برای X برابر است، از دامنه Y حذف میکند

- ایده:
- **مراقب مقادیر مجاز باقیمانده برای متغیرهای بدون مقدار باش.**
- **زمانی که یک متغیر هیچ مقدار مجاز باقیمانده ای ندارد، به جستجو پایان بده.**

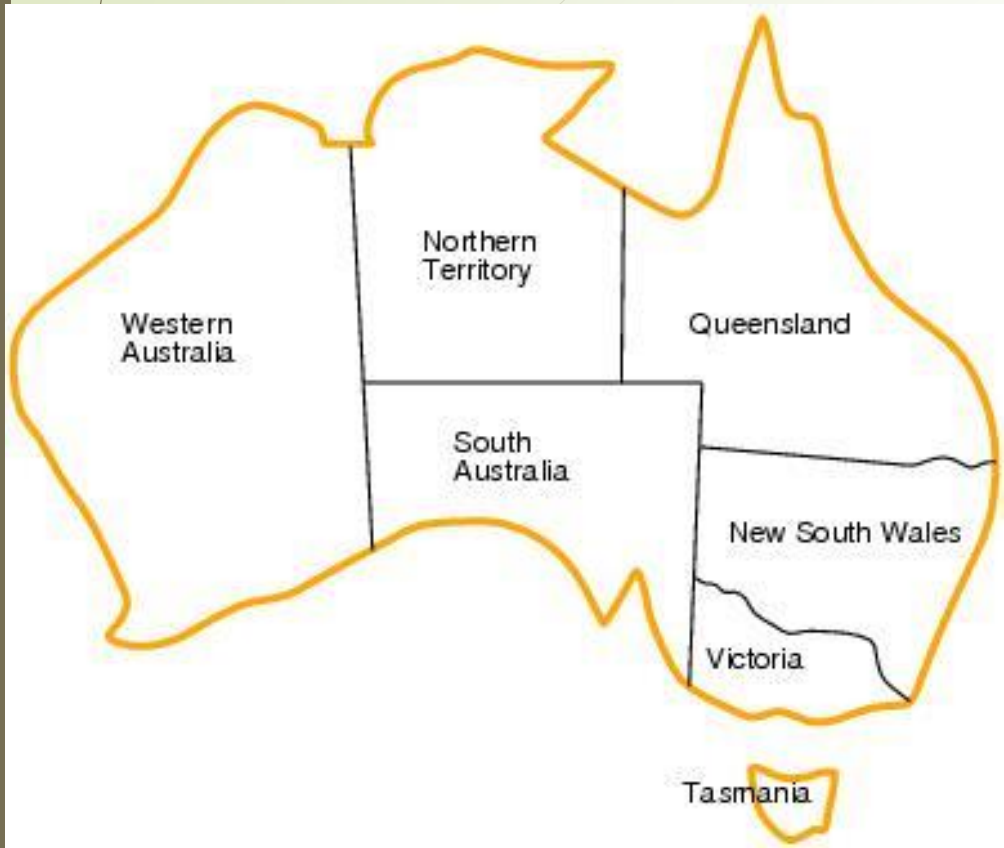


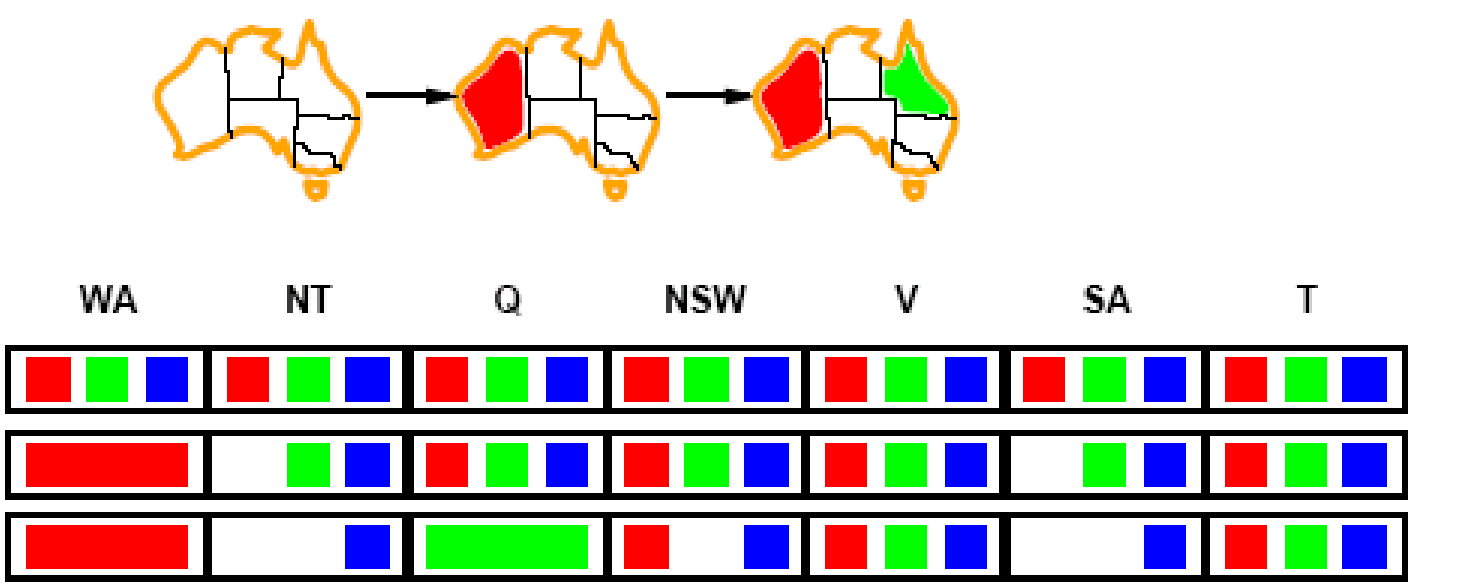
بررسی پیشرو


Northern
Territory
Western
Australia
Queensland
South
Australia
New South Wales
Victoria
Tasmania

