گر همچو من افتاده‌ی این دام شوی
ای بس که خراب باده و جام شوی
ما عاشق و رند و مست و عالم سوزیم
با ما منشین اگر نه بدنام شوی

فصل پنجم: تحلیل جرم و انرژی برای حجم کنترل

Mass and Energy Analysis of Control Volumes

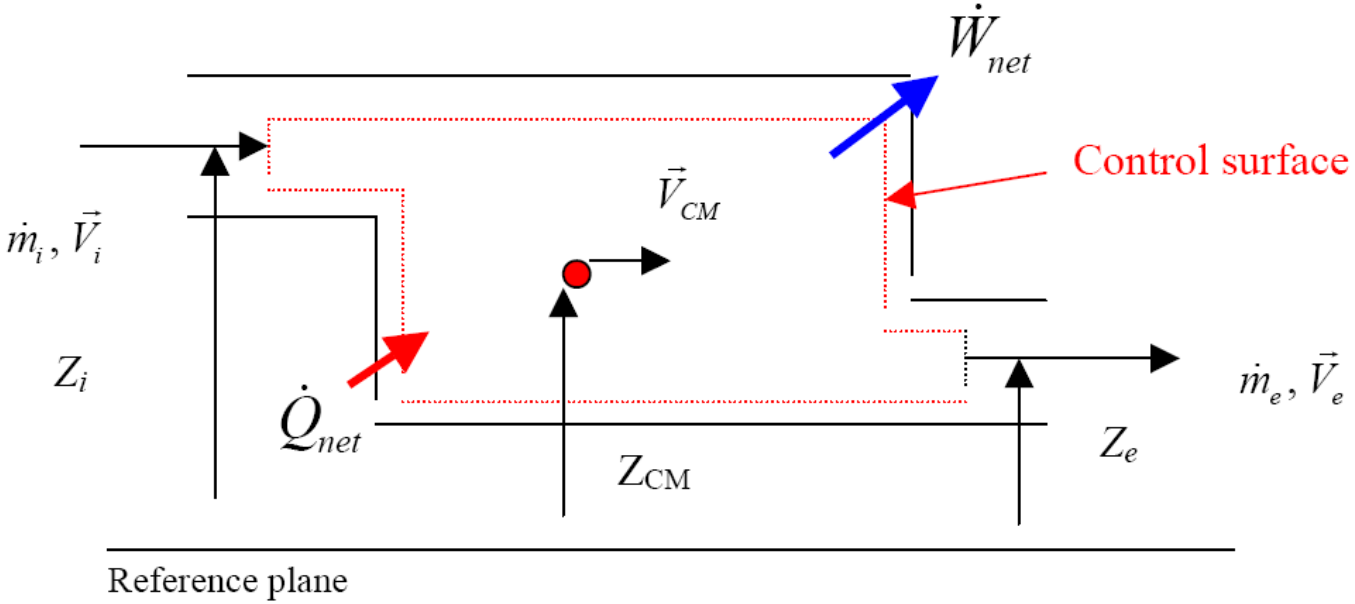
اکبر اقبالی

WWW.AEGHBALI.BLOG.IR
EGHBALI.D@GMAIL.COM

1393

قانون بقای انرژی برای حجم کنترل

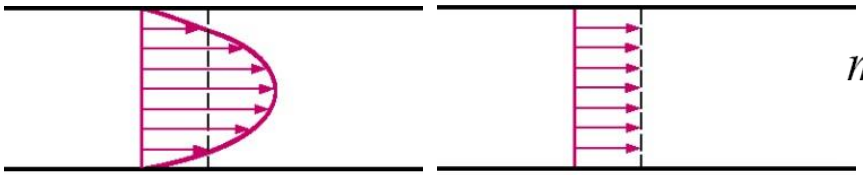
- حجم کنترل، یک سیستم باز است که با جریان جرمی در مرزها.
- فرآیندها در حجم کنترل در دو نوع صورت می پذیرد:
  - جریان پایا
  - جریان ناپایا



Typical control volume or open system

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

نرخ جریان جرمی



(a) Actual (b) Average

$$\dot{m} = \int_A \rho \vec{V}_n \, dA \qquad \dot{m} = \rho \vec{V}_{ave} A = \frac{\vec{V}_{ave} A}{v}$$

$$\dot{V} = \vec{V} A \qquad (m^3 / s) \qquad \dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v} \qquad (kg / s)$$

