

بسم الله الرحمن الرحيم

اللهم صل على محمد وآل محمد فاجعل فرجهم



دانلود رایگان سوالات استخدامی

**نمونه سوالات استخدامی**

**رشته مدیریت - ریاضی و آمار**

**با پاسخنامه تشریحی**

جدیدترین اخبار استخدامی و کنکور

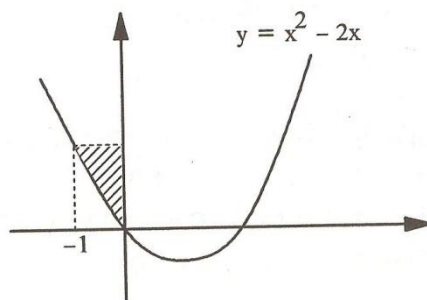
در ایمیل و موبایل شما

**WWW.MAKHFIGAH.COM**

## سؤالات ریاضی و آمار

۱. در تابع  $f(x) = x + \sqrt{x+1}$ ،  $f(3x^2 + 4x)$ ،  $f(0)$  کدام است؟  
 (۱) صفر (۲)  $\frac{2}{8}$  (۳)  $\frac{2}{2}$  (۴) ۱
۲. در تابع  $y - \sin(x+y) = 0$  حاصل  $\frac{dy}{dx}$  به ازاء  $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲
۳. در تابع  $y = e^{2x-2x^2}$  طول یکی از نقاط عطف برابر است با:  
 (۱)  $x = e^{-1}$  (۲)  $x = \ln 2$  (۳)  $x = -1$  (۴)  $x = 0$
۴. خط قائم بر منحنی به معادله  $xy - x^2 = 1$  در نقطه‌ی (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟  
 (۱) محور x ها (۲) محور y ها (۳)  $y = x$  (۴)  $y = -x$
۵. اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$  باشد، آنگاه مقدار  $f'(6)$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{6} + 1$  (۳) ۱۰ (۴) ۲۵
۶. اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$  باشد، آنگاه  $a + b$  کدام است؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
۷. اگر خط  $y = 2x + b$ ، بجانب مایل منحنی  $y = \frac{ax^2 + 2x + 2}{x-1}$  باشد،  $a + b$  کدام است؟  
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷
۸. اگر  $\log_a^2 = \frac{1}{\log_a^2} - \frac{1}{6}$ ، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{64}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳) ۸ (۴) ۶۴
۹. در یک تصاعد حسابی مجموع ۸ جمله‌ی اول برابر ۲ و جمله یازدهم برابر ۱۰ می‌باشد. قدر نسبت تصاعد کدام است؟  
 (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{4}$
۱۰. حاصل حد  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\int_r^{r+h} \sqrt{t^2 + 5} dt}{h}$ ، کدام است؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱. مساحت ناحیه هاشور خورده در شکل زیر کدام است؟



- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲. اگر  $A = 100 \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i}$  و  $B = 100 \times 10$  باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ ( $i > 0$ )

- (۱)  $A = B$  (۲)  $B > A$

(۳)  $A > B$  (۴) مقایسه‌ی این دو، بستگی به مقدار  $i$  دارد

۱۳. شخصی که امروز بازنشسته شده است ده میلیون ریال پاداش دریافت کرده و تا پایان عمر دو میلیون و چهارصد هزار ریال مستمری ماهیانه (در انتهای ماه) دریافت خواهد کرد اگر  $i = 12\%$  باشد ارزش حال کل این مبالغ چقدر است؟

- (۱)  $2 * 10^7$  (۲)  $3 * 10^7$  (۳)  $25 * 10^7$  (۴)  $200 * 10^6$

۱۴. نقطه‌ی  $A$ ، ماکزیمم نسبی تابع دو متغیره‌ی  $(x, y)$  است. اگر  $\Delta = \det \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$  باشد کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $\Delta(A) > 0$  و  $f_{xx}(A) < 0$  (۲)  $\Delta(A) > 0$  و  $f_{xx}(A) > 0$   
 (۳)  $\Delta(A) < 0$  و  $f_{xx}(A) < 0$  (۴)  $\Delta(A) < 0$  و  $f_{xx}(A) > 0$

۱۵. اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{1-x^2}} & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$  یک تابع چگالی احتمال باشد، کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{\pi}$  (۳)  $\frac{1}{2\pi}$  (۴)  $\frac{2}{\pi}$

۱۶. اگر  $x = t^2 + t$ ،  $y = t^3 - 3t$  باشد، مقدار  $\frac{d^2x}{dx^2}$  به ازای  $t=1$  است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۲

۱۷. خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x - 2)$  در نقطه ای به طول ۳ واقع بر آن، محور X ها را کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۵