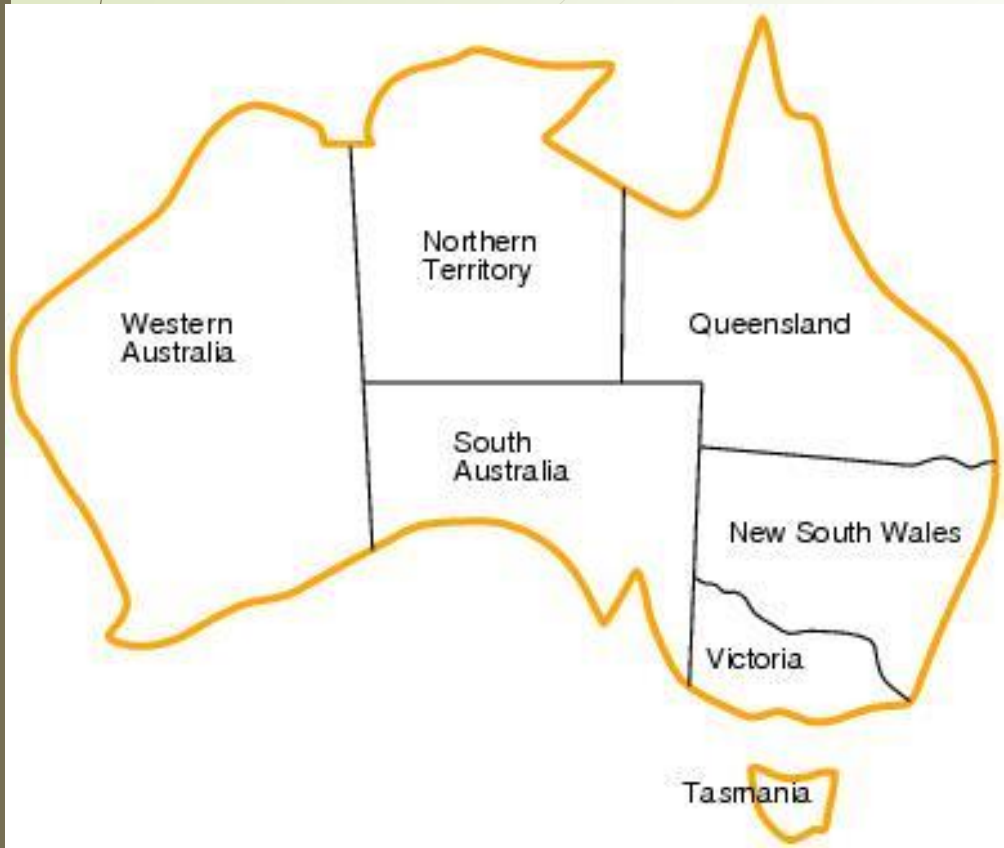

WA
NT
Q
NSW
V
SA
T

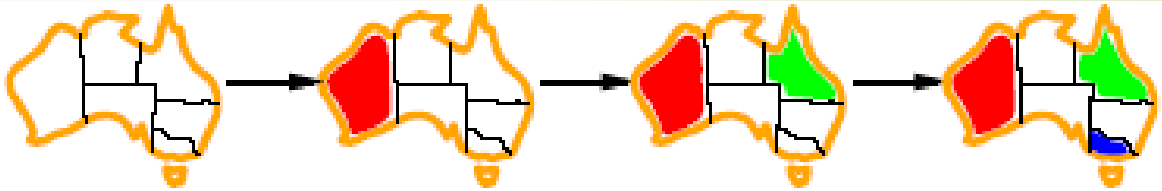
بررسی پیشرو

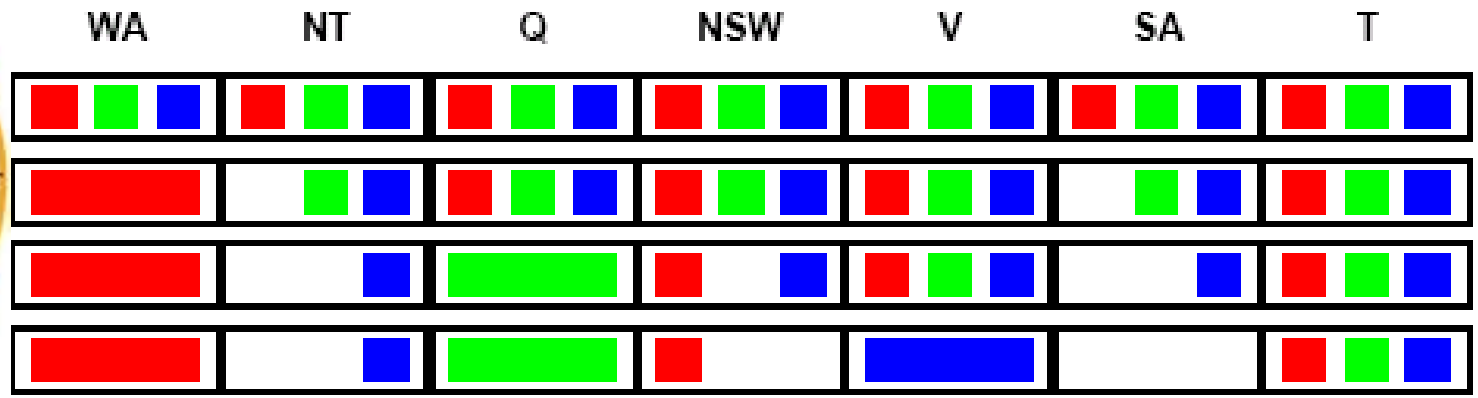

Northern
Territory
Western
Australia
Queensland
South
Australia
New South Wales
Victoria
Tasmania


WA
NT
Q
NSW
V
SA
T

بررسی پیشرو

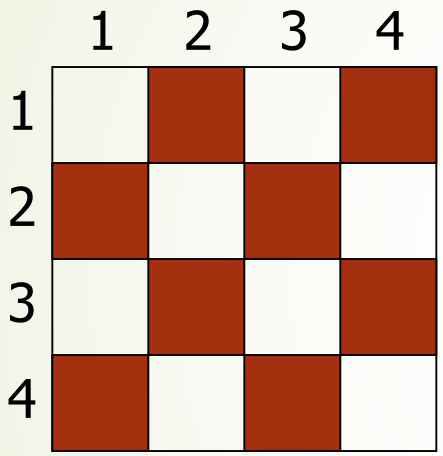


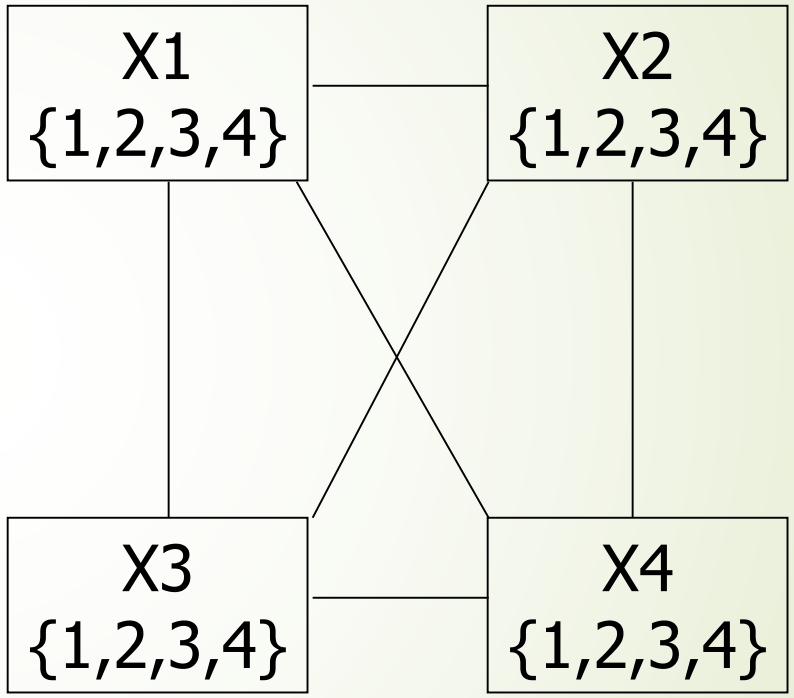




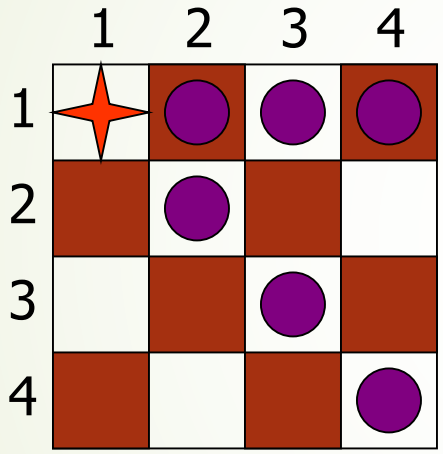
با خالی شدن دامنه SA الگوریتم به عقب بر می گردد.

