



سوالات چهارگزینه ای ریاضیات کمتر دوازدهم ریاضی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سؤالات موجود در این جزوه از بین سؤالات آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت اول سؤالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل سؤالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن وقت پیشنهادی حل شوند.

# فهرست مندرجات

۱	۱	آشنایی با نظریه‌ی اعداد
۱	۱.۱	استدلال ریاضی .....
۵	۲.۱	بخش‌پذیری در اعداد صحیح .....
۸	۳.۱	هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها .....
۱۳	۲	گراف و مدل‌سازی .....
۱۳	۱.۲	معرفی گراف .....
۱۷	۲.۲	مدل‌سازی با گراف .....
۲۱	۳	ترکیبیات (شمارش)
۲۱	۱.۳	مباحثی در ترکیبیات .....
۲۱	۱.۱.۳	یادآوری و تکمیل .....
۲۲	۲.۱.۳	جایگشت‌های با تکرار .....
۲۳	۳.۱.۳	مربع‌های لاتین .....
۲۵	۲.۳	روش‌هایی برای شمارش .....
۲۵	۱.۲.۳	اصل شمول و عدم شمول .....
۲۶	۲.۲.۳	اصل لانه کبوتری .....
۲۹	۴	خودآزمایی‌ها
۳۰	۱.۴	خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی) .....
۳۳	۲.۴	خودآزمایی شماره ۲ (بخش‌پذیری در اعداد صحیح) .....
۳۵	۳.۴	خودآزمایی شماره ۳ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها) .....
۳۷	۴.۴	خودآزمایی شماره ۴ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها) .....
۳۹	۵.۴	خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف) .....

۴۱	خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)	۶.۴
۴۳	خودآزمایی شماره ۷ (مدل‌سازی با گراف)	۷.۴
۴۶	خودآزمایی شماره ۸ (مدل‌سازی با گراف)	۸.۴
۴۹	خودآزمایی شماره ۹ (مباحثی در ترکیبیات)	۹.۴
۵۲	خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبیات)	۱۰.۴
۵۵	خودآزمایی شماره ۱۱ (روش‌هایی برای شمارش)	۱۱.۴
۵۷	<b>سوالات کنکورهای اخیر</b>	<b>۵</b>
۵۷	سوالات کنکور ۹۸	۱.۰
۵۷	سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۵
۵۸	سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۵
۶۰	سوالات کنکور ۹۹	۲.۰
۶۰	سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۵
۶۱	سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۵
۶۳	سوالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۰
۶۳	سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۵
۶۴	سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۵
۶۶	سوالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۰
۶۶	سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۵
۶۶	سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۵
۶۹	<b>پاسخنامه</b>	<b>۶</b>

## فصل ۱

# آشنایی با نظریه اعداد

### ۱.۱ استدلال ریاضی

سراسری ۸۰

۱) کدام گزینه‌ی زیر مثال نقض دارد؟

۱) هر مربع لوزی است.

۲) هر عدد اول و بزرگتر از ۲ فرد است.

۳) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.

۴) توان دوم هر عدد طبیعی بزرگتر از توان سوم آن است.

۲) حکم رو به رو مفروض است: «اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس هم مرتبه باشند و  $AB = o$  آنگاه  $A = o$  یا  $B = o$  برای . . . درستی این حکم از روش . . . استفاده می‌کنیم. ( $o$  ماتریس صفر هم مرتبه با  $A$  و  $B$  است).»

۱) اثبات - برهان خلف      ۲) رد - مثال نقض      ۳) اثبات مستقیم      ۴) رد - اثبات بازگشتی

۳) کدام عدد مثال نقضی برای حکم «باقي مانده‌ی تقسیم مربع هر عدد اول بر ۷ برابر ۲ است» است؟

۱۳) ۴

۱۱) ۳

۹) ۲

۳) ۱

۴) کدام گزینه برای هر عدد طبیعی  $n$  درست نیست؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (۱)$$

۱)  $1 - \frac{4n-1}{2}$  بر ۵ بخش پذیر است.

۴)  $1 - 8^n$  مضرب ۷ است.

۳)  $n! < 3^n$

۵) برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

۱) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

۲) دو زاویه که اضلاع متناظر شان موازی است، با هم برابرند.

۳) مربع هر عدد مثبت، بزرگتر از خود عدد است.

۴) در هر متوازی‌الاضلاع دو زاویه‌ی مجاور مکمل‌اند.

۶) برای کدام حکم زیر نمی‌توان مثال نقض آورده؟

- ۱) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت حاصل جمع دو عدد طبیعی متولی نوشت.
- ۲) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۳) اگر  $x^2 > 0$  باشد،  $0 > x$  است.
- ۴) مربع هر عدد فرد به صورت  $1 + 8q$  است.

۷) کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ۱) هر مربع یک لوزی است.
- ۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت  $1 + 3k$  است.
- ۳) مربع هر عدد فرد به صورت  $1 + 8k$  است.
- ۴) جذر هر عدد طبیعی از آن عدد کوچکتر است.

۸) در مثلثی اندازه‌ی یک زاویه، برابر با میانگین اندازه‌ی دو زاویه‌ی دیگر است. کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- ۱) این مثلث دقیقاً یک زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه دارد.
- ۲) این مثلث حداقل یک زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه دارد.
- ۳) این مثلث زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه ندارد.
- ۴) این مثلث دو زاویه‌ی بیشتر از  $60^\circ$  درجه دارد.

۹) برای کدام یک از احکام زیر می‌توان مثال نقض پیدا کرد؟

- ۱) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متولی مربع کامل نیست.
- ۲) حاصل ضرب دو عدد زوج طبیعی و متولی مربع کامل نیست.
- ۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متمایز بر ۸ بخش‌پذیر است.
- ۴) مجموع جذرها دو عدد طبیعی متولی گنگ است.

۱۰) کدام دارای مثال نقض است؟

$$|a| = |b| \implies a^2 = b^2 \quad (2) \quad a^3 = b^3 \implies a = b \quad (1)$$

$$(x^2 + 1)a = (x^2 + 1)b \implies a = b \quad (4) \quad (x + 1)a = (x + 1)b \implies a = b \quad (3)$$

۱۱) در اثبات یک قضیه به روش اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می‌شود؟

- ۱) فرض را درست می‌گیریم و به حکم درست دست می‌یابیم.
- ۲) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.
- ۳) حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.
- ۴) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.

۱۲) کدام حکم زیر درست است؟

- ۱) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲ است.
- ۲) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰ است.
- ۳) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰۰ است.
- ۴) هر سه مورد

۱۳) می خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر  $n \in \mathbb{N}$  عددی فرد باشد، آنگاه  $n^2$  نیز عددی فرد است. در این صورت کدام گزینه برای اثبات این مطلب با برهان خلف صحیح است؟

- ۱) فرض می کنیم که  $n$  عددی فرد است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  نیز عددی فرد است.
- ۲) فرض می کنیم که  $n$  عددی زوج است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  نیز عددی فرد است.
- ۳) فرض می کنیم که  $n$  عددی زوج است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  نیز عددی زوج است.
- ۴) فرض می کنیم که  $n$  عددی فرد است و سپس نشان می دهیم  $n^2$  نیز عددی زوج است.

۱۴) فرض کنید  $a$  عددی گنگ باشد، کدام یک از گزاره های زیر لزوماً درست است؟

- ۱) دست کم یکی از  $a^3 - 1$  و  $a^4$  گنگ است.
- ۲) دست کم یکی از  $1 - a^3$  و  $a^6$  گنگ است.
- ۳) دست کم یکی از اعداد  $a^2$ ,  $a^3$  و  $a^5$  گویا است.
- ۴) حداقل یکی از اعداد  $1 + a^3$  و  $a^4$  گنگ است.

۱۵) کدام یک از احکام زیر همواره درست است؟

- ۱) حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۲) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۳) حاصل ضرب یک عدد گنگ در یک عدد گویا، عددی گنگ است.
- ۴) مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است.

۱۶) کدام حکم زیر را نمی توان با مثال نقض رد کرد؟

- ۱) حاصل جمع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است.
- ۲) عدد  $1 + 2^n$  به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ، عددی اول است.
- ۳) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۴) عدد  $1 - 2^n$  به ازای هر عدد طبیعی  $n \geq 2$ ، عددی اول است.

۱۷) اگر عبارت  $\sqrt{5}(a^2 - am + 1)$  به ازای  $a = 1$  گویا باشد و  $m \in \mathbb{N}$ ، مقدار  $m$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۱۸) کدام گزینه زیر همواره صحیح است؟

- ۱) اگر عدد طبیعی  $n^2$  بر  $m$  بخش پذیر باشد، آنگاه  $n$  نیز بر  $m$  بخش پذیر است.
- ۲) اگر  $x$  یک عدد گویا و  $y$  یک عدد اصم باشد، آنگاه  $xy + y$  یک عدد اصم است.
- ۳) محیط دایره یک عدد اصم است.
- ۴) اگر  $x$  یک عدد گویا و  $y$  یک عدد اصم باشد، آنگاه  $y(x^2 + 1)$  یک عدد اصم است.

۱۹) اگر عدد  $\alpha - \beta$  گویا و عدد  $\alpha + \beta$  گنگ باشد، در این صورت در مورد عددهای  $\alpha$  و  $\beta$  کدام صحیح است؟

۲)  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو گویا هستند.

۱)  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو گنگ هستند.

۴)  $\alpha$  گنگ و  $\beta$  گویا است.

۳)  $\alpha$  گویا و  $\beta$  گنگ است.

(۲۰) کدام گزینه درست است؟

۱) عدد  $4^n + 4$  همواره یک عدد اول است.

۲) برای اعداد طبیعی  $x, y$  و  $z$ , همواره  $\sqrt{xy} z$  عددی گنگ است.

۳) اگر  $x$  عددی فرد باشد، آنگاه  $1 - x^3$  عددی زوج است.

۴) اگر  $x$  عددی فرد باشد، آنگاه  $x(x+2)$  عددی زوج است.

(۲۱) به حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی دو رقمی متواالی دلخواه، یک واحد اضافه کرده‌ایم. عدد حاصل لزوماً چگونه است؟

۴) مربع کامل

۳) مضرب ۳

۲) زوج

۱) اول

(۲۲) کدامیک از نامساوی‌های زیر به ازای هر  $x$  و  $y$  مثبت و حقیقی برقرار است؟

$$\frac{1}{3}(x+y) \geq xy \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3}(x+y) \leq xy \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3}(x+y) \geq \sqrt{xy} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3}(x+y) \leq \sqrt{xy} \quad (۱)$$

(۲۳) دانش‌آموزی بازگشتی زیر ثابت کرد که به ازای هر  $x$  و  $y$  حقیقی، حاصل ضرب  $xy$  نامنفی است. ایراد کار در کدام مرحله است؟

$$xy \geq 0 \xleftarrow{\text{مرحله‌ی اول}} 2xy \geq 0 \xleftarrow{\text{مرحله‌ی دوم}} (x-y)^2 + 2xy \geq 0 \xleftarrow{\text{مرحله‌ی سوم}} x^2 + y^2 - 2xy + 2xy \geq 0 \xleftarrow{\text{مرحله‌ی چهارم}} x^2 + y^2 \geq 0 \quad (\text{بدیهی})$$

۴) مرحله‌ی اول

۳) مرحله‌ی سوم

۲) مرحله‌ی دوم

۱) مرحله‌ی اول

(۲۴) در اثبات نامساوی  $|x+y| \leq |x| + |y|$  به روش بازگشتی، به کدام رابطه‌ی همواره درست می‌رسیم؟

$$|xy| \leq 2xy \quad (۴)$$

$$|x+y|^2 = |(x+y)^2| \quad (۳)$$

$$xy \leq |xy| \quad (۲)$$

$$(x+y)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

(۲۵) در اثبات نامساوی  $2 - \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  به روش بازگشتی، شرط برقراری نامساوی و رابطه‌ی بدیهی که در آخر به آن می‌رسیم، به ترتیب کدام‌اند؟

$$(a+b)^2 \geq 0 \quad ab < 0 \quad (۲)$$

$$(a+b)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \quad ab < 0 \quad (۴)$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

(۲۶) در اثبات نامساوی  $\frac{(n+1)^{n+1}}{2^n} \leq \left(\frac{n+2}{2}\right)^{n+1}$  به روش بازگشتی، به کدام حکم درست زیر می‌رسیم؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \leq 2 \quad (۲)$$

$$\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \geq 2 \quad (۱)$$

$$\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \leq 2 \quad (۴)$$

$$\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \geq 2 \quad (۳)$$

(۲۷) کدامیک از نامساوی‌های زیر به ازای تمام اعداد حقیقی برقرار نیست؟

$$x^2 + y^2 \geq 2(x+y+1) \quad (۲)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(x+y+z - \frac{3}{2}) \quad (۱)$$

$$x^5 + y^5 > x^4 y + x y^4 \quad (۴)$$

$$x^2 + 4y^2 > -(4xy + 1) \quad (۳)$$

## ۲.۱ بخش پذیری در اعداد صحیح

آزاد

(۲۸) اگر  $a - b | a$  ، آنگاه:

$$a - b | b \quad (4)$$

$$a | b \quad (3)$$

$$b | a - b \quad (2)$$

$$a | a - b \quad (1)$$

(۲۹) اگر  $1 - 5 | 3x$  کدام گزینه نادرست است؟

$$5 | 6x + 3 \quad (4)$$

$$5 | 9x^2 + 1 \quad (3)$$

$$5 | 2x + 1 \quad (2)$$

$$5 | 9x^2 - 1 \quad (1)$$

(۳۰) برای کدام  $a \in \mathbb{N}$  همواره  $a + 18 | a + 53$ ؟

$$17 \quad (4)$$

$$35 \quad (3)$$

$$25 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$

(۳۱) به ازای چند عدد صحیح  $n$  ، حاصل  $\frac{2n^2 + 3n + 7}{n - 1}$  یک عدد صحیح است؟

$$16 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

(۳۲) اگر  $n$  زوج باشد، کدام عددی همواره  $4n - 3^n$  را عاد می‌کند؟

$$96 \quad (4)$$

$$72 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

(۳۳) و  $b$  دو عدد طبیعی و  $p$  یک عدد اول می‌باشد. اگر  $a^2 = 9b^2 + p$  آنگاه عدد  $p$  برابر کدام عدد می‌تواند باشد؟

$$a + 1 \quad (4)$$

$$a - 1 \quad (3)$$

$$2a + 1 \quad (2)$$

$$2a - 1 \quad (1)$$

(۳۴) چند عدد اول وجود دارد که مجموع اعداد طبیعی ۲ تا  $n$  باشد؟

$$4) \text{ بیشمار}$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(۳۵) عدد  $2^k + 2^k$  به ازای کدام مقدار  $k$  ، اول است؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

(۳۶) مربع رقم دهگان به علاوه شانزده برابر رقم یکان یک عدد دو رقمی مساوی هشت برابر حاصل ضرب ارقامش است. این عدد همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

$$82 \quad (4)$$

$$41 \quad (3)$$

$$17 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

(۳۷) عدد  $a$  بر ۳ بخش پذیر نیست، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a$  بر ۹ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(۳۸) اگر دو عدد  $1 - 2n$  و  $4 + 9n$  نسبت به هم اول باشند، بزرگترین شمارندهی مشترک آنها کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۳ (۲)

۹ (۱)

(۳۹) اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه عدد طبیعی باشند، آنگاه کدام گزاره‌ی شرطی زیر لزوماً صحیح نیست؟

(۱) اگر  $p$  اول باشد و  $p \mid a$ ، آنگاه  $\text{GCD}(a, p) = 1$

(۲)  $\text{GCD}(a, b) = 1$  اگر  $a \mid b$  و  $a \neq 1$

(۳) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد فرد متوالی باشند، آنگاه  $\text{GCD}(a, b) = 1$

(۴) اگر  $a, b, c$  سه عدد طبیعی باشند، آنگاه  $\text{GCD}(a, bc) = \text{GCD}(a, b)\text{GCD}(a, c) = 1$

(۴۰) در تقسیم عدد صحیح  $a$  بر عدد طبیعی  $b$ ، خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب برابر  $q$  و  $r$  هستند. کدام گزاره‌ی زیر همواره درست است؟

(۱)  $\text{GCD}(a, r) = 1$

(۲)  $\text{GCD}(a, q) = (b, q)$

(۳)  $\text{GCD}(a, b) = (b, r)$

(۴)  $\text{GCD}(a, r) = (b, r)$

(۴۱) اگر  $p$  عدد اول و  $m$  عدد طبیعی باشد که  $p < m \leq 2$ ، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک  $\binom{p}{m}$  و  $\binom{p}{1}$  همواره کدام است؟

سراسری ۷۴

(۱)  $\frac{1}{2}(p-1)$

(۲)  $2p$

(۳)  $p$

(۴) ۱

(۴۲) اگر بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  را با نمادهای  $(a, b)$  و  $[a, b]$  نشان دهیم، حاصل کدام است؟

سراسری ۶۷

(۱)  $|b|$

(۲)  $a$

(۳)  $|a|$

(۴)  $|a|$

(۴۳) اگر  $a \mid b$  آنگاه حاصل  $(a, b^2) = b^5$  کدام است؟

(۱)  $a$

(۲)  $b^2$

(۳)  $b^5$

(۴) ۱

(۴۴) اگر  $p^2 - 16 = a^2$  و  $p$  یک عدد اول باشد، حاصل  $[a, p]$  کدام است؟ ( $a \in \mathbb{N}$ )

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۳۰ (۲)

۵ (۱)

(۴۵) مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی  $a$  که در روابط  $\begin{cases} a = 11k + 7 \\ a = 15k' + 11 \end{cases}$  صدق کند، کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

(۴۶) در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم‌علیه اعداد طبیعی و مقسوم ۱۲ برابر باقی‌مانده است، اگر باقی‌مانده حداقل ممکن را داشته باشد، مقدار مقسوم چیست؟

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۱۳۲ (۲)

۱۰۸ (۱)

(۴۷) اگر  $3x - 30$  بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $x$  بر ۱۶ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۱) صفر

۴۸) عدد  $a$  مضرب ۴ است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۲۵ برابر ۱۲ است، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $\frac{a}{3}$  بر ۲۵ کدام است؟

۱) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۱۲) ۱

۴۹) در تقسیم عدد صحیح  $a$  بر عدد طبیعی  $b$  خارج قسمت و باقی‌مانده مساوی  $q$  اند، اگر  $3$  واحد از مقسوم‌علیه کم شود  $5$  واحد به خارج قسمت اضافه شده و باقی‌مانده صفر می‌شود. مقادیر  $q$  کدام‌اند؟<sup>۷۷</sup>

۱) ۸ و ۵

۲) ۹ و ۱۰

۳) ۲

۴) ۱ و ۸

۵۰) در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر عدد ۱۱ باقی‌مانده دو برابر خارج قسمت است، برای  $a$  چند جواب وجود دارد؟

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۵۱) در یک تقسیم خارج قسمت ۷ و باقی‌مانده ۲۹ است، اگر  $u$  واحد به مقسوم‌علیه اضافه کنیم خارج قسمت و مقسوم تغییر نمی‌کنند، بیشترین مقدار  $u$  کدام است؟

۱) ۴

۲) ۲

۳) ۱

<sup>۷۷</sup> سراسری ریاضی

۵۲) در تقسیم عدد ۱۶۵ بر عدد طبیعی  $b$ ، خارج قسمت مجدور باقی‌مانده است. چند عدد  $b$  می‌توان یافت؟

۱) ۴

۲) ۲

۳) ۱

۵۳) در یک تقسیم، باقی‌مانده یک چهارم مربع مقسوم‌علیه است. برای مقسوم‌علیه چند جواب طبیعی موجود است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۵۴) اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد فرد  $a$  بر ۱۱ برابر ۸ باشد، باقی‌مانده‌ی عدد  $a$  بر ۲۲ کدام است؟

۱) ۱۳

۲) ۱۵

۳) ۱۹

۴) ۱۷

۵۵) اگر در تقسیم عدد  $a$  بر ۱۷ خارج قسمت برابر ۱۰ بوده و باقی‌مانده حداکثر مقدار ممکن را داشته باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $a$  بر ۱۸ کدام است؟

۱) ۸

۲) ۷

۳) ۶

۴) ۵

۵۶) باقی‌مانده‌ی تقسیم  $5a$  بر ۴۳ ۱۴ است، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a$  بر ۴۳ کدام است؟

۱) ۴۲

۲) ۲۰

۳) ۱۸

۴) ۱۲

۵۷) با کدام شرط برای  $m$  و  $n$  عدد  $m^4 + n^4 - 2$  همواره بر ۱۶ تقسیم‌پذیر است؟

۱) هر دو مضرب ۴ باشند.