۱۸. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۹. حد عبارت  $\ln \left( \frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۲۰. در یک کارگاه تولیدی هر دستگاه در روز حداکثر ۵۰ واحد کالا تولید می کند، هزینه کارکرد هر دستگاه ۴۰۰ واحد پول و هزینه مواد اولیه هر واحد کالا ۵ واحد پول است. اگر هر واحد کالا ۱۵ واحد پول به فروش رود، تعداد کالا در نقطه سر به سر کدام است؟

- (۱) ۱۴۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۸۰

۲۱. اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم یا واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۲۲. در تابع چگالی  $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$  میانگین X کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۳. یک تیرانداز در هر آزمون می تواند سه نوع امتیاز A، B و C را به ترتیب با احتمالات ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۲ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت بار آزمون امتیازات وی ۲ بار A، ۲ بار B و ۳ بار C باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۰۳۷۸ (۲) ۰/۰۷۵۶ (۳) ۰/۱۶۸ (۴) ۰/۳۷۸

۲۴. در توزیع احتمال توأم رو به رو،  $COV(X, Y)$ ، کدام است؟

|   |   |     |     |     |
|---|---|-----|-----|-----|
|   | x | ۰   | ۱   | ۲   |
| y | ۱ | ۰   | ۰/۱ | ۰/۲ |
|   | ۳ | ۰/۳ | ۰/۴ | ۰   |

- (۱) -۰/۵۶ (۲) -۰/۴۶ (۳) صفر (۴) ۰/۶۴

۲۵. از جعبه‌ای که محتوی ۱۲ عدد کالاست، ۴ عدد آن معیوب است، به تصادف ۲ تا را انتخاب می‌کنیم اگر  $X$  تعداد کالای سالم انتخاب شده باشد امید ریاضی  $X$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{14}{11}$

۲۶. اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$  باشد، آنگاه مقدار  $f^{-1}(6)$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\sqrt{6} + 1$  (۳) ۱۰ (۴) ۲۵

۲۷. خط قائم بر منحنی به معادله  $xy - x^2 = 1$  در نقطه (۲ و ۱) با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

(۱) محور  $X$ ها (۲) محور  $Y$ ها (۳)  $Y=X$  (۴)  $Y=-X$

۲۸. در تابع  $y = e^{2x+2x^2}$  طول یکی از نقاط عطف برابر است با:

(۱)  $x = e^{-1}$  (۲)  $x = \ln 2$  (۳)  $x = -1$  (۴)  $x = 0$

۲۹. در تابع  $y = \sin(x + y)$  حاصل  $\frac{dy}{dx}$  به ازاء  $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۳۰. کدام تابع یک به یک نیست؟

(۱)  $y = x|x|$  (۲)  $y = x + \frac{1}{x}$  (۳)  $y = x + \sqrt{x}$  (۴)  $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۳۱. اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$  حاصل  $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$  کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲. نقطه رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات  $y - 3x = 0$  و  $2x + 3y = 11$  منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳) ۴ (۴) ۵

۳۳. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\infty$

۳۴. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} [x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$  در  $x=0$  پیوسته است؟

(۱)  $\{1\}$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{0\}$  (۴)  $\{0 \text{ و } 1\}$

۳۵. مشتق مرتبه دهم تابع  $f(x) = x \sin 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

(۱)  $-5 \times 2^{10}$  (۲)  $5 \times 2^9$  (۳)  $5 \times 2^{10}$  (۴)  $-5 \times 2^9$

۳۶. از رابطه  $x.e^{3x+z} + \ln(2y - z) + x^2y = 1$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  در نقطه (۳ و ۲ و -۱) کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۳۷. در تابع  $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$  با تغییر متغیرهای  $x = r \cos \theta$  و  $y = r \sin \theta$  مقدار  $\frac{\partial z}{\partial y}$  به ازای  $\theta = \pi$  چقدر  $r =$

۲ چقدر است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\pi$

۳۸. ورقه نازک فلزی به شکل نیم دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره

چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{\pi}$  (۲)  $\frac{2}{\pi}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۳۹. حاصل  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2}{3}$

۴۰. حاصل انتگرال  $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$  وقتی  $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$  باشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2} - 1$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۴۱. اگر  $f(x) = tg^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$  حاصل  $f'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1+x^2}$  (۲)  $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$  (۳)  $\frac{a}{1+x^2}$  (۴)  $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۴۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $e$  (۳)  $\sqrt{e}$  (۴) ۰

۴۳. نسبت تغییرات عبارت  $\frac{x-2}{x+1}$  به تغییر  $\sqrt{2x+5}$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۴. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک

«رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{2}{8}$  (۲)  $\frac{2}{8}$  (۳)  $\frac{4}{8}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۴۵. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو

گوی هم رنگند؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۴۶. واریانس داده‌های آماری زیر کدام است؟

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| x | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| F | ۱ | ۲ | ۹ | ۴ |