بقا در CV

نرخ جریان جرم

بقای جرم CV

فرآیند SSSF

تراکم ناپذیر

بقای انرژی CV

اجزاء جریان پایا

مسائل USUF

قانون بقای جرم عمومی برای حجم کنترل

$$\sum \dot{m}_{in} - \sum \dot{m}_{out} = \Delta \dot{m}_{system} \qquad (kg/s)$$

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا SSSF

- یک حجم کنترل پس از گذشت زمان طولانی، به حالت پایا می رسد.
- در فرآیند پایا، جریان حرارت و کار و جریان جرمی در زمان ثابتند.

$$\frac{dm_{CV}}{dt} = \Delta \dot{m}_{CV} = 0 \qquad \sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out} \qquad (kg/s)$$

فرآیندهای SSSF برای سیال تراکم ناپذیر

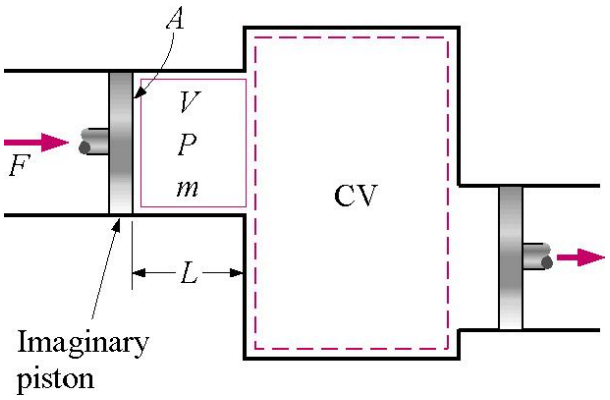
$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} \quad (\text{kg/s}) \qquad \rightarrow \qquad \rho_{in}\dot{V}_{in} = \rho_{out}\dot{V}_{out}$$

$$\rho_{in} = \rho_{out} \quad \text{incompressible assumption}$$

$$\dot{V}_{in} = \dot{V}_{out}, \qquad \vec{V}_{in}A_{in} = \vec{V}_{out}A_{out}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

کار و انرژی در جریان سیال



$$W_{flow} = F\,L = F\,L\frac{A}{A} = PV = Pmv$$

$$w_{flow} = \frac{W_{flow}}{m} = Pv$$

The total energy of flowing fluid

$$\theta = u + Pv + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz = h + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz$$

Energy transport by mass

$$E_{mass} = m\theta = m\left(h + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz\right) \quad (\text{kJ})$$

$$\dot{E}_{mass} = \dot{m}\theta = \dot{m}\left(h + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz\right) \quad (kW)$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

قانون بقای انرژی در حجم کنترل

$$\underbrace{\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{system}}_{\text{Rate change in internal, kinetic, potential, etc., energies}} \qquad (kW)$$

$$\dot{Q}_{net} + \sum_{\text{for each inlet}} \underbrace{\dot{m}_i \theta_i}_{} - \dot{W}_{net} - \sum_{\text{for each exit}} \underbrace{\dot{m}_e \theta_e}_{} = \frac{dE_{CV}}{dt} \qquad (kW)$$

$$\theta = u + Pv + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz = h + \frac{\vec{V}^2}{2} + gz$$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{CV}$$

$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + gz_i \right)}_{\text{for each inlet}} - \dot{W}_{net} - \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + gz_e \right)}_{\text{for each exit}} = \Delta \dot{E}_{CV}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

$$\frac{dm_{CV}}{dt} = \Delta\dot{m}_{CV} = 0 \qquad \frac{dE_{CV}}{dt} = \Delta\dot{E}_{CV} = 0$$

SSSF Conservation of Mass: $\sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out} \qquad (kg/s)$

SSSF Conservation of Energy:

$$\underbrace{\dot{E}_{in}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass into the system}} = \underbrace{\dot{E}_{out}}_{\text{Rate of energy transfer by heat, work, and mass from the system}}$$

$$\dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + gz_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + gz_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

$$\dot{Q}_{net} - \dot{W}_{net} = \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + gz_e \right)}_{\text{for each exit}} - \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + gz_i \right)}_{\text{for each inlet}}$$

$$\dot{Q}_{net} = \sum \dot{Q}_{in} - \sum \dot{Q}_{out}$$

$$\dot{W}_{net} = \sum \dot{W}_{out} - \sum \dot{W}_{in}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

