



آنچه ملاحظه می فرمائید؛ تست ها و پاسخ تشریحی بخش سوم از تست های مربوط به "ریاضی" کنکور سراسری سال ۹۹ رشته ریاضی و فیزیک است. تست هایی که مربوط است به **ریاضیات گسسته** سال دوازدهم. (سوالات به ترتیب از شماره ۱۳۷ تا ۱۵۵ دفترچه است). (تست های ۱۰۱ تا ۱۲۱ که مربوط به حسابان بود در فیلم بخش اول و تست های مربوط به هندسه که از تست ۱۲۲ تا ۱۳۷ بود در فیلم بخش دوم حل شده است و فیلم آن در صفحه اصل مطلب سایت به همراه فایل های پی دی اف آنها قرار دارد)

ابتدا تست های دفترچه آورده شده است و سپس تست ها همراه با پاسخ تشریحی (همان پاسخ هایی که عینا در فیلم نوشته می شود از فیلمبرداری شده است) فیلم را با کیفیت بالا از لینک تلگرام یا گوگل درایو می توانید از صفحه **اصل مطلب** سایت [riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir) دانلود فرمائید.

### لازم است بدانید:

- **ریاضیات گسسته** - به ابتکار و خلاقیت و "دید ریاضی" افراد نیاز دارد. آنچه در حسابان و ریاضیات پایه می خوانیم، بیشتر "الگوریتم هایی تعریف شده است" اما در ریاضیات گسسته و تا اندازه ای آمار و احتمال و هندسه، نیازمند این هستیم با استفاده از قواعدی که "محدود" هستند، مسائل بسیار متنوعی را حل کنیم. بهتر است که برای مطالعه هندسه و ریاضیات گسسته به اینصورت عمل کنید. سعی کنید - به عنوان یک **مهندس آینده**؛ که قرار است مسائل را حل کند، وقت زیادی را برای تمرکز برای حل مسائل و مثال های کتاب بگذارید تا در فرآیند حل چنین مسائلی از لذت ریاضی بهره مند شوید، اما برای آنکه در امتحانات و کنکور نتیجه بگیرید، نیازمند این هستید که با مسائل متنوعی را آشنا شوید، پس بایست از مسائل حل شده و راه حل های مختلف اطلاع پیدا کنید. فایل های نمونه سوالات حل شده کمک خوبی در این زمینه هستند. (این در مورد هندسه و آمار و احتمال نیز صدق می کند)
- فیلم هایی که از سری فیلم های **اصل مطلب** (تست های کنکور) است را به عنوان فیلم هایی برای سنجش تسلط خود در برابر سوالاتی در بالاترین سطحی که می تواند مطرح شود در نظر بگیرید. بنابراین این سوالات پس از آن باید مورد تمرین شما قرار گیرد که شما آموزش مربوط به تمامی مباحث ریاضی دوران دبیرستان را داشته اید. (این سوالات، جنبه آشنایی با سوالات کنکور را دارد، نه آموزش مباحث)
- پس توصیه می شود؛ شما دانش آموز و یا مخاطبی که برای کنکور آماده می شوید، ابتدا فیلم های آموزشی ریاضی را از صفحات مربوط به پایه های مربوطه (دهم، یازدهم و دوازدهم و اگر نیاز است متوسطه اول) ببینید و سپس فیلم های تمرینات تکمیلی را به دقت ملاحظه کند و با شیوه گفته شده در فیلم ها (تمرین به تمرین پیش رفتن و دست به قلم شده و خود شما بعد از یادگیری هر تمرین آن را سعی کنید حل کنید) روی آنها تسلط یابد و سپس به دیدن این فیلم ها (فیلم های مربوط به کنکور) پردازید.
- تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتما یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید.
- **ریاضیات گسسته**، سخت ترین درس رشته ریاضی و فیزیک است و اگر در نظر بگیریم که سخت ترین رشته، رشته ریاضی است، پس وقتی سخت ترین سوالات در کنکور می آیند و سخت ترین تست های گسسته را می بینیم، باید بدانیم با آخرین مرحله از درس در دبیرستان مواجهیم. بی جهت نیست که حتی معلم ها نیز پاسخنامه "ریاضیات گسسته" را ساعت ها بعد از کنکور انتشار می دهند. (حتی افراد برتر کنکور که در قلم چی عضو هستند، تست های حسابان را به سرعت قرار می دهند در سایت اما جای پاسخ تستی هندسه و ریاضیات گسسته خالی می ماند تا ساعت ها و حتی روزها تا مطمئن شوند درست به جواب رسیدند. پس اگر در کنکور با سوالات سختی از ریاضیات گسسته (یا هندسه مواجه شدید) باید بتوانید از سوالاتی که بدقلق هستند بگذرید. همچنانکه در کنکور ۹۹ - که در این فیلم (بخش سوم) می بینید چند تست وجود دارند که اینگونه هستند و اگر وقت خود را برای آنها قرار دهید و یا با دیدن آن سوالات بهم بریزید، خیلی از سوالات که آسان تر و یا در سطح کتاب هستند را از دست می دهید.