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{7}{8}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۴۷. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

- (۱)  $\frac{6}{3}$  (۲)  $\frac{6}{7}$  (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴)  $\frac{7}{4}$

۴۸. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۹. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۵۰. اگر تابع درآمد کل  $TR = (6)x$  و تابع هزینه کل  $TC = 16(3)x$  باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۵۱. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^3 - 3x$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۲. اگر داشته باشیم  $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$  مقدار  $XZ'_x + YZ'_y$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) Z (۳)  $\frac{1}{z}$  (۴)  $z^{-2}$

۵۳. در تابع دو متغیری  $Z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ای اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۵۴. اگر مینیمم  $Z = X^2 + Y^2$  با توجه به قید  $X + 2Y = 5$  را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین کنیم

مقدار  $\lambda$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۵. مقدار انتگرال  $I = \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2 \ln 2$  (۲)  $(\ln 2)^2$  (۳)  $\ln 4$  (۴)  $\frac{1}{2} \ln 2$

۵۶. اگر  $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$  باشد، آن گاه  $I'(1) - I'(0)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2(e-1)$  (۳)  $e-1$  (۴) ۲

۵۷. اگر  $N=10$  و  $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$  و  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$  ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱) ۰/۳۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۶۶ (۴) ۰/۷

۵۸. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای  $n = 5$  و  $P = \frac{1}{4}$  (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابرست با:

- (۱) ۰/۰۸۷۹ (۲) ۰/۰۸۸۴ (۳) ۰/۸۸۴ (۴) ۰/۸۷۹

۵۹. یک توزیع احتمال دارای چگالی  $f(x)=1$  است. اگرچه پایین توزیع  $3/4$  باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱)  $3/7$  (۲)  $3/9$  (۳) ۴ (۴)  $6/8$

۶۰. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- (۱)  $H.: \mu x < 10$  (۲)  $H.: \mu x = 10$  (۳)  $H.: \mu x \leq 10$  (۴)  $H.: \mu x \geq 10$

۶۱. اگر مقدار کوواریانس  $X$  و  $Y$  مساوی ۵ و  $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 = 25$  باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) ۰/۰۰۸ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۲۰ (۴) ۱

۶۲. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۶۳. اگر  $Z = U^2 + V^2 - 2UV$  و  $U = r \cos \theta$  و  $V = r \sin \theta$  باشد، منظور  $\frac{\partial Z}{\partial r}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $(2U - 2V) \cos \theta$  (۳)  $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$  (۴)  $(2U - 2V) \sin \theta$

۶۴. اگر داشته باشیم  $n(A) = 10$  و  $n(B) = 15$  و  $n(A \cup B) = 19$  باشد،  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۶۵. اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{2}{3}}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{2}{6}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۶۶. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱)  $(1/0.12)^{36}$  (۲)  $(1/0.1)^{36}$  (۳)  $(1/12)^{36}$  (۴)  $(1/0.3)^{36}$



۶۷. به ازای کدام مقدار  $k$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} X + 2Y + kZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$  جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۸. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال این که در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱)  $2e^{-2}$  (۲)  $2e^{-2}$  (۳)  $4e^{-2}$  (۴)  $8e^{-1}$

۶۹. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$  کدام است؟

- (۱)  $\ln 3 - 1$  (۲)  $\ln 4 - 1$  (۳)  $\ln 3 + 1$  (۴)  $\ln 4 + 1$

۷۰. حاصل عبارت  $(A - B) \cup (B - A) \cap (A \cap B) \cap (B \cup A)$  کدام است؟

- (۱)  $AB$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A - B$  (۴) هیچکدام

۷۱. اگر  $A = \{x | x \in Z, (|x| - 1)(|x| - 2) = 0\}$  باشد، آنگاه  $P(A)$  (مجموعه توانی  $A$ ) چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۷۲. اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار دترمینان  $2A$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۷۳. اگر  $f(x) = x^2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1)$  باشد، آنگاه  $f''(0)$  کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۴. مشتق تابع  $y = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$  در نقطه  $x=0$  برابرست با:

- (۱) صفر (۲)  $n!$  (۳)  $n$  (۴)  $\frac{n(n+1)}{2}$

۷۵. دیفرانسیل کامل  $Z = x^2 - xy + y^2$  وقتی  $x$  از ۲ به  $2/1$  و  $y$  از ۱ به  $1/2$  تغییر کند، کدام است؟

- (۱)  $0/3$  (۲)  $0/2$  (۳)  $-0/2$  (۴)  $-0/3$

۷۶. درجه همگنی تابع  $Z = \frac{x+y}{xy+y^2}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر