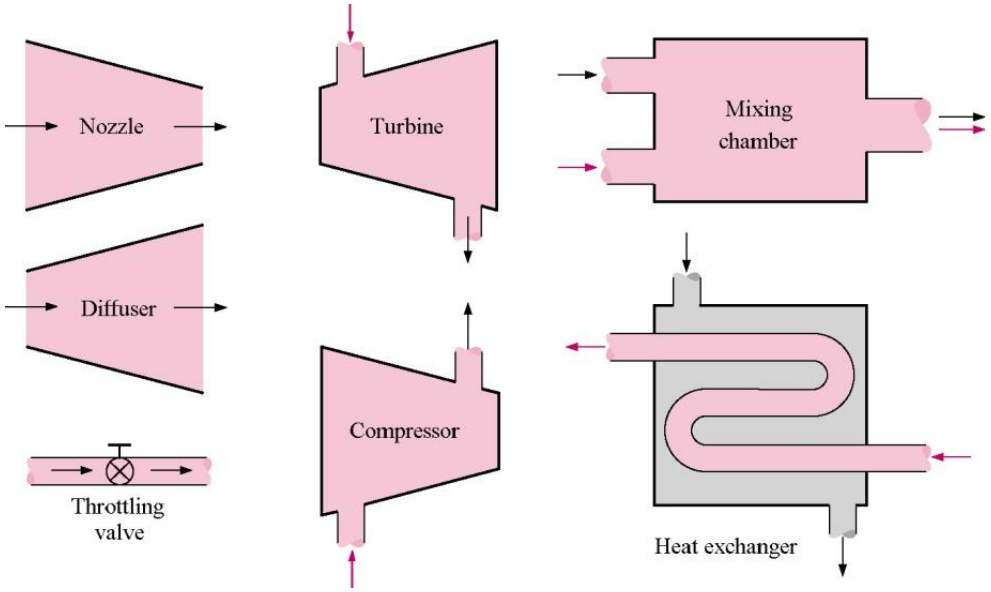
SSSF - one entrance and one exit:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \qquad (kg/s)$$

$$\frac{1}{v_1}\vec{V}_1 A_1 = \frac{1}{v_2}\vec{V}_2 A_2$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\left[h_2 - h_1 + \frac{\vec{V}_2^{\,2} - \vec{V}_1^{\,2}}{2} + g(z_2 - z_1)\right] \qquad (kW)$$

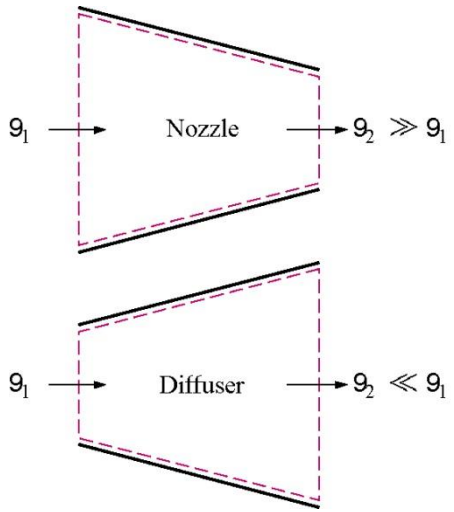
SSSF - Engineering Devices:



بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Nozzles and Diffusers:



$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + g z_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{W}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + g z_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

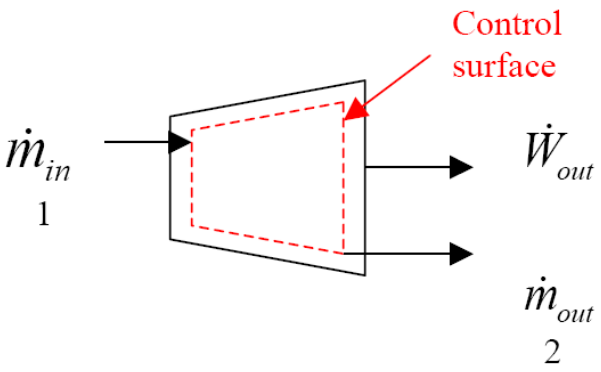
$$\dot{m}\left(h_1 + \frac{\vec{V}_1^2}{2} \right) = \dot{m}\left(h_2 + \frac{\vec{V}_2^2}{2} \right)$$

$$\vec{V}_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + \vec{V}_1^2}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Turbines:



Turbine control volume

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^{\,2}}{2} + g z_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{W}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^{\,2}}{2} + g z_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

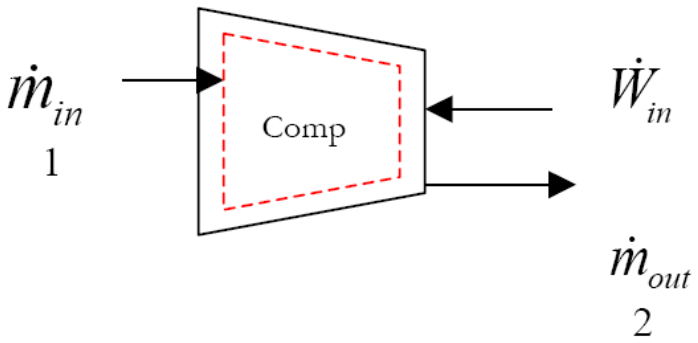
$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{W}_{out}$$

$$\dot{W}_{out} = \dot{m} \left(h_1 - h_2 \right)$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Compressors and fans:



Steady-Flow Compressor

$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + g z_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{W}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + g z_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

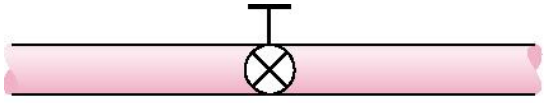
$$-\dot{W}_{net} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

$$-(-\dot{W}_{in}) = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Throttling devices:



(*a*) An adjustable valve

(*b*) A porous plug

(*c*) A capillary tube

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e$$

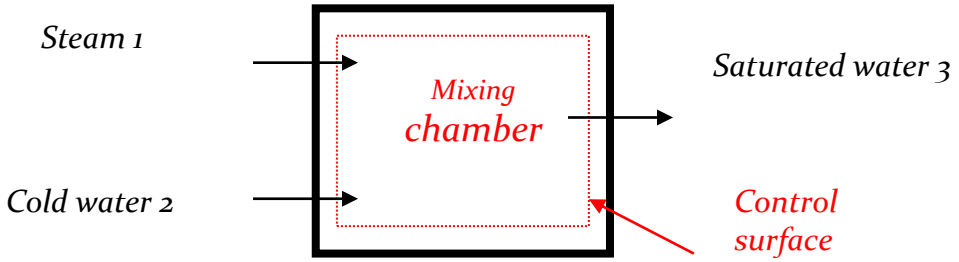
$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + g z_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{W}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + g z_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

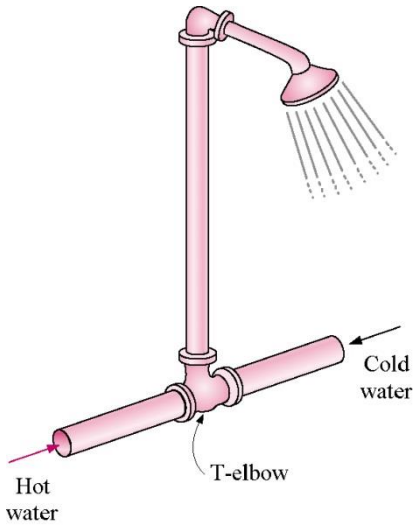
$$\dot{m}_i h_i = \dot{m}_e h_e$$

$$h_i = h_o$$

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Mixing chambers:





$$\sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

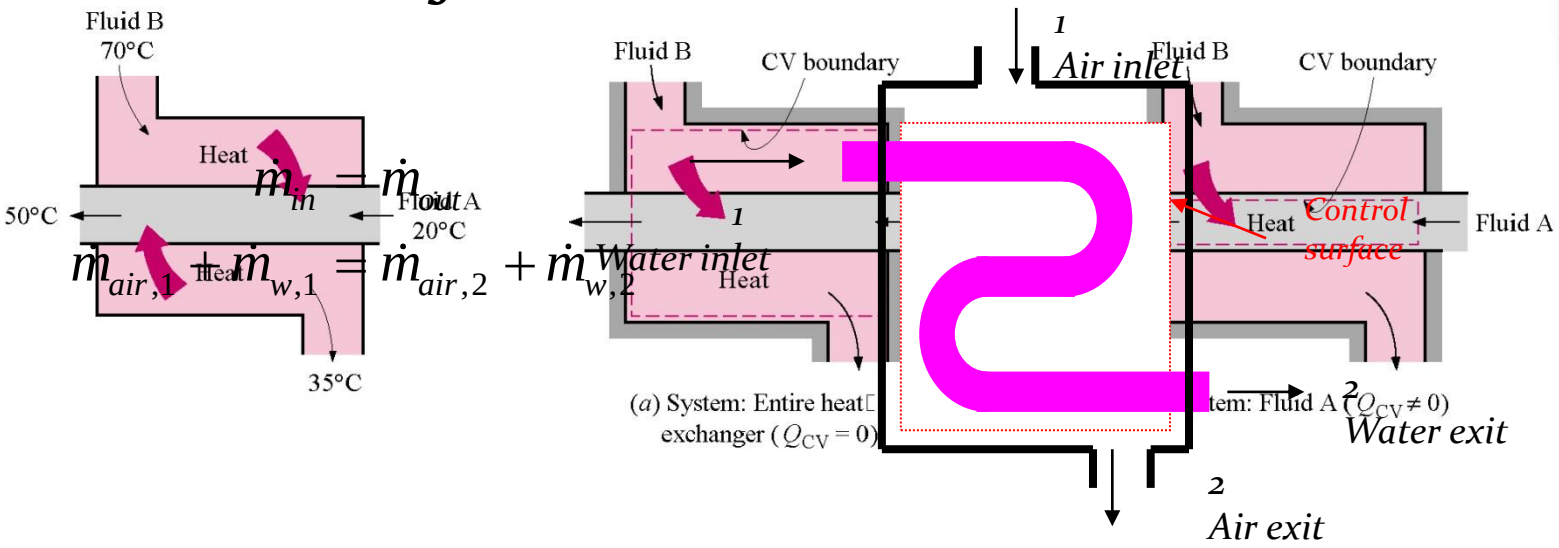
$$\dot{Q}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_i \left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + g z_i \right)}_{\text{for each inlet}} = \dot{W}_{net} + \sum \underbrace{\dot{m}_e \left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + g z_e \right)}_{\text{for each exit}}$$

$$\sum \dot{m}_{in} h_{in} = \sum \dot{m}_{out} h_{out}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF – Heat Exchanger:



$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\dot{m}_{air,1} + \dot{m}_{w,1} = \dot{m}_{air,2} + \dot{m}_{w,2}$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

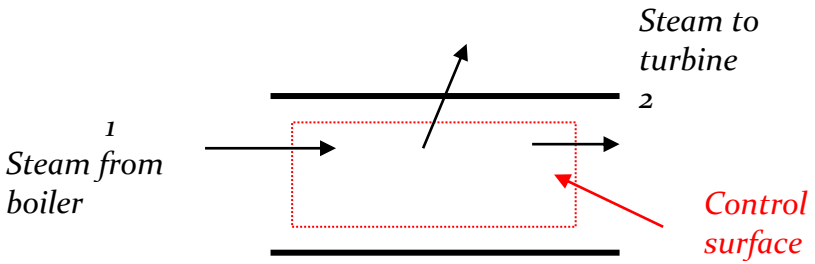
$$\dot{m}_{air,1} h_{air,1} + \dot{m}_{w,1} h_{w,1} = \dot{m}_{air,2} h_{air,2} + \dot{m}_{w,2} h_{w,2}$$

$$\dot{m}_{air} (h_{air,1} - h_{air,2}) = \dot{m}_{w} (h_{w,2} - h_{w,1})$$

$$\frac{\dot{m}_{air}}{\dot{m}_{w}} = \frac{(h_{w,2} - h_{w,1})}{(h_{air,1} - h_{air,2})}$$

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

SSSF - Pipe and duct flow:



$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \Delta \dot{m}_{system} \qquad (kg/s) \qquad \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

$$\underbrace{\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{system}}_{\text{Rate change in internal, kinetic, potential, etc., energies}} \qquad (kW)$$

$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}_{out}$$

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

$$q_{out} = \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{m}} = h_1 - h_2$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