۲)  $m, n$  هر دو زوج باشند.

۳) یکی از دو عدد  $m$  یا  $n$  فرد و دیگری زوج باشند.

## ۳.۱ هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها

۵۸) اگر  $a$  عدد اول بزرگتر از ۳ باشد، با کدام پیمانه گزاره‌ی  $[1] \equiv [a^3]$  همیشه درست نیست؟  
سراسری ۷۶

- ۲۴) ۴      ۱۶) ۳      ۱۲) ۲      ۸) ۱

۵۹) رابطه‌ی هم‌نهشتی مجموعه‌ی  $\mathbb{Z}$  را به ۱۵ کلاس هم‌نهشتی افزای کرده است و عدد سه رقمی  $6a^4 - 6$  در کلاس هم‌نهشتی  $[9]$  قرار دارد، تعداد جواب‌های  $a$  کدام است؟  
سراسری ۷۹

- ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۲      ۵) ۱

۶۰) در هم‌نهشتی به پیمانه‌ی  $m$  سه عدد  $a$  و ۲۹ و ۱۲۴ در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارند، کوچکترین عدد سه رقمی  $a$  به طوری که مجموعه‌ی  $\mathbb{Z}$  به تعداد کمتری کلاس هم‌نهشتی افزای شود، کدام است؟

- ۱۰۵) ۴      ۱۰۴) ۳      ۱۰۳) ۲      ۱۰۲) ۱

۶۱) عدد  $\overline{13a79}$  به دسته‌ی هم‌نهشتی  $[-2][11]$  تعلق دارد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۹) ۴      ۵) ۳      ۳) ۲      ۲) ۱

۶۲) اگر مجموعه‌ی همه‌ی دسته‌های هم‌نهشتی به پیمانه‌ی ۵ به صورت  $\{[0], [a], [a^2], [a^3], [a^4]\}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟  
سراسری ۷۱

- ۴) ۴      ۵) ۳      ۲) ۲      ۱) ۱

۶۳) عدد  $(a+b)^n - a^n - b^n$  که در آن  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول‌اند، همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟  
آزاد ۶۷

- $ab$  (۴)       $a$  (۳)       $b$  (۲)       $a+b$  (۱)

۶۴) اگر  $a^2 - 1, m = 1$  و  $a^3 - a^2 - a + 1 \stackrel{m}{\equiv} a^2 - 1$  آنگاه:  
سراسری ۸۲

- $m|a+2$  (۴)       $m|a+1$  (۳)       $m|a-1$  (۲)       $m|a-2$  (۱)

۶۵) از رابطه‌ی هم‌نهشتی  $15a^{\frac{3}{2}} \equiv 20b^{\frac{3}{2}}$  کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- $a^{\frac{3}{2}} = 0$  (۴)       $b^{\frac{3}{2}} = 0$  (۳)       $3a^{\frac{3}{2}} \equiv 4b$  (۲)       $3a^{\frac{3}{2}} \equiv 4b$  (۱)

۶۶) در رابطه‌ی  $9a^{\frac{1}{2}} \equiv 36 - 3a$  عدد  $a$  به کدام صورت است؟  
سراسری ۷۴

- $4k+1$  (۴)       $4k+3$  (۳)       $5k+1$  (۲)       $5k+3$  (۱)

۶۷) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $a$  بر ۱۲ و ۱۵ و ۳۲ به ترتیب برابر ۵ و ۸ و ۲۵ است، مجموع ارقام کوچکترین عدد  $a$  کدام است؟

- ۱۵) ۴      ۱۴) ۳      ۱۳) ۲      ۱۲) ۱

۶۸) اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد فرد  $a$  بر ۲، ۴ و ۸ یکسان باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $6 + a^2 + 2a$  بر ۲، ۴ و ۸ کدام است؟

۴) صفر، صفر، صفر

۵، ۳، ۱ (۳)

۷، ۳، ۱ (۲)

۱، ۱، ۱ (۱)

۶۹) هرگاه داشته باشیم  $2b \equiv 4c + a$  باقی‌مانده‌ی  $\overline{abc}$  بر ۲۱ کدام است؟

۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۰ (۲)

۲ (۱)

۷۰) باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a + 5^3 \times 3^5 + 2^{18}$  بر ۱۷ برابر ۴ است، کمترین مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۱۳ (۱)

۷۱) دو عدد ۲۴ و ۱۸۵ در یک دسته‌ی همنهشتی به پیمانه‌ی  $m$  قرار دارند. اگر  $(m, ۷) = ۱$ ، باقی‌مانده‌ی عدد  $m^m$  بر ۷ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۲) اگر  $n$  عددی طبیعی باشد، باقی‌مانده‌ی  $7^{3n+6} + 2 \times 7^{3n+3} + 7^3$  بر ۲۳ چقدر است؟

۷ (۴)

۱۳ (۳)

۱۵ (۲)

۱) صفر

سراسری ریاضی ۸۶

۷۳) باقی‌مانده‌ی تقسیم  $23(6)$  بر عدد ۲۳ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

-۱۵ (۲)

-۱۸ (۱)

۷۴) اگر  $3a = 5k + a$  باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a^4 + a^3 + a^2 + a$  بر ۵ برابر است با:

۰ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزاد

۷۵) باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(a + 1381)^3 + (a + 1382)^3 + \dots + (a + 1386)^3$  بر ۶ کدام است؟

۳ (۴)

۳) صفر

۱ (۲)

۱) به  $a$  بستگی دارد.

سراسری ۸۵

۷۶) اگر عدد  $a + 7^{200}$  مضرب ۱۹ باشد، کوچکترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری ریاضی ۹۱

۷۷) اگر عدد  $(6^n - 3^n) 25$  مضرب ۲۵ باشد، کوچکترین عدد طبیعی  $n$  کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری ریاضی ۹۶

۷۸) به ازای کدام مقادیر  $n$  از عدد طبیعی، عبارت  $1 + 5^{2n+2} + 5^{2n+4} + \dots + 5^{6n+4}$  بر عدد ۳۱ بخش‌پذیر است؟

۴) تمام اعداد

۳) فقط اعداد مضرب ۵

۲) فقط اعداد زوج

۱) فقط اعداد فرد

(79) اگر دو عدد ۱۲۵ و ۱۶۰ در یک کلاس همنهشتی به پیمانه‌ی  $m$  قرار بگیرند، در این صورت بزرگترین رقم یکان  $m^m$  کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

(80) رقم‌های یکان دو عدد  $۳a + ۲a + ۱$  و  $۳a - ۲a - ۱$  یکسان هستند، رقم یکان  $۹a + ۵$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری ۶۹

(81) اگر  $S = ۱! + ۲! + \dots + ۱۹!$ ، رقم یکان  $S^2$  کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(82) رقم سمت راست عدد  $A = ۹۸۷۱۲۳ + ۱۳۲۷۶۵$  چند می‌باشد؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

آزاد ۸۲

(83) اگر  $۱۲۸۲! + \dots + ۱۲۸۲! + A = ۲! + ۳! + \dots + ۲۱! + ۲۲!$  و  $B = ۳! + ۴! + \dots + ۲۱! + ۲۲!$  باشد، رقم یکان عدد  $(B - A)^{A+B}$  چقدر است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۹ (۴)

۹۹ (۳)

۲۹ (۲)

۰۹ (۱)

سراسری ۷۱

(84) دو رقم سمت راست  $۵ \times ۷^{۷۷} + ۲ \times ۷^{۷۷}$  کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

سراسری ۷۲

(85) به ازای کدام مقدار  $b$  عدد پنج رقمی  $\overline{abaab}$  بر ۷ بخش‌پذیر است؟

۳ + ۲k (۴)

۲ + ۳k (۳)

۱ + ۳k (۲)

۱ + ۲k (۱)

سراسری ۷۴

(86) جواب معادله‌ی همنهشتی  $5x \stackrel{9}{\equiv} 3$  به کدام صورت است؟

۱۳k - ۶ (۴)

۱۳k - ۵ (۳)

۱۳k - ۳ (۲)

۱۳k - ۲ (۱)

آزاد ۸۰

(87) معادله‌ی همنهشتی  $2 \stackrel{7}{\equiv} 4x$  با کدام معادله جواب‌های یکسان دارد؟

$4x \times 6 \stackrel{7}{\equiv} (2 \times 6) (۴)$

$(4x)^2 \stackrel{36}{\equiv} 4 (۳)$

$2x \stackrel{1}{\equiv} 1 (۲)$

$2x \stackrel{3}{\equiv} 1 (۱)$

$x = \lambda k + 1 (۴)$

$x = \lambda k + 5 (۳)$

$x = \lambda k - 1 (۲)$

$x = \lambda k + 3 (۱)$

۹۰) تعدادی لیوان را در جعبه‌های ۱۶ تایی بسته‌بندی کرده‌ایم ۳ لیوان باقی مانده است. همان تعداد لیوان را در جعبه‌های ۲۸ تایی بسته‌بندی کرده‌ایم همان ۳ لیوان باقی مانده است. حداقل تعداد لیوان‌ها کدام است؟

۱۲۰) ۴

۱۱۵) ۳

۱۱۲) ۲

۱۰۸) ۱

۹۱) به ازای کدام مقدار برای  $a$  معادله‌ی  $5 = (a+2)x + (2a+1)y$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح جواب دارد؟

۱۳) ۴

۱۱) ۳

۱۰) ۲

۷) ۱

۹۲) اگر معادله‌ی  $7 = (4n-1)x + 5y$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب باشد، کدام درست است؟

$n \neq 5k - 2$  (۴)

$n \neq 5k + 2$  (۳)

$n \neq 5k - 1$  (۲)

$n \neq 5k + 1$  (۱)

آزاد

۹۳) اگر معادله سیاله‌ی  $1 = 6y + ax$  جواب نداشته باشد، کدام معادله قطعاً جواب دارد؟

$(6a+1)x + 6y = 1$  (۴)     $(3a+1)x + 6y = 1$  (۳)     $(2a+1)x + 6y = 1$  (۲)     $(a+1)x + 6y = 1$  (۱)

۹۴) می‌دانیم  $23 = 23(345, 92)$ . اگر  $345r + 92s$  باشد،  $r+s$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

سراسری ریاضی ۹۰

۹۵) اگر  $(357, 629) = 357x + 629y$  آنگاه کوچکترین عدد مثبت  $x+y$  کدام است؟

۱۳) ۴

۱۲) ۳

۱۱) ۲

۱۰) ۱

سراسری ریاضی ۸۹

۹۶) معادله‌ی  $1000 = 6x + 22y$  در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۸) ۲

۷) ۱

سراسری ریاضی ۹۷

۹۷) مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی سه رقمی  $x$  که در معادله‌ی  $57x - 87y = 342$  صدق کند، کدام است؟

۸) ۴

۷) ۳

۶) ۲

۵) ۱

سراسری ریاضی ۹۷

۹۸) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی  $A$  بر عدد ۲۳ برابر ۵ و باقی‌مانده‌ی تقسیم دو برابر عدد  $A$  بر عدد ۱۷ برابر ۹ می‌باشد.

باقی‌مانده‌ی تقسیم بزرگترین عدد سه رقمی  $A$  بر عدد ۱۲، کدام است؟

۷) ۴

۶) ۳

۲) ۲

۱) صفر

۹۹) کمترین تعداد تمبر لازم برای بسته‌ای که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد با تمبرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی کدام است؟

۱۴) ۴

۱۳) ۳

۱۲) ۲

۱۱) ۱

سراسری ریاضی ۹۱

۱۰۰) به چند طریق می‌توان با ۳۷۰۰ ریال تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی خرید؟

۶) ۴

۵) ۳

۴) ۲

۳) ۱

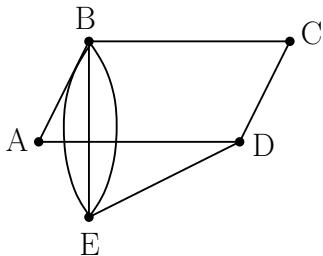


## فصل ۲

# گراف و مدل‌سازی

### ۱.۲ معرفی گراف

۱۰۱) شکل مقابل ۵ منطقه‌ی  $E, D, C, B, A$  را با ۸ پل به هم راه داده است. اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یک بار عبور کنیم، با شروع از منطقه‌ی  $B$  پایان کدام است؟



- ۱) نشدنی
- ۲)  $B$
- ۳)  $D$
- ۴)  $E$

۱۰۲) در گراف ساده‌ی  $G = (V, E)$  داریم  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ . اگر  $E(G)$  پانزده عضو داشته باشد، از هر عضو  $V$  حداقل چند یال می‌گذرد؟

- ۱) ۲
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) ۳
- ۵) ۴

۱۰۳) گرافی با اندازه‌ی  $q$  و مرتبه‌ی  $\frac{q}{5}$ ، حداقل چند رأس دارد؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۱۰
- ۴) ۹

۱۰۴) در گراف ساده‌ای اندازه برابر ۴۹ می‌باشد، حداقل مرتبه‌ی گراف کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۹
- ۳) ۱۰
- ۴) ۱۱

۱۰۵) کدام دنباله می‌تواند دنباله‌ی درجه‌های رأس‌های یک گراف باشد؟

- ۱) ۱
- ۲) ۶, ۴, ۳, ۲, ۰
- ۳) ۳, ۳, ۲, ۲, ۰
- ۴) ۴, ۳, ۲, ۲, ۰
- ۵) ۵, ۳, ۳, ۲, ۰

۱۰۶) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند  $G$  به صورت  $a, b, 5, 4, 3, 2$  است، کمترین عدد  $a + b$  کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۷۵

۸۲

۱۰۷) کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند حاصل ضرب درجات رئوس یک گراف ساده‌ی مرتبه ۵ باشد؟

۳۶) ۴

۲۴) ۳

۱۸) ۲

۳۲) ۱

۱۰۸) اگر  $x, y \in \mathbb{N}$  دنباله‌ای ناcusودی از درجات رئوس یک گراف باشد، آنگاه  $\frac{\min(x+y)}{\max(x+y)}$  کدام است؟

۱) ۴

$\frac{4}{5}$ ) ۳

$\frac{5}{6}$ ) ۲

$\frac{1}{2}$ ) ۱

۱۰۹) تعداد رأس‌های زوج هر گراف از مرتبه ۵ کدام عدد می‌تواند باشد؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۰) ۱

۱۱۰) در گراف ساده‌ای از مرتبه ۱۲ میانگین درجات رئوس برابر ۴ می‌باشد، اگر این گراف ۳ رأس تنها (ایزوله) داشته باشد و درجه‌ی بقیه‌ی رئوس ۵ یا ۶ باشد، تعداد رئوس زوج کدام است؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۸) ۲

۶) ۱

۱۱۱) چند گراف ساده می‌توان ساخت که مجموعه رئوس هر یک از آنها  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  بوده و نیز هر یک هر دو یال  $ad, ef$  را حتماً دارا باشند؟

۲۵۶) ۴

۷۸) ۳

۸۱۹۲) ۲

۱۶) ۱

۱۱۲) با پنج رأس  $a, b, c, d, e$  و چند گراف ساده با سه یال می‌توان ساخت به طوری که یکی از آنها  $bd$  باشد؟

۶۶) ۴

۵۵) ۳

۴۵) ۲

۳۶) ۱

۱۱۳) گراف کاملی دارای ۱۰ یال است، مرتبه‌ی آن کدام است؟

۹) ۴

۶) ۳

۵) ۲

۴) ۱

۱۱۴) تعداد گراف‌های ۳-منتظم از مرتبه ۹ کدام است؟

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲

۰) ۱

۱۱۵) یک گراف ساده از مرتبه ۱۲ دارای ۶۳ یال می‌باشد، این گراف حداقل چند رأس از درجه‌ی ماکزیمم دارد؟

۶) ۴

۷) ۳

۸) ۲

۹) ۱

۱۱۶) در گراف ساده‌ی  $G$  مقدار  $\Delta$  برابر ۱۱ و مقدار  $p$  برابر ۲۱ می‌باشد، حداقل مقدار ممکن برای  $q$  کدام است؟

۱۱۲) ۴

۱۱۴) ۳

۱۱۵) ۲

۱۱۶) ۱

۱۱۷) اگر گراف  $G$  دارای ۸ رأس و ۲۵ یال باشد، آنگاه کمترین مقدار  $\Delta + \delta$  برای این گراف کدام است؟

۱۳) ۴

۱۰) ۳

۱۲) ۲

۱۱) ۱

۱۱۸) مرتبه‌ی گراف  $G$ ، ۸ و اندازه‌ی آن ۲۷ می‌باشد. درجه‌ی چند رأس آن ماکزیمم است؟