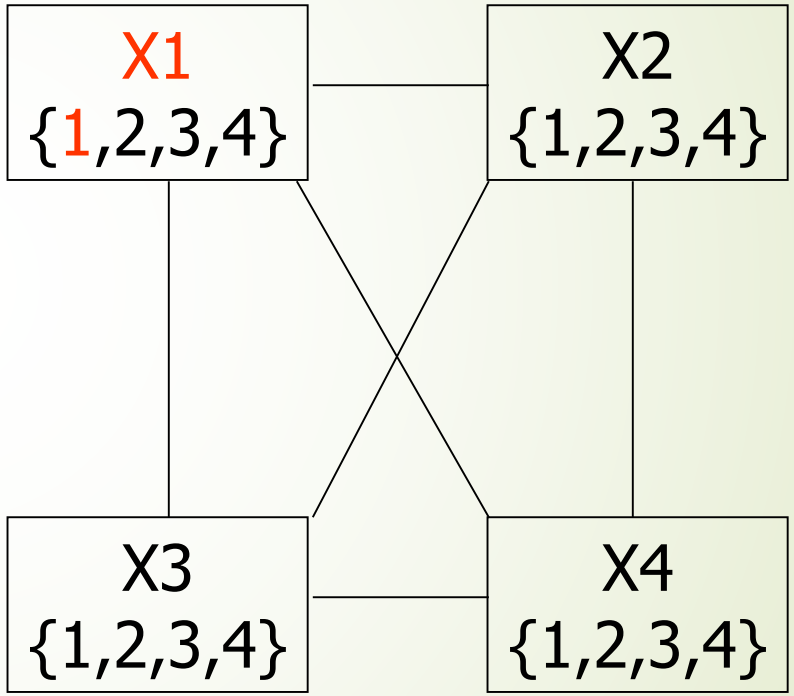
مثال: مسئله ۴–وزیر



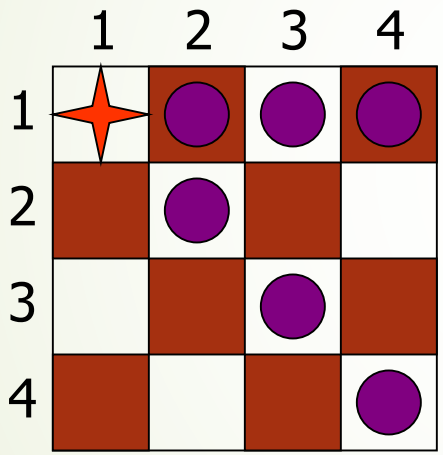


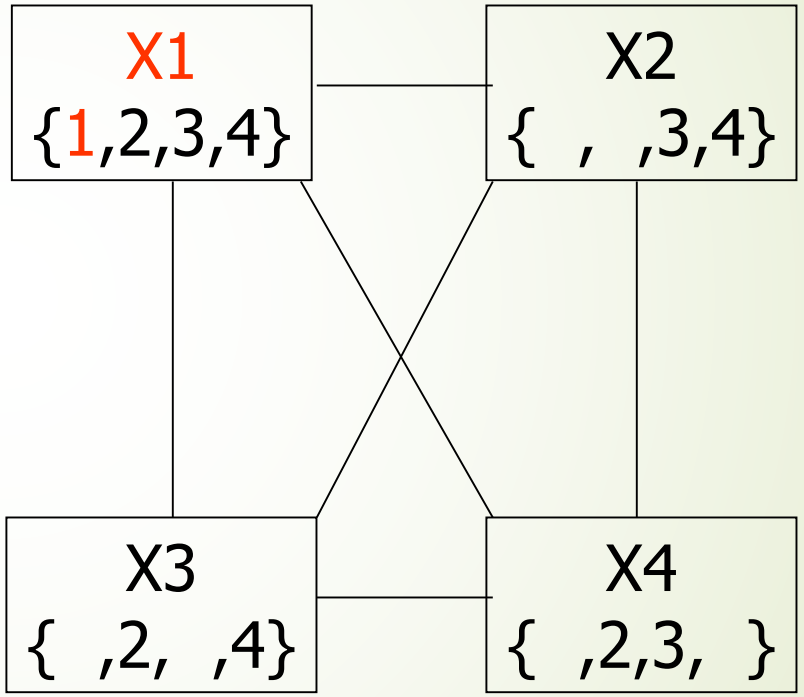
مثال: مسئله ۴–وزیر



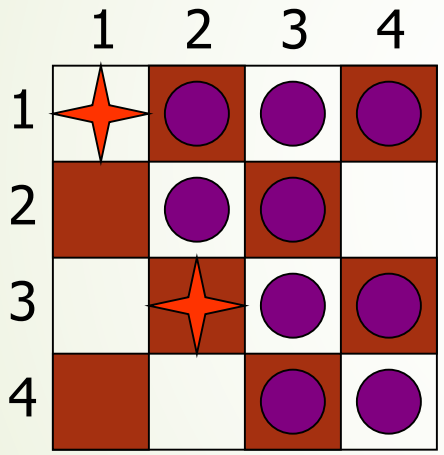


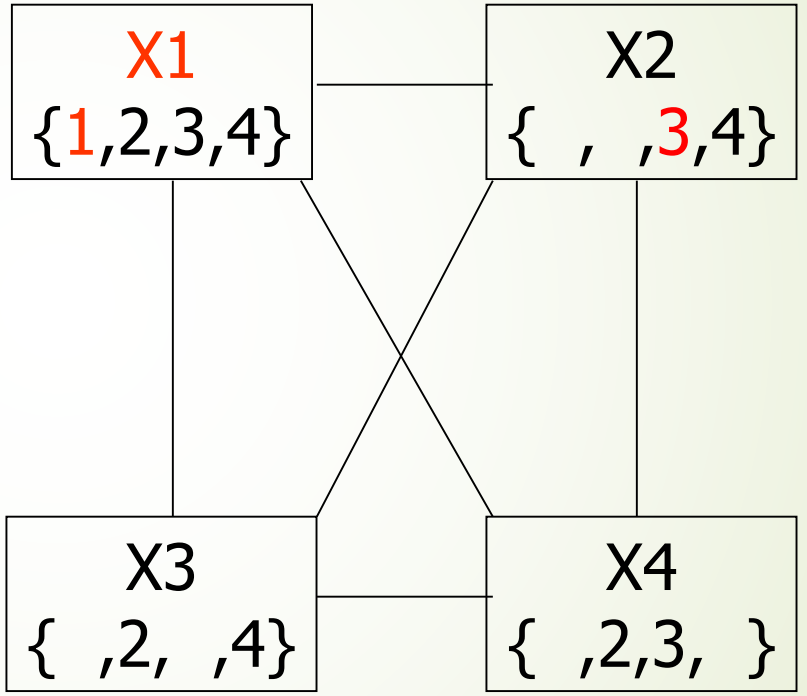
مثال: مسئله ۴–وزیر



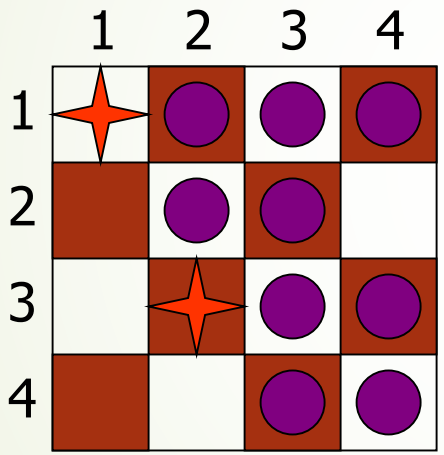


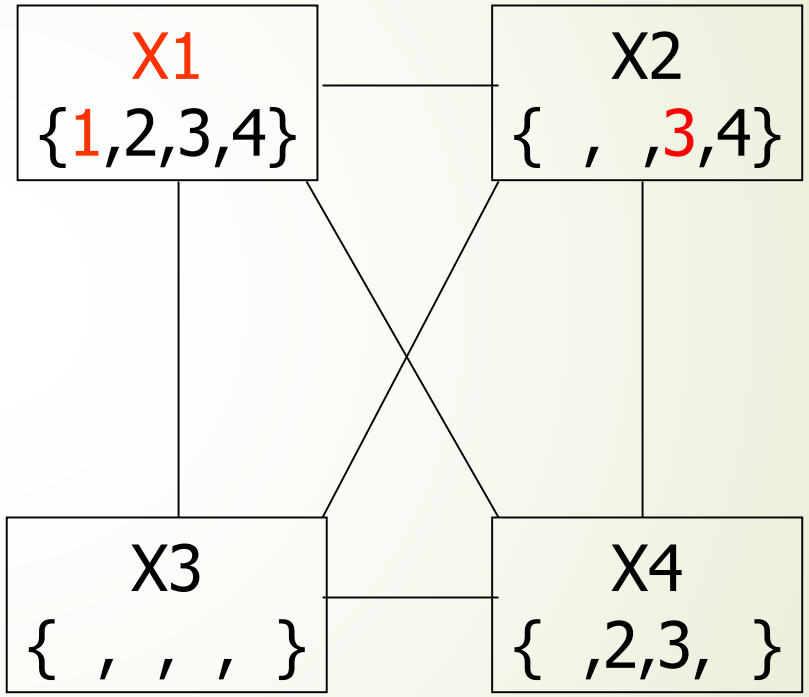
مثال: مسئله ۴–وزیر



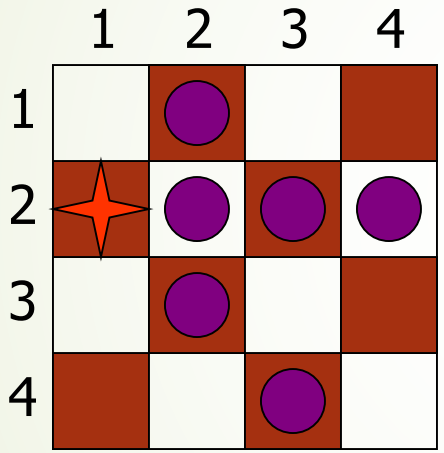


