



سوالات چهارگزینه‌ای ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن
وقت پیشنهادی حل شوند.

فهرست مندرجات

۱	آشنایی با نظریه‌ی اعداد	۱
۱	۱.۱ استدلال ریاضی	۱
۵	۲.۱ بخش‌پذیری در اعداد صحیح	۵
۸	۳.۱ هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها	۸
۱۳	۲ گراف و مدل‌سازی	۱۳
۱۳	۱.۲ معرفی گراف	۱۳
۱۷	۲.۲ مدل‌سازی با گراف	۱۷
۲۱	۳ ترکیب‌ات (شمارش)	۲۱
۲۱	۱.۳ مباحثی در ترکیب‌ات	۲۱
۲۱	۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل	۲۱
۲۲	۲.۱.۳ جایگشت‌های با تکرار	۲۲
۲۳	۳.۱.۳ مربع‌های لاتین	۲۳
۲۵	۲.۳ روش‌هایی برای شمارش	۲۵
۲۵	۱.۲.۳ اصل شمول و عدم شمول	۲۵
۲۶	۲.۲.۳ اصل لانه کبوتری	۲۶
۲۹	۴ خودآزمایی‌ها	۲۹
۳۰	۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی)	۳۰
۳۳	۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (بخش‌پذیری در اعداد صحیح)	۳۳
۳۵	۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)	۳۵
۳۷	۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها)	۳۷
۳۹	۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف)	۳۹

۴۱	خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)	۶.۴
۴۳	خودآزمایی شماره ۷ (مدل‌سازی با گراف)	۷.۴
۴۶	خودآزمایی شماره ۸ (مدل‌سازی با گراف)	۸.۴
۴۹	خودآزمایی شماره ۹ (مباحثی در ترکیبیات)	۹.۴
۵۲	خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبیات)	۱۰.۴
۵۵	خودآزمایی شماره ۱۱ (روش‌هایی برای شمارش)	۱۱.۴
۵۷		سؤالات کنکورهای اخیر	۵
۵۷	سؤالات کنکور ۹۸	۱.۵
۵۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۵
۵۸	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۵
۶۰	سؤالات کنکور ۹۹	۲.۵
۶۰	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۵
۶۱	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۵
۶۳	سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۵
۶۳	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۵
۶۴	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۵
۶۶	سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۵
۶۶	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۵
۶۶	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۵
۶۹		پاسخنامه	۶

فصل ۱

آشنایی با نظریه‌ی اعداد

۱.۱ استدلال ریاضی

سراسری ۸۰

(۱) کدام گزینه‌ی زیر مثال نقض دارد؟

- (۱) هر مربع لوزی است.
- (۲) هر عدد اول و بزرگتر از ۲ فرد است.
- (۳) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.
- (۴) توان دوم هر عدد طبیعی بزرگتر از توان سوم آن است.

(۲) حکم روبه‌رو مفروض است: «اگر A و B دو ماتریس هم‌مرتبه باشند و $AB = o$ آنگاه $A = o$ یا $B = o$ » برای درستی این حکم از روش استفاده می‌کنیم. (o ماتریس صفر هم‌مرتبه با A و B است.)

(۱) اثبات - برهان خلف (۲) رد - مثال نقض (۳) اثبات - اثبات مستقیم (۴) رد - اثبات بازگشتی

(۳) کدام عدد مثال نقضی برای حکم «باقی‌مانده‌ی تقسیم مربع هر عدد اول بر ۷ برابر ۲ است» است؟

(۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

(۴) کدام گزینه برای هر عدد طبیعی n درست نیست؟

(۱) $1 - 1 = 2^{4n} - 1$ بر ۵ بخش پذیر است. (۲) $\frac{1}{1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{n}$

(۳) $n! < 3^n$ (۴) $1 - 8^n$ مضرب ۷ است.

(۵) برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

- (۱) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- (۲) دو زاویه که اضلاع متناظرشان موازی است، با هم برابرند.
- (۳) مربع هر عدد مثبت، بزرگتر از خود عدد است.
- (۴) در هر متوازی‌الاضلاع دو زاویه‌ی مجاور مکمل‌اند.

۶) برای کدام حکم زیر نمی توان مثال نقض آورد؟

- ۱) هر عدد طبیعی را می توان به صورت حاصل جمع دو عدد طبیعی متوالی نوشت.
- ۲) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۳) اگر $x^2 > 0$ باشد، $x > 0$ است.
- ۴) مربع هر عدد فرد به صورت $8q + 1$ است.

۷) کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ۱) هر مربع یک لوزی است.
 - ۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت $3k + 1$ است.
 - ۳) مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ است.
 - ۴) جذر هر عدد طبیعی از آن عدد کوچکتر است.
- ۸) در مثلثی اندازه‌ی یک زاویه، برابر با میانگین اندازه‌ی دو زاویه‌ی دیگر است. کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- ۱) این مثلث دقیقاً یک زاویه‌ی 60° درجه دارد.
 - ۲) این مثلث حداقل یک زاویه‌ی 60° درجه دارد.
 - ۳) این مثلث زاویه‌ی 60° درجه ندارد.
 - ۴) این مثلث دو زاویه‌ی بیشتر از 60° درجه دارد.
- ۹) برای کدام یک از احکام زیر می توان مثال نقض پیدا کرد؟

- ۱) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی مربع کامل نیست.
- ۲) حاصل ضرب دو عدد زوج طبیعی و متوالی مربع کامل نیست.
- ۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متمایز بر ۸ بخش پذیر است.
- ۴) مجموع جذرهای دو عدد طبیعی متوالی گنگ است.

۱۰) کدام دارای مثال نقض است؟

$$|a| = |b| \implies a^2 = b^2 \quad (2) \qquad a^3 = b^3 \implies a = b \quad (1)$$

$$(x^2 + 1)a = (x^2 + 1)b \implies a = b \quad (4) \qquad (x + 1)a = (x + 1)b \implies a = b \quad (3)$$

۱۱) در اثبات یک قضیه به روش اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می شود؟

- ۱) فرض را درست می گیریم و به حکم درست دست می یابیم.
- ۲) فرض را نادرست می گیریم و به حکم نادرست می رسیم.
- ۳) حکم را نادرست می گیریم و با فرض نادرست مواجه می شویم.
- ۴) حکم را درست می گیریم و به فرض درست می رسیم.

۱۲) کدام حکم زیر درست است؟

- ۱) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲ است.
- ۲) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰ است.
- ۳) اگر مربع عددی صحیح مضرب ۲۰۰ باشد، خود آن عدد نیز مضرب ۲۰۰ است.
- ۴) هر سه مورد

۲۰) کدام گزینه درست است؟

۱) عدد $4 + 3^n$ همواره یک عدد اول است.

۲) برای اعداد طبیعی x, y, z ، همواره $z\sqrt{xy}$ عددی گنگ است.

۳) اگر x عددی فرد باشد، آنگاه $x^3 - 1$ عددی زوج است.

۴) اگر x عددی فرد باشد، آنگاه $x(x+2)$ عددی زوج است.

۲۱) به حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی دو رقمی متوالی دلخواه، یک واحد اضافه کرده ایم. عدد حاصل لزوماً چگونه است؟

۱) اول (۲) زوج (۳) مضرب ۳ (۴) مربع کامل

۲۲) کدام یک از نامساوی های زیر به ازای هر x و y مثبت و حقیقی برقرار است؟

۱) $\frac{1}{4}(x+y) \leq \sqrt{xy}$ (۲) $\frac{1}{4}(x+y) \geq \sqrt{xy}$ (۳) $\frac{1}{4}(x+y) \leq xy$ (۴) $\frac{1}{4}(x+y) \geq xy$

۲۳) دانش آموزی با اثبات بازگشتی زیر ثابت کرد که به ازای هر x و y حقیقی، حاصل ضرب xy نامنفی است. ایراد کار در کدام مرحله است؟

(بدیهی) $x^2 + y^2 \geq 0$ ← مرحله چهارم $x^2 + y^2 - 2xy + 2xy \geq 0$ ← مرحله سوم $(x-y)^2 + 2xy \geq 0$ ← مرحله دوم $2xy \geq 0$ ← مرحله اول $xy \geq 0$

۱) مرحله اول (۲) مرحله دوم (۳) مرحله سوم (۴) مرحله چهارم

۲۴) در اثبات نامساوی $|x+y| \leq |x| + |y|$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه همواره درست می رسیم؟

۱) $(x+y)^2 \geq 0$ (۲) $xy \leq |xy|$ (۳) $|x+y|^2 = |(x+y)|^2$ (۴) $|xy| \leq 2xy$

۲۵) در اثبات نامساوی $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$ به روش بازگشتی، شرط برقراری نامساوی و رابطه بدیهی که در آخر به آن می رسیم، به ترتیب کدام اند؟

۱) a و b منفی باشند، $(a+b)^2 \geq 0$ (۲) $ab < 0$ باشد، $(a+b)^2 \geq 0$

۳) a و b منفی باشند، $(a-b)^2 \geq 0$ (۴) $ab < 0$ باشد، $(a-b)^2 \geq 0$

۲۶) در اثبات نامساوی $\frac{(n+1)^{n+1}}{2^n} \leq \left(\frac{n+2}{2}\right)^{n+1}$ به روش بازگشتی، به کدام حکم درست زیر می رسیم؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۱) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \geq 2$ (۲) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \leq 2$

۳) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \geq 2$ (۴) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \leq 2$

۲۷) کدام یک از نامساوی های زیر به ازای تمام اعداد حقیقی برقرار نیست؟

۱) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2\left(x+y+z - \frac{3}{4}\right)$ (۲) $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1)$

۳) $x^2 + 4y^2 > -(4xy+1)$ (۴) $x^5 + y^5 > x^4y + xy^4$

۲.۱ بخش پذیری در اعداد صحیح

آزاد ۷

(۲۸) اگر $a - b | a$ ، آنگاه:

$a - b | b$ (۴) $a | b$ (۳) $b | a - b$ (۲) $a | a - b$ (۱)

(۲۹) اگر $5 | 3x - 1$ کدام گزینه نادرست است؟

$5 | 6x + 3$ (۴) $5 | 9x^2 + 1$ (۳) $5 | 2x + 1$ (۲) $5 | 9x^2 - 1$ (۱)

(۳۰) برای کدام $a \in \mathbb{N}$ همواره $a + 18 | a + 53$ ؟

۱۷ (۴) ۳۵ (۳) ۳۵ (۲) هر مضرب ۱۷ (۱) هر مضرب

(۳۱) به ازای چند عدد صحیح n ، حاصل $\frac{2n^2 + 3n + 7}{n - 1}$ یک عدد صحیح است؟

۱۶ (۴) ۱۲ (۳) ۶ (۲) ۸ (۱)