- (۳) ۱ (۴) بستگی به مقادیر  $x$  و  $y$  دارد

۷۷. هرگاه  $\int_a^b f(x)dx = c$  باشد، آنگاه مقدار  $\int_{\frac{1}{b}}^{\frac{1}{a}} \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right)dx$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{c}{b-a}$  (۲)  $\frac{c}{2}$  (۳)  $\frac{b-a}{c}$  (۴)  $c$

۷۸. در نمودار دایره‌ای ۶۰ داده آماری، کمانی به اندازه ۳۰ درجه به یک طبقه تعلق دارد، فراوانی مطلق آن طبقه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۷۹. دستگاه A در اندازه گیری مکرر از شیء واحدی، دارای واریانس  $\sigma^2 = 9$  بوده و دستگاه B در اندازه گیری مکرر از همان شیء دارای واریانس  $\sigma^2 = 25$  است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) دستگاه A دقیق‌تر است.  
 (۲) دستگاه B دقیق‌تر است.  
 (۳) دستگاه A اندازه گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه B بدست می‌دهد.  
 (۴) دستگاه B اندازه گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه A بدست می‌دهد.

۸۰. از بین ۱۲ نفر دانشجو، چند گروه حداقل ۱۰ نفره می‌توان تشکیل داد؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۷۹ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۸۱. اگر A و B دو پیشامد تصادفی بوده و  $P(\bar{A}) = 0/2, P(B) = 0/5, P(A \cap \bar{B}) = 0/4$  باشد، آنگاه مقدار احتمال شرطی  $P(B|A \cap \bar{B})$  برابر کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۸۲. فرض کنید نسبت مراجعه کنندگان مرد و زن به یک بانک باهم برابر باشند. اگر ۶ درصد مردان و ۴ درصد زنان برای دریافت حقوق ماهیانه خود به این بانک مراجعه کنند. احتمال این که یک مراجعه کننده برای دریافت حقوق خود به بانک مراجعه کند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۸۳. سود یک فروشنده چتر در روزهای بارانی ۱۵۰/۰۰۰ ریال و زیان وی در روزهای آفتابی ۴۰/۰۰۰ ریال می‌باشد. اگر احتمال ریزش ۳۰ درصد باشد، به طور متوسط، سود مورد انتظار چند ریال است؟

- (۱) ۳۶/۵۰۰ (۲) ۳۲/۰۰۰ (۳) ۱۶/۵۰۰ (۴) ۱۷/۰۰۰

۸۴. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X در دامنه [۱،۲] به صورت  $f_X(x) = kx^{-2}$  تعریف شده است. مقدار k چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{2}$

۸۵. میانگین هندسی اعداد ۱۶، ۹،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{3}{4}$  و ۵۴ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۸۶. در داده‌های آماری دسته‌بندی شده، ضریب پراکندگی کدام است؟

- (۱) ۰/۵۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۷۵

|           |     |     |     |     |      |
|-----------|-----|-----|-----|-----|------|
| حدود دسته | ۰-۲ | ۲-۴ | ۴-۶ | ۶-۸ | ۸-۱۰ |
| فراوانی   | ۳   | ۶   | ۴   | ۲   | ۱    |

۸۷. کدام یک از نمودارها برای نمایش مشاهدات با مقیاس رتبه‌ای مناسب است؟

- (۱) دایره‌ای (۲) چند ضلعی (۳) بافت نگار (۴) جعبه‌ای

۸۸. سه جامعه با تعداد مشاهدات ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۷۰۰ به ترتیب با میانگین‌های ۸ و ۹ و ۱۰ و واریانس‌های ۱۶ و ۲۵ و ۲۵ به صورت یک جامعه واحد ترکیب شده است، واریانس جامعه حاصل کدام است؟

- (۱) ۲۴/۱۲ (۲) ۲۴/۳۶ (۳) ۲۴/۵۴ (۴) ۲۴/۷۲

۸۹. بین دو صفت X و Y در جدول مقابل ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۹ (۴) ۱

|   |   |    |    |    |
|---|---|----|----|----|
| X | ۵ | ۷  | ۱۰ | ۱۴ |
| Y | ۹ | ۱۳ | ۱۹ | ۲۷ |

۹۰. در یک توزیع نرمال با میانگین ۳۷ و انحراف معیار ۴/۵ احتمال اینکه یک عضو انتخابی بین دو عدد ۲۸ و ۴۶ قرار گیرد، کدام است؟ ( $S^2 = ۰/۴۷۷۲$ )

- (۱) ۰/۷۸۸۶ (۲) ۰/۹۴۵۴ (۳) ۰/۹۵۴۴ (۴) ۰/۹۷۷۲

۹۱. در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت  $\frac{2}{3}$  است اگر ۶ بار این آزمایش تکرار شود، با کدام احتمال ۴ بار موفقیت حاصل می‌شود؟

- (۱)  $\frac{120}{243}$  (۲)  $\frac{80}{243}$  (۳)  $\frac{40}{81}$  (۴)  $\frac{20}{81}$