■ هدف از کنکور و چنین تست‌هایی صرفاً این نیست که افرادی که همه را پاسخ می‌دهند پیدا کنند، بلکه می‌دانند نخبگانی هستند که این سوالات را بی‌پاسخ می‌گذارند و "با مدیریت" اوضاع را کنترل می‌کنند و این یکی از توانایی‌هایی است که یک مهندس باید داشته باشد؛ اینکه وقتی با مشکلاتی "سخت" مواجه می‌شود، کار را تعطیل نکند، بهم نریزد و به جای آن به مدیریت برای انجام "بهترین کار ممکن" که در کنکور، پرداختن به سوالاتی است که قابل حل هستند، می‌باشد.

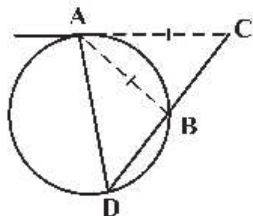
یادتان باشد،

"ریاضی؛ به ویژه ریاضیات گسسته (یا هندسه) را باید با صبر و حوصله پیش بُرد"

اصلاً "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه‌ای" است که در هنگام خود به بهره می‌رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: [riazi.blog.ir](http://riazi.blog.ir)

۱۳۱- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



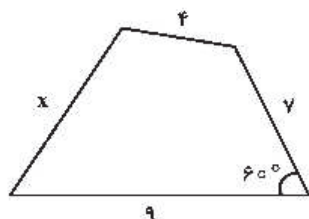
(۱)  $BC = BA$

(۲)  $BD = AC$

(۳)  $BC = BD$

(۴)  $DA = DC$

۱۳۲- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است.  $(x + 2)$  کدام است؟



(۱)  $\sqrt{51}$

(۲)  $\sqrt{55}$

(۳)  $\sqrt{57}$

(۴)  $\sqrt{59}$

۱۳۳- کوچک ترین دایره گذرا بر دو نقطه  $A(2, 5)$  و  $B(-4, 1)$  محور xها را با کدام طول، قطع می کند؟

(۱)  $1, -3$  (۲)  $0, -3$  (۳)  $2, -1$  (۴)  $3, -2$

۱۳۴- از بین دایره های گذرا از نقطه  $A(1, -4)$  و مماس بر خطهای  $4x + 3y = 0$  و محور yها، بزرگ ترین شعاع دایره،

کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{17}{9}$  (۳)  $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{22}{9}$

۱۳۵- در یک بیضی به قطرهای ۸ و  $2\sqrt{7}$  واحد و کانون های F و F'، دایره ای به قطر F'F بیضی را در نقطه M،

قطع می کند. فاصله نقطه M تا نزدیک ترین کانون، کدام است؟

(۱)  $4 - 2\sqrt{2}$  (۲)  $2/5$  (۳)  $4 - \sqrt{2}$  (۴) ۳

۱۳۶- اگر نقطه  $F(-2, -25)$  کانون سهمی  $y^2 + ay + bx + 1 = 0$  باشد، کوچک ترین مقدار b، کدام است؟