(۳۲) اگر n زوج باشد، کدام عددی همواره $n^2 - 4n$ را عاد می‌کند؟

۹۶ (۴) ۷۲ (۳) ۱۸ (۲) ۲۴ (۱)

(۳۳) a و b دو عدد طبیعی و p یک عدد اول می‌باشد. اگر $a^2 = 9b^2 + p$ آنگاه عدد p برابر کدام عدد می‌تواند باشد؟

$a + 1$ (۴) $a - 1$ (۳) $2a + 1$ (۲) $2a - 1$ (۱)

(۳۴) چند عدد اول وجود دارد که مجموع اعداد طبیعی ۲ تا n باشد؟

بی‌شمار (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

(۳۵) عدد $2^k + k$ به ازای کدام مقدار k ، اول است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

(۳۶) مربع رقم دهگان به علاوه شانزده برابر رقم یکان یک عدد دو رقمی مساوی هشت برابر حاصل ضرب ارقامش است. این عدد همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

۸۲ (۴) ۴۱ (۳) ۱۷ (۲) ۱۳ (۱)

(۳۷) عدد a بر ۳ بخش پذیر نیست، باقی مانده‌ی تقسیم a بر ۹ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۶۸) اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد فرد a بر ۲، ۴ و ۸ یکسان باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $a^2 + 6$ بر ۲، ۴ و ۸ کدام است؟ آزاد ۸۲

- (۱) ۱، ۱، ۱ (۲) ۱، ۳، ۷ (۳) ۱، ۳، ۵ (۴) صفر، صفر، صفر

۶۹) هرگاه داشته باشیم $2b \equiv 4c + a$ باقی مانده‌ی \overline{abc} بر ۲۱ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۰

۷۰) باقی مانده‌ی تقسیم $a + 3^5 \times 5^2 + 2^{18}$ بر ۱۷ برابر ۴ است، کمترین مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۱۲

۷۱) دو عدد ۲۴ و ۱۸۵ در یک دسته‌ی هم‌نهشتی به پیمانه‌ی m قرار دارند. اگر $(m, 7) = 1$ ، باقی مانده‌ی عدد m^m بر ۷ کدام است؟ سراسری ۸۳

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۲) اگر n عددی طبیعی باشد، باقی مانده‌ی $2 \times 7^{3n+2} + 7^{3n+6}$ بر ۲۳ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۷

۷۳) باقی مانده‌ی تقسیم $(-6)^{22}$ بر عدد ۳۳ کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) -۱۸ (۲) -۱۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۷۴) اگر $a = 5k + 3$ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $a^4 + a^3 + a^2 + a$ بر ۵ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰

۷۵) باقی مانده‌ی تقسیم $(a + 1381)^2 + (a + 1382)^2 + \dots + (a + 1386)^2$ بر ۶ کدام است؟ آزاد ۸۱

- (۱) به a بستگی دارد. (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۷۶) اگر عدد $a + 7^{200}$ مضرب ۱۹ باشد، کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟ سراسری ۸۵

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۷) اگر عدد $(6^n - 3^n)$ مضرب ۲۵ باشد، کوچکترین عدد طبیعی n کدام است؟ سراسری ریاضی ۹۱

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۷۸) به ازای کدام مقادیر n از عدد طبیعی، عبارت $1 + 5^{3n+2} + 5^{6n+4}$ بر عدد ۳۱ بخش پذیر است؟ سراسری ریاضی ۹۶

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) فقط اعداد مضرب ۵ (۴) تمام اعداد

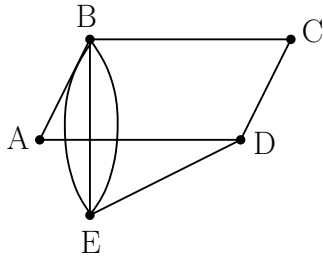
فصل ۲

گراف و مدل سازی

۱.۲ معرفی گراف

(۱۰۱) شکل مقابل ۵ منطقه‌ی E, D, C, B, A را با ۸ پل به هم راه داده است. اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یک بار عبور کنیم، با شروع از منطقه B پایان کدام است؟

سراسری ۸۲



(۱) نشدنی

(۲) B

(۳) D

(۴) E

(۱۰۲) در گراف ساده‌ی $G = (V, E)$ داریم $V = \{a, b, c, d, e, f\}$. اگر $E(G)$ پانزده عضو داشته باشد، از هر عضو V حداقل چند یال می‌گذرد؟

سراسری ۷۵

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(۱۰۳) گرافی با اندازه‌ی q و مرتبه‌ی $\frac{q}{5}$ ، حداقل چند رأس دارد؟

(۴) ۹

(۳) ۱۰

(۲) ۱۱

(۱) ۱۲

(۱۰۴) در گراف ساده‌ای اندازه برابر ۴۹ می‌باشد، حداقل مرتبه‌ی گراف کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

(۱۰۵) کدام دنباله می‌تواند دنباله‌ی درجه‌های رأس‌های یک گراف باشد؟

(۴) ۵, ۳, ۳, ۲, ۰

(۳) ۴, ۳, ۲, ۲, ۰

(۲) ۳, ۳, ۲, ۲, ۰

(۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۰

سراسری ۸۳

(۱۰۶) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند G به صورت ۲, ۳, ۴, ۵, a, b است، کمترین عدد $a + b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۲۸) اگر $1, 1, 1, 2, 3, 3, 3$ دنباله‌ی درجات یک گراف ساده ناهمبند باشد، آنگاه این گراف چند دور دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) فاقد دور

۱۲۹) در گرافی می‌دانیم $p = q$ ، اگر این گراف همبند باشد، آنگاه

- ۱) دقیقاً یک دور دارد. ۲) حداقل یک دور دارد.
 ۳) حداکثر یک دور دارد. ۴) فاقد دور است.

۱۳۰) گراف ساده‌ای دارای ۴ بخش جدا از هم بوده و مرتبه‌ی آن 10 می‌باشد. ماکزیمم اندازه‌ی آن کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۸ (۳) ۴۵ (۴)

۱۳۱) چند نوع گراف ساده‌ی همبند و نامنتظم که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن 10 باشد، وجود دارند؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۳۲) گراف همبند G از مرتبه‌ی ۸ حداقل چند یال دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۳) حاصل ضرب مرتبه و اندازه‌ی یک گراف همبند 20 است، اگر این گراف دور نداشته باشد، چند شکل متفاوت برای آن می‌توان رسم کرد؟

- یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)

۱۳۴) گرافی ناهمبند دارای ۳ دور به طول ۳ است، حداقل مرتبه‌ی این گراف کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۳۵) اندازه‌ی یک گراف از مرتبه‌ی ۵ حداقل چه مقدار باشد تا گراف همواره همبند باشد؟

- ۴ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۳۶) چند نوع گراف ناهمبند از مرتبه‌ی ۴ وجود دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۳۷) گرافی ساده دارای ۱۵ رأس و ۹ یال است. این گراف از چند بخش تشکیل شده است و هر بخش آن فاقد دور است، تعداد بخش‌ها چند تا است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۱۳۸) گرافی که دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌هایش $1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$ می‌باشد، چگونه است؟

- ۱) قطعاً دارای دور ۲) درخت ۳) همبند ۴) ناهمبند

سراسری ۸۰

۲.۲ مدل‌سازی با گراف

(۱۳۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۵ می‌دانیم که درجه‌ی بزرگترین رأس برابر ۳ است. حداکثر تعداد رأس‌هایی که یک رأس در این گراف احاطه می‌کند برابر و با کمتر از رأس نمی‌توان همگی رئوس را احاطه کرد.

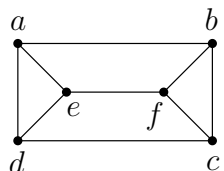
۵ - ۴ (۴

۴ - ۴ (۳

۵ - ۳ (۲

۴ - ۳ (۱

(۱۴۰) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G نیست؟



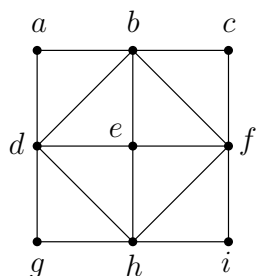
$\{a, b\}$ (۲

$\{a, f\}$ (۱

$\{e, f\}$ (۴

$\{b, c\}$ (۳

(۱۴۱) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G است؟



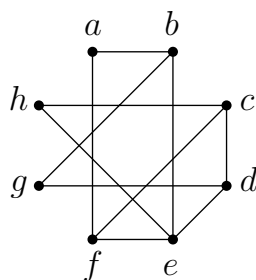
$\{b, d, f, h\}$ (۲

$\{a, c, g, i\}$ (۱

$\{c, e, g\}$ (۴

$\{b, e, i\}$ (۳

(۱۴۲) فرض کنید D یک مجموعه احاطه‌گر گراف روبه‌رو است، مجموعه‌ی D با کدام مجموعه حتماً عضو مشترک دارد؟



$\{b, e, g\}$ (۲

$\{a, b, f\}$ (۱

$\{a, b, c, d\}$ (۴

$\{c, d, g, h\}$ (۳

(۱۴۳) گراف C_7 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر ۴ عضوی دارد؟

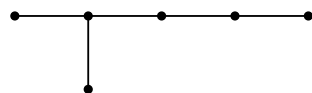
۳۵ (۴

۲۸ (۳

۲۱ (۲

۱۴ (۱

(۱۴۴) گراف شکل مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر سه عضوی دارد؟



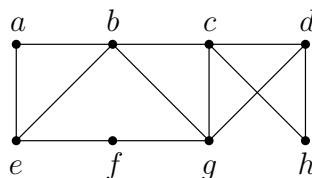
۴ (۲

۲ (۱

۸ (۴

۶ (۳

(۱۴۵) گراف G در شکل مقابل رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم گراف G است؟



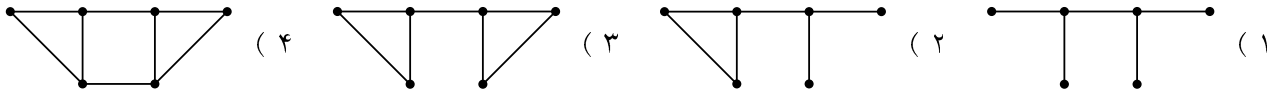
$\{a, g\}$ (۲

$\{b, g, h\}$ (۱

$\{e, d\}$ (۴

$\{b, h\}$ (۳

۱۴۶) کدام گراف فقط یک γ - مجموعه دارد؟



۱۴۷) گراف کامل K_7 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۲۱

۱۴۸) گراف P_4 چند γ - مجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۴۹) گراف C_5 چند γ - مجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

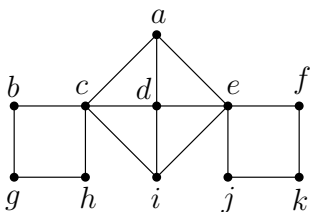
۱۵۰) کدام گراف یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