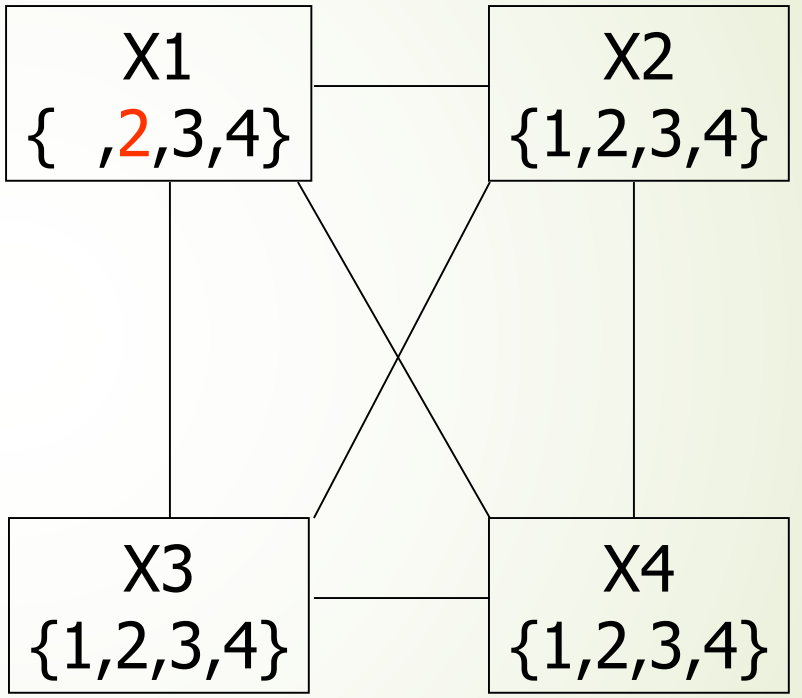
مثال: مسئله ۴–وزیر



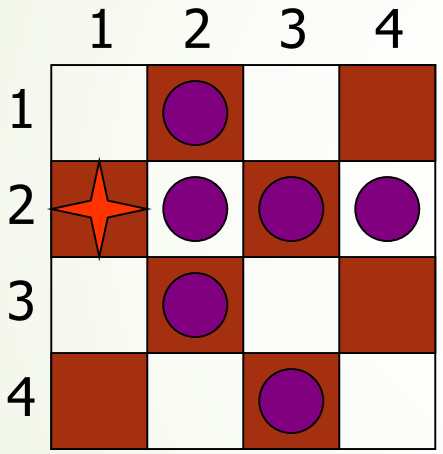


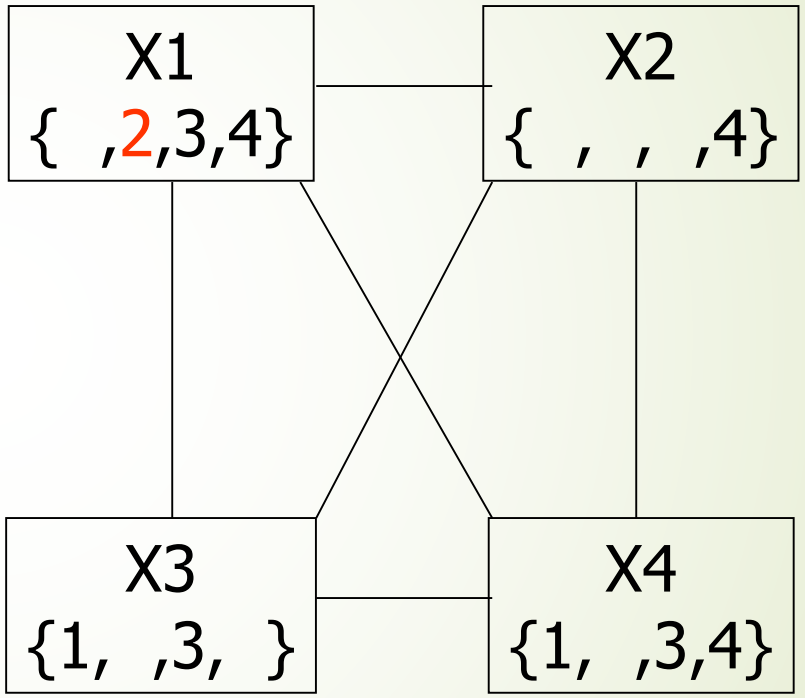
مثال: مسئله ۴–وزیر



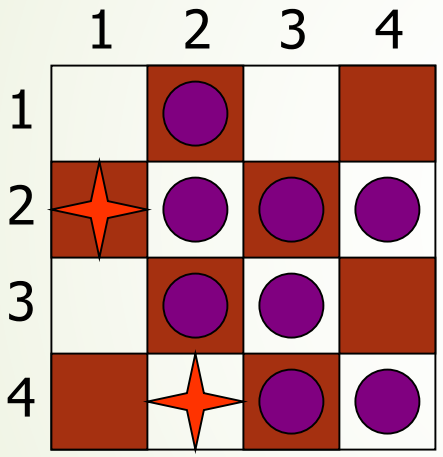


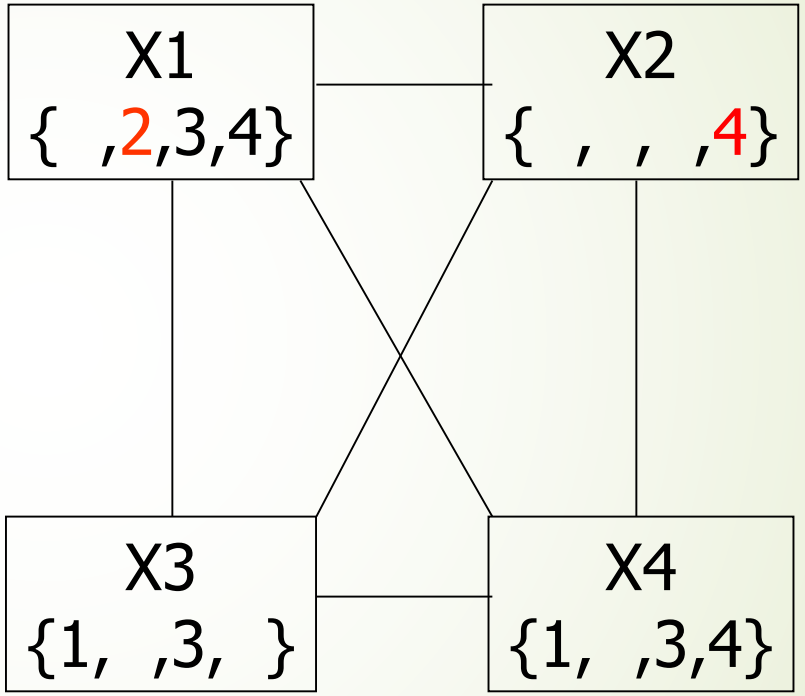
مثال: مسئله ۴–وزیر



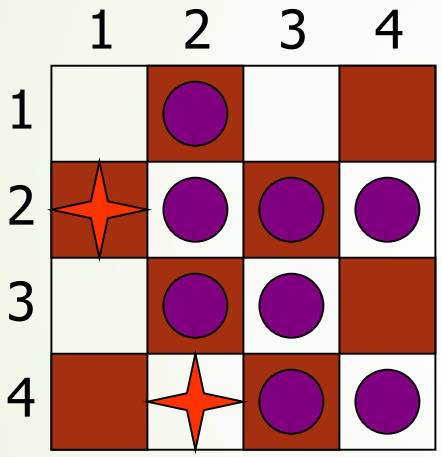


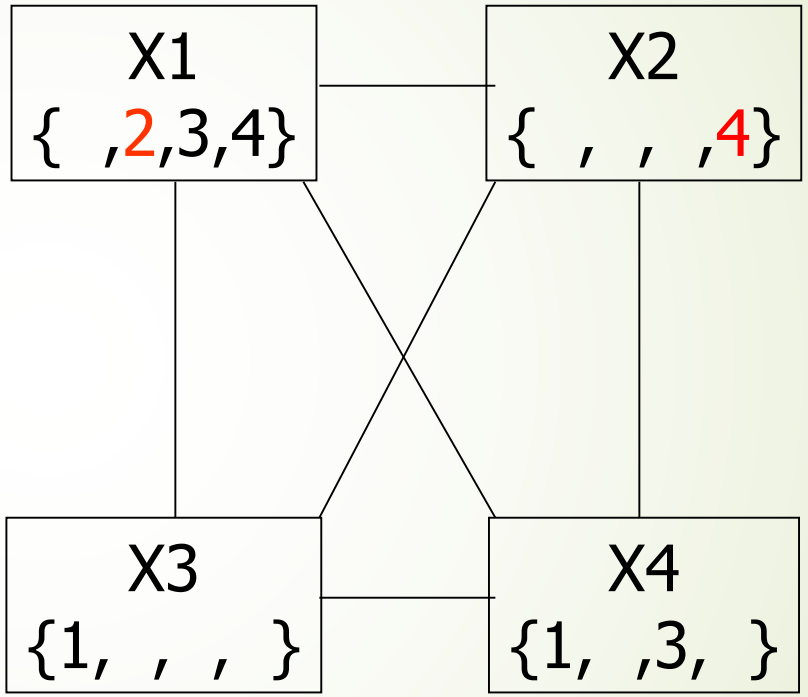
مثال: مسئله ۴–وزیر



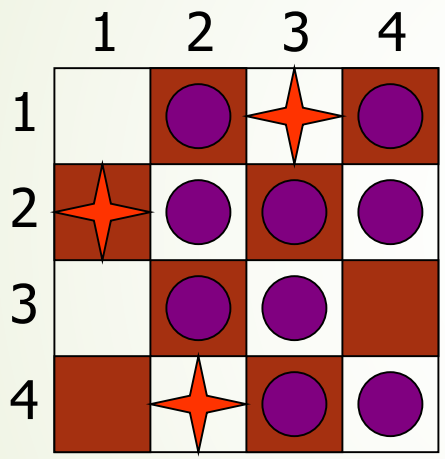