۹۲. حاصل  $\lim_{X \rightarrow \infty} \left( \frac{2X+1}{2X-3} \right)^{X+2}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{e}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  (۳)  $e^2$  (۴)  $e$

۹۳. اگر  $z = f(x^2y)$  حاصل  $x \frac{dz}{dx} - 2y \frac{dz}{dy}$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) z (۳) ۲z (۴) xyz

۹۴. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} |x|x| & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$  همواره پیوسته است،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۹۵. خط مماس بر نمودار تابع  $y = e^{-2x}$  در نقطه  $x=0$  واقع بر آن از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱) (۳ و -۱) (۲) (۳ و -۱) (۳) (۱ و ۲) (۴) (۲ و ۱)

۹۶. اگر  $x$  واحد تولید کالا و  $y$  واحد قیمت آن باشد معادله تقاضا به صورت  $y = 8 - x^2$  و معادله هزینه

$y = x^2 + 8$  می باشد. ماکزیمم سود به ازای چند واحد تولید حاصل می شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۹۷. مساحت ناحیه بین منحنی  $y = x^2 + 2x - 1$  و محور  $x$ ها و دو خط به معادلات  $x = 1$  و  $x = 3$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{22}{3}$  (۲)  $\frac{23}{3}$  (۳)  $\frac{44}{3}$  (۴)  $\frac{46}{3}$

۹۸. به ازای کدام مقدار  $k$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + ky - 2z = 0 \\ 3x + 2y - z = 0 \end{cases}$  جوابهای غیر صفر دارد؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۹. اگر  $A'$  ترانهاده ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه های ماتریس  $x$  از رابطه  $AX = A'$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

## پاسخ سؤالات ریاضی و آمار

(۲).۱

$$(6x + 4)f'(3x^2 + 4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(\cdot) = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow 4f'(\cdot) = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(\cdot) = \frac{3}{8}$$

(۲).۲

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} = \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2}$$

(۴).۳

$$y' = (2 - 4x)e^{2x-2x^2} \quad '' = -4e^{2x-2x^2} + (2 - 4x)^2 e^{2x-2x^2} = 0$$

$$e^{2x-2x^2}[-4 + (2 - 4x)^2] = 0 \Rightarrow -4 + 4 - 16x + 4x^2 = 0 \Rightarrow 4x(x - 4) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

(۲).۴

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y-2x}{x} \quad m = \frac{2-2}{1} = 0 \quad \text{شیب قائم} \Rightarrow \text{شیب مماس} = \infty$$

(۴).۵

$$6 = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 > 9$$

(۱).۶

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = |x - 1| - ax - b = -x + 1 - ax - b = -x(1 + a) + a - b = 0$$

$$1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$1 - b = 0 \Rightarrow b = 1$$

(۴).۷

$$\frac{ax^2}{x} = 2x \Rightarrow a = 2$$

$$(2x^2 + 3x + 2) \div (x - 1) = (2x + 5) + 7 \Rightarrow b = 5$$

(۴).۸

$$\frac{1}{\log_7^a} = \frac{1}{\frac{1}{7} \log_7^a} - \frac{1}{\log_7^a} \Rightarrow \frac{1}{\log_7^a} = \frac{7}{\log_7^a} - \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{\log_7^a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 7^6 = 64$$

(۱).۹

$$s_n = \frac{1}{7}(2a + 7d) = 2 \Rightarrow 2a + 7d = \frac{1}{7} \Rightarrow 4a + 14d = 1$$

$$\begin{cases} a + 10d = 10 \\ 4a + 14d = 1 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{2}{3}$$

(۴).۱۰

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s_7^{2+h} \sqrt{t^2 + \Delta t}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) = f'(2) = \sqrt{2^2 + 5} = \sqrt{9} = 3$$

(۲).۱۱

$$Y = x^r - 2x \Rightarrow y + 1 = (x - 1)^r \Rightarrow x = -\sqrt{y+1} + 1$$

$$-\int_{-1}^r \sqrt{y+1} dy + \int_{-1}^r dy = -\frac{r}{r} (y+1)^{\frac{r}{r}} + y \Big|_{-1}^r = -\frac{\Delta}{r} \quad S = \frac{\Delta}{r}$$

- .۱۲

(۳).۱۳

(۱).۱۴

(۲).۱۵

$$\int_{-1}^1 \frac{c}{\sqrt{1-x^2}} = 1 \Rightarrow c \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1 \Rightarrow c(\arcsin) \Big|_{-1}^1 = 1$$

$$C(\arcsin(1) - \arcsin(-1)) = 1 \Rightarrow c \left( \frac{\pi}{r} + \frac{\pi}{r} \right) = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\pi}$$