(۱)  $-4$  (۲)  $-3$  (۳)  $-2$  (۴) ۲

۱۳۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، درایه های سطر اول ماتریس  $A^3$ ، کدام است؟

(۱)  $[30 \ 6 \ 64]$  (۲)  $[30 \ 6 \ 78]$

(۳)  $[24 \ 8 \ 86]$  (۴)  $[40 \ 6 \ 86]$

۱۳۸- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X، کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

۱۳۹- جواب‌های معادله  $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-4$  و  $1$  (۲)  $1$  و  $4$  (۳)  $1$  و  $5$  (۴)  $2$  و  $5$

۱۴۰- اندازه اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت  $2x+1$ ،  $x+1$  و  $2x+3$  است. مساحت مثلث، کدام است؟

- (۱)  $60$  (۲)  $56$  (۳)  $45$  (۴)  $39$

۱۴۱- تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر  $5$ ، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

- (۱)  $948$  (۲)  $952$  (۳)  $968$  (۴)  $972$

۱۴۲- تعداد جملات در بسط عبارت  $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

- (۱)  $72$  (۲)  $78$  (۳)  $84$  (۴)  $91$

۱۴۳- در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

- (۱)  $10$  (۲)  $9$  (۳)  $8$  (۴)  $7$

۱۴۴- به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{7}{15}$  (۴)  $\frac{8}{15}$

۱۴۵- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این‌که لاقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{7}{12}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

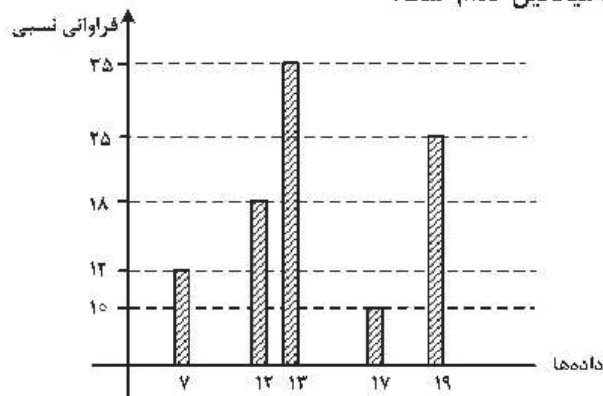
۱۴۶- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لاقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{11}{18}$  (۳)  $\frac{25}{36}$  (۴)  $\frac{13}{18}$

۱۴۷-  $A$  و  $B$  دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر  $P(A) = \frac{4}{9}$ ،  $P(B|A) = \frac{5}{25}$  و  $P(B) = \frac{3}{9}$  باشد،  $P(B|A')$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{5}$

۱۴۸- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟



- (۱) ۱۳
- (۲) ۱۳/۸
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۴/۲

۱۴۹- چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی‌مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۱۵۰- کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- (۱) ۴۲
- (۲) ۴۸
- (۳) ۵۲
- (۴) ۵۶

۱۵۱- اگر عدد  $1 - 2^n$  بر عدد ۲۱۷ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$ ، کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

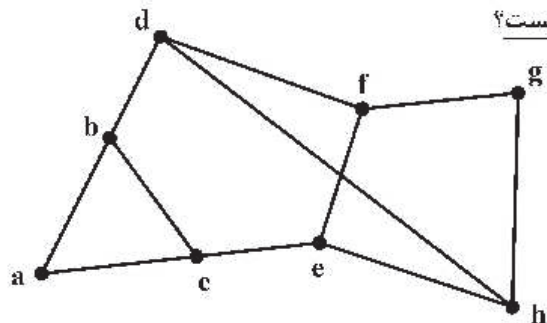
۱۵۲- عدد چهار رقمی  $\overline{aabb}$ ، مجذور عدد دو رقمی  $\overline{cc}$  است.  $a - b$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۱۵۳- اگر درجه رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۱۵۴- در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



- (۱) {a, e, g}
- (۲) {a, f, g}
- (۳) {b, c, g}
- (۴) {c, f, h}

۱۵۵- در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل  $K$  - منتظم،  $K$  چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



