



تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه

۱.۵ مفاهیم اولیه

در بسیاری از موارد، نتیجه تصمیم‌گیری‌ها زمانی مطلوب و مورد رضایت تصمیم‌گیرنده است که تصمیم‌گیری براساس چندین معیار بررسی و تحلیل شده باشد. مثلاً در انتخاب شغل، معیارهایی مانند درآمد ماهانه، محل کار، شأن اجتماعی و ... یا در برنامه‌ریزی تولید اهدافی مانند حداکثر کردن درآمد، حداقل کردن هزینه، کاهش ضایعات، افزایش رضایت کارکنان و ... مدنظر است.

از مجموعه تکنیک‌های تحقیق در عملیات، تکنیک‌های «تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه»^۱ عهده‌دار حل این‌گونه مسائل در تصمیم‌گیری است. در مدل‌هایی مانند برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی غیرخطی، تخصیص و عمده مدل‌های کلاسیک تحقیق در عملیات، فقط یک معیار مانند سود، هزینه، بهره‌وری، زمان و ... مورد توجه قرار می‌گیرد، حال آن‌که در مدل‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه، هرچند معیارها و عوامل متعددی در تصمیم‌گیری و انتخاب گزینه دخالت دارند، اما تمامی این معیارها از نظر تصمیم‌گیرنده به یک میزان مهم نیستند و از اهمیت‌های متفاوتی در تصمیم‌گیری برخوردارند.

اهمیت معیارها و عوامل را در واژگان تحقیق در عملیات وزن می‌نامند و تعیین میزان اهمیت آن‌ها را وزن‌دهی می‌گویند. هرچه میزان اهمیت معیاری بیش‌تر باشد، آن معیار از وزن بالاتری برخوردار خواهد بود.

وزن را در مدل‌های تحقیق در عملیات با w_i نشان می‌دهند و به آن عددی اختصاص می‌دهند، عموماً مقدار وزن را بین صفر تا یک ($0 \leq w_i \leq 1$) در نظر می‌گیرند. به این ترتیب، مجموع وزن‌ها برابر یک ($\sum_i w_i = 1$) است.

در صورتی که وزن یک معیار صفر شود، به معنی «کاملاً بی‌اهمیت» بودن آن در اتخاذ تصمیم و حذف نقش آن در تصمیم‌گیری است و اگر وزن یک عامل برابر یک باشد، به معنای «اهمیت صددرصد» آن عامل است. در این وضعیت تنها این عامل معیار اتخاذ تصمیم است و عملاً تصمیم‌گیری را از چند معیار به یک معیار تقلیل می‌دهد. وزن مقادیری بین «صفر تا یک» به یک معیار، میزان یا درصد اهمیت آن را بیان می‌دارد. شایان توجه است که در برخی موارد وزن‌ها را با مقادیری بیش‌تر از یک هم بیان می‌کنند، البته در این حالت هم امکان تبدیل آن‌ها به مقادیری بین صفر تا یک وجود دارد.

1. Multiple Criteria Decision Making (MCDM).

معیارها ممکن است کمی یا کیفی باشند و به دلیل وجود مقیاس‌های مختلف اندازه‌گیری، نتوان آن‌ها را با هم مقایسه کرد. در بعضی مسائل ممکن است معیارها با یکدیگر متضاد باشند، یعنی بهبود یک عامل یا معیار به بد شدن عامل دیگر بینجامد. «تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه» معمولاً به دنبال گزینه‌ای است که بیشترین مزیت را برای تمامی معیارها ارائه کند.

در تعیین گزینه‌های مختلف تصمیم منظور از معیار، عواملی است که تصمیم‌گیرنده به منظور افزایش مطلوبیت و رضایت خود، مدنظر قرار می‌دهد. به عبارت دیگر، معیار، استانداردها و قوانینی است که برای قضاوت به کار می‌رود و میزان اثربخشی در تصمیم‌گیری را بیان می‌دارد. معیار در تصمیم‌گیری ممکن است به دو صورت شاخص و یا هدف ارائه شود.

شاخص عبارت است از ویژگی‌ها، کیفیات یا پارامترهای عملکردی که برای انتخاب گزینه‌های تصمیم مطرح است. شاخص‌ها ممکن است کمی یا کیفی باشند. شاخص‌های کیفی معمولاً با الفاظ بیان می‌شوند. کلماتی مانند کم، زیاد، متوسط، ارزان، گران، کوچک، بزرگ و ... الفاظی‌اند که میزان دستیابی به هر شاخص را بیان می‌کنند. ولی شاخص‌های کمی با عدد بیان می‌شود. برای بررسی یا مقایسه شاخص‌های کیفی می‌توان آن‌ها را به اعداد تبدیل کرد. برای این کار باید توصیفات هر شاخص را با الفاظی مانند کم، متوسط، زیاد و خیلی زیاد مرتب کرد، به نقاط ابتدایی و انتهایی (کم و خیلی زیاد) عدد نسبت داد و نقاطی میانی را نیز بر این اساس مشخص کرد.

هدف از مقایسه شاخص‌ها، تعیین اهمیت هر یک در انتخاب جواب است. نهایتاً پس از تعیین وزن شاخص‌ها در تصمیم‌گیری، انتخاب با توجه به امتیاز یک گزینه نسبت به سایر گزینه‌ها صورت می‌گیرد. در صورتی که تصمیم‌گیری براساس چندین شاخص انجام گیرد، با مسائلی معروف به «تصمیم‌گیری با شاخص‌های چندگانه»^۱ مواجه خواهیم شد.