۸ ) ۴

۷ ) ۳

۶ ) ۲

۵ ) ۱

۱۱۹) در گراف  $K_5$  چند مسیر با طول ۲ یا بیشتر وجود دارد؟

۱۸۰ ) ۴

۱۵۰ ) ۳

۱۲۰ ) ۲

۹۰ ) ۱

۱۲۰) در گراف  $K_{10}$  چند مسیر به طول ۴ بین دو رأس  $a$  و  $b$  وجود دارد که از رئوس  $c$  و  $d$  عبور نکند؟

۱۶۰ ) ۴

۱۴۰ ) ۳

۱۲۰ ) ۲

۱۰۵ ) ۱

۱۲۱) دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های گراف  $G$  به صورت  $3, 3, 2, 2, 2$  است، اگر دو رأس با ماکزیمم درجه مجاور نباشند، تعداد

دورهای به طول ۳ یا ۵ کدام است؟

۳ ) ۴

۲ ) ۳

۱ ) ۲

۰ ) ۰

۱۲۲) در گرافی با دنباله‌ی درجات  $1, 5, 4, 2, 2, 2, 2$  در صورتی که دو رأس با درجه‌های بزرگتر مجاور نباشند، این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

۶ ) ۴

۵ ) ۳

۴ ) ۲

۳ ) ۱

۱۲۳) یک گراف ۱۰ رأسی حداقل چند یال باید داشته باشد تا مطمئن باشیم که دور دارد؟

۳۷ ) ۴

۳۶ ) ۳

۱۰ ) ۲

۹ ) ۱

۱۲۴) در یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۲۰ ) ۴

۱۵ ) ۳

۱۰ ) ۲

۹ ) ۱

۱۲۵) دو رأس از گراف  $K_6$  رئوس  $e, f$  می‌باشند. در این گراف چند دور به طول ۴ موجود است بطوری که هر یک از آن دورها شامل رأس  $e$  بوده ولی شامل رأس  $f$  نباشند؟

۱۸ ) ۴

۱۶ ) ۳

۱۲ ) ۲

۴ ) ۱

۱۲۶) گراف همبندی با دنباله‌ی درجات رئوس  $4, 3, 3, 3, 2$  دارای چند دور به طول ۵ است؟

۶ ) ۴

۵ ) ۳

۴ ) ۲

۳ ) ۱

۱۲۷) یک گراف منتظم ناهمبند از مرتبه‌ی ۶ و اندازه‌ی ۶ است، تعداد دورهای  $G$  برابر کدام است؟

۴ ) ۴

۳ ) ۳

۲ ) ۲

۱ ) ۱

(۱۲۸) اگر  $1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 2, 1$  دنباله‌ی درجات یک گراف ساده ناهمبند باشد، آنگاه این گراف چند دور دارد؟

۴) فاقد دور

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

(۱۲۹) در گرافی می‌دانیم  $p = q$ ، اگر این گراف همبند باشد، آنگاه

۱) دقیقاً یک دور دارد.

۴) فاقد دور است.

۳) حداقل یک دور دارد.

(۱۳۰) گراف ساده‌ای دارای ۴ بخش جدا از هم بوده و مرتبه‌ی آن  $10$  می‌باشد. ماکزیمم اندازه‌ی آن کدام است؟

۴۵) ۴

۲۸) ۳

۲۲) ۲

۲۱) ۱

سراسری

(۱۳۱) چند نوع گراف ساده‌ی همبند و نامنظم که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن  $10$  باشد، وجود دارند؟

۶) ۴

۵) ۳

۴) ۲

۳) ۱

(۱۳۲) گراف همبند  $G$  از مرتبه‌ی ۸ حداقل چند یال دارد؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۸) ۲

۷) ۱

(۱۳۳) حاصل ضرب مرتبه و اندازه‌ی یک گراف همبند  $20$  است، اگر این گراف دور نداشته باشد، چند شکل متفاوت برای آن می‌توان رسم کرد؟

۴) چهار

۳) سه

۲) دو

۱) یک

(۱۳۴) گرافی ناهمبند دارای  $3$  دور به طول  $3$  است، حداقل مرتبه‌ی این گراف کدام است؟

۸) ۴

۷) ۳

۶) ۲

۵) ۱

(۱۳۵) اندازه‌ی یک گراف از مرتبه‌ی  $5$  حداقل چه مقدار باشد تا گراف همواره همبند باشد؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۷) ۲

۴) ۱

سراسری

(۱۳۶) چند نوع گراف ناهمبند از مرتبه‌ی  $4$  وجود دارد؟

۸) ۴

۷) ۳

۶) ۲

۵) ۱

(۱۳۷) گرافی ساده دارای  $15$  رأس و  $9$  یال است. این گراف از چند بخش تشکیل شده است و هر بخش آن فاقد دور است، تعداد بخش‌ها چند تا است؟

۵) ۴

۶) ۳

۱۰) ۲

۹) ۱

سراسری

(۱۳۸) گرافی که دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌هایش  $1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$  می‌باشد، چگونه است؟

۴) ناهمبند

۳) همبند

۲) درخت

۱) قطعاً دارای دور

## ۲.۲ مدل‌سازی با گراف

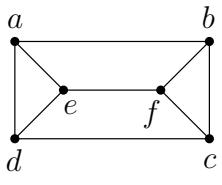
(۱۳۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۵ می‌دانیم که درجه‌ی بزرگترین رأس برابر ۳ است. حداکثر تعداد رأس‌هایی که یک رأس در این گراف احاطه می‌کند برابر ..... و با کمتر از ..... رأس نمی‌توان همه‌ی رئوس را احاطه کرد.

۵ - ۴ (۴)

۴ - ۴ (۳)

۵ - ۳ (۲)

۴ - ۳ (۱)



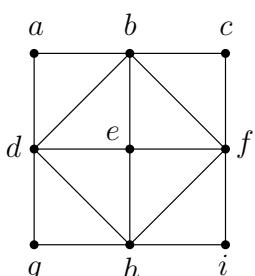
(۱۴۰) گراف  $G$  در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف  $G$  نیست؟

$\{a, b\}$  (۲)

$\{a, f\}$  (۱)

$\{e, f\}$  (۴)

$\{b, c\}$  (۳)



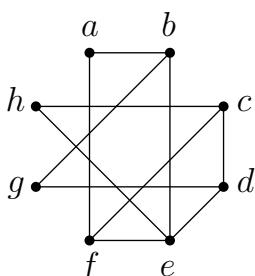
(۱۴۱) گراف  $G$  در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف  $G$  است؟

$\{b, d, f, h\}$  (۲)

$\{a, c, g, i\}$  (۱)

$\{c, e, g\}$  (۴)

$\{b, e, i\}$  (۳)



(۱۴۲) فرض کنید  $D$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف رو به رو است، مجموعه‌ی  $D$  با کدام مجموعه‌ی  $H$  حتماً عضو مشترک دارد؟

$\{b, e, g\}$  (۲)

$\{a, b, f\}$  (۱)

$\{a, b, c, d\}$  (۴)

$\{c, d, g, h\}$  (۳)

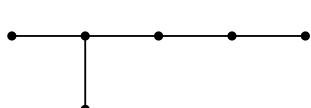
(۱۴۳) گراف  $C_7$  چند مجموعه‌ی احاطه‌گر ۴ عضوی دارد؟

۳۵ (۴)

۲۸ (۳)

۲۱ (۲)

۱۴ (۱)

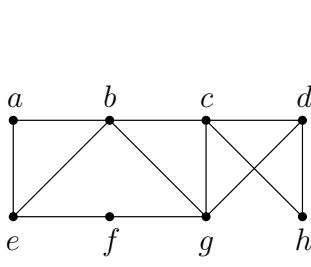


۴ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)



(۱۴۴) گراف شکل مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر سه عضوی دارد؟

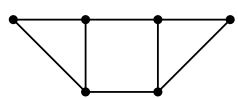
$\{a, g\}$  (۲)

$\{b, g, h\}$  (۱)

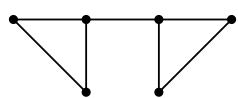
$\{e, d\}$  (۴)

$\{b, h\}$  (۳)

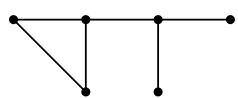
۱۴۶) کدام گراف یک  $\gamma$ -مجموعه دارد؟



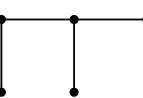
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

۲۱ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)

۱۴۷) گراف کامل  $K_7$  چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴۸) گراف  $P_4$  چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴۹) گراف  $C_5$  چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

$P_{12}$  (۴)

$C_{12}$  (۳)

$P_{12}$  (۲)

$C_{12}$  (۱)

۱۵۰) در گراف ۲ - متظم همبند از مرتبه ۲۳ ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم چند عضو دارد؟

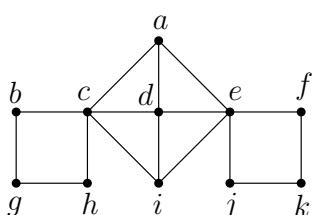
۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۵۱) کدام مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل است؟

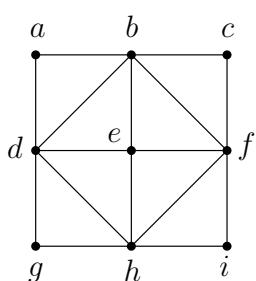


{b, h, a, j, f} (۲)

{b, c, d, e, f} (۱)

{g, h, d, j, k} (۴)

{g, a, i, k} (۳)

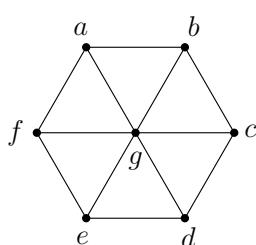


{a, b, h, i} (۲)

{d, f} (۱)

{a, b, c, g, i} (۴)

{b, d, f, h} (۳)



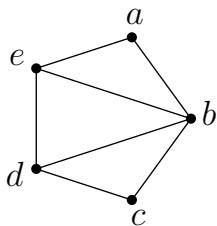
۱۵۲) به ازای چند مقدار  $k \in \{1, 2, 3\}$  ، گراف شکل مقابل یک احاطه‌گر مینیمال  $k$  عضوی دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) صفر

۳ (۳)



۱۵۵) گراف رو به رو، چند احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی دارد؟

۲ (۲)

۱) صفر

۶ (۴)

۴ (۳)

۱۵۶) در گراف همبند فاقد دور از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم  $\Delta = 5$  است. یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال در این گراف حداقل چند عضو دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵۷) گراف  $C_6$  چند احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵۸) چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

• گراف  $P_{10}$  مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.

• در گراف  $P_{10}$  مجموعه‌ای ۸ عضوی از رأس‌ها وجود دارد که مجموعه‌ی احاطه‌گر نیست.

• گراف  $P_{10}$  حداقل سه مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۵۹) به ازای چند مقدار  $k$ ، گراف  $P_6$  مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال  $k$  عضوی دارد؟

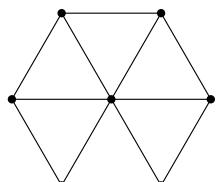
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۶۰) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



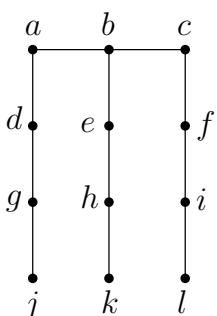
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۶۱) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



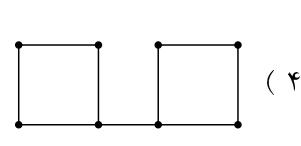
۴ (۲)

۳ (۱)

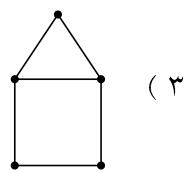
۶ (۴)

۵ (۳)

۱۶۲) در کدام گراف، عدد احاطه‌گری با  $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  برابر نیست؟

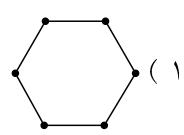


(۴)



(۳)

(۲)



(۱)

۱۶۳) فرض کنید  $G$  گرافی از مرتبه‌ی ۲۰ با ماکزیمم درجه‌ی ۱۸ باشد، عدد احاطه‌گری  $G$  برابر کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) به طور قطعی مشخص نیست.

۳ (۳)

۱۶۴) فرض کنید  $G$  گرافی از مرتبه‌ی ۱۲ و عدد احاطه‌گری  $G$  برابر ۱ باشد، چند تا از گزاره‌های زیر قطعاً درست است؟

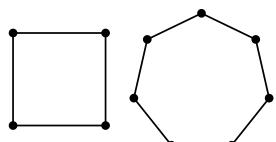
- الف)  $G$  همبند است.      پ)  $G$  کامل است.      ب)  $G$  دور دارد.      س)  $G$  منتظم است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶۵) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۶۶) در گراف  $G$  از مرتبه‌ی ۱۰ داریم  $\delta = 6$ . کدام گزینه در مورد عدد احاطه‌گری گراف مکمل  $G$  درست است؟ (بهترین کران پایین مورد نظر است).

$\gamma(\overline{G}) \geq 4$  (۴)

$\gamma(\overline{G}) \geq 3$  (۳)

$\gamma(\overline{G}) \geq 2$  (۲)

$\gamma(\overline{G}) \geq 1$  (۱)

۱۶۷) عدد احاطه‌گری گراف  $P_{100}$  برابر کدام است؟

۵۱ (۴)

۵۰ (۳)

۳۴ (۲)

۳۳ (۱)

۱۶۸) عدد احاطه‌گری گراف  $C_{100}$  برابر کدام است؟

۵۰ (۴)

۳۴ (۳)

۳۳ (۲)

۲۵ (۱)

۱۶۹) کدام گراف همبند با شرایط زیر وجود ندارد؟

۲) مرتبه‌ی ۹ که  $\gamma = 3$  باشد.

۱) مرتبه‌ی ۹ که  $\gamma = 2$  باشد.

۴) هر سه گزینه وجود دارد.

۳) مرتبه‌ی ۹ که  $\gamma = 4$  باشد.

۱۷۰) در گراف  $G$  از مرتبه‌ی ۹ می‌دانیم  $\gamma(G) = 1$  و گراف ۲ دور داشته باشد، تعداد رأس‌های درجه‌ی ۱ در آن چند تا است؟

۴) نمی‌توان گفت.

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

## فصل ۳

### ترکیبیات (شمارش)

#### ۱.۳ مباحثی در ترکیبیات

##### ۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل

۱۷۱) در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

۵! × ۶!

۵! × ۴!

۴!

۵!

۱۷۲) سه برادر و سه خواهر به چند طریق می‌توانند عکسی یادگاری بگیرند به طوری که خواهرها همواره کنار هم باشند؟

۷۲۰ (۴)

۱۴۴ (۳)

۷۲ (۲)

۳۶ (۱)

۱۷۳) چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف  $f, e, d, c, b$  و  $a$  وجود دارد به طوری که حروف  $c, b$  و  $a$  همواره کنار هم و حروف  $f$  و  $d$  نیز همواره کنار هم باشند؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

۱۷۴) ۳ کتاب ریاضی مختلف و ۲ کتاب فیزیک مختلف را به چند طریق می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی، برخلاف کتاب‌های فیزیک، در کنار هم باشند؟

۱۲۰ (۴)

۱۲ (۳)

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)

۱۷۵) تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی SYSTEM که در آنها بین دو حرف  $S$  دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

۱۹۲ (۴)

۴۸ (۳)

۹۶ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۷۶) حروف کلمه ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که  $S$  ها یک در میان باشند؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

## ۲.۱.۳ جایگشت‌های با تکرار

۱۷۷) چند عدد هفت رقمی با ارقام ۷، ۵، ۳، ۲، ۲ و ۲ می‌توان نوشت؟

۲۶۰ (۴)

۶۲۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۴۲۰ (۱)

۱۷۸) ۷ مسافر به چند طریق می‌توانند در یک اتاق سه تخته و دو اتاق دو تخته قرار گیرند؟

۳۶۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

سراسری ریاضی ۸۰

۱۷۹) چند دسته‌ی سه‌تایی گل از ۵ نوع گل مختلف می‌توان ساخت؟ (تکرار مجاز است).