(۱).۱۶

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (rt^r - r) \times \frac{1}{rt+1} = \frac{rt^r - r}{rt+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{rt(rt+1) - r(rt^r - r)}{(rt+1)^2} \times \frac{1}{rt+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{r}{r}$$

(۱).۱۷

$$F'(x) = rx \times \ln(x - r) + \frac{x^r}{x-r} \quad m = r \times \ln(r - r) + \frac{r^r}{r-r} = 9$$

$$y = r^r \times \ln(x - r) = 9 \times \cdot = \cdot \quad (r, \cdot)$$

$$y - \cdot = 9(x - r) \Rightarrow y = 9x - 27 \quad \xrightarrow{x=\cdot} y = -27$$

(۱).۱۸

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n(n+1)}{n+r} - \frac{n}{r} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n(n+1)}{rn+r} - \frac{n}{r} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{-rn}{rn+r} \right) = \frac{r}{r}$$

(۲).۱۹

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{r-h}{r} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{h}{r} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[ \left[ 1 + \left( -\frac{h}{r} \right) \right]^{\frac{r}{h}} \right]^{-\frac{1}{r}} = e^{-\frac{1}{r}}$$

۲۰. هیچ کدام

هزینه = درآمد

$$50 = 400 + 5x$$

$$750 = 400 + 5x \Rightarrow x = 70$$

(۲).۲۱

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0.5$$

(۳).۲۲

$$E(x) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{\tau}} dx = -x e^{-\frac{x}{\tau}} - \tau e^{-\frac{x}{\tau}} \Big|_0^{\infty} = \tau$$

(۴).۲۳

$$7! \times \frac{(\cdot/5)^{\tau} \times (\cdot/3)^{\tau} \times (\cdot/2)^{\tau}}{\tau! \times \tau! \times \tau!} = \cdot/378$$

(۲).۲۴

$$E(x) = \cdot(\cdot/3) + 1(\cdot/5) + 2(\cdot/2) = \cdot/9$$

$$E(xy) = (\cdot \times \cdot \times 1) + (1 \times \cdot/1 \times 1) + (2 \times \cdot/2 \times 1) + (\cdot \times \cdot/3 \times 3) + (1 \times \cdot/4 \times 3) + (2 \times \cdot \times 3) = 1/7$$

$$\text{Cov}(x,y) = E(xy) - E(x)E(y) = 1/7 - (\cdot/9 \times 2/4) = 1/7 - 2/18 = -\cdot/46$$

(۲).۲۵

$$\mu = np = 2 \times \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{6} = \frac{4}{3}$$

(۴).۲۶

$$x=9 \Rightarrow y=4 \quad y=\sqrt{x}+1 \Rightarrow (y-1)^2 = x$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 5 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25$$

(۲).۲۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها } m = \frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow$$

(۴).۲۸

$$y' = (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

(۲).۲۹

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x'^2 x' = x'^2 + x^2 x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴).۳۱

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{\Delta+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{\Delta+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{\Delta+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{\Delta}) = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\sqrt{\Delta+4}} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{\Delta}f(2\sqrt{\Delta}) = 2 + \sqrt{\Delta} \times \frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta} = 2 + 2 = 4$$

(۴).۳۲

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \quad \text{راس دیگر}$$

$$\text{وسط دو راس } A \begin{cases} \frac{y+1}{2} = 4 \\ \frac{x+3}{2} = 3 \end{cases} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱).۳۳

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n} = 1$$

(۲).۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [\cdot^+] = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [\cdot^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f(\cdot) = a$$

(۱).۳۵

$$f^{(1 \cdot)}(x) = 2^1 \cdot (\Delta \cos 2x - x \sin 2x) = 2^1 \cdot (\Delta \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi) = -\Delta \times 2^1$$

(۱).۳۶

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left( x e^{2x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y} \\ &\Rightarrow \frac{2}{4-2} + (-1)^2 = \left( -1 \times e^{-2+2} - \frac{1}{4-2} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2}{2} \end{aligned}$$

۳۷. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x \times \frac{1 \times x - \cdot \times y}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳).۳۸

(۱).۳۹

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = S_n$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} S_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴).۴۰

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin \sqrt{x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t +$$

$$\sin t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱).۴۱

$$f'(x) = \frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱).۴۲

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} \stackrel{\text{هوپیتال}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim y) = 0$$

$$\lim y = e = 1 \quad (3).43$$

$$\sqrt{2x + 5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2 - 5}{2} \quad x = 3 \Rightarrow y = 4$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(4) = 1$$

$$(3).44$$

(3).45

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{5}$$

$$(4).46$$

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

$$(2).47$$

(3).48

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

$$(1).49$$

$$A = \{(5,6)(6,5)(6,6)\} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$(3).50$$

$$Tc = TR \rightarrow 6 * 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \rightarrow 16 = 2^x \rightarrow x = 4$$

$$(2).51$$

از آزمون مشتق دوم استفاده می‌کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad ' = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{Min } x = 1 \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{Max } x = -1 \end{cases}$$