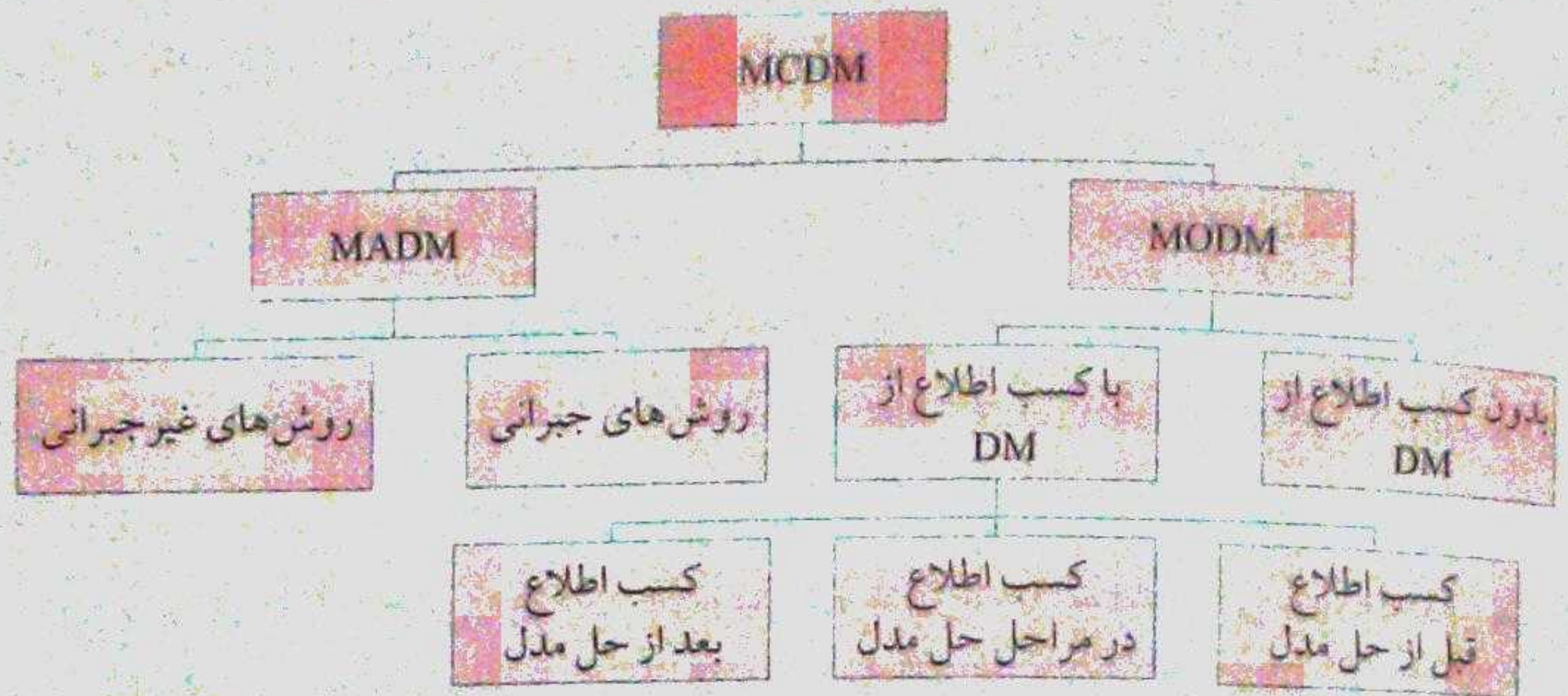
هدف عبارت است از تمایلات و خواسته‌های تصمیم‌گیرنده که با عباراتی مانند «حداکثر کردن سود»، «حداقل کردن هزینه» و ... بیان می‌شود. تصمیم‌گیرنده در مواجهه با مسائل ممکن است همزمان چندین هدف را دنبال کند. این مسائل را در قالب مسائل «تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه»^۲ نیز می‌توان بررسی کرد. به منظور ایجاد درکی بهتر از مفاهیم شاخص و هدف به جدول ۱.۵ توجه کنید.

جدول ۱.۵ تفاوت مدل‌های تصمیم‌گیری با شاخص‌ها و اهداف چندگانه.

تعریف معیارها براساس	MADM	MODM
	شاخص‌ها	اهداف
هدف	غیرصریح و مبهم	واضح و روشن
شاخص	واضح و روشن	غیرصریح و مبهم
محدودیت	غیرالزام‌آور	الزام‌آور
تعداد گزینه‌ها	متناهی (متناظر با اعداد صحیح)	نامتناهی (متناظر با اعداد پیوسته)
کاربردها	انتخاب و ارزیابی	طراحی

1. Multiple Attribute Decision Making (MADM). 2. Multiple Objective Decision Making (MODM).

در مسائل MODM هدف تصمیم‌گیرنده به صورت چندین تابع هدف بیان شده و راه حل، بهینه‌سازی این توابع است. اهداف ممکن است با مقیاس‌های اندازه‌گیری متفاوت (مانند پول، زمان، تعداد، ...) بیان شود، مثلاً یکی از اهداف حداقل کردن هزینه و دیگری حداکثر کردن میزان تولید و یا ... باشد. نکته دیگر این‌که، اهداف ممکن است به یک میزان مهم نباشند و برتری‌های متفاوتی داشته باشد که در حل مسائل باید مورد توجه قرار گیرند. در یک تقسیم‌بندی کلی مدل‌های تصمیم‌گیری با چندین معیار را به صورت زیر می‌توان تقسیم‌بندی کرد:



شکل ۱.۵ تقسیم‌بندی روش‌های MCDM.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید روش‌های MADM به دو گروه جبرانی و غیرجبرانی تقسیم می‌شوند. روش‌های جبرانی، روش‌هایی‌اند که تصمیم‌گیرنده جبران ضعف یک شاخص را با قوت شاخص دیگر مجاز می‌شمارد. اما روش‌های غیرجبرانی آن‌هایی هستند که تصمیم‌گیرنده وجود میزان و سطحی مشخص از یک شاخص را برای انتخاب یک گزینه لازم می‌داند و اجازه نمی‌دهد گزینه‌ای انتخاب شود که سطح یک شاخص آن از میزان معینی کم‌تر باشد، هرچند از نظر شاخص‌هایی دیگر قوی و یا حتی فوق‌العاده باشد.

برای نمونه، در صورتی که «قدرت بدنی» و «تکنیکی بودن» دو شاخص انتخاب یک بازیکن فوتبال باشد، مربی باشگاه پیرو روش جبرانی، ممکن است بازیکنی را که قدرت بدنی فوق‌العاده‌ای دارد ولی از نظر فنی ضعیف است، از میان بازیکنان دیگر استخدام کند. به عبارتی ضعف فنی بازیکن با قدرت بدنی او جبران می‌شود. اما به‌کارگیری روش‌های غیرجبرانی اجازه نمی‌دهد بازیکنی با این شرایط برای یک تیم انتخاب شود.

روش‌های MODM را به چهار گروه زیر می‌توان تقسیم کرد:

۱. روش‌هایی که برای حل مدل ساخته شده، تحلیل‌گر و سازنده مدل نیازی به تبادل نظر با تصمیم‌گیرنده یا صاحب‌کار ندارند.
۲. روش‌هایی که پیش از حل مدل ساخته شده، تحلیل‌گر با مدل‌ساز نیازمند تبادل نظر با تصمیم‌گیرنده و کارفرما و دانستن دیدگاه‌ها و علایق آنان است.
۳. روش‌هایی که هنگام حل مدل مرتباً نیازمند تبادل نظر میان تصمیم‌گیرنده و مدل‌ساز است.

۴. روش‌هایی که بعد از تکمیل حل و به دست آمدن جواب مدل، تبادل نظر میان تصمیم‌گیرنده و مدل‌ساز ضروری است.

توجه کنید که در این کتاب ارائه کامل تمامی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه و چندهدفه ممکن نیست از این رو در ادامه تعدادی از این روش‌ها معرفی خواهد شد.

۲.۵ فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی

فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) یکی از روش‌های جبرانی MADM است که به منظور تصمیم‌گیری و انتخاب یک گزینه از میان گزینه‌های متعدد تصمیم به کار می‌رود، البته با توجه به شاخص‌هایی که تصمیم‌گیرنده تعیین می‌کند. این روش در سال ۱۹۸۰ به همت توماس ساعتی^۱ ابداع و ارائه شد. فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی بازتاب رفتار طبیعی و تفکر انسانی است. این تکنیک، مسائل پیچیده را براساس آثار متقابل شان بررسی و آن‌ها را به شکلی ساده تبدیل می‌کند و به حل آن‌ها می‌پردازد. مراحل حل یک مسئله به این روش شامل چهار گام عمده زیر است:

گام ۱. مدل‌سازی.

منظور از مدل‌سازی در AHP تعیین «هدف»، «شاخص‌ها» و «گزینه‌ها» است. در این گام، هدف از تصمیم‌گیری، به صورت سلسله‌مراتبی از عناصر تصمیم که با هم در ارتباط هستند، درمی‌آید. عناصر اصلی تصمیم شامل هدف، شاخص‌های تصمیم‌گیری و گزینه‌های تصمیم هستند که می‌توانند اهداف فرعی، شاخص‌ها و گزینه‌های فرعی را نیز دربرگیرند.

گام ۲. جمع‌آوری داده‌ها و تشکیل ماتریس‌های مقایسات زوجی.

در این گام گزینه‌های مختلف، هر بار نسبت به یک شاخص توسط تصمیم‌گیرنده، دوه‌دو مقایسه و نتیجه مقایسه در جداولی، که آن‌ها را ماتریس‌های مقایسات زوجی می‌نامند، ارائه می‌شود. این کار برای مقایسه دوه‌دوی شاخص‌ها نیز انجام می‌شود.

گام ۳. محاسبه وزن‌های نسبی.

برای هر کدام از ماتریس‌های مقایسات زوجی به دست آمده از گام قبل، وزن گزینه‌ها بر مبنای هر شاخص و همچنین وزن شاخص‌ها نسبت به هم محاسبه می‌شوند.