۴۲ (۴)

۳۵ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

سراسری انسانی ۹۳

۱۸۰) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

۹۰ (۴)

۷۲ (۳)

۶۰ (۲)

۵۴ (۱)

۱۸۱) به چند طریق می‌توان ۸ عدد سبب را بین سه نفر تقسیم کرد به شرطی که به هر نفر حداقل یک سبب برسد؟

۲۱ (۴)

۲۸ (۳)

۳۶ (۲)

۴۵ (۱)

۱۸۲) تعداد جواب‌های طبیعی معادله‌ی  $\sum_{i=1}^5 x_i = 45$  که متغیرها همگی بزرگتر یا مساوی نه هستند، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

سراسری ریاضی ۹۷

۱۸۳) تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی نامعادله‌ی  $5 \leq x + y + z$  کدام است؟

۶۰ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۰ (۱)

۱۸۴) معادله‌ی  $x_1^4 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی چند جواب دارد؟

۱۷۱ (۴)

۱۷۰ (۳)

۱۶۹ (۲)

۱۶۸ (۱)

۱۸۵) فرض کنید  $C = (0, 0, 10)$ ،  $A = (10, 0, 0)$  و  $B = (0, 10, 0)$  باشند. درون و روی محیط مثلث  $ABC$  چند نقطه با مختصات صحیح وجود دارد؟

۶۶ (۴)

۶۳ (۳)

۵۶ (۲)

۳۶ (۱)

۱۸۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی systems با حذف هر ۳ حرف s کلمه‌ی temy به دست می‌آید؟

۵۶ (۴)

۳۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

### ۳.۱.۳ مربع‌های لاتین

۱۸۷) کدام گزینه یک مربع لاتین  $3 \times 3$  را نشان می‌دهد؟

۳	۲	۱
۱	۲	۳
۲	۱	۳

(۴)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۱	۲	۳

(۳)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۱	۳	۲

(۲)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

(۱)

۱۸۸) با انجام کدام عملیات روی یک مربع لاتین، مربع جدید دیگر مربع لاتین نیست؟

(۲) تعویض دو ستون دلخواه

(۱) تعویض دو سطر دلخواه

(۴) اعمال جایگشت روی  $1, 2, 3, \dots$  و  $n$

(۳) تعویض دو درایه‌ی دلخواه

۱۸۹) اگر جای دو ستون اول و دوم مربع لاتین  $A$  را عوض کنیم، سپس همه‌ی ۲ ها و ۳ ها را جای‌جا کنیم به مربع لاتین

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

می‌رسیم.  $A$  کدام است؟

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

(۴)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

(۳)

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

(۲)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

(۱)

۱۹۰) مجموع کل درایه‌های سطر اول و سطر سوم یک مربع لاتین کدام می‌تواند باشد؟

۲۱) (۴)

۲۰) (۳)

۱۵) (۲)

۱۰) (۱)

۱۹۱) در مربع لاتین چرخشی  $6 \times 6$  اگر درایه‌ی سطر  $i$  و ستون  $j$  را با  $a_{ij}$  نمایش دهیم، مقدار  $a_{26} + a_{54}$  کدام است؟

۱۰) (۴)

۸) (۳)

۹) (۲)

۷) (۱)

ساعت	کلاس‌ها	ساعت
۱۲-۱۳/۳۰	۱۰-۱۱/۳۰	۸-۹/۳۰
$A$	$B$	ریاضی
$C$		فیزیک
		معارف

۱۹۲) سه دانشجوی  $A$ ،  $B$  و  $C$  می‌خواهند در سه کلاس ریاضی، فیزیک و معارف در ساعت‌های ۸ تا  $\frac{9}{3}\text{~}۰$ ، ۱۰ تا  $\frac{۱۱}{۳}\text{~}۰$  و ۱۲ تا  $\frac{۱۳}{۳}\text{~}۰$  شرکت کنند. هر کلاس سه جلسه‌ی درسی دارد و هر دانشجو در هر یک از کلاس‌ها فقط یک بار شرکت می‌کند. با توجه به برنامه‌ریزی زیر به ترتیب از راست به چپ کدام فرد در کلاس فیزیک ۱۲ تا  $\frac{۱۳}{۳}\text{~}۰$  و کدام فرد در کلاس معارف ساعت ۸ تا  $\frac{۹}{۳}\text{~}۰$  شرکت می‌کند؟

$C - B$  (۱)

$A - B$  (۲)

$B - C$  (۳)

$B$  یا  $A - C$  (۴)

۱۹۳) اگر مربع رو به رو یک مربع لاتین باشد، چند حالت مختلف برای سطر چهارم وجود خواهد داشت؟

$x$	۱	۳	۴
$y$	۴	۲	$z$
۴	$t$	$m$	۲
$n$	$p$	$q$	$r$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۹۴) به چند طریق می‌توان دو خانه از یک مربع لاتین  $7 \times 7$  را انتخاب کرد به طوری که مجموع اعداد این دو خانه برابر ۱۰ باشد؟

۱۲۱) ۴

۱۲۰) ۳

۱۱۹) ۲

۱۱۸) ۱

۱۹۵) چند مربع لاتین  $3 \times 3$  متمایز وجود دارد؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۱۹۶) اگر درایه‌های نظیر به نظریر دو مربع لاتین متعامد  $3 \times 3$  را در مربع رو به رو قرار داده باشیم، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

۱۲	$a$	۲۱
۲۱	$b$	۱۲
۳۲	$c$	۲۳

۶۶ (۲)

۶۵ (۱)

۶۸ (۴)

۶۷ (۳)

۱۹۷) مربع‌های لاتین  $A$  و  $B$  متعامدند، مقدار  $x$  کدام است؟

		۲	
۴			
۱		$x$	

۲			
		۲	

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۹۸) اگر  $\sigma(A)$  مربع لاتین حاصل از اعمال جایگشت  $\sigma$  روی مربع لاتین  $A$  باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) مربع‌های لاتین  $A$  و  $\sigma(A)$  می‌توانند متعامد باشند.

۲) اگر  $A$  و  $B$  دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه  $A$  و  $\sigma(B)$  متعامدند.

۳) اگر  $A$  و  $B$  دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه  $\sigma(A)$  و  $\sigma(B)$  متعامدند.

۴) ممکن است مربع‌های لاتین  $A$  و  $B$  و همچنین  $B$  و  $C$  متعامد باشند اما  $A$  و  $C$  متعامد نباشند.

۲	۳	۴	۱
۳	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲

$a$	...	۴	۱
...	$b$	...	۳
۱	...	$c$	...
۳	۲	...	$d$

۱۹۹) اگر دو مربع لاتین رو به رو متعامد باشند، حاصل  $a + b + c + d$  کدام است؟

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

## ۲.۳ روش‌هایی برای شمارش

### ۱.۲.۳ اصل شمول و عدم شمول

(۲۰۰) یک مؤسسه‌ی تحقیقاتی ۱۰۰ عضو دارد. ۶۰ نفر از آنها زبان انگلیسی و ۴۵ نفر زبان آلمانی را می‌دانند و ۲۰ نفر به هر دو زبان مسلط‌اند. چند عضو این مؤسسه هیچ یک از دو زبان را نمی‌دانند؟

۲۵ (۴)                  ۲۰ (۳)                  ۱۵ (۲)                  ۱۰ (۱)

(۲۰۱) چند عدد طبیعی ناییستر از ۳۰۰ وجود دارد که در تجزیه‌ی آن به اعداد اول هیچیک از عامل‌های ۳ و ۵ وجود ندارد؟

۱۷۰ (۴)                  ۱۶۰ (۳)                  ۱۵۰ (۲)                  ۱۴۰ (۱)

(۲۰۲) چند عدد صحیح مثبت کوچکتر مساوی ۱۳۸۶ وجود دارد که نسبت به اعداد ۴۵ و ۷۲ اول باشند؟

۴۱۸ (۴)                  ۹۶۸ (۲)                  ۳۶۹ (۲)                  ۱۰۱۷ (۱)

(۲۰۳) ۵ کتاب مختلف را به چند طریق می‌توان بین ۳ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر یک حداقل یک کتاب برسد؟

۲۴۰ (۴)                  ۲۱۰ (۳)                  ۱۵۰ (۲)                  ۱۲۰ (۱)

(۲۰۴) به ازای چند عدد  $a$  متعلق به مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, 105\}$  معادله سیاله‌ی  $6 = ax + 105y$  جواب دارد؟

۷۲ (۴)                  ۶۰ (۳)                  ۴۸ (۲)                  ۳۶ (۱)

(۲۰۵) با حروف کلمه‌ی «matrix» چند کلمه‌ی شش حرفی می‌توان ساخت که در آنها  $m$  و  $t$  و  $x$  در جای خودشان قرار نگیرند؟

۴۲۶ (۴)                  ۵۷۶ (۳)                  ۳۸۴ (۲)                  ۲۹۴ (۱)

(۲۰۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی triangle حداقل دو تا از عبارت‌های tri، an و gle وجود دارند؟

۲۵۸ (۴)                  ۲۵۲ (۳)                  ۲۴۰ (۲)                  ۲۲۴ (۱)

(۲۰۷) از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, 4\}$  به مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, 4\}$  ترتیب چند تابع یک‌به‌یک و چند تابع پوشانی توان تعریف کرد؟

۴) ۶ و صفر                  ۳) ۲۴ و صفر                  ۹) ۲ و صفر                  ۱) صفر و ۳۶

(۲۰۸) مجموعه‌های  $B = \{a, b, c\}$  و  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  به مفروض اند. چند تابع غیر پوشان از  $B$  به  $A$  وجود دارد؟

۶۳ (۴)                  ۳۶ (۳)                  ۴۵ (۲)                  ۵۴ (۱)

(۲۰۹) چند تابع پوشان از مجموعه‌ی  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  به مجموعه‌ی  $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$  می‌توان نوشت به طوری که تابع بر روی تمامی اعضای  $A$  تعریف شده باشد و شامل زوج مرتب  $(a_1, b_1)$  باشد؟

۸۱ (۴)                  ۱۵ (۳)                  ۱۲ (۲)                  ۲۷ (۱)

## ۲.۲.۳ اصل لانه کبوتری

(۲۱۰) ۶۵ کبوتر در حداکثر چند لانه قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از دو کبوتر قرار داشته باشد؟

۳۴ ) ۴

۳۳ ) ۳

۳۲ ) ۲

۳۱ ) ۱

سراسری ۸۴

(۲۱۱) کمترین تعداد افرادی که حداقل دو نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده‌اند چقدر است؟

۸۸ ) ۴

۸۵ ) ۳

۷۸ ) ۲

۷۵ ) ۱

(۲۱۲) در یک جعبه ۴ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی موجود است. حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم که دست کم سه نوع رنگ متمایز در مهره‌های انتخابی وجود دارد؟

۸ ) ۴

۷ ) ۳

۶ ) ۲

۴ ) ۱

(۲۱۳) تعداد  $m$  مدادرنگی در سه رنگ مختلف و سه اندازه‌ی متمایز در یک جعبه موجودند.  $m$  حداقل چند باید باشد تا مطمئن شویم در بین آنها دست کم ۸ مداد همنگ و هماندازه وجود دارد؟

۶۳ ) ۴

۶۴ ) ۳

۶۵ ) ۲

۶۶ ) ۱

(۲۱۴) در یک دبیرستان دانش‌آموزانی در پایه‌های اول، دوم و سوم در رشته‌های تجربی و ریاضی مشغول تحصیل‌اند، دست کم چند دانش‌آموز از این دبیرستان انتخاب کنیم تا مطمئن شویم لااقل ۴ دانش‌آموز از یک پایه و یک رشته‌اند؟

۲۵ ) ۴

۲۱ ) ۳

۱۹ ) ۲

۱۶ ) ۱

(۲۱۵) در جعبه‌ای ۷ جفت کفش متمایز وجود دارد، حداقل چند لنگه از این جعبه خارج کنیم تا حتماً یک جفت کفش داشته باشیم؟

۹ ) ۴

۸ ) ۳

۷ ) ۲

۳ ) ۱

(۲۱۶) از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots\}$  حداقل چند عضو باید انتخاب کنیم تا مجموع حداقل یک جفت از اعداد برابر ۲۰ باشد؟

۱۲ ) ۴

۱۱ ) ۳

۱۰ ) ۲

۹ ) ۱

(۲۱۷) ده نقطه داخل مربعی به ضلع یک واحد مفروض‌اند، حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این ده نقطه کمتر از . . . . است.

$\frac{\sqrt{3}}{6} ) ۴$

$\frac{\sqrt{3}}{3} ) ۳$

$\sqrt{\frac{2}{3}} ) ۲$

$\frac{\sqrt{2}}{3} ) ۱$

(۲۱۸) از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots\} = A$  یک زیرمجموعه‌ی  $k$  عضوی انتخاب می‌کنیم به طوری که مطمئن باشیم حاصل ضرب حداقل ۲ عضو آن برابر ۱۲ است، کمترین مقدار  $k$  کدام است؟

۴ ) ۴

۷ ) ۳

۹ ) ۲

۱۰ ) ۱

(۲۱۹) حداقل چند نقطه داخل یک شش ضلعی منتظم باید قرار دهیم تا مطمئن باشیم زاویه‌ای که از متصل کردن مرکز تقارن شش ضلعی به دو نقطه از این نقاط به وجود می‌آید، کمتر از  $30^\circ$  است؟

۷ ) ۴

۱۱ ) ۳

۱۲ ) ۲

۱۳ ) ۱

۲۲۰) اگر در جعبه‌ای  $a$  مهره سفید و  $b$  مهره سیاه و  $c$  مهره سبز باشد، حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۲ مهره سبز در بین آنها است؟

$a+b+3$  (۴)

$a+b+2$  (۳)

$a+b+1$  (۲)

$a+b$  (۱)

۲۲۱) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۲ واحد، چند نقطه باید انتخاب کنیم که فاصله‌ی بین حداقل دو نقطه کمتر از  $\frac{1}{3}$  باشد؟

۶ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۵ (۱)

۲۲۲) کيسه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید، ۶ مهره‌ی قرمز و ۱۰ مهره‌ی زرد است. بدون نگاه کردن از اين کيسه ۱۱ مهره خارج می‌کنیم، در اين صورت الزاماً:

- ۱) از هر رنگ حداقل یک مهره خارج شده است.
- ۲) حداقل ۲ مهره‌ی زرد خارج شده است.
- ۳) حداقل یک مهره‌ی سفید خارج شده است.
- ۴) حداقل یک مهره‌ی زرد خارج شده است.

۲۲۳) از مجموعه‌ی  $\{S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 15\}$  حداقل چند زیرمجموعه‌ی ۲ عضوی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که دست کم حاصل ضرب اعضای يکی از آنها زوج است؟

۲۲ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

۲۲۴) در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر نامزد انتخاب مشاوره با امور مدرسه‌اند. انتخاب شونده باید رأی بیشتر از سایرین داشته باشد، حداقل رأی انتخاب شونده کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۸

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۲۵) حداقل چند عضو از مجموعه‌ی  $\{2, 3, 4, \dots, 30\}$ ، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم لااقل دو عدد آنها مقسوم علیه مشترک غیر دارند؟

سراسری ریاضی ۸۹

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۲۲۶) مجموعه‌ی  $S$  دارای ۵۰ عضو از اعداد طبیعی است. در تقسیم عضوهای  $S$  بر ۱۲، حداقل چند عضو، باقی‌مانده‌ی یکسان دارند؟

سراسری ریاضی ۹۰

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۲۷) حداقل چند زوج مرتب به صورت  $(a, b)$ ، با مختصهای اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم، تا مطمئن باشیم در دو زوج انتخابی، جمع مختصهای اوّل و جمع مختصهای دوّم، اعداد زوج هستند؟

سراسری ریاضی ۹۲

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۲۸) اگر  $S$  یک زیرمجموعه‌ی ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای  $S$  بر ۲۷، به طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقی‌مانده هستند؟

سراسری ریاضی ۹۴

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)



فصل ۴

## خودآزمایی‌ها

## ۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل طبیعی نوشت.» باشد؟

۵۹ (۴)

۳۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۴ (۱)

(۲) کدام درست است؟

$$x < y \implies \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad (۲) \quad [x] = [y] \implies x = y \quad (۱)$$

۴) هیچکدام

$0 < x < 1 \implies x^2 > x \quad (۳)$

(۳) کدام یک از اعداد زیر، مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر مجموع ارقام یک عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد، آنگاه این عدد بر ۷ بخش‌پذیر است.» می‌باشد؟

۲۵۷ (۴)

۱۳۳ (۳)

۹۱ (۲)

۷۷ (۱)

(۴) کدام گزینه، مثال نقضی برای حکم «به ازای هر عدد طبیعی  $n^2 + 3$  عبارت  $n^2$  عددی اول است.» می‌باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(۵) کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت.» را نقض می‌کند؟

۷۴ (۴)

۷۲ (۳)

۶۴ (۲)

۵۶ (۱)

(۶) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد زوج را می‌توان به صورت مجموع تعدادی عدد زوج طبیعی متوالی نوشت.» باشد؟

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

(۷) برای ..... درستی حکم «اگر  $x$  و  $y$  دو عدد طبیعی باشند و  $x^y$  فرد باشد، آنگاه  $xy$  فرد است.» از روش ..... استفاده می‌شود.

۱) اثبات - برهان خلف

۲) رد - مثال نقض

۳) اثبات - اثبات مستقیم

۴) رد - اثبات بازگشته

(۸) برای اثبات قضیه‌ی «اگر  $3^n$  فرد باشد، آنگاه  $n$  فرد است.» به روش برهان خلف، شروع استدلال با کدام فرض است؟

۱)  $n$  فرد است.

۲)  $n^3$  فرد است.

۳)  $n^3$  زوج است.

۴)  $n^3$  زوج است.

۹) در اثبات نامساوی  $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab}$  و  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مثبت هستند. از طریق برهان خلف، تناقض پیش آمده مربوط به کدام یک از نامساوی‌های زیر است؟

$$\sqrt{ab} < 0 \quad (4)$$

$$a^2 + b^2 < 0 \quad (3)$$

$$(a-b)^2 < 0 \quad (2)$$

$$(a+b)^2 < 0 \quad (1)$$

۱۰) اگر  $xy$  گنگ باشد، آنگاه همواره:

(۲)  $y$  گنگ و  $x$  گنگ است.

(۱)  $y$  گویا و  $x$  گنگ است.

(۴) هیچکدام

(۳)  $x$  گنگ و  $y$  گویا و ناصرف است.

۱۱) اگر  $a+b$  عددی گویا و  $a-b$  عددی گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۴)  $\frac{a+b}{a-b}$  گنگ است. (۲)  $a$  و  $b$  هر دو گنگ هستند. (۳)  $a$  گویا و  $b$  گنگ است. (۱)  $a^2 - b^2$  گنگ است.

۱۲) اگر  $a$  گویا و  $b$  گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۲)  $(a^2 + 1)b$  گنگ است.

(۱)  $ab$  گنگ است.

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳ صحیح است.

(۳)  $a+b$  گنگ است.

۱۳) کدام دو عدد، مثال نقضی برای حکم «حاصل جمع هر دو عدد گنگ مثبت، گنگ است.» می‌باشد؟

(۴)  $\sqrt{2} - 2$  و  $\sqrt{2} + 2$  (۲)  $2 + \sqrt{2}$  و  $2 - \sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{2} - 1$  و  $\sqrt{2} + 1$  (۱)  $1 + \sqrt{2}$  و  $1 - \sqrt{2}$

۱۴) برای اثبات درستی حکم «اگر  $x$  گویا و  $y$  گنگ باشد، آنگاه  $x+y$  گنگ است.» از . . . استفاده می‌کنیم.

(۴) اثبات بازگشتی

(۳) برهان خلف

(۲) مثال نقض

(۱) استقرای ریاضی

۱۵) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد فرد و  $c$  عددی زوج باشد، کدام گزینه درست است؟

(۴)  $(a+b)(c-1)$  فرد است.

(۱)  $ac+bc$  فرد است.

(۴)  $a+b+c$  فرد است.

(۳)  $a+b+c-1$  فرد است.

۱۶) اگر  $x$  یک عدد طبیعی سه رقمی و مضرب ۳ باشد،  $(x+3)x$  همواره مضربی از کدام عدد است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۸

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

(۱۷) کدام یک از نامساوی‌های زیر را می‌توان با اثبات بازگشتنی ثابت کرد؟

$$2^n < n! , \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 4) \quad (۲)$$

$$2^n > n^2 , \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 5) \quad (۱)$$

$$a + \frac{1}{a} \leq -2 , \quad (a < 0) \quad (۴)$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (۳)$$

(۱۸) در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  به روش بازگشتنی به کدام رابطه‌ی همیشه درست می‌رسیم؟

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9 \quad (۱)$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z) \quad (۳)$$

(۱۹) اگر  $a$  یک عدد حقیقی و  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، آنگاه حداقل مقدار  $a$  چقدر باشد تا نامساوی  $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \geq \frac{a}{x^2 + y^2}$  همواره برقرار باشد؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

(۲۰) در اثبات نامساوی  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$  از طریق اثبات بازگشتنی، رابطه‌ی بدیهی به دست آمده کدام است؟ ( $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی مثبت هستند).