۱۳۸- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$  ماتریس X، کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{10 - 12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{6 - 4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X \cdot B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B = A^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$I \cdot X \cdot B = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ 8 & -8 \end{bmatrix}$$

$$X \cdot B = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ 8 & -8 \end{bmatrix} \rightarrow X \cdot B \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ 8 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -10 + 12 & -5 + 12 \\ 12 - 16 & 4 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{گزینه (۳)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

(روش دوم)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a + 3c & 2b + 3d \\ 4a + 5c & 4b + 5d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2a + 3c & 2b + 3d \\ 4a + 5c & 4b + 5d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4a + 6c - 4b - 12d & -2a - 3c + 6b + 9d \\ 8a + 10c - 16b + 15d & -4a - 5c + 12b + 15d \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 4a + 6c - 4b - 12d = 4 & 4a + 6c - 4b - 12d = 4 \rightarrow 4b + 6d = 4 \\ -2a - 3c + 6b + 9d = 0 & -2a - 3c + 6b + 9d = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 8a + 10c - 16b + 15d = 0 & 8a + 10c - 16b + 15d = 0 \rightarrow 8b + 10d = 16 \\ -4a - 5c + 12b + 15d = 8 & -4a - 5c + 12b + 15d = 8 \end{cases}$$

$$-r_1 \times \begin{cases} 4b + 6d = 4 \rightarrow -4d = 4 \rightarrow d = -1 \\ 8b + 10d = 16 \rightarrow 8b - 10 = 16 \rightarrow 8b = 26 \rightarrow b = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$r_2 \times \begin{cases} -2a - 3c = 2 & -2a - 3c = 2 \rightarrow -2c = 2 \rightarrow c = -1 \\ 8a + 10c = 16 & 8a + 10(-1) = 16 \rightarrow 8a = 26 \rightarrow a = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{4} & \frac{13}{4} \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

گزینه (۳)  $-2a + 12 = -2 \rightarrow a = 7$

۱۳۹- جوابهای معادله  $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

۲, ۵ (۴)

۱, ۵ (۳)

۱, ۴ (۲)

۱, -۴ (۱)

$$\begin{aligned}
 & -4 \begin{vmatrix} 2-x & 1 \\ 2 & 3-x \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2-x \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\
 & = -4 [(2-x)(3-x) - 2] - 1 [(3-x) - 3] + 1 [2 - 3(2-x)] \\
 & = -4 (6 - 2x - 3x + x^2 - 2) - (-x) + (2 - 6 + 3x) \\
 & = -4x^2 + 20x - 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 0 \\
 & \quad (x-1)(x-5) = 0 \\
 & \quad x=1, x=5 \\
 & \quad \text{گزینه (۳)}
 \end{aligned}$$

۱۴۰- اندازه اضلاع مثلث قائم الزاویه ای، به صورت  $2x+3$  و  $2x+1$ ،  $x+1$  است. مساحت مثلث، کدام است؟

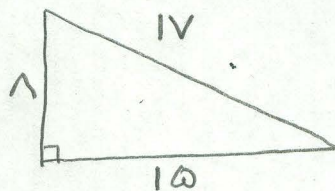
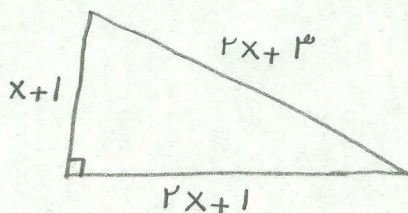
۲۹ (۴)

۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)

وتر  $2x+3$   
 $2x+1$   
 $x+1$



$$\begin{aligned}
 (2x+3)^2 &= (x+1)^2 + (2x+1)^2 \\
 4x^2 + 12x + 9 &= x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 \\
 x^2 - 6x - 7 &= 0 \\
 (x-7)(x+1) &= 0 \\
 \text{غرض } x=7 \quad x=-1 \text{ غرض}
 \end{aligned}$$

$$S_{\Delta} = \frac{8 \times 15}{2} = 60 \quad \text{گزینه (۱)}$$



۱۴۱- تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش پذیر بر ۵ با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم بیان آنها ۵ باشد