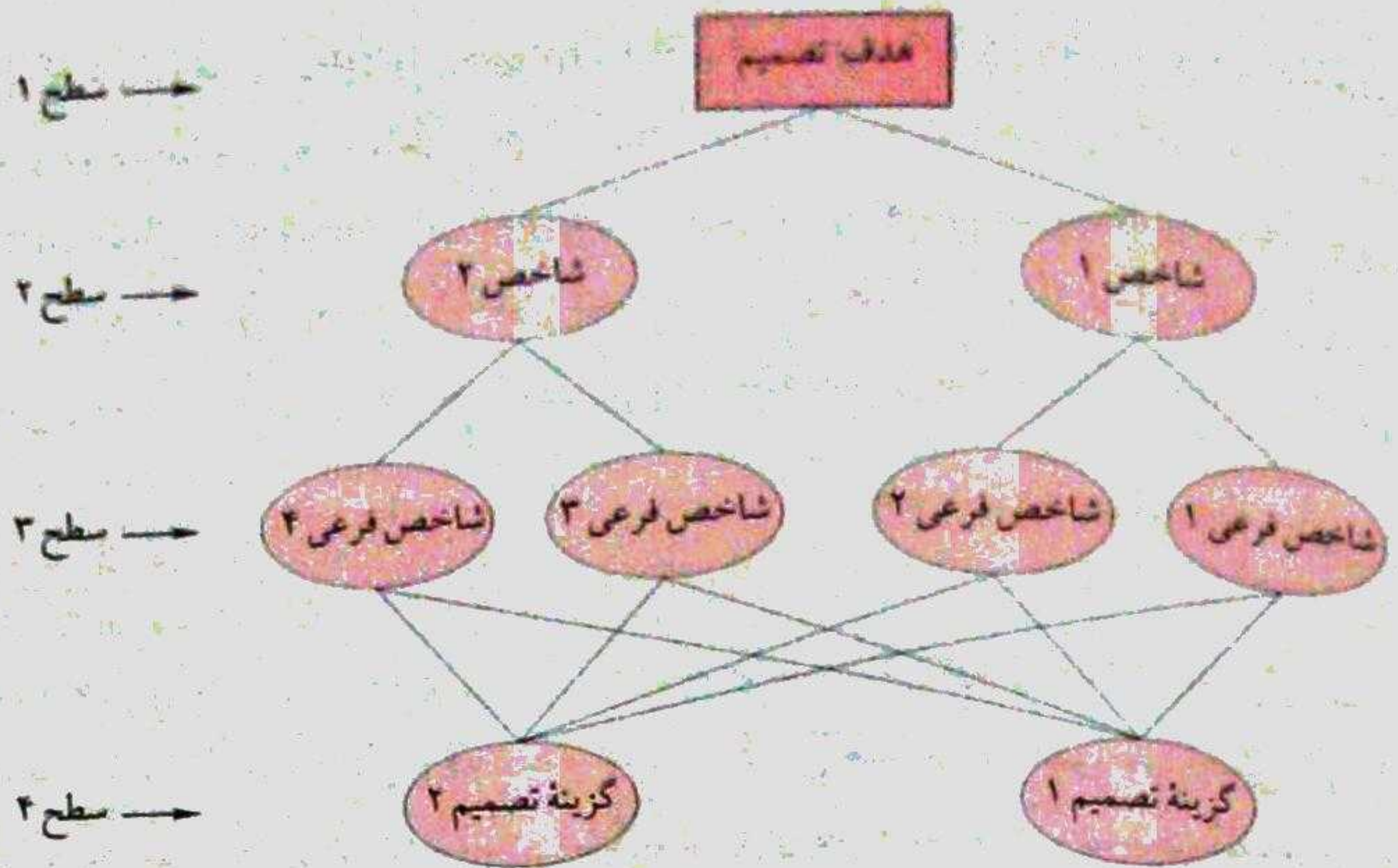
گام ۴. محاسبه وزن‌های نهایی.

در این گام وزن‌های نسبی محاسبه شده گزینه‌ها با در نظر گرفتن وزن شاخص‌ها در هم ادغام می‌شود و وزن‌های نهایی گزینه‌ها محاسبه و رتبه‌بندی مشخص می‌شود.

گام ۱. مدل‌سازی کنید.

فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی نیازمند شکستن یک مسئله تصمیم با چندین شاخص به سلسله‌مراتبی از سطوح است. سطح اول بیانگر اهداف اصلی فرایند تصمیم‌گیری است و سطح دوم، نشان‌دهنده شاخص‌های عمده و اساسی است که ممکن است به شاخص‌های فرعی و جزئی‌تر در سطح بعدی شکسته شود. سطح سوم گزینه‌های تصمیم را ارائه می‌کند. این سلسله‌مراتب در شکل ۲.۵ نشان داده شده است.