- (۱) C_{12} (۲) P_{12} (۳) C_{13} (۴) P_{13}

۱۵۱) در گراف ۲ - منتظم همبند از مرتبه‌ی ۲۳، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم چند عضو دارد؟

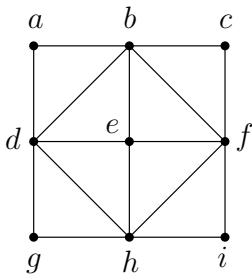
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵۲) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل است؟



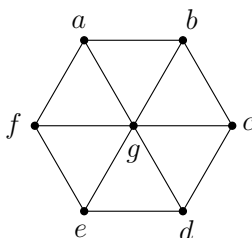
- (۱) $\{b, c, d, e, f\}$ (۲) $\{b, h, a, j, f\}$
 (۳) $\{g, a, i, k\}$ (۴) $\{g, h, d, j, k\}$

۱۵۳) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل است؟

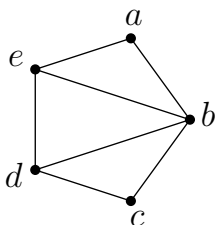


- (۱) $\{d, f\}$ (۲) $\{a, b, h, i\}$
 (۳) $\{b, d, f, h\}$ (۴) $\{a, b, c, g, i\}$

۱۵۴) به ازای چند مقدار $k \in \{1, 2, 3\}$ ، گراف شکل مقابل یک احاطه‌گر مینیمال k عضوی دارد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) ۳ (۴) صفر



۱۵۵) گراف روبه‌رو، چند احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۶

۱۵۶) در گراف همبند فاقد دور از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم $\Delta = 5$ است. یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال در این گراف حداکثر چند عضو دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۵۷) گراف C_7 چند احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۱۲

۱۵۸) چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

- گراف P_1 مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.
- در گراف P_1 مجموعه‌ای ۸ عضوی از رأس‌ها وجود دارد که مجموعه‌ی احاطه‌گر نیست.
- گراف P_1 حداکثر سه مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۵۹) به ازای چند مقدار k ، گراف P_k مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال k عضوی دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۶۰) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

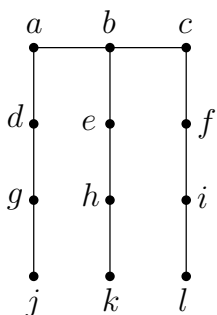
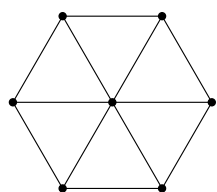
۱۶۱) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

(۱) ۳

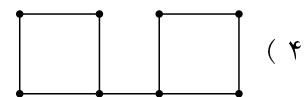
(۲) ۴

(۳) ۵

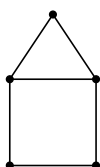
(۴) ۶



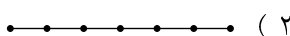
۱۶۲) در کدام گراف، عدد احاطه‌گری با $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ برابر نیست؟



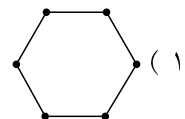
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

فصل ۳

ترکیب‌ات (شمارش)

۱.۳ مباحثی در ترکیب‌ات

۱.۱.۳ یادآوری و تکمیل

(۱۷۱) در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ۵! (۱) ۴! (۲) ۵! × ۴! (۳) ۵! × ۶! (۴)

(۱۷۲) سه برادر و سه خواهر به چند طریق می‌توانند عکسی یادگاری بگیرند به طوری که خواهرها همواره کنار هم باشند؟

- ۷۲ (۲) ۳۶ (۱) ۱۴۴ (۳) ۷۲۰ (۴)

(۱۷۳) چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e, f وجود دارد به طوری که حروف a, b, c و همواره کنار هم و حروف d و f نیز همواره کنار هم باشند؟

- ۷۲ (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴)

(۱۷۴) ۳ کتاب ریاضی مختلف و ۲ کتاب فیزیک مختلف را به چند طریق می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی، بر خلاف کتاب‌های فیزیک، در کنار هم باشند؟

- ۲۴ (۱) ۷۲ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲۰ (۴)

(۱۷۵) تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی SYSTEM که در آنها بین دو حرف S دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۹۶ (۲) ۴۸ (۳) ۱۹۲ (۴)

(۱۷۶) حروف کلمه ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می‌توان کنار هم قرار داد به طوری که S ها یک در میان باشند؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲.۱.۳ جایگشت‌های با تکرار

(۱۷۷) چند عدد هفت رقمی با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ می‌توان نوشت؟

- ۴۲۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۶۲۰ (۳) ۲۶۰ (۴)

(۱۷۸) ۷ مسافر به چند طریق می‌توانند در یک اتاق سه تخته و دو اتاق دو تخته قرار گیرند؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

سراسری ریاضی ۸۰

(۱۷۹) چند دسته‌ی سه تایی گل از ۵ نوع گل مختلف می‌توان ساخت؟ (تکرار مجاز است.)

- ۲۴ (۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۴۲ (۴)

سراسری انسانی ۹۳

(۱۸۰) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

- ۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۹۰ (۴)

(۱۸۱) به چند طریق می‌توان ۸ عدد سیب را بین سه نفر تقسیم کرد به شرطی که به هر نفر حداقل یک سیب برسد؟

- ۴۵ (۱) ۳۶ (۲) ۲۸ (۳) ۲۱ (۴)

(۱۸۲) تعداد جواب‌های طبیعی معادله‌ی $\sum_{i=1}^5 x_i = 45$ که متغیرها همگی بزرگتر یا مساوی ۱ هستند، کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

سراسری ریاضی ۹۷

(۱۸۳) تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی نامعادله‌ی $x + y + z \leq 5$ کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۵۴ (۲) ۵۶ (۳) ۶۰ (۴)

(۱۸۴) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی چند جواب دارد؟

- ۱۶۸ (۱) ۱۶۹ (۲) ۱۷۰ (۳) ۱۷۱ (۴)

(۱۸۵) فرض کنید $A = (10, 0, 0)$ ، $B = (0, 10, 0)$ و $C = (0, 0, 10)$ سه نقطه در فضای \mathbb{R}^3 باشند. درون و روی محیط مثلث ABC چند نقطه با مختصات صحیح وجود دارد؟

- ۳۶ (۱) ۵۶ (۲) ۶۳ (۳) ۶۶ (۴)

(۱۸۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی systems با حذف هر ۳ حرف s کلمه‌ی temy به دست می‌آید؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۵ (۳) ۵۶ (۴)

۳.۱.۳ مربع‌های لاتین

(۱۸۷) کدام گزینه یک مربع لاتین 3×3 را نشان می‌دهد؟

۳	۲	۱
۱	۲	۳
۲	۱	۳

 (۴)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۱	۲	۳

 (۳)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۱	۳	۲

 (۲)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

 (۱)

(۱۸۸) با انجام کدام عملیات روی یک مربع لاتین، مربع جدید دیگر مربع لاتین نیست؟

(۱) تعویض دو سطر دلخواه

(۲) تعویض دو ستون دلخواه

(۳) تعویض دو درایه‌ی دلخواه

(۴) اعمال جایگشت روی ۱، ۲، ۳، ... و n

(۱۸۹) اگر جای دو ستون اول و دوم مربع لاتین A را عوض کنیم، سپس همه‌ی ۲ها و ۳ها را جابه‌جا کنیم به مربع لاتین

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

می‌رسیم. A کدام است؟

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

 (۴)

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

 (۳)

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

 (۲)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

 (۱)

(۱۹۰) مجموع کل درایه‌های سطر اول و سطر سوم یک مربع لاتین کدام می‌تواند باشد؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(۱۹۱) در مربع لاتین چرخشی 6×6 اگر درایه‌ی سطر i ام و ستون j ام را با a_{ij} نمایش دهیم، مقدار $a_{۳۶} + a_{۵۴}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

۱۲-۱۳/۳۰	۱۰-۱۱/۳۰	۸-۹/۳۰	ساعت کلاس‌ها
	A	B	ریاضی
	C		فیزیک
			معارف

(۱۹۲) سه دانشجوی A ، B و C می‌خواهند در سه کلاس ریاضی، فیزیک و معارف در ساعات‌های ۸ تا ۹/۳۰، ۹/۳۰ تا ۱۰، ۱۰ تا ۱۱/۳۰ و ۱۱/۳۰ تا ۱۲ شرکت کنند. هر کلاس سه جلسه‌ی درسی دارد و هر دانشجو در هر یک از کلاس‌ها فقط یک بار شرکت می‌کند. با توجه به برنامه‌ریزی زیر به ترتیب از راست به چپ کدام فرد در کلاس فیزیک ۱۲ تا ۱۳/۳۰ و کدام فرد در کلاس معارف ساعت ۸ تا ۹/۳۰ شرکت می‌کند؟

(۱) $C - B$

(۲) $A - B$

(۳) $B - C$

(۴) $A - C$ یا B

۱۹۳) اگر مربع روبه‌رو یک مربع لاتین باشد، چند حالت مختلف برای سطر چهارم وجود خواهد داشت؟

x	۱	۳	۴
y	۴	۲	z
۴	t	m	۲
n	p	q	r

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۴) به چند طریق می‌توان دو خانه از یک مربع لاتین 7×7 را انتخاب کرد به طوری که مجموع اعداد این دو خانه برابر ۱۰ باشد؟

۱۲۱ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۱۹ (۲)

۱۱۸ (۱)

۱۹۵) چند مربع لاتین 3×3 متمایز وجود دارد؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۱۹۶) اگر درایه‌های نظیر به نظیر دو مربع لاتین متعامد 3×3 را در مربع روبه‌رو قرار داده باشیم، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۱۳	a	۳۱
۲۱	b	۱۲
۳۲	c	۲۳

۶۶ (۲)

۶۵ (۱)

۶۸ (۴)

۶۷ (۳)

۱۹۷) مربع‌های لاتین A و B متعامدند، مقدار x کدام است؟

$A =$

		۲	
۴			
۱		x	

$B =$

۲			
		۲	

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۹۸) اگر $\sigma(A)$ مربع لاتین حاصل از اعمال جایگشت σ روی مربع لاتین A باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) مربع‌های لاتین A و $\sigma(A)$ می‌توانند متعامد باشند.

۲) اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه A و $\sigma(B)$ متعامدند.

۳) اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند، آنگاه $\sigma(A)$ و $\sigma(B)$ متعامدند.

۴) ممکن است مربع‌های لاتین A و B و همچنین B و C متعامد باشند اما A و C متعامد نباشند.