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + y^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(x+y)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۴	۲	۴	۲	۲	۲	۴	۲	۳	۴	۴	۳

## ۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (بخش پذیری در اعداد صحیح)

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

آزاد

۱) عدد  $ab(a - b)$  در صورتی که  $a$  و  $b$  اعداد صحیح باشند، بر کدام یک از عددهای زیر همواره بخش‌پذیر است؟

۲) ۴

۴) ۳

۱۶) ۲

۸) ۱

۲) به ازای چند عدد صحیح  $n$ ، حاصل  $\frac{n^2 - 5n + 28}{n - 4}$  نیز یک عدد صحیح می‌باشد؟

۳۲) ۴

۲۴) ۳

۱۶) ۲

۱۲) ۱

۳) چند عدد طبیعی کمتر از  $10^0$  موجود است که عضو مجموعه  $\{1 - 7|2^n\}$  باشد؟

۸) ۴

۳۳) ۳

۳۴) ۲

۷) ۱

۴) فرض کنیم  $p$  یک عدد فرد اول و  $x$  و  $y$  دو عدد طبیعی باشند به طوری که  $x^2 = p + y^2$ ، در این صورت  $x + y$  کدام است؟

$p + 1$ ) ۴

۱) ۳

$p$ ) ۲

$p - 1$ ) ۱

۵) اگر  $a^2$  و  $p$  عدد اول مخالف ۲ باشد،  $a + b$  کدام گزینه است؟ ( $a, b \in \mathbb{N}$ )

$ab$ ) ۴

$p$ ) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۶) اگر  $x$  و  $y$  اعدادی طبیعی باشند و  $4x^2 - 9y^2 = 21$  آنگاه حاصل  $xy$  کدام است؟

۴۰) ۴

۲۰) ۳

۳۳) ۲

۵۰) ۱

۷) اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  هر سه مضرب ۶ باشند، باقی‌ماندهای  $x^3 + y^3 + z^3$  بر  $108$  کدام است؟

۳) ۴

۳) صفر

۶) ۲

۲) ۱

۸) اگر  $n$ ، عدد طبیعی و دو عدد « $5 - 9n$  و  $4 - 9n$ » دارای مقسوم‌علیه مشترک غیر ۱ باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$  کدام است؟

سراسری ۸۵

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۹) بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد  $2n^2 + n + 3$  و  $2n^2 + n + 3 + n$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۶) ۴

۵) ۳

۴) ۲

۳) ۱

۱۰) اگر عدد  $p$  بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک  $a$  و  $p^2$  بوده و  $p^4$  بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک  $b$  و  $p^4$  باشد، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک  $ab$  و  $p^5$  چیست؟

سراسری ۵۳

$p^3$ ) ۴

$p$ ) ۳

$p^4$ ) ۲

$p^2$ ) ۱

(۱۱) اگر عدد طبیعی  $n$  مضرب ۷ نباشد، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد  $21 + 9n$  و  $7 + n$  کدام است؟

۷ (۴)

۱، ۵ (۳)

۱، ۳ (۲)

۱ (۱)

(۱۲) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی  $n$ ، دو عدد به صورت‌های  $9 + 25n$  و  $4 + 11n$  نسبت به هم اوّل‌اند؟

۹۰ (۴)

۸۹ (۳)

۸۷ (۲)

۸۶ (۱)

(۱۳) به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی  $n$ ، دو عدد به صورت‌های  $2 - 5n$  و  $3 + 7n$ ، نسبت به هم غیر اوّل‌اند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۱۴) اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a$  بر ۱۸ سه برابر خارج قسمت باشد، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟

۱۰۵ (۴)

۸۴ (۳)

۲۱ (۲)

۱۳۶ (۱)

(۱۵) در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۳۷ باقی‌مانده‌ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کمتر است. بزرگترین مقدار  $a$  مضرب کدام عدد است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

(۱۶) در تقسیم عدد  $a$  بر عدد طبیعی  $b$  باقی‌مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می‌باشد. اگر  $a$  مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچکترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(۱۷) در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی  $a$  بر عدد طبیعی  $b$  خارج قسمت ۲۱ و باقی‌مانده ۳۷ می‌باشد، چند عضو از مجموعه جواب‌های  $a$  مضرب ۵ می‌باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۱۸) چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۱۱ بوده و باقی‌مانده‌ی تقسیم‌های آن بر دو عدد ۴ و ۵ برابر ۱ باشد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۱۹) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی  $N$  بر عدد ۳۱ برابر ۲۶ می‌باشد. اگر این عدد را بر ۴۳ تقسیم کنیم، باقی‌مانده برابر خارج قسمت می‌شود. رقم یکان عدد بزرگتر  $N$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(۲۰) حاصل ضرب کدام دو عدد به صورت  $1 - 6q$  نیست؟

(۱) هر دو عددی که به صورت  $1 + 6q$  است.

(۲) هر دو عددی که به صورت  $5 + 6q$  است.

(۳) هر دو عددی که به صورت  $3 + 6q$  است.

(۴) هر دو عددی که به صورت  $1 - 6q$  است.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۲	۴	۴	۴	۲	۴	۱	۴	۴	۲	۳	۴	۳	۲	۳	۲	۴

### ۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (همنهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

۱) عدد ۳۹ با کدام عدد داده شده در یک کلاس همنهشتی به پیمانه‌ی ۷ قرار دارند؟

سراسری ۸۰

۹۸ ) ۴

۹۷ ) ۳

۹۶ ) ۲

۹۵ ) ۱

۲) در همنهشتی به پیمانه  $m$  سه عدد  $a$  و ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس همنهشتی قرار دارند، کوچکترین عدد سه رقمی  $a$  به طوری که مجموعه‌ی  $\mathbb{Z}$  به تعداد کمتری کلاس همنهشتی افزایش شود، کدام است؟

سراسری ۸۱

۱۰۶ ) ۴

۱۰۴ ) ۳

۱۰۳ ) ۲

۱۰۲ ) ۱

سراسری ریاضی ۸۸

۳) از رابطه‌ی همنهشتی  $192 \stackrel{۸}{\equiv} 36a$  ، کدام نتیجه‌گیری در پیمانه‌ی ۷ نادرست است؟

$3a \equiv 2$  ) ۴

$2a \equiv -1$  ) ۳

$a \equiv 4$  ) ۲

$a \equiv 3$  ) ۱

سراسری ریاضی ۸۷

۴) از رابطه‌ی همنهشتی  $6b \stackrel{۱}{\equiv} 9a$  ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

$2a \stackrel{۷}{\equiv} 2b$  ) ۴

$a \stackrel{۷}{\equiv} 2$  ) ۳

$b \stackrel{۳}{\equiv} 0$  ) ۲

$a \stackrel{۲}{\equiv} 0$  ) ۱

آزاد ۸۳

۵) چند عدد سه رقمی وجود دارد که باقی‌مانده‌ی تقسیم آنها بر اعداد ۶ و ۷ برابر ۲ باشد؟

۲۲ ) ۴

۲۱ ) ۳

۲۰ ) ۲

۱۹ ) ۱

آزاد

۶) اگر  $3$  و  $a \in \mathbb{N}$  باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a + a^2 + a^3 + a^4$  بر  $16$  کدام است؟

۸ ) ۴

۴ ) ۳

۱۲ ) ۲

۶ ) ۱

۷) باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(1386 + a)^3 + (1386 + 2a)^3 + (1386 + 3a)^3$  بر  $18$  کدام است؟

۴ ) صفر

۱۷ ) ۳

۳ ) ۲

۵ ) ۱

آزاد ۷۶

۸) اگر  $a$  عددی طبیعی باشد، رقم یکان کدام عدد همواره صفر است؟

$a^{90} - a$  ) ۴

$a^{91} - a$  ) ۳

$a^{92} - a$  ) ۲

$a^{93} - a$  ) ۱

آزاد

۹) رقم یکان  $1386^{1385} + 1386^{1385} + \dots + 1386^{1385} + 21385 + 31385 + \dots + 1386^{1385}$  کدام است؟

۲ ) ۴

۱ ) ۳

۷ ) ۲

۳ ) ۱

آزاد ۸۱

۱۰) رقم سمت راست عدد  $(2! + 4! + \dots + 1381!)(1! + 3! + \dots + 1381!)$  چقدر است؟

۲ ) ۴

۶ ) ۳

۴ ) ۲

۱ ) صفر

(۱۱) عدد شش رقمی  $\overline{ababab}$  ممکن است مضرب کدام عدد نباشد؟

۳۷ (۴)

۳۱ (۳)

۱۳ (۲)

۷ (۱)

(۱۲) رقم یکان کوچکترین عدد سه رقمی  $a$  که در رابطه‌ی همنهشتی  $11 \equiv 13a^9$  صدق می‌کند کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۱۳) چند عدد ۲ رقمی در معادله‌ی  $2(x-1) \equiv 3 + 5x$  صدق می‌کند؟

هیچ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

(۱۴) به ازای کدام مقدار  $b$  معادله‌ی  $(15+b)x + by = 20$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح جواب دارد؟

۳۰ (۴)

۱۵ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

(۱۵) به ازای کدام مقدار  $n$ ، معادله سیاله‌ی  $1 - 60x + 84y = 5n$  در مجموعه‌ی  $\mathbb{Z}$  دارای جواب است؟

۳۵ (۴)

۳۳ (۳)

۲۹ (۲)

۲۴ (۱)

(۱۶) اگر  $(221, 357) = 221x + 357y$  باشد، تعداد اعداد طبیعی دو رقمی  $x$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۱۷) اگر  $3 = 5x + 4y$  باشد، آنگاه مقدار  $y - x$  در  $\mathbb{Z}$  به کدام صورت است؟

۹k + 1 (۴)

۹k - ۳ (۳)

۳k - ۱ (۲)

۳k + ۱ (۱)

(۱۸) معادله سیاله‌ی خطی  $105x + 14y = 1050$  در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(۱۹) معادله  $1000 = 100x + 11y$  چند زوج جواب در مجموعه‌ی اعداد طبیعی دارد؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(۲۰) به چند طریق می‌توان مبلغ ۳۵۰ ریال را به وسیله‌ی سکه‌های ۲۰ و ۵۰ ریالی پرداخت بطوری که از هر دو سکه استفاده شود؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۱	۳	۲	۲	۲	۴	۴	۳	۴	۳	۱	۴	۴	۲	۲	۳	۲	۱

## ۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (همنهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

۱) اگر مجموعه‌ی  $\mathbb{Z}$  به ۹ کلاس همنهشتی افراز شده و عدد ۳ رقمی  $5a7$  در کلاس همنهشتی [۵] قرار گرفته باشد، بزرگترین عدد ۲ رقمی همنهشت با  $a$  کدام است؟

۹۳ (۴)

۹۲ (۳)

۹۷ (۲)

۹۸ (۱)

۲) اگر  $3 \equiv 4$  و  $5x + 6y \equiv 2x + 3y$  ، آنگاه  $x$  کدام است؟

$7k - 1$  (۴)

$7k - 5$  (۳)

$7k + 3$  (۲)

$7k$  (۱)

سراسری ریاضی ۷۶

۳) از رابطه‌ی همنهشتی  $18b \equiv 12a^9$  ، کدام نتیجه‌گیری (به پیمانه‌ی ۳) نادرست است؟

$b \equiv 2$  (۴)

$a \equiv 0$  (۳)

$4a \equiv 6b$  (۲)

$2a \equiv 3b$  (۱)

۴) اگر  $N$  بزرگترین عدد ۳ رقمی باشد که باقی‌مانده‌ی آن بر ۱۲ و بر ۲۰ به ترتیب ۹ و ۱۷ باشد، رقم وسط آن کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۵) باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد طبیعی  $a$  و  $b$  بر ۱۵ به ترتیب برابر ۳ و ۱۲ است، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $a^3 + b^3$  بر ۵ کدام است؟

۴) صفر

۳ (۳)

۱ (۲)

۵ (۱)

آزاد ۷۳

۶) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $161^{161} + 241^{241} + 252^{252} + \dots + 161^{161}$  بر ۱۲ کدام است؟

۱۱ (۴)

۶ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۷) اگر عدد  $a$  مضرب ۱۶ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(17a+1)^4 + (17a+2)^4 + (17a+3)^4 + (17a+4)^4 + (17a+5)^4$  بر ۴ کدام است؟

آزاد ۸۳

۳ (۴)

۱ (۳)

۲) صفر

۱ (۲)

سراسری ۷۹

۸) عدد  $a^{315} + a^{315}$  بر عدد ۱۷ تقسیم‌پذیر است، کوچکترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

آزاد ۸۴

۹) رقم یکان  $!^{1383} (1383)^{1383} + \dots + (1383)^{11} + (1383)^3 + (1383)^1$  کدام است؟

۵ (۴)

۷ (۳)

۲ (۲)

۱) صفر

سراسری ۷۶

۱۰) رقم یکان هر عدد با رقم یکان کدامیک از توان‌های خودش همیشه برابر است؟

۴) توان ششم

۳) توان پنجم

۲) توان چهارم

۱) توان سوم

(۱۱) شرط اینکه معادله‌ی همنهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  دارای جواب باشد، کدام است؟

$$(a, b) | m \quad (4)$$

$m$  عدد اول باشد.

$$(a, b) = 1 \quad (2)$$

$$(a, m) | b \quad (1)$$

$$x \equiv 5 \pmod{4} \quad (4)$$

$$x \equiv 1 \pmod{3} \quad (3)$$

$$x \equiv 12 \pmod{2} \quad (2)$$

$$x \equiv 6 \pmod{1} \quad (1)$$

(۱۲) تعداد جوابهای معادله‌ی همنهشتی  $4x + 2y \equiv 1 \pmod{7}$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح کدام است؟

$$4) \text{ بی‌شمار}$$

$$8) \text{ } (3)$$

$$6) \text{ } (2)$$

$$1) \text{ صفر}$$

(۱۳) به ازای کدام عدد طبیعی  $n$  معادله‌ی سیاله‌ی  $2n + 1 = 24x + 39y$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب است؟

$$24) \text{ } (4)$$

$$16) \text{ } (3)$$

$$20) \text{ } (2)$$

$$23) \text{ } (1)$$

(۱۴) معادله سیاله‌ی خطی  $7x + 5y = 13$  در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

$$2) \text{ } (4)$$

$$3) \text{ } (3)$$

$$4) \text{ } (2)$$

$$5) \text{ } (1)$$

(۱۵) معادله سیاله‌ی خطی  $7x + 21y = 28$  چند جواب صحیح در بازه‌ی  $-20 < x, y < 20$  دارد؟

$$13) \text{ } (4)$$

$$11) \text{ } (3)$$

$$9) \text{ } (2)$$

$$15) \text{ } (1)$$

(۱۶) معادله  $2x + 6y = a^2 + 3x + 6y$  به ازای چند مقدار  $a \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  جواب دارد؟

$$6) \text{ } (4)$$

$$14) \text{ } (3)$$

$$7) \text{ } (2)$$

$$13) \text{ } (1)$$

(۱۷) اعداد صحیح  $a$  و  $b$  در معادله‌ی  $15a + 23b = 12$  صدق می‌کنند، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $b$  بر  $15$  کدام است؟

$$9) \text{ } (4)$$

$$8) \text{ } (3)$$

$$6) \text{ } (2)$$

$$3) \text{ } (1)$$

(۱۸) فرض کنید به تعداد کافی وزنه‌های  $3$  و  $5$  کیلویی در اختیار داشته باشیم، به چند طریق می‌توان جسمی به وزن  $32$  کیلو را با این وزنه‌ها توزین کرد بطوری که این نوع وزنه‌ها فقط در یک کفه ترازو قرار گیرند؟

$$4) \text{ } (4)$$

$$3) \text{ } (3)$$

$$2) \text{ } (2)$$

$$1) \text{ } (1)$$

(۱۹) اگر بخواهیم برای خرید کتابی به قیمت  $50000$  تومان از بن‌های  $350$  تومانی و  $150$  تومانی استفاده کنیم، حداقل تعداد بن‌های  $350$  تومانی کدام است؟

$$1) \text{ } (4)$$

$$3) \text{ } (3)$$

$$2) \text{ } (2)$$

$$10) \text{ } (1)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۲	۴	۳	۴	۳	۳	۱	۴	۱	۳	۲	۳	۴	۳	۴	۲	۴	۲	۳

## ۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

۱) کدام یک از دنباله‌ی درجات رئوس زیر می‌تواند دنباله‌ی درجه‌ی رئوس یک گراف ساده باشد؟

۴, ۳, ۱, ۱, ۱ (۴)

۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۳)

۴, ۴, ۳, ۳, ۱ (۲)

۵, ۴, ۳, ۲, ۰ (۱)

سراسری ۸۵

۲) در یک گراف ساده از مرتبه ۶، دنباله‌ی درجات راس‌های آن، به کدام صورت می‌تواند باشد؟

۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱ (۴)

۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (۳)

۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۲)

۵, ۴, ۳, ۲, ۰ (۱)

۳) تعداد گراف‌های ساده با رئوس  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$  که اندازه‌ی آن ۳ باشد، کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۹۰ (۳)

۶۰ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری ریاضی ۹۱

۴) در یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۸ باشد، با افزودن چند یال گراف کامل می‌شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵) در گراف  $G$  از مرتبه ۶ رابطه‌ی  $2q = 3p$  برقرار است، چند یال به  $G$  اضافه شود تا تبدیل به یک گراف کامل شود؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۶) تعداد یال‌های یک گراف کامل ۷ برابر تعداد رئوس آن می‌باشد، مرتبه‌ی آن گراف کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۷) کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند اندازه‌ی گراف کامل باشد؟

۴۵ (۴)

۲۸ (۳)

۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

۸) یک گراف از مرتبه ۱۰ دارای ۴۳ یال می‌باشد، این گراف حداقل دارای چند رأس با درجه‌ی ماکزیمم است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

آزاد ۸۳

۹) گرافی با ۶ رأس دارای ۱۴ یال است، درجه‌ی چند رأس از این گراف ۵ است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

آزاد ۸۱

۱۰) در گرافی دارای ۸ رأس و ۲۳ یال، بیشترین مقدار  $\Delta(G) - \delta(G)$  کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۵ (۱)

۱۱) در گرافی از مرتبه ۸ درجه‌ی ۵ رأس ماکزیمم است، بیشترین مقدار  $q$  کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۶ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

(۱۲) در گراف  $G = (V, E)$  اگر  $V = \{a, b, c, d, e\}$  و  $E = \{ab, ac, bd, ae\}$  ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$\delta = 4 \quad \Delta = 1 \quad (4)$$

$$\delta = 1 \quad \Delta = 4 \quad (3)$$

$$\delta = 2 \quad \Delta = 4 \quad (2)$$

$$\delta = 1 \quad \Delta = 3 \quad (1)$$

(۱۳) دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های یک گراف به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۲ و ۱ می‌باشد. چند مسیر متمایز بین دو رأس با درجه‌های ۱ و ۲ وجود دارد؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

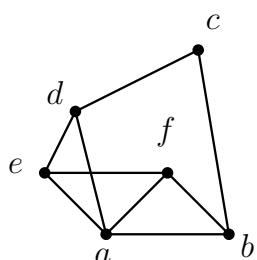
(۱۴)  $U$  و  $V$  دو رأس متمایز از گراف  $K_7$  می‌باشند. چند مسیر به طول ۳ از  $U$  به  $V$  در آن گراف وجود دارد؟

$$21 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$42 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$



سراسری ریاضی ۹۷

(۱۵) در گراف شکل مقابل چند مسیر متفاوت از  $a$  به  $b$  وجود دارد؟

$$6 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

(۱۶) در یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ چند دور با طول ۵ وجود دارد؟

$$24 \quad (4)$$

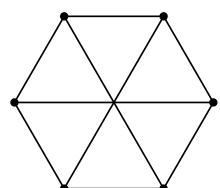
$$16 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

سراسری ریاضی ۹۶

(۱۷) در گراف ۳ - منتظم رو به رو، چند دور با طول ۴ موجود است؟

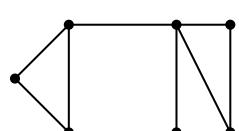


$$7 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$



$$4 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

(۱۹) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده و همبند اعداد  $4, 3, 1, a, b, c$  هستند. اگر  $p$  تعداد رأس‌های گراف،  $q$  تعداد یال‌های گراف و  $\frac{3}{2}p = q$  باشد، تعداد جواب‌های مجموعه‌ی  $\{a, b, c\}$  ، کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(۲۰) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند  $G$  عبارتند از: « ۱، ۲، ۲، ۲، ۲، ۴ » به طوری که دو رأس با درجه‌های بزرگ‌تر مجاور نیستند، تعداد دورها با طول ۳ در این گراف کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۳	۴	۱	۱	۱	۴	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۳	۲	۴	۴	۲	

## ۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

۱) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد گراف ساده همواره درست است؟

- ۱) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.
- ۲) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- ۳) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- ۴) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.