1. Thomas Saaty.



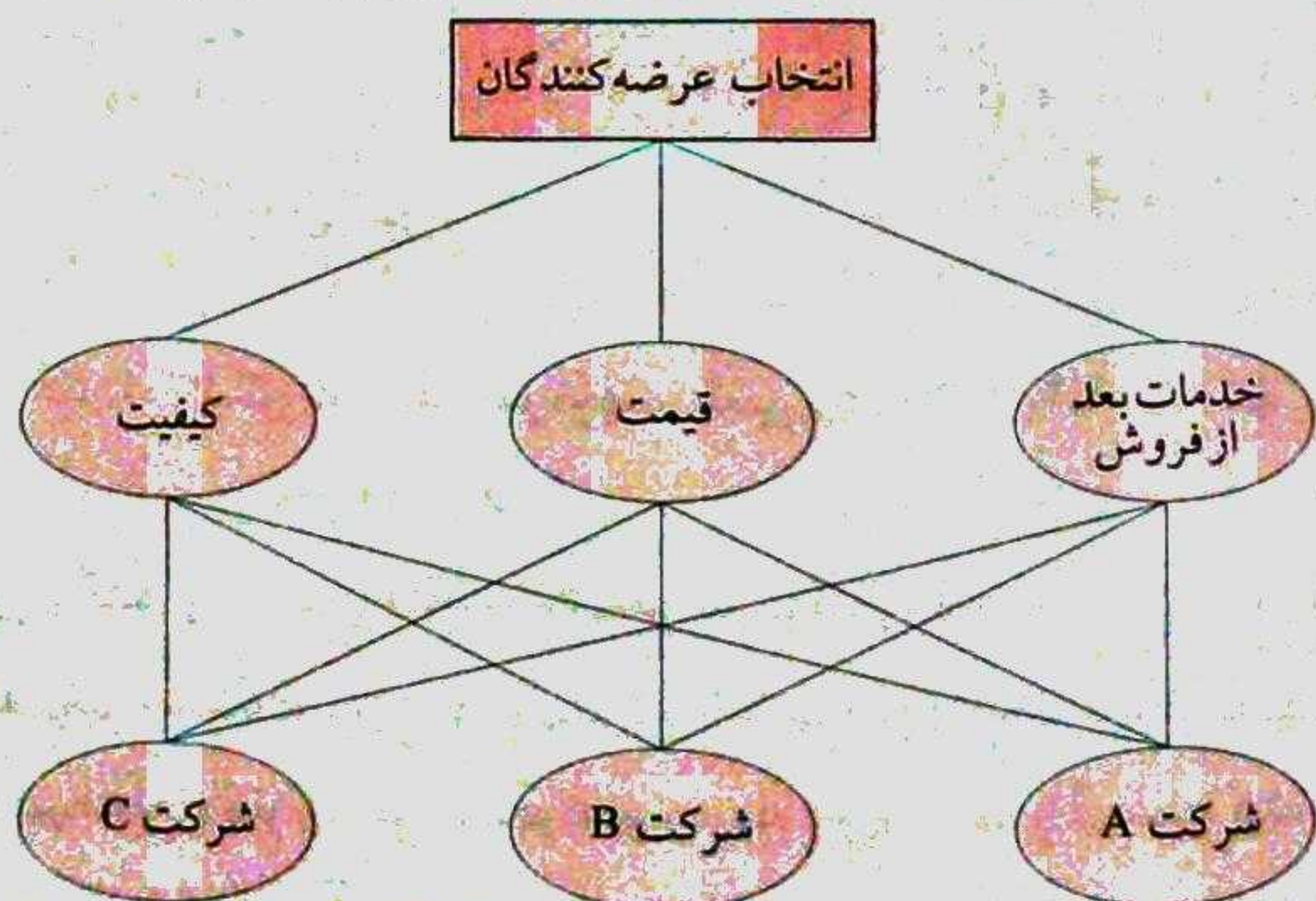
شکل ۲.۵ نمایش سلسله‌مراتبی مسئله تصمیم.

مثال ۱.۵ نحوه مدل‌سازی یک مسئله تصمیم را روشن می‌کند.

مثال ۱.۵

انتخاب عرضه‌کنندگان.

این مثال، نمونه یک مدل سه‌سطحی است. یعنی فقط سطوح هدف، شاخص‌ها و گزینه‌ها را دربرمی‌گیرد. در این مثال یک شرکت مونتاژ قطعات الکترونیک برای تهیه قطعات موردنیاز خود درصدد انتخاب یکی از سه شرکت قطعه‌ساز است. در این مثال هر شرکت نشان‌دهنده یک گزینه تصمیم است. شاخص‌های انتخاب شرکت‌ها برای خرید قطعات موردنیاز قیمت، کیفیت و خدمات بعد از فروش هستند.