۱۹۹) اگر دو مربع لاتین روبه‌رو متعامد باشند، حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

۲	۳	۴	۱
۳	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳
۱	۴	۳	۲

a	...	۴	۱
...	b	...	۳
۱	...	c	...
۳	۲	...	d

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۲.۲.۳ اصل لانه کبوتری

(۲۱۰) ۶۵ کبوتر در حداکثر چند لانه قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از دو کبوتر قرار داشته باشد؟

- ۳۱ (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۴ (۴)

(۲۱۱) کمترین تعداد افرادی که حداقل دو نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده‌اند چقدر است؟ سراسری ۸۲

- ۷۵ (۱) ۷۸ (۲) ۸۵ (۳) ۸۸ (۴)

(۲۱۲) در یک جعبه ۴ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی موجود است. حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم که دست کم سه نوع رنگ متمایز در مهره‌های انتخابی وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(۲۱۳) تعداد m مدادرنگی در سه رنگ مختلف و سه اندازه‌ی متمایز در یک جعبه موجودند. m حداقل چند باید باشد تا مطمئن شویم در بین آنها دست کم ۸ مداد هم‌رنگ و هم‌اندازه وجود دارد؟

- ۶۶ (۱) ۶۵ (۲) ۶۴ (۳) ۶۳ (۴)

(۲۱۴) در یک دبیرستان دانش‌آموزانی در پایه‌های اول، دوم و سوم در رشته‌های تجربی و ریاضی مشغول تحصیل‌اند، دست کم چند دانش‌آموز از این دبیرستان انتخاب کنیم تا مطمئن شویم لاقلاً ۴ دانش‌آموز از یک پایه و یک رشته‌اند؟

- ۱۶ (۱) ۱۹ (۲) ۲۱ (۳) ۲۵ (۴)

(۲۱۵) در جعبه‌ای ۷ جفت متمایز وجود دارد، حداقل چند لنگه از این جعبه خارج کنیم تا حتماً یک جفت کفش داشته باشیم؟

- ۳ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

(۲۱۶) از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 19\}$ حداقل چند عضو باید انتخاب کنیم تا مجموع حداقل یک جفت از اعداد برابر ۲۰ باشد؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

(۲۱۷) ده نقطه داخل مربعی به ضلع یک واحد مفروض‌اند، حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این ده نقطه کمتر از است.

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴)

(۲۱۸) از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ یک زیرمجموعه‌ی k عضوی انتخاب می‌کنیم به طوری که مطمئن باشیم حاصل ضرب حداقل ۲ عضو آن برابر ۱۲ است، کمترین مقدار k کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴)

(۲۱۹) حداقل چند نقطه داخل یک شش ضلعی منتظم باید قرار دهیم تا مطمئن باشیم زاویه‌ای که از متصل کردن مرکز تقارن شش ضلعی به دو نقطه از این نقاط به وجود می‌آید، کمتر از 30° است؟

- ۱۳ (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۷ (۴)

۲۲۰) اگر در جعبه‌ای a مهره سفید و b مهره سیاه و c مهره سبز باشد، حداقل چند مهره باید از جعبه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۲ مهره سبز در بین آنها است؟

- (۱) $a+b$ (۲) $a+b+1$ (۳) $a+b+2$ (۴) $a+b+3$

۲۲۱) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۲ واحد، چند نقطه باید انتخاب کنیم که فاصله‌ی بین حداقل دو نقطه کمتر از $\frac{1}{3}$ باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۶

۲۲۲) کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید، ۶ مهره قرمز و ۱۰ مهره زرد است. بدون نگاه کردن از این کیسه ۱۱ مهره خارج می‌کنیم، در این صورت الزاماً:

- (۱) از هر رنگ حداقل یک مهره خارج شده است.
 (۲) حداقل ۲ مهره زرد خارج شده است.
 (۳) حداقل یک مهره سفید خارج شده است.
 (۴) حداقل یک مهره زرد خارج شده است.

۲۲۳) از مجموعه‌ی $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 15\}$ حداقل چند زیرمجموعه‌ی ۲ عضوی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که دست‌کم حاصل ضرب اعضای یکی از آنها زوج است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۲

۲۲۴) در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر نامزد انتخاب مشاوره با امور مدرسه‌اند. انتخاب شونده باید رأی بیشتر از سایرین داشته باشد، حداقل رأی انتخاب‌شونده کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۸

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۲۵) حداقل چند عضو از مجموعه‌ی $\{2, 3, 4, \dots, 30\}$ ، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد آنها مقسوم علیه مشترک غیر ۱ دارند؟

سراسری ریاضی ۸۹

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۲۶) مجموعه‌ی S دارای ۵۰ عضو از اعداد طبیعی است. در تقسیم عضوهای S بر ۱۲، حداقل چند عضو، باقی‌مانده‌ی یکسان دارند؟

سراسری ریاضی ۹۰

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲۷) حداقل چند زوج مرتب به صورت (a, b) ، با مختص‌های اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم، تا مطمئن باشیم در دو زوج انتخابی، جمع مختص‌های اول و جمع مختص‌های دوم، اعداد زوج هستند؟

سراسری ریاضی ۹۲

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲۸) اگر S یک زیرمجموعه‌ی ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای S بر ۲۷، به طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقی‌مانده هستند؟

سراسری ریاضی ۹۴

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

فصل ۴

خودآزمایی‌ها

۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (استدلال ریاضی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل طبیعی نوشت.» باشد؟

۵۹ (۴)

۳۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۴ (۱)

(۲) کدام درست است؟

$$x < y \implies \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad (۲)$$

$$[x] = [y] \implies x = y \quad (۱)$$

(۴) هیچکدام

$$0 < x < 1 \implies x^2 > x \quad (۳)$$

(۳) کدام یک از اعداد زیر، مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر مجموع ارقام یک عدد بر ۷ بخش پذیر باشد، آنگاه این عدد بر ۷ بخش پذیر است.» می‌باشد؟

۲۵۷ (۴)

۱۳۳ (۳)

۹۱ (۲)

۷۷ (۱)

(۴) کدام گزینه، مثال نقضی برای حکم «به ازای هر عدد طبیعی n عبارت $n^2 + 3$ عددی اول است.» می‌باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(۵) کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت.» را نقض می‌کند؟

۷۴ (۴)

۷۲ (۳)

۶۴ (۲)

۵۶ (۱)

(۶) کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مثال نقضی برای گزاره‌ی «هر عدد زوج را می‌توان به صورت مجموع تعدادی عدد زوج طبیعی متوالی نوشت.» باشد؟

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

(۷) برای درستی حکم «اگر x و y دو عدد طبیعی باشند و x^y فرد باشد، آنگاه xy فرد است.» از روش استفاده می‌شود.

(۱) اثبات - برهان خلف (۲) رد - مثال نقض (۳) اثبات - اثبات مستقیم (۴) رد - اثبات بازگشتی

(۸) برای اثبات قضیه‌ی «اگر n^3 فرد باشد، آنگاه n فرد است.» به روش برهان خلف، شروع استدلال با کدام فرض است؟

(۱) n فرد است.

(۲) n زوج است.

(۳) n^3 فرد است.

(۴) n^3 زوج است.

۹) در اثبات نامساوی $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ (با a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند) از طریق برهان خلف، تناقض پیش آمده مربوط به کدام یک از نامساوی‌های زیر است؟

(۱) $(a+b)^2 < 0$ (۲) $(a-b)^2 < 0$ (۳) $a^2 + b^2 < 0$ (۴) $\sqrt{ab} < 0$

۱۰) اگر xy گنگ باشد، آنگاه همواره:

(۱) y گویا و x گنگ است. (۲) y گنگ و x گنگ است.

(۳) x گنگ و y گویا و ناصفر است. (۴) هیچکدام

۱۱) اگر $a+b$ عددی گویا و $a-b$ عددی گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $a^2 - b^2$ گنگ است. (۲) a و b هر دو گنگ هستند. (۳) a گویا و b گنگ است. (۴) $\frac{a+b}{a-b}$ گنگ است.

۱۲) اگر a گویا و b گنگ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) ab گنگ است. (۲) $(a^2 + 1)b$ گنگ است.

(۳) $a+b$ گنگ است. (۴) گزینه‌های ۲ و ۳ صحیح است.

۱۳) کدام دو عدد، مثال نقضی برای حکم «حاصل جمع هر دو عدد گنگ مثبت، گنگ است» می‌باشد؟

(۱) $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} + 1$ و $\sqrt{2} - 1$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 2$ و $\sqrt{2} + 2$

۱۴) برای اثبات درستی حکم «اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $x+y$ گنگ است» از استفاده می‌کنیم.

(۱) استقرای ریاضی (۲) مثال نقض (۳) برهان خلف (۴) اثبات بازگشتی

۱۵) اگر a و b دو عدد فرد و c عددی زوج باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $ac + bc$ فرد است. (۲) $(a+b)(c-1)$ فرد است.

(۳) $a+b+c-1$ فرد است. (۴) $a+b+c+4$ فرد است.

۱۶) اگر x یک عدد طبیعی سه رقمی و مضرب ۳ باشد، $x(x+3)$ همواره مضربی از کدام عدد است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

(۱۷) کدام یک از نامساوی‌های زیر را می‌توان با اثبات بازگشتی ثابت کرد؟

$$2^n < n! , (n \in \mathbb{N}, n \geq 4) \quad (2) \qquad 2^n > n^2 , (n \in \mathbb{N}, n \geq 5) \quad (1)$$

$$a + \frac{1}{a} \leq -2 , (a < 0) \quad (4) \qquad \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (3)$$

(۱۸) در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ به روش بازگشتی به کدام رابطه‌ی همیشه درست می‌رسیم؟ $(x, y, z \in \mathbb{R})$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad (2) \qquad (x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9 \quad (1)$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 0 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z) \quad (3)$$

(۱۹) اگر a یک عدد حقیقی و x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، آنگاه حداکثر مقدار a چقدر باشد تا نامساوی $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \geq \frac{a}{x^2 + y^2}$ همواره برقرار باشد؟

$$-1 \quad (4) \qquad 1 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

(۲۰) در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ از طریق اثبات بازگشتی، رابطه‌ی بدیهی به دست آمده کدام است؟ $(x$ و y دو عدد حقیقی مثبت هستند.)