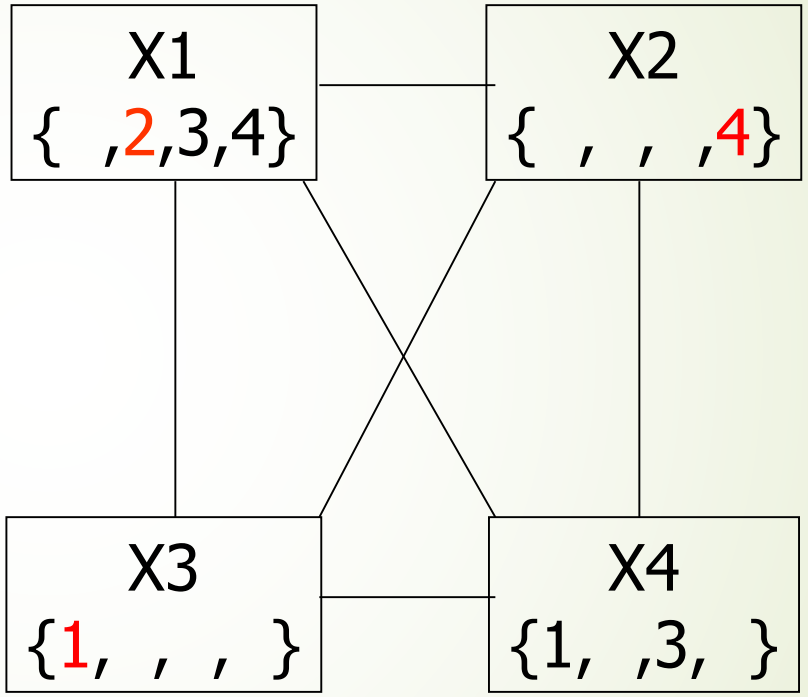
مثال: مسئله ۴–وزیر



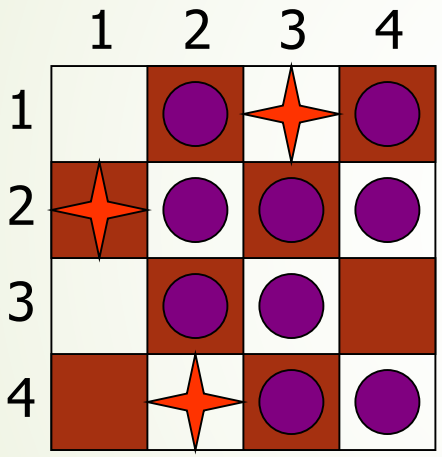


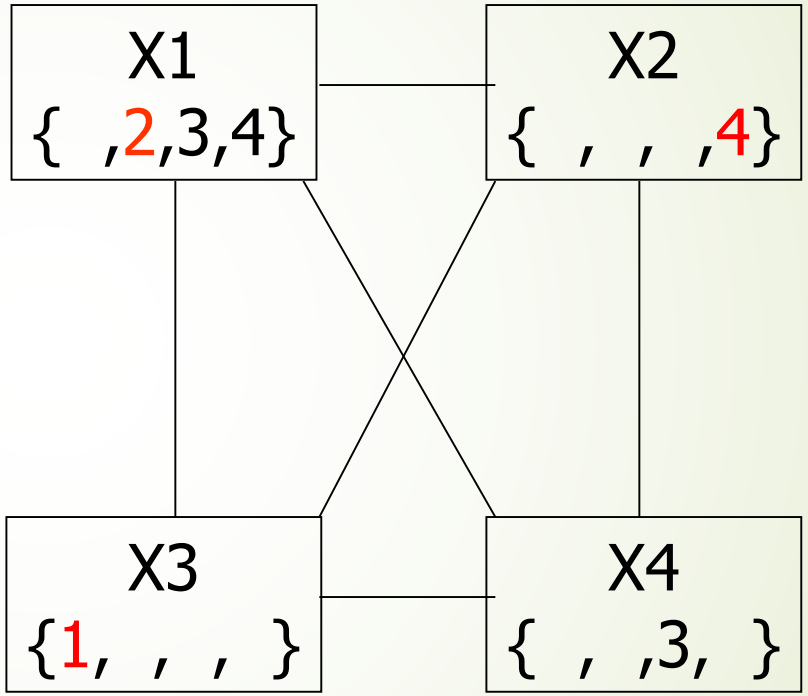
مثال: مسئله ۴–وزیر



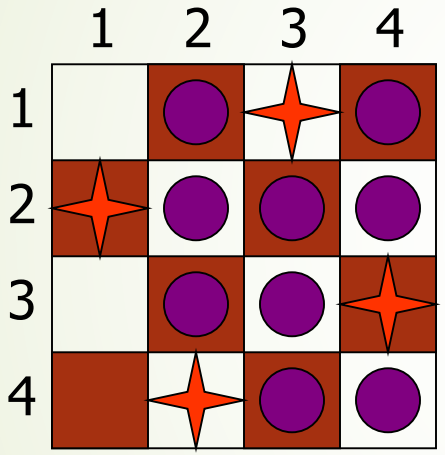


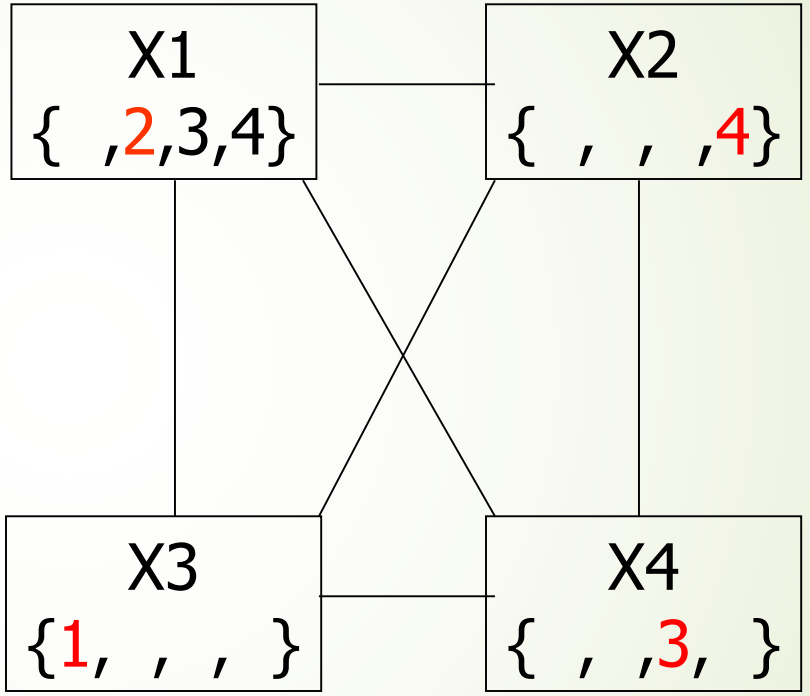
مثال: مسئله ۴–وزیر





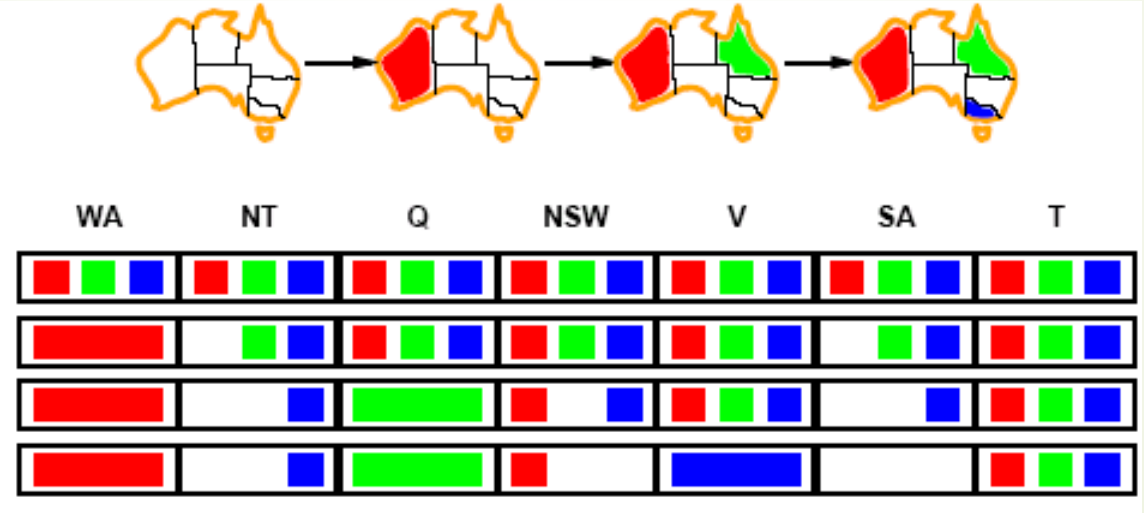
مثال: مسئله ۴–وزیر





پخش محدودیت

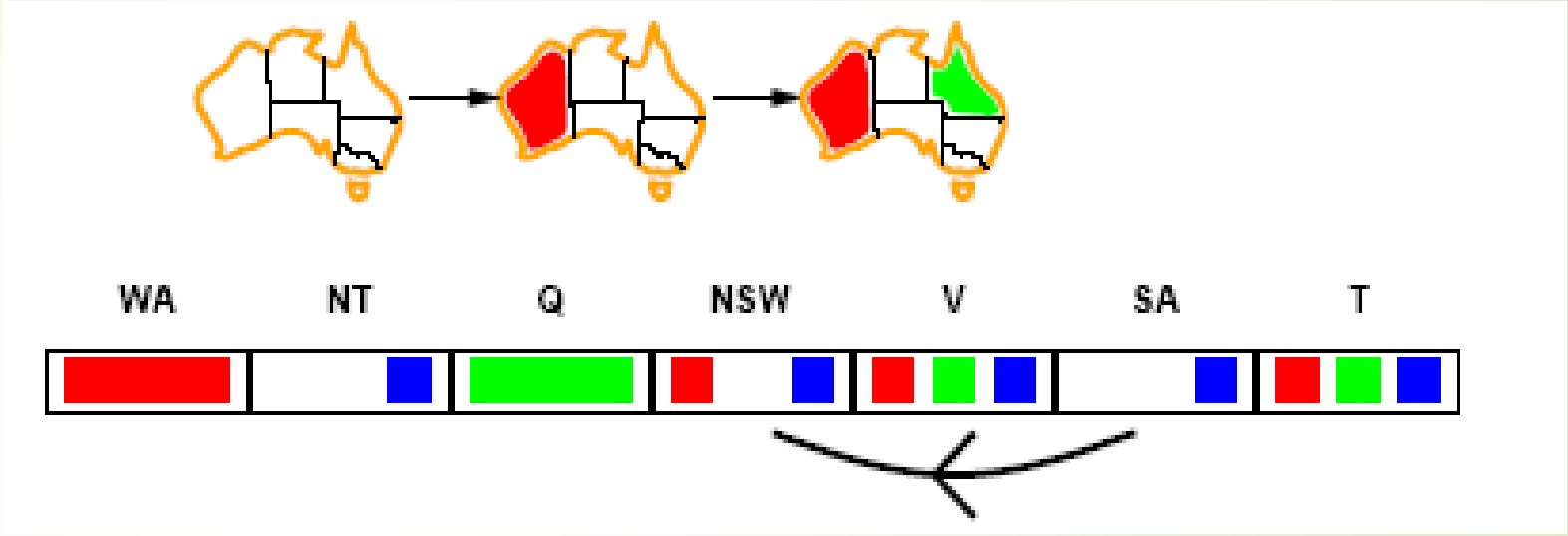