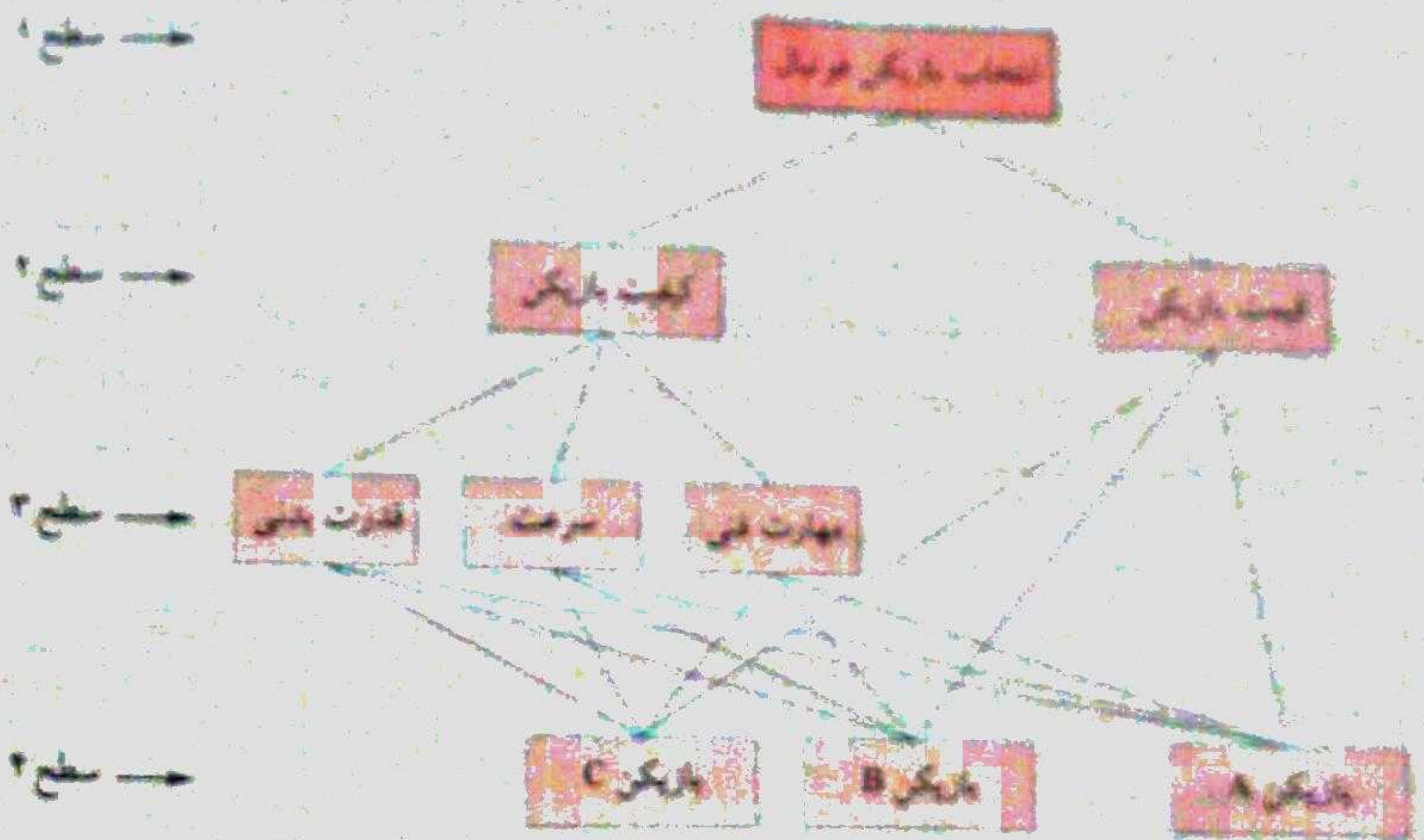


شکل ۳.۵ یک مدل سه‌سطحی برای مثال ۱.۵.

از آنجا که هر شاخص در هدف اصلی قرار نگیرد و هر کدام از شاخص‌ها با توجه به شاخص‌های اصلی می‌تواند به شاخص‌های اصلی در سطح دیگر ۱ یا ۲ تقسیم شود.
 بعد از هدف اصلی انتخاب می‌شود و این هدف به عنوان سطح اول محسوب می‌شود.
 شاخص‌های اصلی در سطح ۱ به شاخص‌های اصلی در سطح ۲ و شاخص‌های اصلی در سطح ۲ به شاخص‌های اصلی در سطح ۳ تقسیم می‌شوند.
 شاخص‌های اصلی در سطح ۳ به شاخص‌های اصلی در سطح ۴ تقسیم می‌شوند.

مثال ۱.۵

فرض کنید که یک شاخص اصلی است که هدف انتخاب برای آن است که به عنوان سطح اول محسوب می‌شود. این شاخص به شاخص‌های اصلی در سطح ۲ و شاخص‌های اصلی در سطح ۳ تقسیم می‌شود. شاخص‌های اصلی در سطح ۲ به شاخص‌های اصلی در سطح ۳ تقسیم می‌شوند. شاخص‌های اصلی در سطح ۳ به شاخص‌های اصلی در سطح ۴ تقسیم می‌شوند.



نکته ۱.۵ یک مدل چهارسطحی برای مثال ۱.۵

گام ۲: داده‌ها را جمع‌آوری کنید و ماتریس مقایسات زوجی را تشکیل دهید.
 بعد از مدل‌سازی اولیه، باید عناصر (شاخص یا گزینه‌های هر سطح را نسبت به عنصر مربوط به خود در سطح بالاتر و به صورت دو به دو مقایسه و وزن آن‌ها را محاسبه کند. این کار باید با استفاده از مجموع ماتریس‌های انجام شود که به طور عددی اهمیت یا برتری نسبی شاخص‌ها را نسبت به یکدیگر مقایسه و هر گزینه تصمیم را با توجه به شاخص‌ها، نسبت به دیگر گزینه‌ها اندازه‌گیری می‌کند. این کار با انجام مقایسه دو به دو

عناصر تصمیم (مقایسه زوجی) از طریق تخصیص امتیازات عددی که نشان‌دهنده ارجحیت یا اهمیت بین دو عنصر تصمیم است، صورت می‌گیرد. وزن محاسبه‌شده را وزن نسبی می‌نامند. برای این کار معمولاً از مقیاس‌های جدول ۲.۵ برای مقایسه گزینه‌ها یا شاخص‌های i ام نسبت به گزینه‌ها یا شاخص‌های j ام استفاده می‌شود.

جدول ۲.۵ ارزش‌گذاری شاخص‌ها نسبت به هم.