۲) در گرافی که ۱۶ رأس دارد تعداد رأس‌های زوج عددی ..... و تعداد رأس‌های فرد عددی ..... است. سراسری ریاضی ۸۶

۴) زوج - زوج

۳) زوج - فرد

۲) فرد - زوج

۱) فرد - فرد

۳) در کدام گراف کامل تعداد یال‌ها برابر تعداد رأس‌هاست؟

$K_5$  (۴)

$K_{11}$  (۳)

$K_{10}$  (۲)

$K_9$  (۱)

آزاد ۸۲

۴) گرافی با درجه‌ی رئوس  $4, 4, 4, 4, 4$  دارای چند یال است؟

۱۰ (۴)

۱۶ (۳)

۲۰ (۲)

۸ (۱)

۵) تعداد یال‌های یک گراف ۶ - منتظم کدام می‌تواند باشد؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۶) اگر  $G$  یک گراف  $r$  - منتظم باشد و اندازه‌ی آن  $36$ ، آنگاه  $r$  کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۷) گراف ساده‌ی  $G$  چنان است که  $q = 71$  و  $\delta = 8$ ، این گراف حداکثر چند رأس دارد؟

۲۷ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۹ (۱)

۸) در یک گراف که  $p$  رأس دارد، تعداد یال‌ها سه برابر تعداد رأس‌هاست.  $p$  کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۹) در یک گراف  $q = 20$  و  $\delta = 4$  است، حداکثر تعداد رأس‌ها کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۰) گراف ساده‌ی  $G$  دارای ۸ رأس و ۲۶ یال است، حداکثر درجه‌ی چند رأس آن Max است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

(۱۱) گرافی با ده رأس دارای ۳ بخش است، حداکثر مقدار  $\Delta$  کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

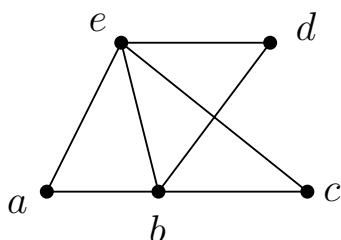
(۱۲) دنباله‌ی درجه‌ی رئوس گراف ساده‌ی  $G$  به صورت  $3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1$  می‌باشد،  $G$  دارای چند دور می‌باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



(۱۳) در گراف مقابل چند دور وجود دارد؟

۵ (۲)

۶ (۴)

۴ (۱)

۹ (۳)

(۱۴) دنباله‌ی درجات گراف  $G$  به صورت  $1, 6, 5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1$  می‌باشد، اگر دو رأس با ماقزیمم درجه مجاور نباشند، این گراف چند دور دارد؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

آزاد ۸۴

(۱۵) در گرافی با رئوس  $e, d, c, b, a$  و درجه‌ی رئوس  $4, 4, 4, 3, 3$  چند دور به طول ۳ وجود دارد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

آزاد ۸۱

(۱۶) گرافی دارای ۱۳ رأس و درجه‌ی هر رأس ۲ است، این گراف حداکثر چند دور دارد؟

۱۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزاد ۸۴

(۱۷) در گرافی به درجه‌ی رئوس  $7, 7, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2$  که دو رأس با درجه‌ی ۷ مجاور نیستند، چند دور وجود دارد؟

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)

(۱۸) کدام گزینه درست است؟

۱) هر گراف همبند دارای یک دور است.

۲) بین هر دو رأس گراف همبند حداقل یک مسیر وجود دارد.

۳) بین هر دو رأس گراف همبند حداكثر یک مسیر وجود دارد.

۴) هر گراف غیرهمبند دور ندارد.

(۱۹) در گراف ساده‌ی  $G$  از مرتبه‌ی ۱۵ مقدار  $\Delta$  برابر ۱۴ می‌باشد، در مورد  $G$  کدام گزینه درست است؟

۴) منتظم است.

۳) کامل است.

۲) همبند است.

۱) دارای دور است.

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

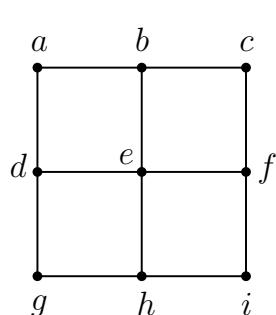
۷ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۲	۲	۲	۲	۱	۴	۳	۱	۳	۲	۱	۲	۴	۳	۴	۲	۴	۲

## ۷.۴ خودآزمایی شماره ۷ (مدل‌سازی با گراف)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰



۱) گراف  $G$  در شکل روبرو رسم شده است، کدام مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف  $G$  است؟

$\{a, d, f, i\}$  (۲)

$\{a, e, i\}$  (۱)

$\{a, c, g, i\}$  (۴)

$\{a, b, f, i\}$  (۳)

۲) چند تا از مجموعه‌های زیر یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف مقابله است؟

$\{a, c, f, h\}$ ,

$\{a, c, d, h\}$ ,

$\{a, c, i, j\}$ ,

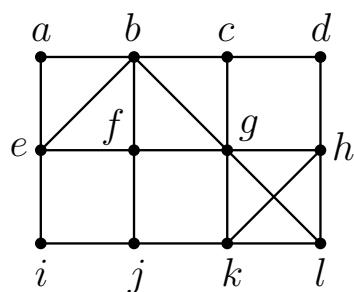
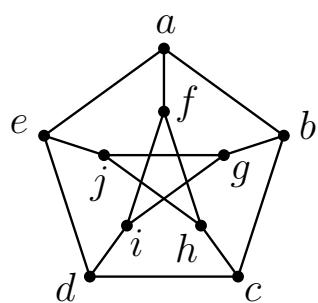
$\{a, c, g\}$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



۳) فرض کنید  $D$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف شکل مقابل باشد. مجموعه‌ی  $D$  با کدام مجموعه ممکن است عضو مشترک نداشته باشد؟

$\{a, b, e\}$  (۲)

$\{e, f, g, h\}$  (۱)

$\{f, i, j, k\}$  (۴)

$\{g, h, l, k\}$  (۳)

۴) گراف  $P_6$  چند مجموعه‌ی احاطه‌گر چهار عضوی دارد؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

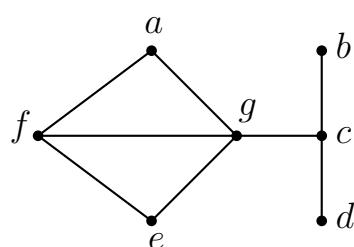
۵) گراف  $C_6$  چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

۱۵ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)



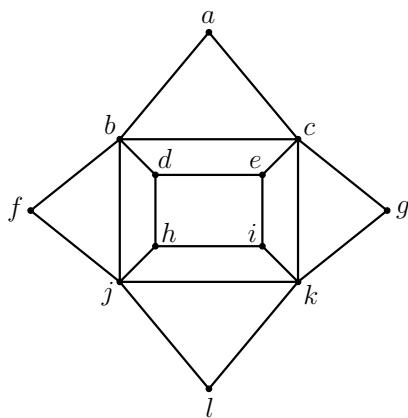
۶) برای گراف روبرو، کدام گزینه یک  $\gamma$ -مجموعه است؟

$\{a, e, c\}$  (۲)

$\{a, b, d, e\}$  (۱)

$\{f, g, d\}$  (۴)

$\{c, g\}$  (۳)



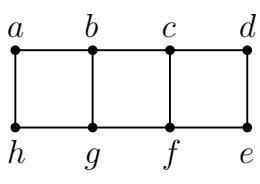
۷) مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف رو به رو چند عضو دارد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)



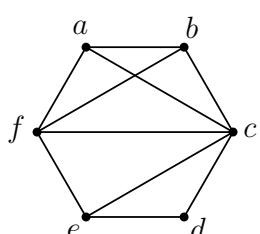
۸) کدام مجموعه‌ی یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم گراف شکل مقابل نیست؟

$\{b, c, f, g\}$  (۲)

$\{a, b, c, d\}$  (۱)

$\{a, b, e, f\}$  (۴)

$\{a, c, e, g\}$  (۳)



۹) گراف شکل مقابل چند احاطه‌گر مینیمم دو عضوی دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

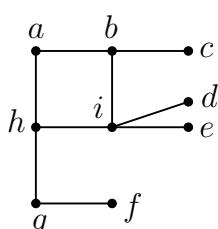
۱۰) گراف  $C_5$  دارای ..... مجموعه‌ی احاطه‌گر ۳ عضوی و دارای ..... مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم ۳ عضوی است.

۵ - ۵ (۴)

۵ - ۱۰ (۳)

۲) ۵ - صفر

۱) ۱۰ - صفر



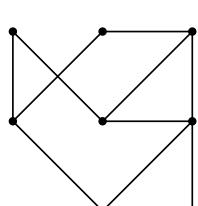
۱۱) در گراف رو به رو، مجموعه‌ی  $\{i, b, h, g, f, c\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است. حداکثر چند عضو این مجموعه را می‌توان حذف کرد به طوری که مجموعه به یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم تبدیل شود؟

۲ (۲)

۱) ۱

۴ (۴)

۳ (۳)



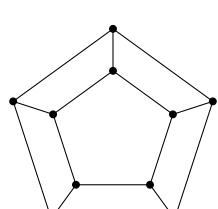
۱۲) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۲ (۲)

۱) ۱

۴ (۴)

۳ (۳)



۱۳) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

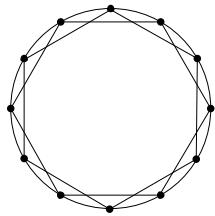
۴ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۵ (۳)

۱۴) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



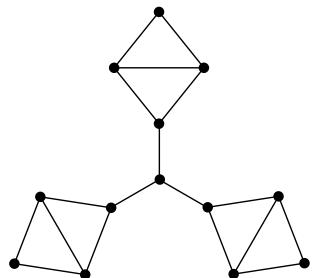
۴ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۵ (۳)

۱۵) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟



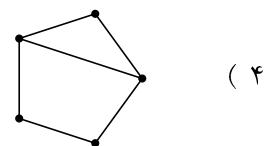
۴ (۲)

۳ (۱)

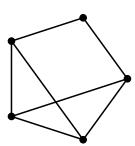
۶ (۴)

۵ (۳)

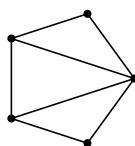
۱۶) عدد احاطه‌گری کدام گراف برابر ۱ است؟



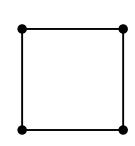
(۴)



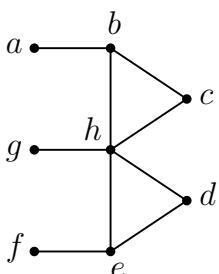
(۳)



(۲)



(۱)



$C_{10}$  (۴)

$P_9$  (۳)

$C_8$  (۲)

$P_7$  (۱)

۱۷) در گراف روبرو،  $\gamma(G)$  برابر ..... و اگر  $A$  یک مجموعه‌ی مینیمال باشد، حداقل ..... عضو دارد.

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم که  $\gamma(G) = 1$  است، این گراف دست‌کم چند یال دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۰) برای احاطه کردن همه‌ی رأس‌های یک گراف ۳-منتظم از مرتبه‌ی ۲۲، کدام عدد یک کران پایین برای  $\gamma(G)$  است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۴	۴	۲	۲	۱	۱	۲	۳	۱	۴	۴	۳	۳	۲	۳	۱	۲	۲

## ۸.۴ خودآزمایی شماره ۸ (مدل‌سازی با گراف)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

۱) کدام یک از گراف‌های زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

$P_{10}$  (۴)

$P_8$  (۳)

$P_7$  (۲)

$P_4$  (۱)

۲) حداقل عدد احاطه‌گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه‌ی ۱۶ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۳) در گراف ساده‌ی  $G$ ، اگر  $p = 8$  و  $\Delta = 3$  باشد، آنگاه حداقل مقدار ممکن برای  $\gamma(G)$  کدام است؟

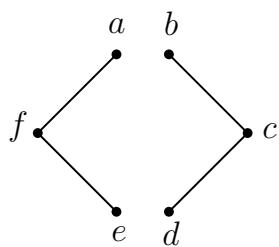
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) گراف  $G$  مطابق شکل مقابل مفروض است. در صورت افزودن کدام یال به این گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم آن یکتا نخواهد بود؟

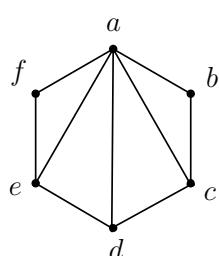


$ab$  (۲)

$cf$  (۱)

$be$  (۴)

$ae$  (۳)



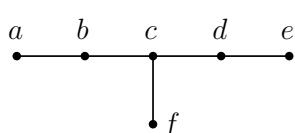
۵) گراف مقابل، چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۳ (۲)

۱ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)



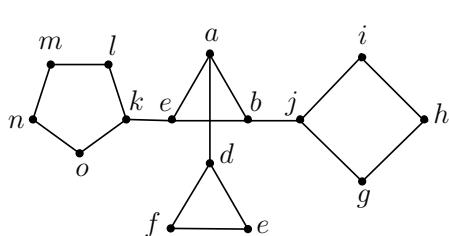
۶) گراف  $G$  در شکل مقابل، چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۴ (۳)



۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

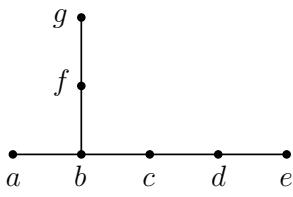
۵ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۸) کدام یک از رأس‌های گراف شکل مقابل در هیچ‌کدام از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن وجود ندارد؟



$f$  (۲)

$a$  (۱)

$d$  (۴)

$c$  (۳)

۹) عدد احاطه‌گری گراف  $\overline{C_n}$  همواره برابر کدام است؟ ( $n \geq 4$ )

$n - 2$  (۴)

$\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$  (۳)

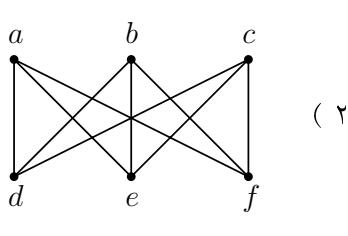
۳ (۲)

۲ (۱)

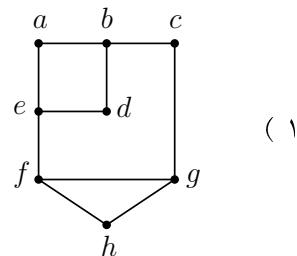
۱۰) در کدام گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا است؟

$P_4$  (۴)

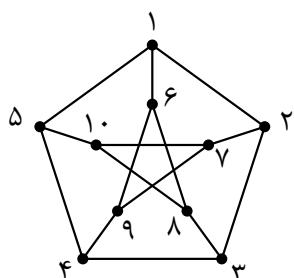
$K_4$  (۳)



(۲)



(۱)

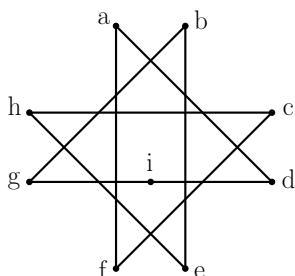


{5, 10, 7, 2} (۲)

{2, 5, 6, 8} (۱)

{2, 6, 9, 10} (۴)

{2, 5, 8, 9} (۳)



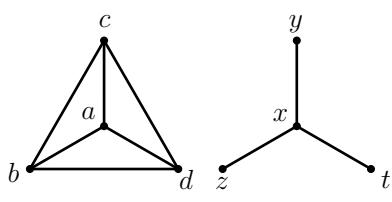
۱۲) گراف مقابل چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۴ (۴)

۱ (۳)



۱۲۸ (۲)

۲۵۶ (۱)

۱۳۵ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۳) گراف مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر دارد؟

۲ (۴) یا ۱

۳ (۳) یا ۲

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۴) اگر  $G$  گرافی از مرتبه‌ی  $p$  باشد به طوری که  $6 \geq p \geq 2 = \delta$ ، آنگاه عدد احاطه‌گری گراف  $\overline{G}$  کدام است؟

(۱۵) عدد احاطه‌گری گراف  $C_{10}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

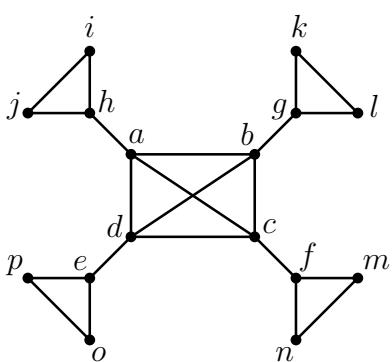
(۱۶) گراف  $P_4$  چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