- بررسی پیش رو تناقضات را سریع تر از جستجوی عقبگرد تشخیص می دهد اما همه ناسازگاری ها را تشخیص نمی دهد.
- پخش الزام محدودیتهای یک متغیر به متغیرهای دیگر
  - مثال: پخش محدودیتهای WA و Q به NT و SA



سازگاری یال

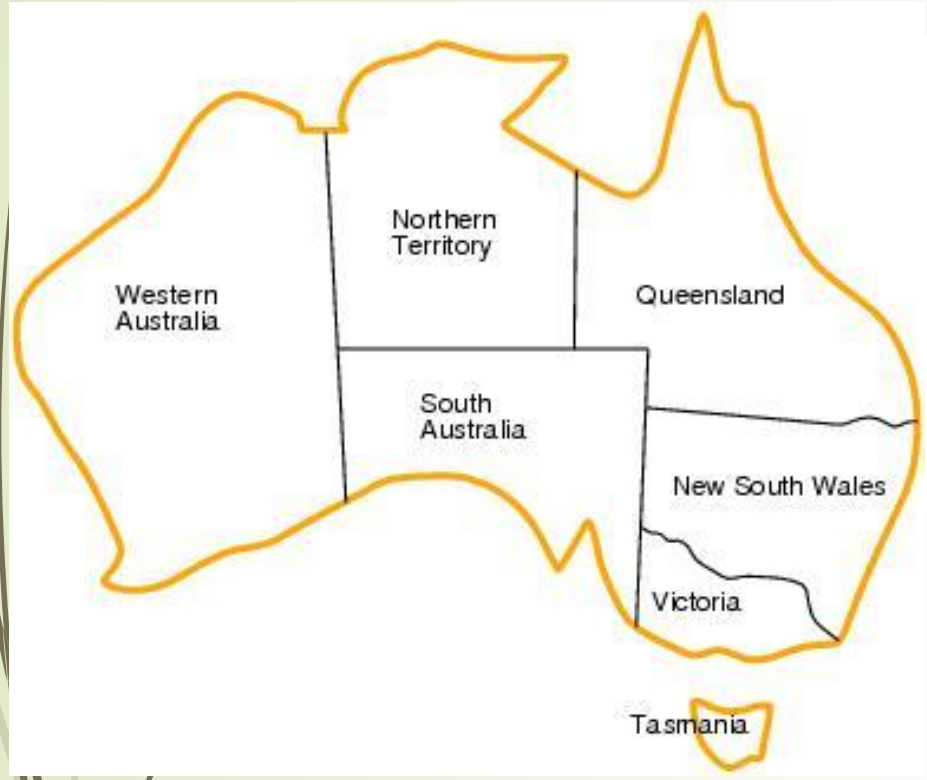
- روش سریعی برای پخش محدود و قویتر از بررسی پیشرو
- یال؛ یال جهت دار در گراف محدودیت
- بررسی سازگاری یال
  - یک مرحله پیش پردازش، قبل از شروع جستجو
  - یک مرحله پخشی پس از هر انتساب در حین جستجو