ارزش ترجیحی	وضعیت مقایسه i نسبت به j	توضیح
۱	اهمیت برابر یا ترجیح یکسان	گزینه یا شاخص i نسبت به j در یک سطح اهمیت است و یا ارجحیتی نسبت به هم ندارند.
۳	نسبتاً مهم‌تر	گزینه یا شاخص i نسبتاً مهم‌تر از j است.
۵	مهم‌تر	گزینه یا شاخص i از j مهم‌تر است.
۷	خیلی مهم‌تر	گزینه یا شاخص i ارجحیت بیشتری دارد و بسیار مهم‌تر از j است.
۹	بی‌نهایت مهم‌تر	گزینه یا شاخص i بی‌نهایت مهم‌تر از j است، در حدی که قابل مقایسه با j نیست.
۸، ۶، ۴، ۲		ارزش‌های میانی بین ارزش‌های ترجیحی را نشان می‌دهد. مثلاً، ۸ بیانگر اهمیتی بیش‌تر از ۷ برای i است، اما نه در حدی که اصلاً با j قابل مقایسه نباشد.

در تصمیم‌گیری‌هایی که مقایسه تفاوت‌های بین گزینه‌ها و یا شاخص‌ها حساسیت کم‌تری دارد، به‌جای استفاده از مقیاس‌های نه‌گانه فوق از مقیاس پنج‌گانه (۱، ۳، ۵، ۷، ۹) می‌توان استفاده کرد. در مثال ۱.۵ برای انجام مقایسات زوجی ابتدا باید هر سه عرضه‌کننده براساس شاخص کیفیت با یکدیگر مقایسه شوند.

به‌طور کلی، تعداد مقایسه‌های لازم بین هر دو گزینه و برمبنای یک شاخص معین از رابطه $\frac{n(n-1)}{2}$ به‌دست می‌آید که n تعداد گزینه‌ها را نشان می‌دهد. در مثال ۱.۵ برای انجام مقایسات زوجی ابتدا باید هر سه عرضه‌کننده براساس شاخص کیفیت با یکدیگر مقایسه شوند. تعداد مقایسات با توجه به رابطه ریاضی فوق، ۳ است. به این ترتیب که A با B ، B با C و A با C مقایسه شوند. البته دقت کنید که این سه گزینه دو بار دیگر برمبنای شاخص‌های قیمت و خدمات بعد از فروش هم باید مقایسه شوند که نیازمند ۶ مقایسه دیگر است. از آن‌جا که باید اهمیت شاخص‌ها هم نسبت به یکدیگر سنجیده شوند، ۳ مقایسه دوبه‌دوی دیگر برای شاخص نیز باید افزوده شود. بنابراین، تعداد کل مقایسات برابر ۱۲ مقایسه خواهد بود.

مقایسات را یک یا گروهی از تصمیم‌گیرندگان می‌توانند انجام دهند. در این‌جا مبنا را بر یک تصمیم‌گیرنده می‌گذاریم، البته در بخش تصمیم‌گیری گروهی شیوه مقایسات گروهی را توضیح می‌دهیم.

مقایسه دوبه‌دوی گزینه‌ها عموماً از طریق پرسش‌نامه‌ای انجام می‌شود که آن را پرسش‌نامه مقایسات زوجی می‌نامند. شکل این پرسش‌نامه با پرسش‌نامه‌های معمول متفاوت است. پس ضرورت دارد با این پرسش‌نامه

و نحوه جمع‌آوری داده‌ها آشنا شوید.
ابتدا با توجه به مدل ساخته‌شده در قدم قبل، تعداد کل مقایسات را محاسبه کنید. در مدل مثال ۱ تعداد مقایسات ۱۲ بود، پس باید یک پرسش‌نامه ۱۲ سوالی طراحی شود. این پرسش‌نامه به صورت زیر است:

جدول ۳.۵ پرسش‌نامه مقایسات زوجی

سوال	شاخص	ترجیح فوق العاده	ترجیح یکسان	ترجیح فوق العاده	شاخص						
۱	کیفیت A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	کیفیت B
۲	کیفیت B	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	کیفیت C
۳	کیفیت A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	کیفیت C
۴	قیمت A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت B
۵	قیمت B	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت C
۶	قیمت A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت C
۷	خدمات بعد از فروش A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات بعد از فروش B
۸	خدمات بعد از فروش B	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات بعد از فروش C
۹	خدمات بعد از فروش A	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات بعد از فروش C
۱۰	کیفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت
۱۱	قیمت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات بعد از فروش
۱۲	کیفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات بعد از فروش

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در دو سوی پرسش‌نامه عواملی که باید با هم مقایسه شوند، و در بین آن‌ها دو طیف ۱ تا ۹ نوشته شده است. طیف ۲ تا ۹ سمت راست میزان ترجیح عاملی که در سمت راست نوشته شده را نسبت به عامل سمت چپ می‌سنجد و طیف ۱ تا ۹ سمت چپ میزان ترجیح عاملی را که در سمت چپ قرار دارد نسبت به عامل سمت راست بیان می‌کند.

برای نمونه، سؤال یک کیفیت قطعات عرضه‌کننده A را با کیفیت قطعات عرضه‌کننده B مقایسه می‌کند، چون از نظر تصمیم‌گیرنده عدد ۲ مربوط به طیف سمت چپ برگزیده شده نشان‌دهنده ترجیح کم کیفیت قطعات B نسبت به A است.