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (4) \qquad (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad (3) \qquad x^2 + y^2 \geq 0 \quad (2) \qquad (x+y)^2 \geq 0 \quad (1)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۴	۲	۴	۲	۲	۲	۴	۲	۳	۴	۴	۳

۸۰ سراسری ۱۱) اگر عدد طبیعی n مضرب ۷ نباشد، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $n^2 + 9n + 21$ و $n + 7$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱، ۳ (۲) ۱، ۵ (۳) ۷ (۴)

۸۹ سراسری ریاضی ۱۲) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، دو عدد به صورت های $25n + 9$ و $11n + 4$ نسبت به هم اول اند؟

- ۸۶ (۱) ۸۷ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴)

۹۳ سراسری ریاضی ۱۳) به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n ، دو عدد به صورت های $5n - 2$ و $7n + 3$ ، نسبت به هم غیر اول اند؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۴) اگر باقی مانده ی تقسیم a بر ۱۸ سه برابر خارج قسمت باشد، بیشترین مقدار a کدام است؟

- ۱۰۵ (۴) ۸۴ (۳) ۲۱ (۲) ۱۳۶ (۱)

۸۴ سراسری ۱۵) در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ باقی مانده ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کمتر است. بزرگترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟

- ۱۶ (۴) ۱۴ (۳) ۱۲ (۲) ۹ (۱)

۸۸ سراسری ریاضی ۱۶) در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b باقی مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟

- ۹ (۴) ۸ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

۹۲ سراسری ریاضی ۱۷) در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b خارج قسمت ۲۱ و باقیمانده ۳۷ می باشد، چند عضو از مجموعه جواب های a مضرب ۵ می باشد؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۹۴ سراسری ریاضی ۱۸) چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۱۱ بوده و باقیمانده ی تقسیم های آن بر دو عدد ۴ و ۵، برابر ۱ باشد؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۹۵ سراسری ریاضی ۱۹) باقیمانده ی تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۳۱ برابر ۲۶ می باشد. اگر این عدد را بر ۴۳ تقسیم کنیم، باقیمانده برابر خارج قسمت می شود. رقم یکان عدد بزرگتر N ، کدام است؟

- ۷ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

۲۰) حاصل ضرب کدام دو عدد به صورت $6q + 1$ نیست؟

- ۱) هر دو عددی که به صورت $6q + 5$ است.
 ۲) هر دو عددی که به صورت $6q + 1$ است.
 ۳) هر دو عددی که به صورت $6q - 1$ است.
 ۴) هر دو عددی که به صورت $6q + 3$ است.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۲	۴	۴	۴	۲	۴	۱	۴	۴	۲	۳	۴	۳	۲	۳	۲	۴

۱۱) شرط اینکه معادله‌ی هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب باشد، کدام است؟

- (۱) $(a, m) | b$ (۲) $(a, b) = 1$ (۳) m عدد اول باشد. (۴) $(a, b) | m$

۱۲) جواب معادله‌ی هم‌نهشتی $36x \equiv 96 \pmod{42}$ کدام است؟

- (۱) $x \equiv 6 \pmod{14}$ (۲) $x \equiv 12 \pmod{14}$ (۳) $x \equiv 1 \pmod{7}$ (۴) $x \equiv 5 \pmod{7}$

۱۳) تعداد جوابهای معادله‌ی هم‌نهشتی $4x \equiv 1 \pmod{2x+1}$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) بی‌شمار

۱۴) به ازای کدام عدد طبیعی n معادله‌ی سیاله‌ی $24x + 39y = 2n + 1$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح دارای جواب است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۵) معادله سیاله‌ی خطی $7x + 5y = 130$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۶) معادله سیاله‌ی خطی $7x + 21y = 28$ چند جواب صحیح در بازه‌ی $20 < x, y < 200$ دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۱۷) معادله‌ی $3x + 6y = a^2 + 2$ به ازای چند مقدار $a \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ جواب دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴) ۶

۱۸) اعداد صحیح a و b در معادله‌ی $15a + 23b = 12$ صدق می‌کنند، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد b بر ۱۵ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۹) فرض کنید به تعداد کافی وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی در اختیار داشته باشیم، به چند طریق می‌توان جسمی به وزن ۳۲ کیلو را با این وزنه‌ها توزین کرد بطوری که این نوع وزنه‌ها فقط در یک کفه ترازو قرار گیرند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰) اگر بخواهیم برای خرید کتابی به قیمت ۵۰۰۰ تومان از بن‌های ۳۵۰ تومانی و ۱۵۰ تومانی استفاده کنیم، حداقل تعداد بن‌های ۳۵۰ تومانی کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۲	۴	۳	۴	۳	۳	۱	۴	۱	۳	۲	۳	۴	۳	۴	۲	۴	۲	۳

۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (معرفی گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از دنباله‌ی درجات رئوس زیر می‌تواند دنباله‌ی درجه‌ی رئوس یک گراف ساده باشد؟

- (۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۰ (۲) ۴, ۴, ۳, ۳, ۱ (۳) ۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۴) ۴, ۳, ۱, ۱, ۱

(۲) در یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۶، دنباله‌ی درجات رئوس آن، به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- (۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۰ (۲) ۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۱ (۳) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (۴) ۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱

(۳) تعداد گراف‌های ساده با رئوس v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 که اندازه‌ی آن ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۲۰

(۴) در یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۸ باشد، با افزودن چند یال گراف کامل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۵) در گراف G از مرتبه‌ی ۶ رابطه‌ی $3p = 2q$ برقرار است، چند یال به G اضافه شود تا تبدیل به یک گراف کامل شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

(۶) تعداد یال‌های یک گراف کامل ۷ برابر تعداد رئوس آن می‌باشد، مرتبه‌ی آن گراف کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

(۷) کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند اندازه‌ی گراف کامل باشد؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۲۸ (۴) ۴۵

(۸) یک گراف از مرتبه‌ی ۱۰ دارای ۴۳ یال می‌باشد، این گراف حداقل دارای چند رأس با درجه‌ی ماکزیمم است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

(۹) گرافی با ۶ رأس دارای ۱۴ یال است، درجه‌ی چند رأس از این گراف ۵ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

(۱۰) در گرافی دارای ۸ رأس و ۲۳ یال، بیشترین مقدار $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۶

(۱۱) در گرافی از مرتبه‌ی ۸ درجه‌ی ۵ رأس ماکزیمم است، بیشترین مقدار q کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۱۲) در گراف $G = (V, E)$ اگر $V = \{a, b, c, d, e\}$ و $E = \{ab, ac, bd, ae\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ۱) $\delta = 1$ و $\Delta = 3$ ۲) $\delta = 2$ و $\Delta = 4$ ۳) $\delta = 1$ و $\Delta = 4$ ۴) $\delta = 4$ و $\Delta = 1$

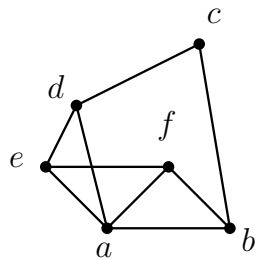
۱۳) دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های یک گراف به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ می‌باشد. چند مسیر متمایز بین دو رأس با درجه‌های ۱ و ۲، وجود دارد؟

سراسری ریاضی ۹۷

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴) U و V دو رأس متمایز از گراف K_7 می‌باشند. چند مسیر به طول ۳ از U به V در آن گراف وجود دارد؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۴۲ ۳) ۵ ۴) ۲۱



سراسری ریاضی ۹۴

۱۵) در گراف شکل مقابل چند مسیر متفاوت از a به b وجود دارد؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

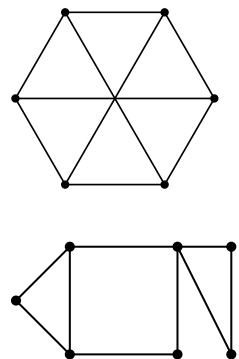
۱۶) در یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ چند دور با طول ۵، وجود دارد؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

سراسری ریاضی ۹۶

۱۷) در گراف ۳-منتظم روبه‌رو، چند دور با طول ۴، موجود است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹



۱۸) در شکل مقابل ماکزیمم طول دور چند است؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۹) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده و همبند اعداد $1, a, b, c, 3, 4$ هستند. اگر p تعداد رأس‌های گراف، q تعداد یال‌های گراف و $q = \frac{3}{4}p$ باشد، تعداد جواب‌های مجموعه‌ی $\{a, b, c\}$ ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۳

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰) درجه‌ی رأس‌های گراف همبند G عبارتند از: « ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴ » به طوری که دو رأس با درجه‌های بزرگتر مجاور نیستند، تعداد دورها با طول ۳ در این گراف کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۳	۴	۱	۱	۱	۴	۱	۳	۱	۱	۱	۱	۳	۳	۲	۴	۴	۳

۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (معرفی گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد گراف ساده همواره درست است؟

- (۱) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.
- (۲) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن زوج است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- (۳) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن زوج است.
- (۴) مجموع درجه‌ی رأس‌های آن فرد است و تعداد رأس‌های فرد آن فرد است.

(۲) در گرافی که ۱۶ رأس دارد تعداد رأس‌های زوج عددی و تعداد رأس‌های فرد عددی است. سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) فرد - فرد (۲) فرد - زوج (۳) زوج - فرد (۴) زوج - زوج

(۳) در کدام گراف کامل تعداد یال‌ها ۵ برابر تعداد رأس‌هاست؟

- (۱) K_9 (۲) K_{10} (۳) K_{11} (۴) K_5

(۴) گرافی با درجه‌ی رئوس ۴, ۴, ۴, ۴, ۴ دارای چند یال است؟ آزاد ۸۲

- (۱) ۸ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

(۵) تعداد یال‌های یک گراف ۶ - منتظم کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

(۶) اگر G یک گراف r - منتظم باشد و اندازه‌ی آن ۳۶، آنگاه r کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

(۷) گراف ساده‌ی G چنان است که $q = ۷۱$ و $\delta = ۸$ ، این گراف حداکثر چند رأس دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷

(۸) در یک گراف که p رأس دارد، تعداد یال‌ها سه برابر تعداد رأس‌هاست. p کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(۹) در یک گراف $q = ۲۰$ و $\delta = ۴$ است، حداکثر تعداد رأس‌ها کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(۱۰) گراف ساده‌ی G دارای ۸ رأس و ۲۶ یال است، حداکثر درجه‌ی چند رأس آن Max است؟

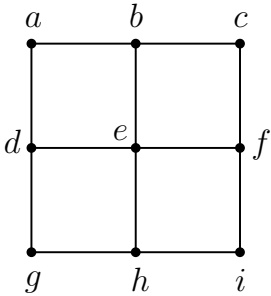
- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۷.۴ خودآزمایی شماره ۷ (مدل سازی با گراف)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) گراف G در شکل روبه‌رو رسم شده است، کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف G است؟



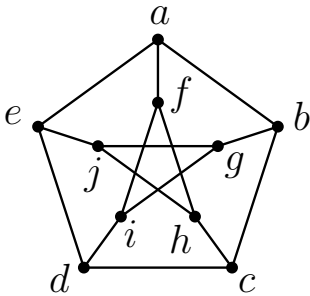
{a, d, f, i} (۲)

{a, e, i} (۱)

{a, c, g, i} (۴)