(1).52

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(۴).۵۳

$$z'_x = \frac{2(x+2y) - 2x - y + 1}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow 3y+1=0 \rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$z'_y = \frac{(x+2y) - 2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow -3x+2=0 \rightarrow y = \frac{2}{3}$$

(۲).۵۴

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - \Delta) \rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + \Delta = 0 \rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -\Delta \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -\Delta \rightarrow -5\lambda = -1 \rightarrow \lambda = \frac{1}{5} = 2$$

(۲).۵۵

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(۳).۵۶

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I'(\cdot) = e^1 - e^\cdot = e - 1$$

(۳).۵۷

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0.66$$

(۴).۵۸

$$P(x=3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0.1875$$

(۲).۵۹

$$F(m) = \frac{1}{2} \text{ میانه است } \quad F(m) = \int_{\frac{3}{4}}^m dx = x \Big|_{\frac{3}{4}}^m = m - \frac{3}{4}$$

$$F(m) = \frac{1}{\frac{3}{4}} \rightarrow m - \frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{3}{4}} \rightarrow m = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{3}{9}$$

(۳).۶۰

در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در  $H_0$  قرار می‌دهد به امید اینکه بتواند آنرا رد کند.

(۳).۶۱

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 * 5} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(۴).۶۲

اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است  $2+5=7$

(۳).۶۳

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &\quad + (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta \\ -2r \sin \theta \cos \theta &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

(۱).۶۴

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 6$$

(۱).۶۵

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\gamma n} = e^{\gamma a} = e^{\frac{\gamma}{\beta}} \rightarrow a = \frac{\gamma}{\beta}$$

(۳).۶۶

اگر  $x$  سپرده بانکی باشد در ماه اول  $\frac{x \cdot \frac{12}{100} (1/12)}{x + \frac{12}{100} x} = \frac{12}{100}$  و ماه دوم  $\frac{\frac{12}{100} (1/12) x}{x + \frac{12}{100} (1/12) x} = \frac{12}{100}$  و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

(۱).۶۷

$$\begin{aligned} x + 2y + kz &= 0 \quad 2x + y + (k+1)z = 0 \\ x - y + z &= 0 \quad 2x + y - z = 0 \quad k+1 = -1 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

(۲).۶۸

پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسون)

$$P(a=2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

(۳).۶۹

$$A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2) + \dots (2n+1)}{n!}}$$

$$= \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2) + \dots (2n+1)}{n^n}} = \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n+1}{n}\right)}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[ \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln \left(1 + \frac{2}{n}\right) + \dots + \ln \left(1 + \frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln e - 1$$

(۳).۷۰

(۳).۷۱

$$A = \{1, 2\} \quad P(A) = 2^2 = 4$$

(۴).۷۲

$$|2A| = 4(4 - 0) - 0 + 0 = 16$$

(۳).۷۳

جملاتی به صورت حاصلضرب در  $x$   $f''(x) = 2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1) + \dots$

$$f''(0) = 2$$

(۳).۷۴

$$y = 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 + \dots$$

$$y' = n + 2Ax + \dots$$

(۱).۷۵

$$dz = (2x - y)dx + (2y - x)dy = (4 - 1)(0/1) + (2 - 2)(0/2) = 0/3$$

(۱).۷۶

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-1} f(x, y)$$

(۴).۷۷

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow -\frac{1}{x^2} dx = du$$

(۴).۷۸

(۱).۷۹

(۲).۸۰

$$C(12, 10) + C(12, 11) + C(12, 12) = 79$$

۸۱. جواب صفر است که در گزینه‌ها نمی‌باشد.

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{P(B \cap A \cap \bar{B})}{P(A \cap \bar{B})} = \frac{P\emptyset}{\cdot/4} = \frac{\cdot}{\cdot/4} = \cdot$$

(۲).۸۲

$$\frac{1}{3} \times \cdot/0.6 + \frac{1}{3} \times \cdot/0.4 = \cdot/0.5$$

(۴).۸۳

$$\cdot/3 \times 15000 - \cdot/7 \times 40000 = 17000$$

(۲).۸۴

$$\int_0^1 Kx^{-2} dx = 1 \Rightarrow k = 2$$

(۳).۸۵

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{16 \times 9 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times 54 \times 24} = \sqrt[6]{46656} = 6$$

(۱).۸۶

$$\bar{x}=4 \quad \sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{3(1-4)^2 + 6(3-4)^2 + 4(5-4)^2 + 2(7-4)^2 + 1(9-4)^2}{16} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{5} \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{\sqrt{5}}{4} \times 100 = \cdot/55$$