۹۷۲  
 $(9 \times 8 \times 7 \times 1)$  رقم بیان ۰ باشد

بجز ۰ و ۵  
 $(8 \times 8 \times 7 \times 1)$  رقم بیان ۵ باشد

$$(9 \times 8 \times 7 \times 1) + (8 \times 8 \times 7 \times 1)$$

$$72 \times 7 + 64 \times 7 = 704 + 448 = 1152 \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۴۲- تعداد جملات در بسط عبارت  $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

$(a+b)^0 = 1$  روش اول:

$(a+b)^1 = a+b$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n}a^0b^n$

$X_1 + X_2 = n \quad X_1 + X_2 = 2 \quad \binom{n+k-1}{k-1}$

$X_1 + X_2 = 3 \quad \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1!2!} = 3$

$X_1 + X_2 + X_3 = 12 \quad \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{3!1!} = 4$

$n=12 \quad k=3 \quad \binom{n+k-1}{k-1} \xrightarrow{n=12, k=3} \binom{12+3-1}{3-1}$

$(a+b+c)^0$  یک جمله  
 $(a+b+c)^1$  سه جمله  
 $(a+b+c)^2$  شش جمله  
 $(a+b+c)^3$  ده جمله

$$\binom{14}{2} = \frac{14!}{12!2!} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

روش دوم: استفاده از الگوریتم یابی ضرایب

اعداد مثلثی اما از توان ۱ به بعد



۱۴۳ در جعبه‌های ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا

مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

اگر هر ۷ کتاب ادبی را برداریم یا ۸ کتاب ریاضی، حداقل کتاب که مطمئن باشیم ۴ کتاب هم موضوع هستند، نیست.

برای یافتن پاسخ، پیرالنده‌ترین حالت انتخابی را در نظر می‌گیریم

- سه کتاب برداریم، هر کدام یک موضوع
  - چهار کتاب برداریم، حداقل دو کتاب یک موضوع دارند
  - پنج کتاب برداریم، حداقل دو کتاب یک موضوع
  - شش کتاب حداقل دو کتاب یک موضوع
- حالت‌ها مقابل می‌توانند اتفاق بیفتند اما

- ما مطمئن نیستیم
- در هفت کتاب و هفت کتاب هم می‌تواند
  - اما در کتاب نهم که برداریم مطمئن هستیم
  - متبادر بین نه کتابی که برداشتیم حداقل
  - چهار کتاب هم موضوع داریم - گزینه (۲)

۱۴۴ - به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

$$\frac{8}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

تعداد اعدادی که بر ۳ و ۵ بخش پذیرند + تعداد اعدادی که بر ۳ یا ۵ بخش پذیرند - تعداد اعدادی که بر ۳ و ۵ بخش پذیرند = تعداد اعدادی که بر ۳ یا ۵ بخش پذیرند

$$|A| = \left[ \frac{90}{3} \right] = 30$$

$$|A \cup B| = 30 + 18 - 6 = 42$$

$$|B| = \left[ \frac{90}{5} \right] = 18$$

$$P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|S|}$$

$$|A \cap B| = \left[ \frac{90}{15} \right] = 6$$

$$P(A \cup B) = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

گزینه (۳)

۱۴۵- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{12} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{12} \text{ (۱)}$$

مجموع سه عدد وقتی فرد است که :

① هر سه فرد باشند

② دو تا زوج باشند و یکی فرد

تعداد کل حالات که مجموع سه تاس، عددی فرد است از مجموع حالات ① و ② بدست می‌آید.

$$n(①) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$n(②) = (3 \times 3 \times 3) \times 3 = 81$$

$$27 + 81 = 108$$

تعداد کل حالاتی که مجموع اعداد رو شده فرد است،

برای محاسبه تعداد حالت‌هایی که لااقل یکی از اعداد رو شده ۲ است می‌توانیم از محاسبه پیشامد مکمل استفاده کنیم. اینک : هیچکدام از اعداد رو شده ۲ نباشد.