{a, b, f, i} (۳)

(۲) چند تا از مجموعه‌های زیر یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف مقابل است؟



{a, c, f, h},

{a, c, d, h},

{a, c, i, j},

{a, c, g}

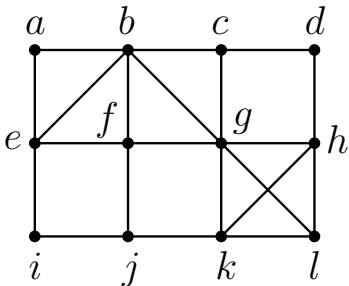
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

(۳) فرض کنید D یک مجموعه‌ی احاطه‌گر گراف شکل مقابل باشد. مجموعه‌ی D با کدام مجموعه ممکن است عضو مشترک نداشته باشد؟



{a, b, e} (۲)

{e, f, g, h} (۱)

{f, i, j, k} (۴)

{g, h, l, k} (۳)

(۴) گراف P_6 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر چهار عضوی دارد؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

(۵) گراف C_6 چند γ - مجموعه دارد؟

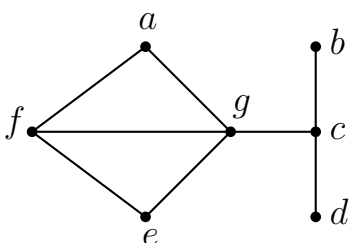
۱۵ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

(۶) برای گراف روبه‌رو، کدام گزینه یک γ - مجموعه است؟

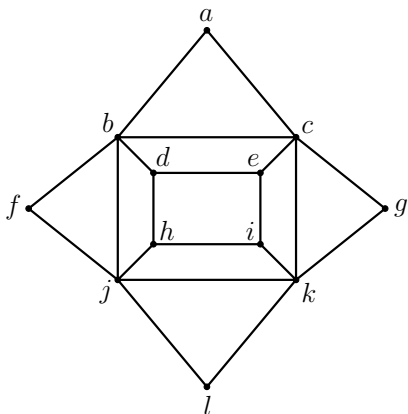


{a, e, c} (۲)

{a, b, d, e} (۱)

{f, g, d} (۴)

{e, g} (۳)



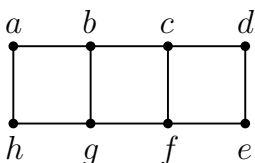
۷) مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف روبه‌رو چند عضو دارد؟

۲ (۱)

۴ (۳)

۳ (۲)

۵ (۴)



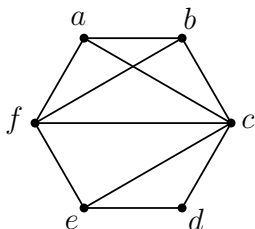
۸) کدام مجموعه یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف شکل مقابل نیست؟

{a, b, c, d} (۱)

{a, c, e, g} (۳)

{b, c, f, g} (۲)

{a, b, e, f} (۴)



۹) گراف شکل مقابل چند احاطه‌گر مینیمال دو عضوی دارد؟

۳ (۱)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۴)

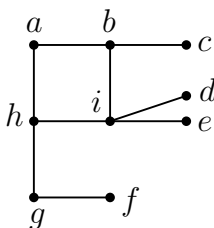
۱۰) گراف C_5 دارای مجموعه‌ی احاطه‌گر ۳ عضوی و دارای مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی است.

۵ - ۵ (۴)

۵ - ۱۰ (۳)

۵ - صفر (۲)

۱۰ - صفر (۱)



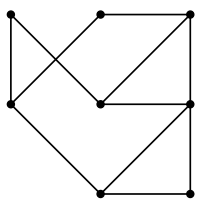
۱۱) در گراف روبه‌رو، مجموعه‌ی $\{i, b, h, g, f, c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است. حداکثر چند عضو این مجموعه را می‌توان حذف کرد به طوری که مجموعه به یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال تبدیل شود؟

۱ (۱)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۴)

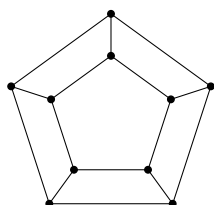


۱۲) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۴۴



۱۳) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱)

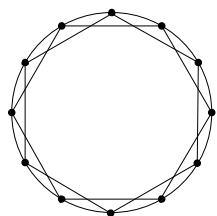
۲ (۴)

۴۴

۱۴) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲)

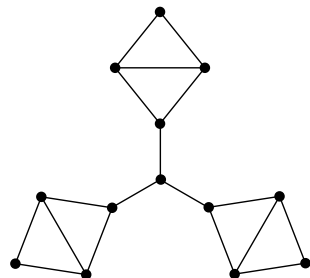
۵ (۳) ۲ (۴)



۱۵) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل برابر کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲)

۵ (۳) ۶ (۴)



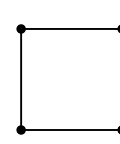
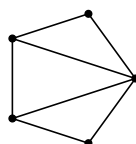
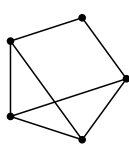
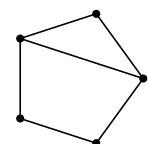
۱۶) عدد احاطه‌گری کدام گراف برابر ۱ است؟

(۴)

(۳)

(۲)

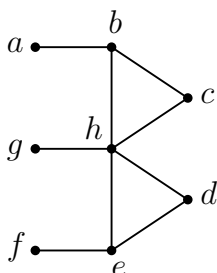
(۱)



۱۷) در گراف روبه‌رو، $\gamma(G)$ برابر و اگر A یک مجموعه‌ی مینیمال باشد، حداکثر عضو دارد.

۴ - ۲ (۱) ۵ - ۲ (۲)

۴ - ۳ (۳) ۵ - ۳ (۴)



۱۸) $\gamma(G)$ در کدام یک از گراف‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

C_{10} (۴)

P_9 (۳)

C_8 (۲)

P_7 (۱)

۱۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۷ می‌دانیم که $\gamma(G) = 1$ است، این گراف دست کم چند یال دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۰) برای احاطه کردن همه‌ی رأس‌های یک گراف ۳ - منتظم از مرتبه‌ی ۲۲، کدام عدد یک کران پایین برای $\gamma(G)$ است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۴	۴	۲	۲	۱	۱	۲	۳	۱	۴	۴	۳	۳	۲	۳	۱	۲	۲

۸.۴ خودآزمایی شماره ۸ (مدل سازی با گراف)

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) کدام یک از گراف‌های زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

P_{10} (۴)

P_8 (۳)

P_6 (۲)

P_4 (۱)

(۲) حداکثر عدد احاطه‌گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه‌ی ۱۶ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۳) در گراف ساده‌ی G ، اگر $p = ۸$ و $\Delta = ۳$ باشد، آنگاه حداقل مقدار ممکن برای $\gamma(G)$ کدام است؟

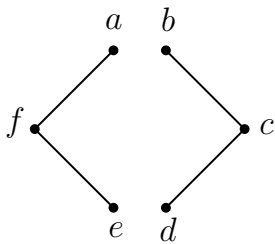
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۴) گراف G مطابق شکل مقابل مفروض است. در صورت افزودن کدام یال به این گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم آن یکتا نخواهد بود؟



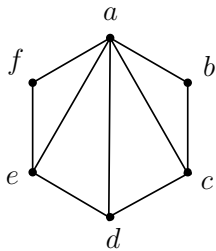
ab (۲)

cf (۱)

be (۴)

ae (۳)

(۵) گراف مقابل، چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟



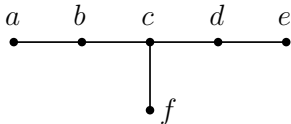
۳ (۲)

۱ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

(۶) گراف G در شکل مقابل، چند γ - مجموعه دارد؟



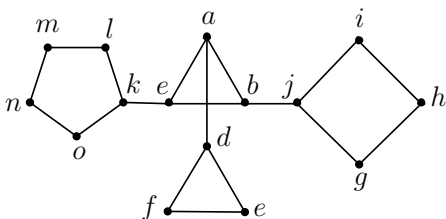
۲ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۴ (۳)

(۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



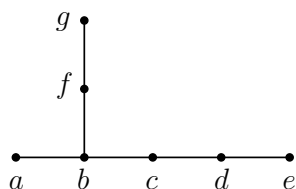
۵ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۸) کدام یک از رأس‌های گراف شکل مقابل در هیچ کدام از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن وجود ندارد؟



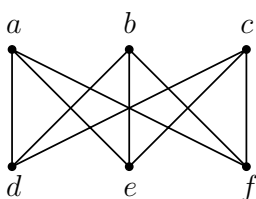
- (۱) a
(۲) f
(۳) c
(۴) d

۹) عدد احاطه‌گری گراف $\overline{C_n}$ همواره برابر کدام است؟ ($n \geq 4$)

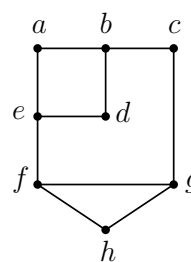
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$
(۴) $n-2$

۱۰) در کدام گراف، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یکتا است؟

- (۱) K_4
(۲) P_4

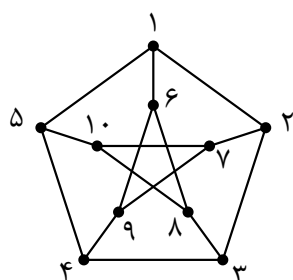


(۲)



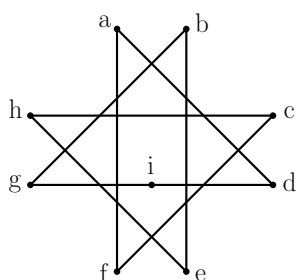
(۱)

۱۱) کدام مجموعه‌ی رئوس برای گراف مقابل، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



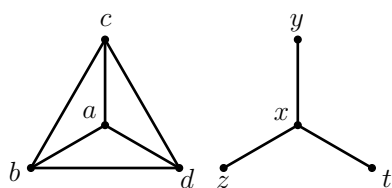
- (۱) {۲, ۵, ۶, ۸}
(۲) {۵, ۱۰, ۷, ۲}
(۳) {۲, ۵, ۸, ۹}
(۴) {۲, ۶, ۹, ۱۰}

۱۲) گراف مقابل چند γ -مجموعه دارد؟



- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۴

۱۳) گراف مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر دارد؟



- (۱) ۲۵۶
(۲) ۱۲۸
(۳) ۱۵۴
(۴) ۱۳۵

۱۴) اگر G گرافی از مرتبه‌ی p باشد به طوری که $p \geq 6$ و $\delta = 2$ ، آنگاه عدد احاطه‌گری گراف \overline{G} کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۲ یا ۳
(۴) ۱ یا ۲

۱۵) عدد احاطه‌گری گراف C_1 کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

۱۶) گراف P_4 چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟

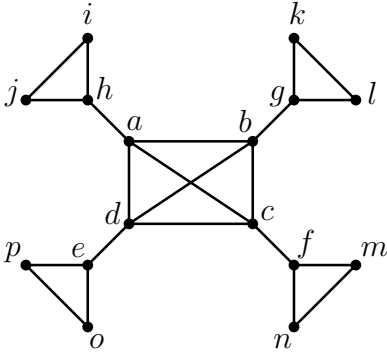
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷) عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر و این گراف دارای γ - مجموعه است.