(۱).۸۷

(۳).۸۸

$$\sum x_i = 800 \quad \sum y_i = 1800 \quad \sum z_i = 7000 \quad \text{میانگین کل} = \frac{800 + 1800 + 7000}{1000} = 9/6 = \bar{t}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{1000} - 64 \rightarrow \sum x_i^2 = 8000$$

$$\sum y_i^2 = 212000, \quad \sum z_i^2 = 875000$$

$$\text{کل واریانس} = \frac{\sum t_i^2}{n} - (\bar{t})^2 = \frac{8000 + 212000 + 875000}{1000} - (9/6)^2 = 24/54$$

(۴).۸۹

| x  | y  | xy  | X <sup>2</sup> | Y <sup>2</sup> |
|----|----|-----|----------------|----------------|
| ۵  | ۹  | ۴۵  | ۲۵             | ۸۱             |
| ۷  | ۱۳ | ۹۱  | ۴۹             | ۱۶۹            |
| ۱۰ | ۱۹ | ۱۹۰ | ۱۰۰            | ۳۶۱            |
| ۱۴ | ۲۷ | ۳۷۸ | ۱۹۶            | ۷۲۹            |

|    |    |     |     |      |
|----|----|-----|-----|------|
| ۳۶ | ۶۸ | ۷۰۴ | ۳۷۰ | ۱۳۴۰ |
|----|----|-----|-----|------|

$$\sigma = \frac{N \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]} \sqrt{[N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} = \frac{۴ \times ۷۰۴ - (۳۶)(۶۸)}{\sqrt{۴ \times ۳۷۰ - ۱۲۹۶} \sqrt{۴(۱۳۴۰) - ۴۶۲۴}} = \frac{۳۶۸}{۳۶۸}$$

$$= ۱$$

(۳).۹۰

$$P(۲۸ < x < ۴۶) = P\left(\frac{۲۸ - ۳۷}{۴/۵} < Z < \frac{۴۶ - ۳۷}{۴/۵}\right) = P(-۲ < Z < ۲) = ۲P(۰ < Z < ۲)$$

$$= ۲ \times ۰/۴۷۷۲ = ۰/۹۵۴۴$$

(۲).۹۱

$$\binom{۶}{۴} \binom{۲}{۳} \binom{۱}{۳} = \frac{۸۰}{۲۴۳}$$

(۳).۹۲

$$\left[\left(1 + \frac{۴}{۲x-۳}\right)^{۲x-۳}\right]^{\frac{۱}{۲}} \times \left(\frac{۲x+۱}{۲x-۳}\right)^{\frac{۱}{۲}} \left(\frac{۲x+۱}{۲x-۳}\right)^{\frac{۱}{۲}} = (e^۲)^{\frac{۱}{۲}} \times ۱ \times ۱ = e^۲$$

(۱).۹۳

$$\frac{dz}{dy} = \frac{dz}{df} \times \frac{df}{dy} = \frac{dz}{df} \times x^۲ \quad \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{df} \times \frac{df}{dx} = ۲xy$$

$$۲y \frac{dz}{dy} - x \frac{dz}{dx} = ۲x^۲y \frac{dz}{df} - ۲x^۲y \frac{dz}{df} = ۰$$

(۳).۹۴

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & -۱ < x < ۱ \\ ax + b & x \geq ۱ \text{ یا } x \leq -۱ \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + b & \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = ۱[۱^-] = ۰ \Rightarrow a + b = ۰ \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -۱[-۱^+] = -۱ & \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -a + b \Rightarrow -a + b = -۱ \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

(۱).۹۵

$$y' = -۲e^{-۲x} \Rightarrow m = -۲ \Rightarrow y = -۲x + ۱ \text{ خط مماس } \quad -۲(-۱) + ۱ = ۳$$

(۴).۹۶

$$\text{درآمد} = R = x \times y = x(\lambda - x) = \lambda x - x^۲$$

$$P = \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = \lambda x - x^۲ - x^۲ - \lambda$$

$$P' = -۳x^۲ - ۲x + \lambda = ۰ \quad \begin{cases} x = -۲ \\ x = \frac{۴}{۳} \end{cases} \rightarrow \text{نقطه ماکزیمم}$$

(۳).۹۷

$$\int_1^3 (x^2 + 2x - 1) dx = \frac{x^3}{3} + x^2 - x \Big|_1^3 = \frac{27}{3} + 9 - 3 - \frac{1}{3} - 1 + 1 = \frac{44}{3}$$

(۴).۹۸

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & k & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} k & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2(-k + 4) - 1 + 6 + 2 - 3k = -5k + 15$$

$$= 0 \Rightarrow k = 3$$

(۱).۹۹

$$X = A^{-1}A' = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \\ 1 & 1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 9 \\ 3 & 2 \\ 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع درایه ها}} -1$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad |A| = 5 \quad A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$