متمم اینک اصلاً ۲ نباشد در فضای نمونه‌ای  $S = ① \cup ②$

می‌شود (حالت‌هایی که ① + ② دو عدد زوج غیر ۲ و یک عدد فرد بیاید)

$$اصلاً در حالت ②، عدد ۲ نباشد  $3 \times 3 \times 3 = 27$$$

$$بیابراین :  $108 - (27 + 27) = 54$$$

$$108 - 63 = 45$$

$$P(A) = \frac{45}{108} = \frac{5}{12} \quad \text{گزینه (۱)}$$

می‌توانیم مستقیماً هم تعداد حالت‌هایی که لااقل یک ۲ بیاید با شرط مجموع فرد به این صورت بدست آوریم :

$$36 = (1 \times 2 \times 3) \times 3 \quad \text{فقط یک عدد ۲ بیاید}$$

$$9 = (2 \times 1 \times 3) \times 3 \quad \text{هر دو عدد زوج ۲ باشند}$$

$$36 + 9 = 45 \quad \text{حاصل یکی از اعداد رو آمده با شرط اینک دو عدد رو آمده از سه تاس زوج باشند}$$

$$P(A) = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$



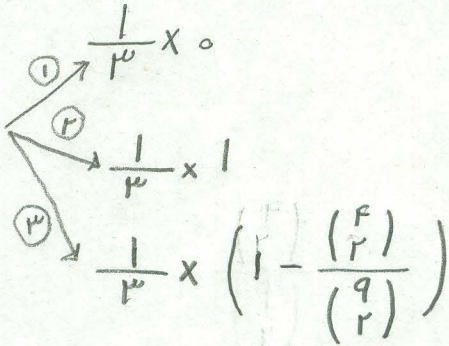
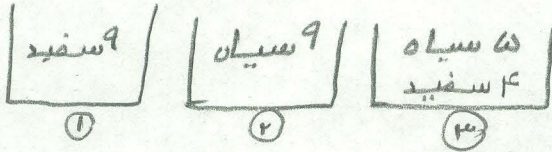
۱۴۶- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

$$\frac{13}{18} \quad (۴)$$

$$\frac{25}{36} \quad (۳)$$

$$\frac{11}{18} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$



$$0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{5}{18}$$

$$= \frac{6 + 5}{18} = \frac{11}{18}$$

گزینه (۲)

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 6$$

$$\left(1 - \frac{6}{36}\right) = \frac{5}{6}$$

$$\binom{9}{2} = \frac{9!}{2! \times 7!} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

۱۴۷- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر  $P(A) = 0.4$ ،  $P(B|A) = 0.25$  و  $P(B) = 0.3$  باشد،

$P(B|A')$  کدام است؟

$$\frac{1}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

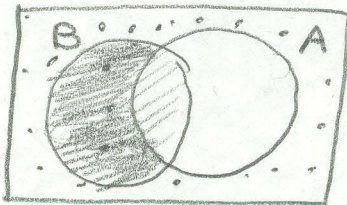
$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$0.25 = \frac{P(B \cap A)}{0.4} \rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$



$$B \cap A' = B - A$$

$$B \cap A' = B - (A \cap B)$$

$$P(B \cap A') = P(B) - P(A \cap B)$$

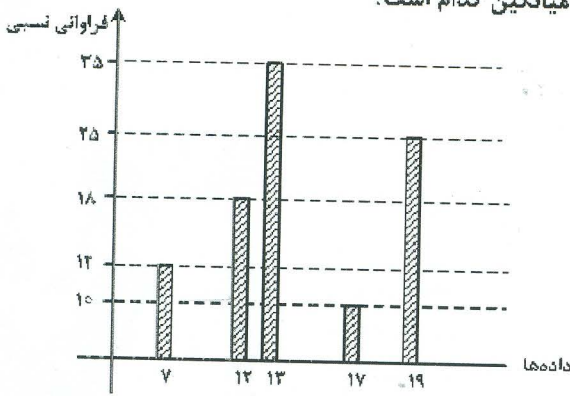
$$P(B \cap A') = 0.3 - 0.1 = 0.2$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')}$$

$$= \frac{0.2}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3} \quad (۲) \text{ گزینه}$$