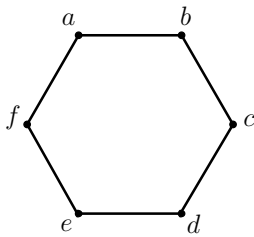
۱، ۳ (۲)

۲، ۳ (۱)

۲، ۴ (۴)

۱، ۴ (۳)

۱۸) کدام گزینه در مورد گراف روبه‌رو درست است؟



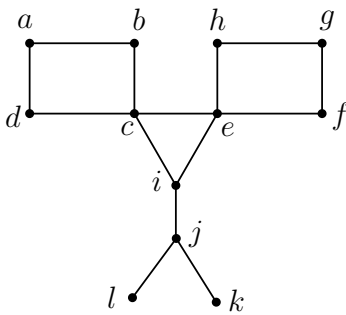
۱) مجموعه‌ی $\{a, c\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۲) گراف دارای شش γ - مجموعه است.

۳) مجموعه‌ی $\{f, d, e\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است.

۴) در این گراف $\gamma(G) = ۲$

۱۹) عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟



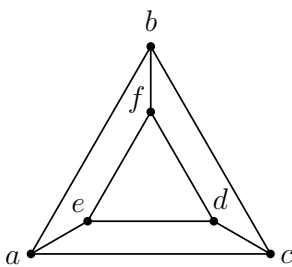
۲ (۲)

۵ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰) تعداد γ - مجموعه‌های گراف شکل روبه‌رو کدام است؟



۹ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۳ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۳	۴	۴	۳	۴	۱	۳	۱	۱	۳	۲	۴	۴	۳	۲	۴	۲

۹.۴ خودآزمایی شماره ۹ (مباحثی در ترکیبیات)

تعداد سؤال: ۱۶

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) برای چهار درس a, b, c, d به چند طریق می‌توان یک برنامه امتحانی نوشت به طوری که امتحان درس a همواره بلافاصله بعد از امتحان درس b باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴

(۲) به چند طریق می‌توان ۹ ماشین را کنار هم قرار داد به طوری که همیشه سه ماشین مخصوص کنار هم قرار گیرند؟

- (۱) $6! \times 3!$ (۲) $\frac{9!}{3!}$ (۳) $6!$ (۴) $3! \times 7!$

(۳) با حروف کلمه‌ی *beelze* چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف e به صورت یک در میان قرار گیرند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۶ (۴) ۲

(۴) با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» بدون تکرار حروف چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن دو حرف «پ» و «ر» کنار هم نیامده باشند؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۴۸۰

(۵) با حروف کلمه‌ی *perusal* چند جایگشت هفت حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت که به حرف e ختم شود و حروف r, u و e کنار هم باشند؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۴ (۴) ۲۴۰

(۶) با ارقام ۲، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به نحوی که رقم‌های فرد کنار هم نباشند؟

- (۱) ۶۸ (۲) ۷۴ (۳) ۷۰ (۴) ۷۲

(۷) گل فروشی ۴ نوع گل می‌فروشد، به چند طریق می‌توان ۷ شاخه گل از او خرید؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۲۴۰

(۸) به چند طریق می‌توان چهار سیب و پنج نارنگی را بین چهار کودک تقسیم کرد بطوری که به هر کدام حداقل یک نارنگی برسد؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۴۰ (۴) ۴۲

(۹) دستگاه
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_4 + x_5 = 5 \end{cases}$$
 چند جواب در مجموعه‌ی اعداد طبیعی دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸۰ (۳) ۸۴ (۴) $\binom{12}{4}$

۱۹) خانه‌های مربع مقابل را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به طوری که یک مربع لاتین تشکیل شود؟

۱			
	۲		
		۲	
			۱

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰) اگر A مربع لاتین چرخشی 4×4 باشد، آنگاه چند مربع لاتین مانند B وجود دارد که با مربع A متعامد بوده و درایه‌ی سطر اول ستون اول آن برابر یک باشد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۴	۴	۴	۱	۴	۴	۱	۲	۴	۳	۳	۴	۴	۱	۴	۱	۴	۱

۱۰.۴ خودآزمایی شماره ۱۰ (مباحثی در ترکیبیات)

تعداد سؤال: ۱۷

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) به چند طریق می‌توانند ۳ دختر و ۴ پسر در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که تمام دختران کنار هم باشند؟

- (۱) ۶! (۲) ۷! (۳) ۸! (۴) $۳! \times ۵!$

(۲) به چند طریق می‌توان ۸ مداد رنگی متمایز را در یک ردیف چید اگر قرار باشد دو مداد مخصوص کنار هم نباشند؟

- (۱) $۸! - ۷! \times ۲!$ (۲) $۸! \times ۲!$ (۳) $۸! - ۲!$ (۴) $۲! \times ۷!$

(۳) تعداد کلمات پنج حرفی که با حروف کلمه‌ی SASAT می‌توان ساخت چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۲۰

(۴) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «KONKORI» که در آنها حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند، کدام است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

(۵) با حروف کلمه‌ی improve چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف i شروع شده و حروف کلمه‌ی pro در کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶

(۶) با حروف کلمه‌ی ASSIST چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که همواره S ها پشت سر هم باشند؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

(۷) گل فروشی در مغازه‌اش ۱۰ مدل گل مختلف دارد. او با توجه به تقاضای مشتریان دسته گل‌هایی درست می‌کند که در آنها حداقل ۸ شاخه گل متمایز به کار رفته است. وی چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۶۰

(۸) ۸ کبوتر یکسان به چند طریق می‌توانند در ۵ لانه‌ی متمایز قرار گیرند به طوری که هیچ لانه‌ای خالی نماند؟

- (۱) $\binom{۱۲}{۴}$ (۲) $\binom{۷}{۴}$ (۳) $\binom{۸}{۴}$ (۴) $\binom{۸}{۵}$

(۹) تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله‌ی $x + y + z = ۱۰$ کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۶۶ (۴) ۱۳۲

(۱۰) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = ۱۵$ با شرط $x_1 \geq ۲$ و $x_2 > ۲$ و $x_3 > ۳$ چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۶ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷

(۱۱) معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ چند جواب صحیح با شرط $x_i \geq i + 1$ ($i = 1, 2, 3$) دارد؟

۱۰ (۴)

۲۱ (۳)

۴۵ (۲)

۶۶ (۱)

(۱۲) به چند طریق می‌توان ۹ سیب مشابه را بین ۴ نفر توزیع کرد به طوری که مجموع سیب‌های داده شده به نفر اول و دوم روی هم ۵ باشد؟

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۱ (۱)

آزاد ۸۱

(۱۳) معادله‌ی $x_1 + x_2 + 10x_3 = 20$ چند جواب صحیح غیرمنفی دارد؟

۴۱ (۴)

۳۳ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

(۱۴) نامعادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 < 9$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 9 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

x	y	z
۱	۲	۳
۳	t	w

a	b	c
۱	۲	۳
۲	d	e

(۱۵) اگر دو مربع 3×3 روبه‌رو مربع لاتین باشند، حاصل $ax + by$ کدام است؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

(۱۶) کدام یک از مربع‌های لاتین زیر از یک جایگشت روی مربع لاتین حاصل شده است؟

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

 (۲)

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

 (۱)

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

 (۴)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

 (۳)

(۱۷) اگر دو مربع لاتین A و B متعامد باشند، حاصل $x + y$ کدام است؟

$$A = \begin{pmatrix} ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ ۱ & & & \\ & x & & ۳ \\ & & y & \end{pmatrix}$$

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
			1	2	4	3	3	4	4	3	2	2	3	2	1	1	2	1	4

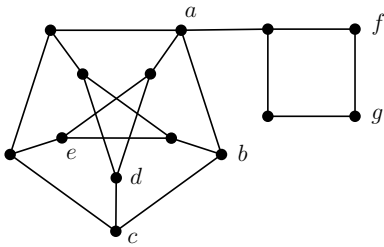
۸) از مجموعه‌ی اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است، یک زیرمجموعه‌ی حداقل چند عضوی انتخاب شود تا مطمئن باشیم، لااقل دو عدد در این زیرمجموعه موجود است که جمع آنها، ۸۲ باشد؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)



۹) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟

$\{a, d, e, g\}$ (۲)

$\{a, c, e, g\}$ (۱)

$\{a, d, c, f\}$ (۴)

$\{a, b, d, e\}$ (۳)

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۱۰) تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین ، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۱) با توجه به نمادهای «بزرگترین مقسوم‌علیه و کوچکترین مضرب مشترک» عدد $[154, (429, 627)]$ ، کدام است؟

۹۲۴ (۴)

۵۰۶ (۳)

۴۷۸ (۲)

۴۶۲ (۱)

۱۲) به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ ، اگر $\alpha | 11n + 3$ و $\alpha | 5n + 4$ و $\alpha \neq 1$ ، آنگاه تعداد اعداد دو رقمی n در این حالت، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳) معادله‌ی سیاله‌ی $9x + 13y = 725$ ، در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۴) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد 5^{20} بر ۴۱ ، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۱۵) در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ ، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶) به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

۱۵۰ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۵ (۱)

۱۷) تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

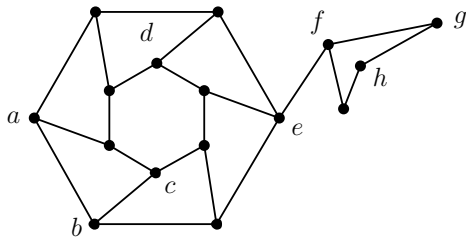
۱۸) درون یک مستطیل 9×18 ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم حداقل فاصله ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کمتر از $3\sqrt{3}$ باشد؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)



۱۹) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟

{b, c, e, d, g} (۲)

{a, b, c, d, h} (۱)

{a, c, e, d, g} (۴)

{a, c, e, d, h} (۳)

۲۰) در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۱	۲	۳	۱	۴	۲	۱	۴	۲	۴	۴	۳	۴	۲	۳	۲	۱

۲.۵ سؤالات کنکور ۹۹

۱.۲.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۶ (۳) ۴۵ (۴) ۳۹

(۲) تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

- (۱) ۹۴۸ (۲) ۹۵۲ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۷۲

(۳) تعداد جملات در بسط عبارت $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۴ (۴) ۹۱