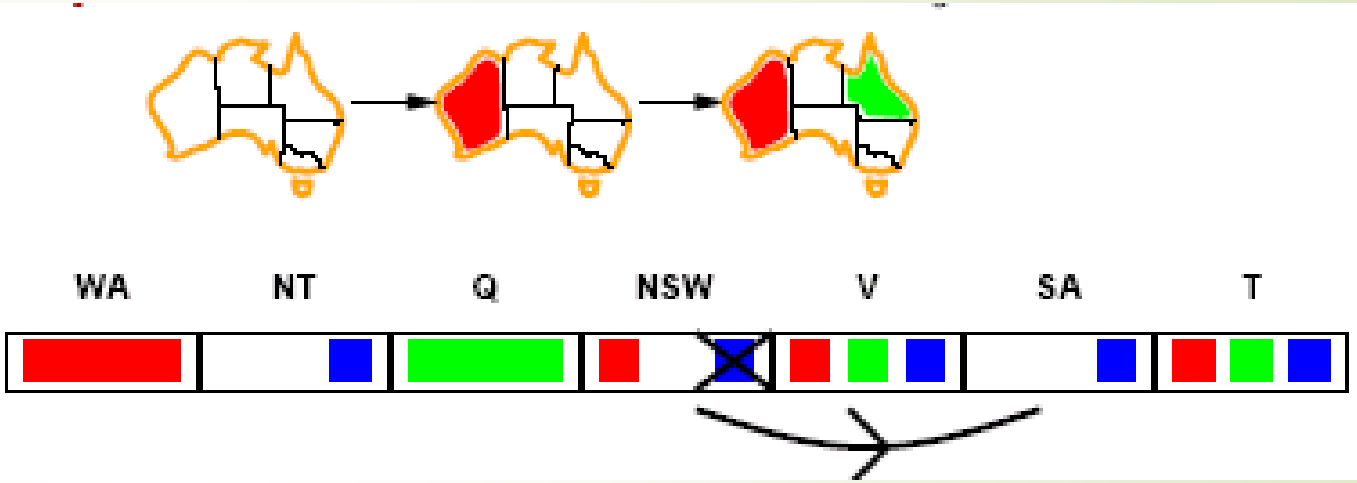
مثال: سازگاری یال



- SA → NSW سازگار است اگر SA=blue and NSW=red

مثال: سازگاری یال

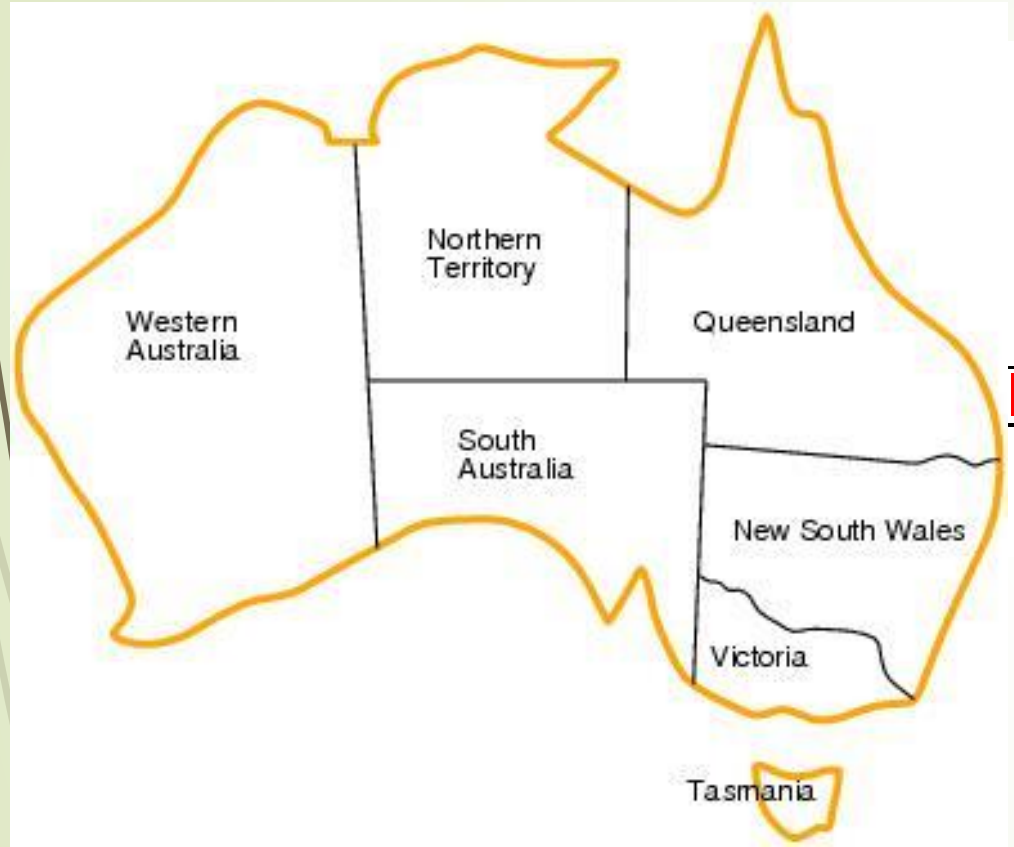


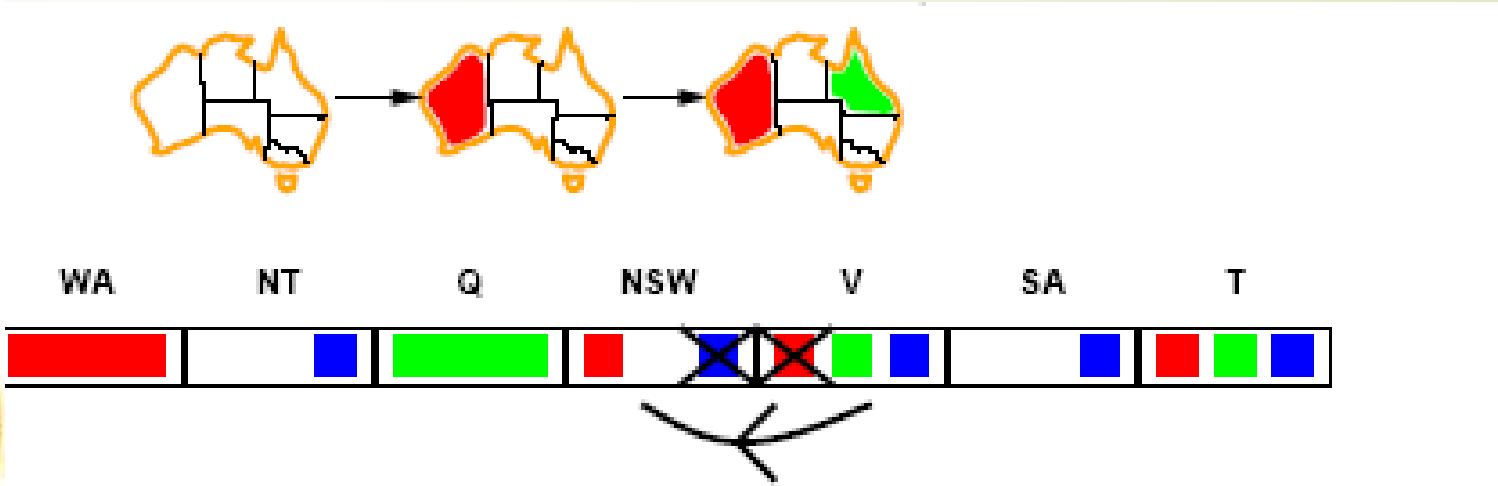


- NSW → SA سازگار است اگر
  SA=blue and NSW=red

- یال میتواند سازگار شود با حذف blue از NSW

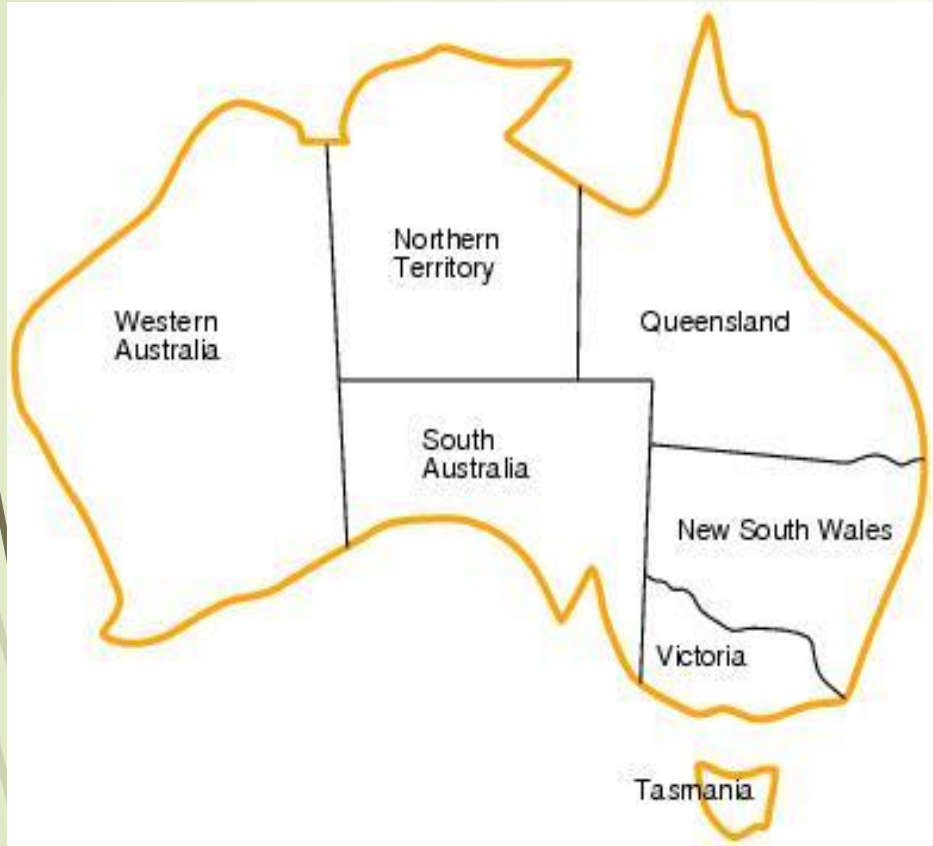
مثال: سازگاری یال

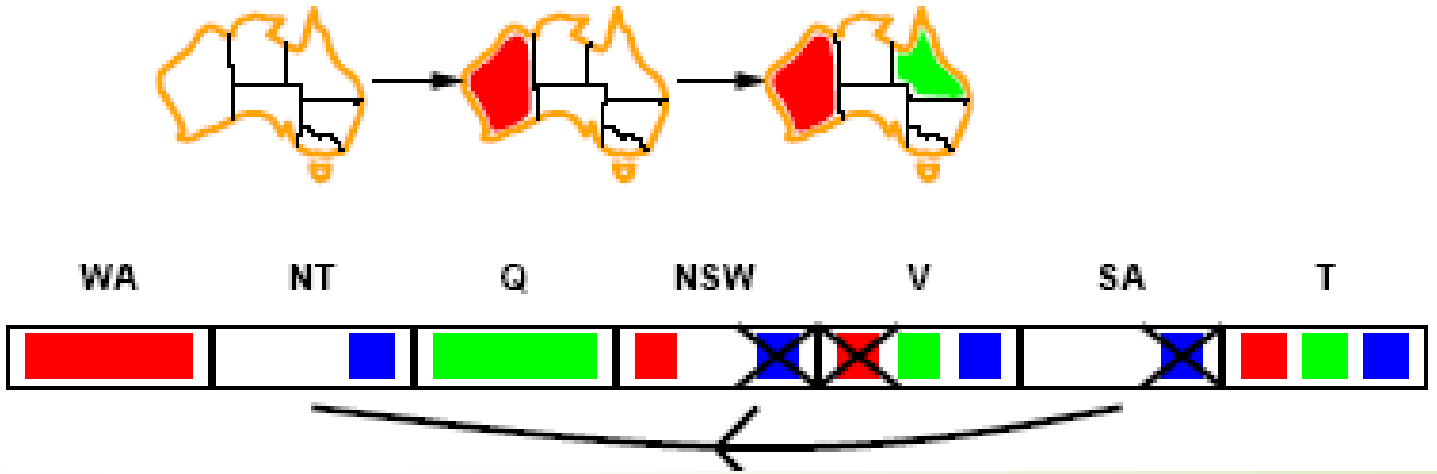




- یال میتواند سازگار شود با حذف blue از NSW
- حذف red از V

مثال: سازگاری یال

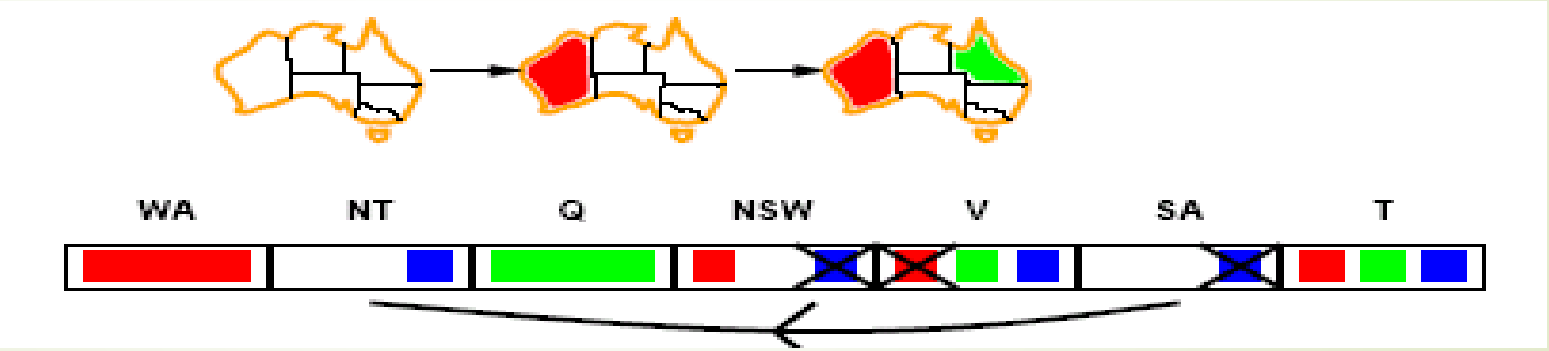




- یال میتواند سازگار شود با حذف blue از NSW
- حذف red از V
- تکرار تا هیچ ناسازگاری باقی نماند

سازگاری K- consistency K

- سازگاری یال تمام ناسازگاریهای ممکن را مشخص نمیکند
- با روش سازگاریK، شکلهای قویتری از پخش را میتوان تعریف کرد
- در صورتی CSP سازگاریK است، که برای هر k-1 متغیر و برای هر انتساب سازگار با آن متغیرها، یک مقدار سازگار، همیشه بتواند به متغیر kام نسبت داده شود



سازگاری K

- بطور مثال:
  - سازگاری۱: هر متغیر با خودش سازگار است(سازگاری گره)
  - سازگاری۲: مشابه سازگاری یال
  - سازگاریk: بسط هر جفت از متغیرهای همجوار به سومین متغیر همسایه(سازگاری مسیر)
- گراف در صورتی قویا سازگارK است که:
  - سازگارk باشد
  - همچنین سازگار1-k و سازگار2-k و... سازگار ۱ باشد