۱۴۸- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟



- ۱۳ (۱)
- ۱۳٫۸ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۴٫۲ (۴)

$$\bar{x} = \frac{12 \times 7 + 18 \times 12 + 35 \times 13 + 10 \times 17 + 25 \times 19}{10 + 12 + 18 + 25 + 35}$$

$$\bar{x} = \frac{84 + 216 + 455 + 170 + 475}{100} = \frac{1400}{100} = 14 \quad \text{گزینه (۳)}$$

عدد میانگین فرضی  
۱۳

۷	۱۲	۱۳	۱۷	۱۹
-۶	-۱	۰	۴	۶

راه حل دوم:

$$= \frac{(-6 \times 12) + (-1 \times 18) + (4 \times 10) + (6 \times 25)}{100} = \frac{-72 - 18 + 40 + 150}{100} = 1$$

$$13 + 1 = 14$$

۱۴۹- چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰ با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- ۷ (۴)
- ۶ (۳)
- ۵ (۲)
- ۴ (۱)

$$9m = 430q + q^2$$

$$\frac{9m}{q^2} \mid \frac{430}{q}$$

$$9m = q(430 + q)$$

طرف چپ تساوی مضرب ۹ است پس طرف راست هم باید مضرب ۹ باشد

خارج قسمت < باقی مانده  $\rightarrow 430$  مقسوم علیه

$$q^2 < 430 \rightarrow q < \sqrt{430}$$

$$1 \leq q \leq 20$$

اعدادی بر ۹ بخش پذیرند که مجموع ارقام بر ۹ بخش پذیر باشد.

- گزینه (۲)
- $q=1$   $(431) \times 1$
- $q=2$   $432 \times 2$
- $q=3$   $q=4$
- $q=5$   $q=6$
- $q=7$   $q=8$
- $q=9$   $q=10$   $(430+10) \times 10$
- $q=11$   $(430+11) \times 11$
- $q=18$   $(430+18) \times 18$
- $q=20$   $(430+20) \times 20$
- $441 \times 11$
- $448 \times 18$
- $450 \times 20$
- $439 \times 9$



۱۵۰- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها است. اگر مجموع این دو عدد

۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

۵۶ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

$$(a, b) = n \longrightarrow \begin{cases} a = nk \\ b = nk' \end{cases}$$

$$[a, b] = m$$

نکته: حاصلضرب ب. م. م. در یک م. م. دو عدد برابر حاصلضرب آن دو عدد است.

$$a \cdot b = (a \cdot b) \cdot [a \cdot b]$$

$$a \cdot b = mn$$

$$a + b = 136$$

$$\begin{array}{r|l} 136 & 2 \\ 68 & 2 \\ 34 & 2 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$$\frac{m}{n} = 4$$

$$nk + nk' = 136$$

$$n(k + k') = 136$$

$$(nk)(nk') = mn$$

$$n \times 17$$

$$n^2 k k' = 4 \cdot n^2 \longrightarrow k k' = 4$$

$$\begin{cases} k + k' = 17 \\ k k' = 4 \end{cases}$$

$$a - b = 56$$

$$a = 8 \times 12 = 96$$

$$k = 12$$

گزینه (۴)

$$b = 8 \times 5 = 40$$

$$k' = 5$$

۱۵۱- اگر عدد  $2^n - 1$  بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\frac{2^n - 1}{217} = \dots$$

$$2^n - 1 \equiv 0 \pmod{217}$$

$$2^n \equiv 1 \pmod{217}$$

$$\begin{array}{r|l} 217 & 7 \\ 31 & 31 \\ 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 2^3 - 1 \\ 2^5 - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2^5 \equiv 1) \quad 2^{15} \equiv 1 \\ (2^3 \equiv 1) \quad 2^{15} \equiv 1 \end{array}$$