فرآیندهای حالت پایا – جریان پایا

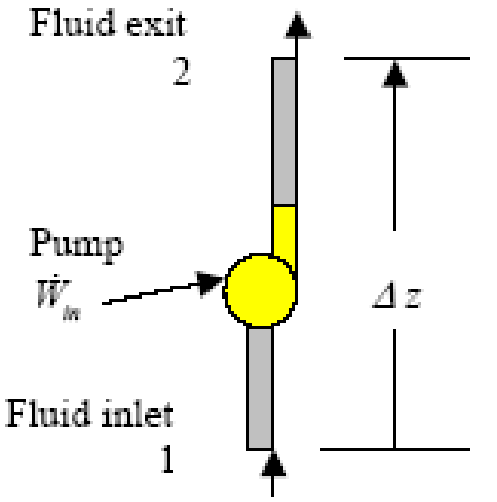
SSSF - Liquid pumps:

$$\dot{Q}-\dot{W}=\dot{m}\left[h_2-h_1+\frac{\vec{V}_2^{\,2}-\vec{V}_1^{\,2}}{2}+g(z_2-z_1)\right] \qquad (kW)$$

$$h_2-h_1=(u_2-u_1)+\left[(Pv)_2-(Pv)_1\right]$$

$$-\dot{W}=\dot{m}\left[v(P_2-P_1)+\frac{\vec{V}_2^{\,2}-\vec{V}_1^{\,2}}{2}+g(z_2-z_1)\right] \qquad (kW)$$

$$\dot{W}_{in,pump}=\dot{m}\left[v\,(P_2-P_1)\right](kW)$$



Liquid flow through a pump

$$-\dot{W}=\dot{m}\left[v(P_2-P_1)+\frac{\vec{V}_2^{\,2}-\vec{V}_1^{\,2}}{2}+g(z_2-z_1)\right] \qquad (kW)$$

$$0=\dot{m}\left[v(P_2-P_1)+\frac{\vec{V}_2^{\,2}-\vec{V}_1^{\,2}}{2}+g(z_2-z_1)\right]$$

$$v=\frac{1}{\rho}$$

$$\frac{P_2}{\rho}+\frac{\vec{V}_2^{\,2}}{2g}+z_2=\frac{P_1}{\rho}+\frac{\vec{V}_1^{\,2}}{2g}+z_1$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

مسائل حالت یکنواخت، جریان یکنواخت

- حالت و جریان یکنواخت برای مسائل ناپایا دارای فرضیاتی است:
  - فرآیند در یکبازه زمانی مشخص رخ می دهد.
  - حالت ماده در سرتاسر حجم کنترل و در یک زمان مشخص یکنواخت است، ولی در طول زمان می تواند تغییر کند.
  - حالت جرم عبوری از یک موقعیت حجم کنترل یکنواخت و پایاست، ولی مقدار جریان جرمی در موقعیتهای مختلف، می تواند متغیر باشد.

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

مسائل حالت یکنواخت، جریان یکنواخت

- مقدار جرم ورودی و خروجی

$$Inlets:\ m_i = \int_0^t \dot{m}_i\,dt \qquad Exits:\ m_e = \int_0^t \dot{m}_e\,dt$$

- تغییر جرم حجم کنترل دربازه زمانی

$$(m_2u_2 - m_1u_1)_{CV} = \int_0^t \left.\frac{dU}{dt}\right|_{CV} dt$$

- بقای جرم برای *USUF*

$$\sum m_i - \sum m_e = (m_2 - m_1)_{CV}$$

- تغییر انرژی داخلی حجم کنترل در بازه زمانی

$$Q = \int_0^t \dot{Q}\,dt \quad and \quad W = \int_0^t \dot{W}\,dt$$

- انرژی عبوری از حجم کنترل در بازه زمانی

$$\sum m_j\theta_j = \int_0^t \dot{m}_j\left(h_j + \frac{\vec{V}_j^2}{2} + gz_j\right)dt$$

- قانون اول برای فرآیند حالت یکنواخت – جریان یکنواخت

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{CV}$$

$$Q - W = \sum m_e\left(h_e + \frac{\vec{V}_e^2}{2} + gz_e\right) - \sum m_i\left(h_i + \frac{\vec{V}_i^2}{2} + gz_i\right) + (m_2e_2 - m_1e_1)_{CV}$$

بقا در CV
نرخ جریان جرم
بقای جرم CV
فرآیند SSSF
تراکم ناپذیر
بقای انرژی CV
اجزاء جریان پایا
مسائل USUF

خوابیدن همراه با یقین،

برتر است از

نماز گذاردن با شک و تردید.

امیر مؤمنان، امام علی علیه السلام