(۴) در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

(۵) چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده‌ی تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

(۶) کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آنها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۲ (۴) ۵۶

(۷) اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

(۸) عدد چهار رقمی \overline{aabb} ، مجذور عدد دو رقمی \overline{cc} است. $a - b$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

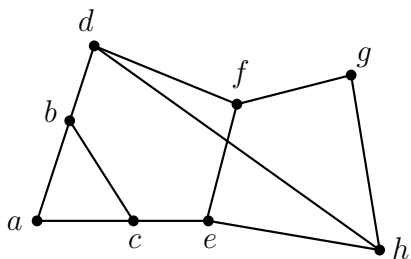
(۹) اگر درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد دورهای موجود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(۱۰) در یک گراف ۷ رأسی غیر تهی و غیر کامل $K - K$ منتظم، K چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱) در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



{a, e, g} (۱)

{a, f, g} (۲)

{b, e, g} (۳)

{e, f, h} (۴)

۲.۲.۵ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۲) تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام غیر تکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است؟

۱۶۵۸ (۴)

۱۷۴۸ (۳)

۱۷۹۲ (۲)

۱۸۴۸ (۱)

۱۳) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آنکه $x < 5$ باشد، کدام است؟

۲۸۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۱۴) حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

۱۵) فرض کنید خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی سه رقمی m بر n به ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند. تعداد عددهای طبیعی m بخش‌پذیر بر ۵، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶) در مجموعه‌ی اعداد طبیعی اگر $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

۵۳ (۴)

۴۷ (۳)

۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

۱۷) اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۱۰۵ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۸) پنج برابر عدد دو رقمی \overline{aa} را در سمت چپ \overline{aa} قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه‌ی ۱۸۳۷ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۹) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۳، ۳، ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

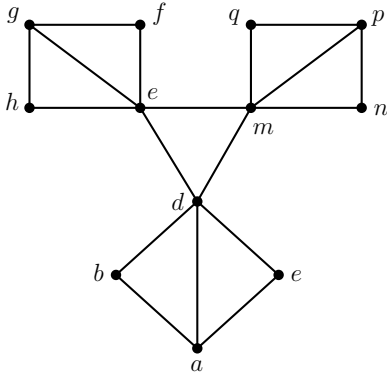
۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۲۰) در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



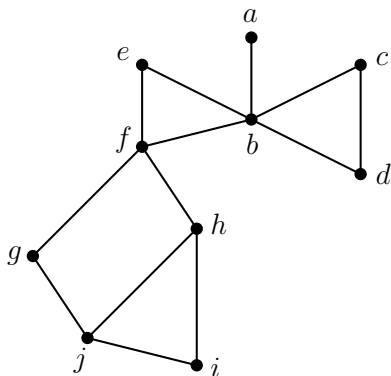
- ۸ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

۲۱) در یک گراف ۵ رأسی K - منتظم با بیشترین مقدار ممکن K ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

- ۱۵ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۸ (۱)

۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۵	۴	۱	۳	۴	۴	۲	۴	۱	۱	۲	۴	۲	۳	۴	۲	۲	۴	۲	۱

۹) در گراف زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



- (۱) $\{b, h\}$
 (۲) $\{b, g, i\}$
 (۳) $\{a, c, h\}$
 (۴) $\{a, c, f, j\}$

۲.۳.۵ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۰) تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟ ($\sqrt{10} \approx 2/1$)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۱) اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح $x = 6^m \times 10^n$ ، ۳۵ واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های $15x$ کمتر باشد، اختلاف بزرگترین و کوچکترین مقدار ممکن برای x ، کدام است؟

- (۱) ۱۲۹۶ (۲) ۲۳۰۴ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۸۷۰۴

۱۲) تعداد اعداد شش رقمی به صورت \overline{abaaba} که مضرب ۸۸ باشند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳) مجموع باقیمانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی a بر ۱۳ برابر ۱۷ است. احتمال این که باقیمانده‌ی تقسیم $a - ۸$ بر ۳۶، برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{13}$ (۲) $\frac{5}{13}$ (۳) $\frac{4}{13}$ (۴) $\frac{3}{13}$

۱۴) اگر m کوچکترین عدد طبیعی باشد که $m!$ بر 30 بخش پذیر باشد، آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم m^{332} بر ۳۱، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۱۵) تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۶۸

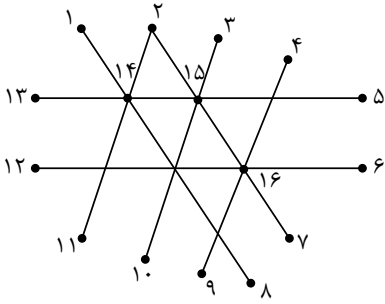
۱۶) مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

		۳		
b	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				a

- (۱) $(4, 5)$ (۲) $(4, 2)$

- (۳) $(1, 5)$ (۴) $(1, 2)$

۱۷) برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
				۲	۱	۴	۴	۳	۵	۴	۲	۲	۴	۲	۴	۳	۲	۳	۲	۲

فصل ۶

پاسخنامه

-१०१	-३७१	-३२१	-२८१	-२९१	३-२०१	२-१७१	१-१२१	१-८१	२-९१	१-१
-१०२	-३७२	-३२२	-२८२	-२९२	२-२०२	१-१७२	१-१२२	२-८२	१-९२	२-२
-१०३	-३७३	-३२३	-२८३	-२९३	२-२०३	२-१७३	२-१२३	१-८३	१-९३	१-३
-१०४	-३७४	-३२४	-२८४	-२९४	१-२०४	१-१७४	३-१२४	१-८४	१-९४	१-४
-१०५	-३७५	-३२५	-२८५	-२९५	१-२०५	३-१७५	२-१२५	२-८५	१-९५	१-५
-१०६	-३७६	-३२६	-२८६	-२९६	२-२०६	३-१७६	२-१२६	२-८६	१-९६	१-६
-१०७	-३७७	-३२७	-२८७	-२९७	२-२०७	२-१७७	२-१२७	१-८७	२-९७	१-७
-१०८	-३७८	-३२८	-२८८	-२९८	२-२०८	२-१७८	२-१२८	१-८८	२-९८	१-८
-१०९	-३७९	-३२९	-२८९	-२९९	२-२०९	१-१७९	१-१२९	२-८९	२-९९	२-९
-११०	-३८०	-३३०	-२९०	-३००	२-२१०	१-१८०	१-१३०	२-९०	२-००	२-१०
-१११	-३८१	-३३१	-२९१	-३०१	३-२११	३-१८१	२-१३१	२-९१	१-०१	३-११
-११२	-३८२	-३३२	-२९२	-३०२	१-२१२	३-१८२	१-१३२	२-९२	२-०२	१-१२
-११३	-३८३	-३३३	-२९३	-३०३	२-२१३	१-१८३	३-१३३	१-९३	१-०३	३-१३
-११४	-३८४	-३३४	-२९४	-३०४	२-२१४	३-१८४	२-१३४	२-९४	२-०४	१-१४
-११५	-३८५	-३३५	-२९५	-३०५	३-२१५	२-१८५	२-१३५	१-९५	२-०५	१-१५
-११६	-३८६	-३३६	-२९६	-३०६	२-२१६	१-१८६	१-१३६	१-९६	२-०६	१-१६
-११७	-३८७	-३३७	-२९७	-३०७	१-२१७	१-१८७	३-१३७	१-९७	१-०७	२-१७
-११८	-३८८	-३३८	-२९८	-३०८	१-२१८	३-१८८	१-१३८	१-९८	२-०८	१-१८
-११९	-३८९	-३३९	-२९९	-३०९	१-२१९	३-१८९	३-१३९	२-९९	२-०९	१-१९
-१२०	-३९०	-३४०	-३००	-३१०	२-२२०	१-१९०	३-१४०	२-१००	२-१०	२-२०
-१२१	-३९१	-३४१	-३०१	-३११	३-२२१	१-१९१	२-१४१	२-१०१	१-११	१-२१
-१२२	-३९२	-३४२	-३०२	-३१२	१-२२२	२-१९२	१-१४२	१-१०२	२-१२	२-२२
-१२३	-३९३	-३४३	-३०३	-३१३	२-२२३	३-१९३	३-१४३	२-१०३	१-१३	२-२३
-१२४	-३९४	-३४४	-३०४	-३१४	२-२२४	२-१९४	१-१४४	१-१०४	१-१४	२-२४
-१२५	-३९५	-३४५	-३०५	-३१५	१-२२५	१-१९५	१-१४५	२-१०५	१-१५	२-२५
-१२६	-३९६	-३४६	-३०६	-३१६	२-२२६	३-१९६	१-१४६	१-१०६	१-१६	२-२६
-१२७	-३९७	-३४७	-३०७	-३१७	२-२२७	१-१९७	३-१४७	१-१०७	१-१७	२-२७
-१२८	-३९८	-३४८	-३०८	-३१८	२-२२८	३-१९८	३-१४८	१-१०८	२-१८	१-२८
-१२९	-३९९	-३४९	-३०९	-३१९	२-२२९	२-१९९	३-१४९	२-१०९	१-१९	२-२९
-१३०	-४००	-३५०	-३१०	-३२०	२-२३०	२-१९०	२-१५०	१-११०	२-१०	१-३०
-१३१	-४०१	-३५१	-३११	-३२१	१-२३१	१-१९१	१-१५१	२-१११	१-११	२-३१
-१३२	-४०२	-३५२	-३१२	-३२२	३-२३२	३-१९२	३-१५२	१-११२	१-१२	१-३२
-१३३	-४०३	-३५३	-३१३	-३२३	२-२३३	२-१९३	१-१५३	२-११३	२-१३	१-३३
-१३४	-४०४	-३५४	-३१४	-३२४	२-२३४	२-१९४	३-१५४	१-११४	१-१४	२-३४
-१३५	-४०५	-३५५	-३१५	-३२५	१-२३५	१-१९५	३-१५५	१-११५	१-१५	१-३५
-१३६	-४०६	-३५६	-३१६	-३२६	२-२३६	२-१९६	१-१५६	१-११६	१-१६	१-३६
-१३७	-४०७	-३५७	-३१७	-३२७	२-२३७	१-१९७	१-१५७	१-११७	१-१७	१-३७
-१३८	-४०८	-३५८	-३१८	-३२८	२-२३८	३-१९८	१-१५८	२-११८	१-१८	१-३८
-१३९	-४०९	-३५९	-३१९	-३२९	१-२३९	१-१९९	२-१५९	२-११९	२-१९	१-३९
-१४०	-४१०	-३६०	-३२०	-३३०	२-२४०	२-२००	१-१६०	२-१२०	१-२०	१-४०