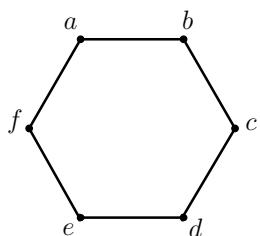
(۱۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابله‌ی برابر . . . . و این گراف دارای . . . .  $\gamma$ -مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۱، ۳ (۲)

۲، ۳ (۱)

۲، ۴ (۴)

۱، ۴ (۳)



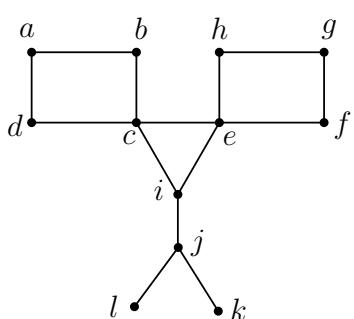
(۱۸) کدام گزینه در مورد گراف رو به رو درست است؟

۱) مجموعه‌ی  $\{a, c\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۲) گراف دارای شش  $\gamma$ -مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۳) مجموعه‌ی  $\{f, d, e\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۴) در این گراف  $\gamma(G) = 2$



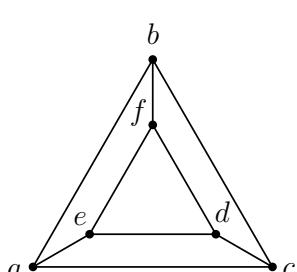
(۱۹) عدد احاطه‌گری گراف رو به رو کدام است؟

۲ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



$\gamma$  - تعداد مجموعه‌های گراف شکل رو به رو کدام است؟

۶ (۱)

۹ (۲)

۳ (۳)

۱۲ (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۳	۴	۴	۳	۴	۱	۳	۱	۱	۳	۲	۴	۴	۳	۲	۴	۲

## ۹.۴ خودآزمایی شماره ۹ (مباحثی در ترکیبیات)

تعداد سؤال: ۱۶

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

۱) برای چهار درس  $a, b, c, d$  به چند طریق می‌توان یک برنامه امتحانی نوشت به طوری که امتحان درس  $a$  همواره بلافاصله بعد از امتحان درس  $b$  باشد؟

۴ ) ۴

۲۴ ) ۳

۱۲ ) ۲

۷ ) ۱

۲) به چند طریق می‌توان ۹ ماشین را کنار هم قرار داد به طوری که همیشه سه ماشین مخصوص کنار هم قرار گیرند؟

$3! \times 7!$  ) ۴

۶! ) ۳

$\frac{9!}{3!}$  ) ۲

$6! \times 3!$  ) ۱

۳) با حروف کلمه‌ی *beelze* چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف  $e$  به صورت یک در میان قرار گیرند؟

۲ ) ۴

۶ ) ۳

۳۶ ) ۲

۱۲ ) ۱

۴) با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» بدون تکرار حروف چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن دو حرف «پ» و «ر» کنار هم نیامده باشند؟

۴۸۰ ) ۴

۷۲۰ ) ۳

۲۴۰ ) ۲

۳۶۰ ) ۱

۵) با حروف کلمه‌ی *perusal* چند جایگشت هفت حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت که به حرف  $e$  ختم شود و حروف  $u, r$ ، و  $e$  کنار هم باشند؟

۲۴۰ ) ۴

۱۴۴ ) ۳

۱۲۰ ) ۲

۴۸ ) ۱

۶) با ارقام ۲, ۶, ۵, ۴, ۲, ۷ چند عدد پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به نحوی که رقم های فرد کنار هم نباشند؟

۷۲ ) ۴

۷۰ ) ۳

۷۴ ) ۲

۶۸ ) ۱

۷) گل فروشی ۴ نوع گل می‌فروشد، به چند طریق می‌توان ۷ شاخه گل از او خرید؟

۲۴۰ ) ۴

۱۲۰ ) ۳

۷۰ ) ۲

۲۵ ) ۱

۸) به چند طریق می‌توان چهار سیب و پنج نارنگی را بین چهار کودک تقسیم کرد بطوری که به هر کدام حداقل یک نارنگی برسد؟

۴۲ ) ۴

۱۴۰ ) ۳

۴۸ ) ۲

۶۴ ) ۱

$$9) \text{ دستگاه} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 + x_5 = 5 \end{array} \right.$$

چند جواب در مجموعه‌ی اعداد طبیعی دارد؟

$(12) ) 4$

۸۴ ) ۳

۸۰ ) ۲

۱۲ ) ۱

(۱۰) معادله  $9 = w + z + y + 2x$  در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۲۲) ۴

۲۱) ۳

۱۶) ۲

۱۵) ۱

(۱۱) به چند طریق می‌توان ۶ پیراهن مشابه و ۷ شلوار یکسان را بین ۳ نفر تقسیم کرد بطوری که به هر نفر حداقل یک پیراهن و یک شلوار برسد؟

۲۱۰) ۴

۱۸۰) ۳

۱۵۰) ۲

۱۲۰) ۱

سراسری ریاضی ۸۷

(۱۲) به چند طریق می‌توان ۱۲ سکه را بین سه نفر تقسیم کرد، به طوری که لااقل به هر کدام یک سکه برسد؟

۳۶) ۴

۴۵) ۳

۴۸) ۲

۵۵) ۱

(۱۳) به چند طریق می‌توان ۹ کتاب یکسان را در ۵ قفسه متمایز جای داد به طوری که در هر قفسه، لااقل یکی از آنها قرار داده شود؟

سراسری ریاضی ۹۲

۷۰) ۴

۵۶) ۳

۴۲) ۲

۳۵) ۱

سراسری ریاضی ۹۴

(۱۴) تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی نامساوی  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$  کدام است؟

۳۵) ۴

۳۳) ۳

۳۲) ۲

۳۰) ۱

			۲
		۱	۳
۲		۳	۴

(۱۵) به چند طریق می‌توان مربع زیر را پر کرد تا یک مربع لاتین ساخته شود؟

۲) ۲

۱) ۱

۴) ۴

۳) ۳

$g$	۲	$h$	$i$
$d$	۳	۲	۴
$f$	۴	$j$	$b$
$e$	$c$	$a$	۳

(۱۶) در مربع لاتین رو به رو،  $a$  و  $b$  کدام اند؟

$b = ۲$  و  $a = ۳$  (۲)

$b = ۱$  و  $a = ۴$  (۱)

$b = ۲$  و  $a = ۴$  (۴)

$b = ۴$  و  $a = ۱$  (۳)

(۱۷) اگر  $A$  یک مربع لاتین  $3 \times 3$  باشد، آنگاه چند مربع لاتین  $3 \times 3$  وجود دارد که با  $A$  متعامد بوده و از تعویض جای حداقل دو سطر مربع  $A$  حاصل شده باشند؟

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲

۱) هیچ

(۱۸) مربع لاتین چرخشی  $4 \times 4$  مفروض است. اگر  $a_i$  مجموع اعداد باقی‌مانده در این مربع بعد از حذف سطر  $i$  و ستون  $j$  باشد، آنگاه کدام یک از مقادیر زیر بزرگتر است؟

۴) هر سه مقدار یکسان‌اند.

$a_۳$  (۳)

$a_۲$  (۲)

$a_۱$  (۱)

۱۹) خانه‌های مربع مقابل را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به طوری که یک مربع لاتین تشکیل شود؟

۱			
	۲		
		۲	
			۱

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰) اگر  $A$  مربع لاتین چرخشی  $4 \times 4$  باشد، آنگاه چند مربع لاتین مانند  $B$  وجود دارد که با مربع  $A$  متعامد بوده و درایه‌ی سطر اول ستون اول آن برابر یک باشد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) هیچ

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۴	۴	۴	۱	۴	۴	۱	۲	۴	۳	۳	۴	۴	۱	۴	۱	۴	۱

## ۱۰.۴ خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبات)

تعداد سوال: ۱۷

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) به چند طریق می‌توانند ۳ دختر و ۴ پسر در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که تمام دختران کنار هم باشند؟

$3! \times 5!$  (۴)

$8!$  (۳)

$7!$  (۲)

$6!$  (۱)

(۲) به چند طریق می‌توان ۸ مداد رنگی متمایز را در یک ردیف چید اگر قرار باشد دو مداد مخصوص کنار هم نباشند؟

$2! \times 7!$  (۴)

$8! - 2!$  (۳)

$8! \times 2!$  (۲)

$8! - 7! \times 2!$  (۱)

(۳) تعداد کلمات پنج حرفی که باحروف کلمه‌ی SASAT می‌توان ساخت چقدر است؟

۱۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۳۰ (۲)

۶ (۱)

(۴) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «KONKORI» که در آنها حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند، کدام است؟

۳۶۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

(۵) با حروف کلمه‌ی improve چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف A شروع شده و حروف کلمه‌ی pro در کنار هم باشند؟

۳۶ (۴)

۵۷۶ (۳)

۴۲۰ (۲)

۱۴۴ (۱)

(۶) با حروف کلمه‌ی ASSIST چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که همواره S ها پشت سر هم باشند؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

(۷) گل فروشی در مغازه‌اش ۱۰ مدل گل مختلف دارد. او با توجه به تقاضای مشتریان دسته گل‌هایی درست می‌کند که در آنها حداقل ۸ شاخه گل متمایز به کار رفته است. وی چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

۶۰ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۴۵ (۱)

(۸) ۸ کبوتر یکسان به چند طریق می‌توانند در ۵ لانه‌ی متمایز قرار گیرند به طوری که هیچ لانه‌ای خالی نماند؟

$\binom{8}{5}$  (۴)

$\binom{8}{4}$  (۳)

$\binom{7}{4}$  (۲)

$\binom{12}{4}$  (۱)

(۹) تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله‌ی  $x + y + z = 10$  کدام است؟

۱۳۲ (۴)

۶۶ (۳)

۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

(۱۰) معادله‌ی  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  با شرط  $x_1 \geq 2$  و  $x_2 > 2$  و  $x_3 > 3$  چند جواب طبیعی دارد؟

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۵۶ (۲)

۵۵ (۱)

(11) معادله‌ی  $12 = x_1 + x_2 + x_3$  چند جواب صحیح با شرط  $x_i \geq i + 1$  دارد؟ ( $i = 1, 2, 3$ )

۱۰) ۴

۲۱) ۳

۴۵) ۲

۶۶) ۱

(12) به چند طریق می‌توان ۹ سیب مشابه را بین ۴ نفر توزیع کرد به طوری که مجموع سیب‌های داده شده به نفر اول و دوم روی هم باشد؟

۳۰) ۴

۲۴) ۳

۲۰) ۲

۱۱) ۱

آزاد ۸۱

(13) معادله‌ی  $20 = x_1 + x_2 + 10x_3$  چند جواب صحیح غیرمنفی دارد؟

۴۱) ۴

۳۳) ۳

۳۱) ۲

۳۰) ۱

(14) نامعادله‌ی  $9 < x_1 + x_2 + x_3$  چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\binom{12}{9} \quad (4)$$

$$\binom{11}{8} \quad (3)$$

$$\binom{10}{8} \quad (2)$$

$$\binom{11}{9} \quad (1)$$

$x$	$y$	$z$
۱	۲	۳
۳	$t$	$w$

$a$	$b$	$c$
۱	۲	۳
۲	$d$	$e$

(15) اگر دو مربع  $3 \times 3$  روبه‌رو مرتع لاتین باشند، حاصل  $ax + by$  کدام است؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

(16) کدام یک از مرتع‌های لاتین زیر از یک جایگشت روی مرتع لاتین حاصل شده است؟

۲	۲	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

(۲)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

(۱)

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۲	۲

(۴)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

(۳)

۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳

۳	۴	۱	۲
۱			
	$x$		۳
		$y$	

۴ (۲)

۶ (۴)

۳ (۱)

۵ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
			۱	۲	۴	۳	۲	۴	۳	۲	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۲	۱	۴

## ۱۱.۴ خودآزمایی شماره ۱۱ (روش‌هایی برای شمارش)

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

۱) در بین ۸۰ داوطلب کنکور، ۵۰ نفر در کنکور سراسری، ۳۰ نفر در کنکور آزاد و ۲۵ نفر در هیچ‌یک از ۲ کنکور شرکت نکرده‌اند. چند نفر در هر دو کنکور شرکت کرده‌اند؟

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۵ (۲)

۰ (۱)

۲) از ۵۱ دانش‌آموز یک دبیرستان، ۳۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۲۳ نفر در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند.  
سراسری ۸۲

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۳) چند عدد از مجموعه  $S = \{1, 2, \dots, 100\}$  حداقل بر یکی از اعداد ۲ و ۳ بخش‌پذیرند؟

۸۳ (۴)

۶۷ (۳)

۶۳ (۲)

۵۰ (۱)

۴) ۴ نفر را به چند طریق می‌توان به ۳ اتاق مختلف فرستاد به طوری که در هر اتاق حداقل یک نفر قرار گیرد؟

۴۲ (۴)

۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۳۴ (۱)

۵) چند عضو از مجموعه  $A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 6300\}$  نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش‌پذیرند؟

۴۲۰ (۴)

۲۹۴۰ (۳)

۲۵۲۰ (۲)

۳۳۶۰ (۱)

۶) چند عدد چهار رقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ وجود دارد که در آنها هر یک از ارقام ۱ و ۲ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

۲۲۳ (۴)

۱۹۴ (۳)

۱۶۴ (۲)

۱۱۳ (۱)

۷) چند عدد طبیعی دو رقمی می‌توان نوشت که نه بر ۳ بخش‌پذیر باشند و نه در نوشت آنها از رقم ۳ استفاده شود؟

۴۸ (۴)

۴۶ (۳)

۴۴ (۲)

۴۲ (۱)

۸) چند عدد از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 150\}$  نسبت به ۱۵۰ اول‌اند؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۸ (۲)

۴۰ (۱)

۹) چند عدد از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 100\}$  نه مربع کامل‌اند و نه مکعب کامل؟

۹۰ (۴)

۸۸ (۳)

۸۶ (۲)

۸۴ (۱)

۱۰) چند تابع پوشای  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  وجود دارد؟

۳۰ (۴)

۲۱ (۳)

۲۳ (۲)

۲۴ (۱)

آزاد ۸۶

۱۱) چند تابع یک به یک از  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  وجود دارد که شامل عضو (۱) باشد؟

۱۲۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۴ (۲)

۱) صفر

(۱۲) درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱۸ سانتی‌متر حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا مطمئن شویم فاصله‌ی حداقل ۲ تا از این نقاط کمتر از ۳ سانتی‌متر است؟

۲۱۷ (۴)      ۲۱۶ (۳)      ۳۷ (۲)      ۳۶ (۱)

(۱۳) حداقل چند عضو از مجموعه‌ی  $\{1, 3, 5, 7, 11, 13, 15, 17\}$  انتخاب شود تا مطمئن شویم دست کم مجموع دو تای آنها ۱۸ می‌شود؟

۷ (۴)      ۶ (۳)      ۵ (۲)      ۴ (۱)

(۱۴) یک کلاس باید حداقل چند دانش‌آموز داشته باشد تا مطمئن باشیم لااقل ۲ نفر از آنها در یک روز مشخص از هفته و یک فصل از سال به دنیا آمده باشند؟

۸۵ (۴)      ۸۴ (۳)      ۲۹ (۲)      ۲۸ (۱)

(۱۵) ۷۱ کبوتر، حداکثر در چند لانه قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از ۳ کبوتر قرار داشته باشد؟

۲۴ (۴)      ۲۳ (۳)      ۲۲ (۲)      ۲۱ (۱)

(۱۶) درون مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱، حداقل چند نقطه اختیار کنیم تا بتوان از طریق اصل لانه کبوتر اثبات کرد حداقل ۲ نقطه از این نقاط، فاصله کمتر از  $\frac{1}{3}$  دارند؟

۱۱ (۴)      ۱۰ (۳)      ۹ (۲)      ۸ (۱)

(۱۷) فرض کنید در بین هر ۴۰ عدد صحیح، حداقل ۳ عدد وجود دارند که باقی‌مانده‌ی تقسیم آنها بر عدد طبیعی  $k$  با یکدیگر برابر است. بزرگترین مقدار ممکن برای  $k$  کدام است؟

۲۰ (۴)      ۱۹ (۳)      ۱۴ (۲)      ۱۳ (۱)

(۱۸) اگر  $1 + mn$  مهره را به هر طریق در  $m$  جعبه قرار دهیم، جعبه‌ای باشد که در آن حداقل ۳ مهره قرار دارد، تعداد مهره‌ها کدام است؟

$2m+2$  (۴)       $2m-1$  (۳)       $2m$  (۲)       $2m+1$  (۱)

(۱۹) یک تاس همگن را حداقل چند بار پرتاپ کنیم، تا به طور یقین سه بار یا بیشتر، نتیجه‌ی یکسان داشته باشیم؟

۱۹ (۴)      ۱۸ (۳)      ۱۳ (۲)      ۱۲ (۱)

(۲۰) در کیسه‌ای ۷ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی سبز موجود است. دست کم چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم لااقل ۴ مهره‌ی سفید یا ۳ مهره‌ی سیاه یا ۲ مهره‌ی سبز بیرون آمده است؟

۹ (۴)      ۸ (۳)      ۷ (۲)      ۶ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۱	۳	۳	۳	۲	۲	۲	۱	۴	۳	۱	۴	۳	۱	۲	۳	۴	۳

## فصل ۵

# سؤالات کنکورهای اخیر

### ۱.۵ سوالات کنکور ۹۸

#### ۱.۱.۵ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

۱) اگر باقی مانده‌ی تقسیم عددی بر ۶ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، آنگاه باقی مانده‌ی تقسیم این عدد بر ۶۶، کدام است؟

۴۱) ۴

۴۰) ۳

۳۲) ۲

۲۹) ۱

۲) به ازای بعضی از مقادیر  $n \in \mathbb{N}$ ، اگر  $3|\alpha| + 4|\alpha| + 1 \neq \alpha$  باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچکترین عدد  $n$ ، کدام است؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۸) ۲

۷) ۱

۳) قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۲۲۰ و ۱۴۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰ تومان، به چند طریق می‌توان از این دو نوع کالا، خریداری کرد؟

۱۳) ۴

۱۲) ۳

۱۱) ۲

۱۰) ۱

۴) اگر عدد  $a + 7^{13}$  بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، کوچکترین عدد طبیعی  $a$ ، کدام است؟

۵) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

۵) یک گراف ساده‌ی ۶ رأسی ۴-منتظم، دارای چند دور با طول ۴ است؟

۱۵) ۴

۱۲) ۳

۱۰) ۲

۹) ۱

۶) به چند طریق می‌توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل، یک توپ داشته باشد؟