- در این صورت، مسئله را بدون عقبگرد میتوان حل کرد
- پیچیدگی زمانی آن O(nd) است

جست و جوی محلی در مسائل ارضای محدودیت

- بسیاری از CSPها را بطور کارآمد حل میکنند
  - حالت اولیه، مقداری را به هر متغیر نسبت میدهد
  - تابع جانشین، تغییر مقدار یک متغیر در هر زمان
- انتخاب مقدار جدید برای یک متغیر
  - انتخاب مقداری که کمترین برخورد را با متغیرهای دیگر ایجاد کند(اکتشاف برخورد کم)
  - زمان اجرای برخورد کم مستقل از اندازه مسئله است
  - برخورد کم، برای مسئله های سخت نیز کار میکند
- جست و جوی محلی میتواند در صورت تغییر مسئله، تنظیمات Online را انجام دهد

خلاصه

مسایل ارضای محدودیّت ، نوع خاصی از مسایل هستند که در آن ها حالت ها توسط مقدارهای یک مجموعه ی ثابت از متغیّر ها تعریف می شوند . و هدف آزمایش ، توسط محدودیت هایی بر مقدار متغیّرها تعریف می شود . پیمایش معکوس ، جستجوی اوّل – عمق با یک متغیّر انتساب داده شده به هر گره می باشد . مرتب کردن متغیّر و انتخاب ابتکاری مقدارها به طور بسیار مطلوبی به ما کمک می کند . بررسی مستقیم ، از مقداردهی هایی که خرابی آینده را به وجود می آورند یا تضمین می کنند جلوگیری می کند . پخش محدود ، کاری اضافی را برای مقدارهای محدود و کشف ناسازگاری ها ، انجام می دهد . بیان مسأله به صورت مسأله ی ارضای محدودیت ، تحلیل ساختار مسأله را اجازه می دهد . درخت ساختیافته ی مسایل ارضای محدودیت می تواند در زمانی که به صورت خطی می باشد ، حل شود .