بنابراین اگر  $n$  مضرب‌های ۱۵ باشد همواره  $2^n \equiv 1 \pmod{217}$

به پیوسته ۲۱۷ را داریم

$$\left[ \frac{90}{15} \right] = 6$$

گزینه (۳)



۱۵۲ - عدد چهار رقمی  $\overline{aabb}$ ، مجذور عدد دو رقمی  $\overline{cc}$  است.  $a-b$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$\overline{aabb}$

$$۲۳ = ۲ \times ۱۰ + ۳$$

$$a \times ۱۰۰۰ + a \times ۱۰۰ + b \times ۱۰ + b = ۱۱۰۰a + ۱۱b$$

$$(۱۰c + c)^2 = ۱۱(۱۰۰a + b)$$

$$۱۰۰a + b = \overline{a \cdot b}$$

$$(۱۱c)^2 = ۱۱ \times (\overline{a \cdot b})$$

$$۱۱c^2 = \overline{a \cdot b}$$

+ - +  
۹ ۰ ۲

۸ ۰ ۳

۷ ۰ ۴

۶ ۰ ۵

۵ ۰ ۶

عدد  $\overline{a \cdot b}$  بر ۱۱ بخش پذیر پس

$$۹۰۲ = ۸۲ \times ۱۱$$

$$۸۰۳ = ۷۳ \times ۱۱$$

$$۷۰۴ = ۶۴ \times ۱۱$$

$$۶۰۵ = ۱۱ \times ۵۵$$

$$۵۰۶ = ۱۱ \times ۴۶$$

$$c^2 = ۶۴$$

$$c = ۸$$

$$\overline{a \cdot b} = ۷۰۴$$

$$\overline{aabb} = ۷۷۴۴$$

$$a - b = ۳$$

گزینہ (۲)

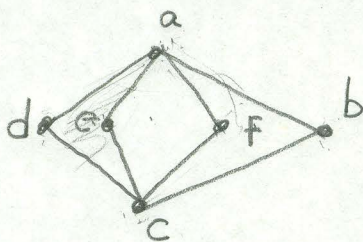
۱۵۳ - اگر درجه رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



adcba

adcea

aecfa

aecba

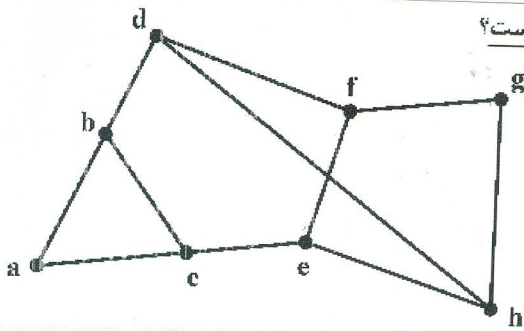
afcba

adcfa

abcfa  
گزینہ (۴)



۱۵۴- در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه گر مینیمال، نیست؟



{a, e, g} (۱)

{a, f, g} (۲)

{b, c, g} (۳)

{c, f, h} (۴)

مجموعه‌ای احاطه گر مینیمال است که هر عضوی از آن را حذف کنیم، مجموعه باقی‌مانده احاطه گر نباشد

گزینه (۱) صحیح است زیرا اعضا d را احاطه نمی‌کنند پس اصلاً احاطه گر نیست تا احاطه گر مینیمال بودن را بررسی کنیم.

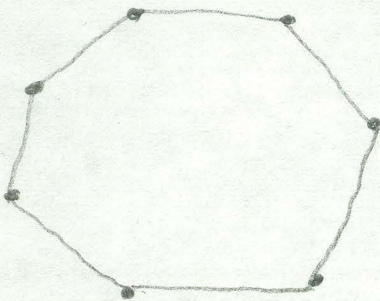
۱۵۵- در یک گراف  $V$  رأسی غیرتهی و غیرکامل  $K$ -منتظم،  $K$  چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



$$\sum_{i=1}^V v_i = 29$$

$$\sum_{i=1}^V v_i = V \times K$$

$$K = 2$$

$$K = 4$$

اما  $K=6$  نمی‌تواند باشد چون گراف کامل نیست پس گزینه (۲) پاسخ است.