۲۲۰) ۴

۲۱۰) ۳

۱۸۰) ۲

۱۶۰) ۱

۷) تعداد توابع پوشای از یک مجموعه‌ی ۶ عضوی به یک مجموعه‌ی ۳ عضوی، کدام است؟

۵۴۰) ۴

۴۸۰) ۳

۴۵۰) ۲

۳۶۰) ۱

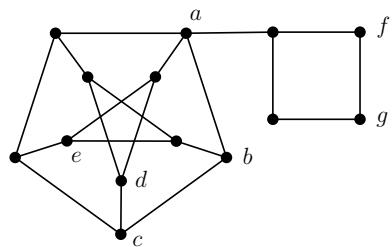
۸) از مجموعه‌ی اعداد  $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$  که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است، یک زیرمجموعه‌ی حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، لااقل دو عدد در این زیرمجموعه موجود است که جمع آنها، ۸۲ باشد؟

۱۴ ) ۴

۱۳ ) ۳

۱۲ ) ۲

۱۱ ) ۱



۹) کدام مجموعه برای گراف رو به رو، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است؟

$\{a, d, e, g\}$  (۲)

$\{a, c, e, g\}$  (۱)

$\{a, d, c, f\}$  (۴)

$\{a, b, d, e\}$  (۳)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱۰) تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین

۶ ) ۴

۴ ) ۳

۳ ) ۲

۲ ) ۱

## ۲.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۱) با توجه به نمادهای «بزرگترین مقسوم‌علیه و کوچکترین مضرب مشترک» عدد  $[154, 429, 627]$ ، کدام است؟

۹۲۴ ) ۴

۵۰۶ ) ۳

۴۷۸ ) ۲

۴۶۲ ) ۱

۱۲) به ازای بعضی از مقادیر  $n \in \mathbb{N}$ ، اگر  $3|11n + 4$  و  $1 \neq \alpha|5n + 1$ ، آنگاه تعداد اعداد دو رقمی  $n$  در این حالت، کدام است؟

۵ ) ۴

۴ ) ۳

۳ ) ۲

۲ ) ۱

۱۳) معادله‌ی سیاله‌ی  $9x + 13y = 725$  در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۶ ) ۴

۵ ) ۳

۴ ) ۲

۳ ) ۱

۱۴) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد  $5^{20}$  بر ۴۱، کدام است؟

۸ ) ۴

۷ ) ۳

۴ ) ۲

۱ ) ۱

۱۵) در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های  $1, 2, 3, 3, 2, 5, 4, 3$ ، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۶ ) ۴

۵ ) ۳

۴ ) ۲

۳ ) ۱

۱۶) به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

۱۵۰ ) ۴

۱۲۵ ) ۳

۱۲۰ ) ۲

۱۰۵ ) ۱

۱۷) تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۸) ۴

۵۶) ۳

۵۴) ۲

۵۲) ۱

۱۸) درون یک مستطیل  $18 \times 9$ ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم لااقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کمتر از  $3\sqrt{2}$  باشد؟

۲۰) ۴

۱۹) ۳

۱۸) ۲

۱۷) ۱

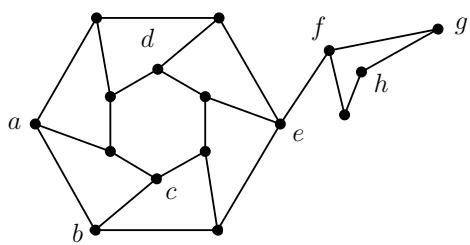
۱۹) کدام مجموعه برای گراف رو به رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟

$\{b, c, e, d, g\}$  (۲)

$\{a, b, c, d, h\}$  (۱)

$\{a, c, e, d, g\}$  (۴)

$\{a, c, e, d, h\}$  (۳)



۲۰) در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۱۸) ۴

۱۲) ۳

۹) ۲

۶) ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۱	۲	۳	۱	۴	۲	۱	۴	۲	۴	۴	۳	۴	۲	۳	۲	۱

## ۲.۵ سؤالات کنکور ۹۹

### ۱.۲.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت  $1, x+3$  و  $2x+2$  است. مساحت مثلث، کدام است؟

۳۹ (۴)

۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)

(۲) تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

(۳) تعداد جملات در بسط عبارت  $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

(۴) در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه ببرداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

(۵) چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده‌ی تقسیم آن اعداد بر  $43^{\circ}$ ، با مجدور خارج قسمت، برابر باشد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۶) کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

۵۶ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

(۷) اگر عدد  $1 - 2^n$  بر عدد ۲۱۷ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۸) عدد چهار رقمی  $\overline{aabb}$ ، مجدور عدد دو رقمی  $\overline{cc}$  است.  $a - b$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(۹) اگر درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد دورهای موجود، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

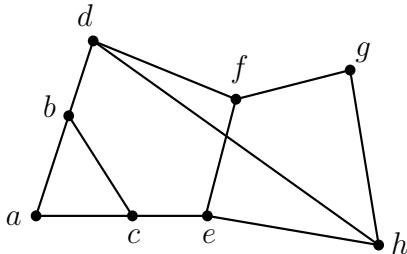
(۱۰) در یک گراف ۷ رأسی غیر تهی و غیر کامل  $K$ -منتظم،  $K$  چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۱) در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال، نیست؟

- $\{a, e, g\}$  (۱)
- $\{a, f, g\}$  (۲)
- $\{b, e, g\}$  (۳)
- $\{e, f, h\}$  (۴)

### ۲.۲.۵ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۲) تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام غیر تکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است؟

۱۶۵۸ (۴)

۱۷۴۸ (۳)

۱۷۹۲ (۲)

۱۸۴۸ (۱)

۱۳) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x + y + z + t = ۱۱$  به شرط آنکه  $x < ۵$  باشد، کدام است؟

۲۸۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۱۴) حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متولی  $\{1, 2, 3, \dots, ۳۰\}$  انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آنها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

۱۵) فرض کنید خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی سه رقمی  $m$  بر  $n$  به ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند. تعداد عددهای طبیعی  $m$  بخش‌پذیر بر ۵، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶) در مجموعه اعداد طبیعی اگر  $d = n^2 - 2n + 6, 3n + 5$  و  $1 \neq d$  باشد، عدد  $d$  کدام است؟

۵۳ (۴)

۴۷ (۳)

۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

۱۷) اگر عدد  $1 - 2^n$  بر عدد  $105$  بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$ ، کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۸) پنج برابر عدد دو رقمی  $\overline{aa}$  را در سمت چپ  $\overline{aa}$  قرار داده و آن را  $m$  می‌نامیم. همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه‌ی ۱۸۳۷ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۹) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۵, ۴, ۴, ۳, ۳, ۲ و ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

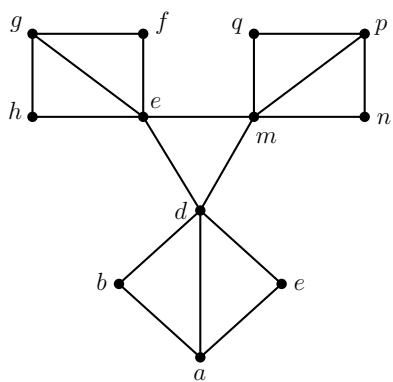
۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۲۰) در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمايز احاطه‌گر مينيمال، کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

۲۱) در يك گراف ۵ رأسی  $K$ - منتظم با بيشترین مقدار ممکن  $K$ ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۵	۴	۱	۳	۴	۴	۲	۴	۱	۱	۲	۴	۲	۳	۴	۲	۲	۴	۲	۱

### ۳.۵ سؤالات کنکور ۱۴۰۰

#### ۱.۳.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟  $(\sqrt{10} \approx 3/16)$

۳۸ (۴)

۳۷ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

(۲) تعداد مقسوم علیه‌های مثبت عدد صحیح  $x = 2^m \times 5^n$  از تعداد مقسوم علیه‌های مثبت صحیح  $\frac{x}{4}$ ، ۱۲ واحد بیشتر است. حداقل مقدار  $x$ ، کدام است؟

۱۲۸۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۶۴۰ (۱)

(۳) میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد سه رقمی به صورت  $\overline{aba}$  که مضرب عدد ۱۲ باشد، کدام است؟

۵۷۴ (۴)

۵۷۰ (۳)

۵۴۰ (۲)

۳۴۸ (۱)

(۴) اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی  $a > 9$  بر  $11$ ،  $3$  واحد بیشتر از باقیماندهی آن باشد، احتمال این که عدد  $a - 9$  بر  $24$  بخش پذیر باشد، کدام است؟

$\frac{5}{11}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{6}{11}$  (۲)

$\frac{13}{22}$  (۱)

(۵) اگر  $m$  بزرگترین عدد طبیعی باشد که  $36^{36} - (10 - m)! \equiv 0 \pmod{15}$ ، آنگاه باقیماندهی تقسیم  $m^{123}$  بر  $15$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۶) تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ ، کدام است؟

۹۶ (۴)

۸۱ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

(۷) کوچکترین اندازه‌ی گراف ساده همبند از مرتبه‌ی ۷ که بزرگترین درجه‌ی رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(۸) مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب  $(a, b)$ ، کدام است؟

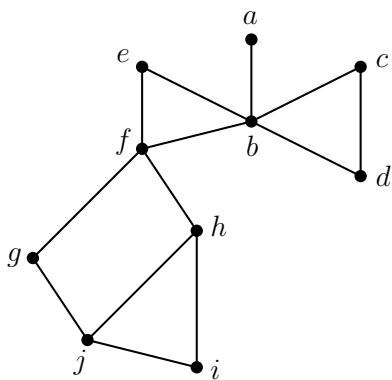
$a$	۳			
۳	۱	۴		
۲	۵	۱	۲	
۱	۴	۲		
$b$				

(۱, ۴) (۲)

(۵, ۳) (۱)

(۴, ۱) (۴)

(۲, ۱) (۳)



۹) در گراف زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

$\{b, h\}$  (۱)

$\{b, g, i\}$  (۲)

$\{a, c, h\}$  (۳)

$\{a, c, f, j\}$  (۴)

### ۲۳.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۰) تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟ ( $\sqrt[3]{10} \approx 2.11$ )

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۱) اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح  $x = 6^m \times 10^n$ ، ۳۵ واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های  $15x$  کمتر باشد، اختلاف بزرگترین و کوچکترین مقدار ممکن برای  $x$ ، کدام است؟

۸۷۰۴ (۴)

۶۴۰۰ (۳)

۲۳۰۴ (۲)

۱۲۹۶ (۱)

۱۲) تعداد اعداد شش رقمی به صورت  $\overline{abaaba}$  که مضرب ۸۸ باشند، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۳) مجموع باقیمانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۱۳ برابر ۱۷ است. احتمال این که باقیمانده تقسیم  $a - 8$  بر ۳۶، برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

$\frac{3}{13}$  (۴)

$\frac{4}{13}$  (۳)

$\frac{5}{13}$  (۲)

$\frac{6}{13}$  (۱)

۱۴) اگر  $m$  کوچکترین عدد طبیعی باشد که  $m! \equiv 30$  بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم  $m^{332}$  بر ۳۱، کدام است؟

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۵) تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$$

کدام است؟

۱۶۸ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

۱۶) مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب  $(a, b)$ ، کدام است؟

		۲		
$b$	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				$a$

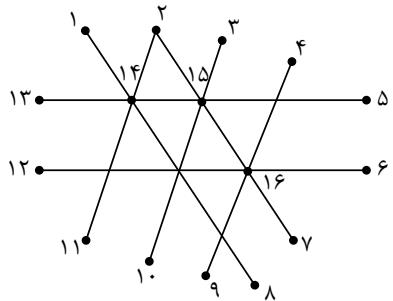
(۴, ۲) (۲)

(۴, ۵) (۱)

(۱, ۲) (۴)

(۱, ۵) (۳)

۱۷) برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
				۲	۱	۴	۴	۳	۵	۴	۲	۲	۴	۲	۴	۳	۲	۳	۲	۲

## ۴.۵ سؤالات کنکور ۱۴۰

### ۱.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) نقاط  $(a, b)$  روی منحنی  $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$  قرار دارند. اگر  $a, b \in \mathbb{Z}$  باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۲) دو عدد  $1 - a^2$  و  $14a + 6$ ، رقم یکان برابر دارند. رقم یکان  $a^2 + a$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(۳) اگر  $x$  و  $y$  هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی  $12x + 11y = 759$  چند جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۴) در یک گراف کامل  $G$ ،  $p(G) = \Delta^*(G) - 2\delta(G)$  مقدار  $q(G)$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(۵) درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد  $5, 4, 4, 3, a, b, c$  هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف  $1/5$  برابر باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه  $\{a, b, c\}$  وجود دارد؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۶) چند عدد طبیعی کوچک‌تر از  $6000$  با مجموع ارقام  $8$  وجود دارد؟

۱۵۸ (۴)

۱۶۴ (۳)

۱۶۵ (۲)

۱۵۵ (۱)

(۷) حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$  انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۶۴ (۲)

۶۵ (۱)

### ۲.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۸) معادله‌های همنهشتی  $ax \stackrel{5}{=} 2n + 1$  و  $ax \stackrel{5}{=} n^2 + 3n$  دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک  $a$  و  $5$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۵ (۱)

۹) رقم یکان عدد  $(1! + 2! + \dots + 25!)(2! + 4! + \dots + 26!)$  کدام است؟

۸) ۴

۵) ۳

۳) ۲

۲) ۱

۱۰) اگر  $y$  بزرگ‌ترین عدد سه رقمی باشد که در معادله سیاله خطی  $9 = 15x + 21y$  صدق کند، مقدار قرینه  $x$  کدام است؟

۱۳۹۰) ۴

۱۳۹۱) ۳

۱۳۹۹) ۲

۱۳۹۸) ۱

۱۱) گراف  $G$  با ۹ رأس، غیر تهی، غیر کامل و  $K$ -منتظم است. بیشترین مقدار  $K$ ، کدام است؟

۸) ۴

۷) ۳

۶) ۲

۴) ۱

۱۲) در گراف  $G$ ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر  $p(G) = 3q(G) = 3q(\overline{G})$  باشد، مقدار  $p(G)$  کدام است؟

۹) ۴

۸) ۳

۶) ۲

۵) ۱

۱۳) در گراف با درجه رأس‌های ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، دو رأس با کمترین درجه، غیر مجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۱۴) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$  کدام است؟

۱۸) ۴

۲۱) ۳

۲۰) ۲

۲۵) ۱

۱۵) در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار  $n$  به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل  $n$  نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟

۸) ۴

۷) ۳

۵) ۲

۶) ۱

۱۶) در گراف  $G$ ، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر  $6 = p(G) = q(G)$  چقدر است؟

۱۰) ۴

۱۲) ۳

۱۵) ۲

۹) ۱

۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
					۱	۱	۱	۲	۴	۲	۱	۱	۴	۱	۱	۱	۱	۲	۳	۱	۴



فصل ٦

پاسخنامہ

-F01	-361	-321	-281	-241	3-201	2-161	1-121	F-81	2-41	F-1
-F02	-362	-322	-282	-242	2-202	F-162	F-122	2-82	1-42	2-2
-F03	-363	-323	-283	-243	2-203	2-163	2-123	1-83	F-43	F-3
-F04	-364	-324	-284	-244	F-204	1-164	2-124	F-84	F-44	1-4
-F05	-365	-325	-285	-245	F-205	2-165	2-125	F-85	1-45	F-5
-F06	-366	-326	-286	-246	3-206	2-166	2-126	2-86	F-46	F-6
-F07	-367	-327	-287	-247	3-207	2-167	2-127	1-87	2-47	F-7
-F08	-368	-328	-288	-248	2-208	2-168	2-128	1-88	2-48	2-8
-F09	-369	-329	-289	-249	2-209	F-169	1-129	F-89	2-49	2-9
-F10	-370	-330	-290	-250	2-210	1-170	1-130	2-90	2-50	2-10
-F11	-371	-331	-291	-251	2-211	2-171	2-131	2-91	F-51	2-11
-F12	-372	-332	-292	-252	F-212	2-172	1-132	2-92	2-52	1-12
-F13	-373	-333	-293	-253	2-213	1-173	2-133	F-93	1-53	2-13
-F14	-374	-334	-294	-254	2-214	2-174	2-134	2-94	2-54	1-14
-F15	-375	-335	-295	-255	3-215	2-175	2-135	F-95	2-55	F-10
-F16	-376	-336	-296	-256	3-216	F-176	1-136	F-96	2-56	1-16
-F17	-377	-337	-297	-257	1-217	1-177	2-137	1-97	F-57	2-17
-F18	-378	-338	-298	-258	1-218	2-178	F-138	1-98	2-58	F-18
-F19	-379	-339	-299	-259	1-219	2-179	2-139	2-99	2-59	1-19
-F20	-380	-340	-300	-260	3-220	F-180	2-140	2-100	2-70	2-20
-F21	-381	-341	-301	-261	2-221	F-181	2-141	2-101	F-71	F-21
-F22	-382	-342	-302	-262	F-222	2-182	1-142	F-102	2-72	2-22
-F23	-383	-343	-303	-263	2-223	2-183	2-143	2-103	F-73	2-23
-F24	-384	-344	-304	-264	2-224	2-184	F-144	F-104	1-74	2-24
-F25	-385	-345	-305	-265	2-225	F-185	F-145	2-105	1-75	2-25
-F26	-386	-346	-306	-266	2-226	2-186	1-146	F-106	1-76	2-26
-F27	-387	-347	-307	-267	2-227	1-187	2-147	F-107	2-77	F-27
-F28	-388	-348	-308	-268	2-228	2-188	F-148	F-108	2-78	F-28
-F29	-389	-349	-309	-269	-229	2-189	2-149	F-109	F-79	2-29
-F30	-390	-350	-310	-270	-220	2-190	2-150	1-110	2-70	F-30
-F31	-391	-351	-311	-271	-221	F-191	F-151	2-111	F-71	2-31
-F32	-392	-352	-312	-272	-222	1-192	2-152	1-112	1-72	1-32
-F33	-393	-353	-313	-273	-223	2-193	1-153	2-113	2-73	1-33
-F34	-394	-354	-314	-274	-224	2-194	2-154	1-114	F-74	2-34
-F35	-395	-355	-315	-275	-225	1-195	2-155	1-115	F-75	1-35
-F36	-396	-356	-316	-276	-226	2-196	F-156	2-116	F-76	2-36
-F37	-397	-357	-317	-277	-227	F-197	1-157	1-117	F-77	2-37
-F38	-398	-358	-318	-278	-228	1-198	F-158	2-118	F-78	2-38
-F39	-399	-359	-319	-279	-229	F-199	2-159	2-119	2-79	2-39
-F40	-400	-360	-320	-280	-220	2-200	1-160	2-120	1-80	2-40