توجه کنید سه سؤال اول، کیفیت قطعات سه عرضه‌کننده را می‌سنجد. به این ترتیب که A با B، B با C و A با C مقایسه می‌شوند. داده‌های ناشی از مقایسه در ماتریسی ارائه می‌شود که آن را ماتریس مقایسات زوجی می‌نامند. دقت کنید که در این ماتریس ترجیح عاملی که در سطر ماتریس است با عامل نوشته‌شده در ستون مقایسه می‌شود (همواره سطرها با ستون‌ها مقایسه می‌شوند). جدول ۴.۵ ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها را بر مبنای کیفیت، که از سه سؤال اول پرسش‌نامه استخراج شده است، نشان می‌دهد.

جدول ۴.۵ مقایسه کیفیت خدمات به عرض‌کنندگان با هر انباری مقایسه‌های زوجی (اصلی)

کیفیت	A	B	C
A	۱		
B	۲	۱	
C	۶	۵	۱

عدد ۱ در سطر و ستون اول به این معناست که کیفیت خدمات عرض‌کننده A نسبت به خودش یکسان است. عدد ۲ در سطر دوم و ستون دوم بیانگر برتری (یا کیفیت قطعات تولیدشده C) نسبت به B از دیدگاه تصمیم‌گیرنده است. این ماتریس با توجه به فرض زیر تکمیل می‌شود:

در عنصر سطر دوم به مرتبه چهارم از عنصر سطر دوم نام باشد یا ترجیح داده شود از آنکه عنصر نام نسبت به آن به چهار نسبت یا ترجیح داده می‌شود.

بنابراین اگر ارزش ترجیحی B نسبت به A معادل ۲ باشد از آنکه A نسبت به B، $\frac{1}{2}$ و برتر ترجیح داده می‌شود و برتری قاربه به این ترتیب ماتریس مقایسه‌های زوجی عرض‌کنندگان براساس شاخص کیفیت به صورت زیر خواهد بود:

جدول ۵.۵ ماتریس مقایسه‌های زوجی براساس شاخص کیفیت (کامل)

کیفیت	A	B	C
A	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$
B	۲	۱	$\frac{1}{5}$
C	۶	۵	۱

توجه: اعداد روی قطر، از آن جا که هر عرض‌کننده را با خودش مقایسه می‌کنند، ارزش ترجیحی ۱ را به دست آورده است.

به همین دلیل، ماتریس‌های مقایسه‌های زوجی سه عرض‌کننده بر مبنای شاخص‌های قیمت و خدمات بعد از درونی نیز به صورت زیر تهیه می‌شود. اعداد این دو ماتریس با توجه به سوالات ۴ تا ۹ و استخراج آن‌ها از پرسش‌نامه بدست آمده‌اند.

جدول ۶.۵ ماتریس مقایسه‌های زوجی براساس شاخص قیمت

قیمت	A	B	C
A	۱	۴	۵
B	$\frac{1}{4}$	۱	۳
C	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	۱

جدول ۷.۵ ماتریس مقایسات زوجی براساس شاخص خدمات بعد از فروش.

خدمات بعد از فروش	A	B	C
A	۱	۲	۴
B	$\frac{1}{2}$	۱	۵
C	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	۱

در نهایت تصمیم گیرنده باید اهمیت هر شاخص را در ارتباط با شاخص های دیگر مشخص کند. ماتریس جدول ۸.۵ بر مبنای سوالات ۱۰ تا ۱۲ پرسش نامه این مقایسه را نشان می دهد.

جدول ۸.۵ ماتریس مقایسات زوجی برای شاخص ها.

خدمات بعد از فروش	قیمت	کیفیت	شاخص
۵	۳	۱	کیفیت
۳	۱	$\frac{1}{3}$	قیمت
۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	خدمات بعد از فروش

گام ۳. وزن های نسبی را محاسبه کنید.

گام بعدی در AHP انجام محاسبات لازم برای تعیین اولویت هر یک از عناصر تصمیم با استفاده از اطلاعات ماتریس های مقایسات زوجی است. خلاصه این عملیات برای هر ماتریس به صورت زیر است:

۱. مجموع اعداد هر ستون ماتریس مقایسات زوجی را محاسبه، سپس هر عنصر ستون را بر مجموع اعداد آن ستون تقسیم کنید. ماتریس جدیدی که به دست می آید، ماتریس مقایسات زوجی نرمال شده نامیده می شود.
۲. میانگین اعداد هر سطر ماتریس مقایسات زوجی نرمال شده را پیدا کنید. این میانگین، وزن نسبی عناصر تصمیم متناظر با سطرهای ماتریس را نشان می دهد.

محاسبه وزن های نسبی با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی براساس شاخص کیفیت به صورت زیر است:

جدول ۹.۵ ماتریس مقایسات زوجی، براساس شاخص کیفیت.

کیفیت	A	B	C
A	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$
B	۲	۱	$\frac{1}{5}$
C	۶	۵	۱
جمع	۹	$\frac{13}{2}$	$\frac{41}{30}$

جدول ۱۰.۵ ماتریس نرمال شده

کیفیت	A	B	C
A	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{5}{41}$
B	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{6}{41}$
C	$\frac{6}{9}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{30}{41}$

میانگین هر سطر، وزن کیفیت را برای هر عرضه‌کننده ارائه می‌کند.

جدول ۱۱.۵ تعیین وزن عرضه‌کنندگان براساس کیفیت

کیفیت	میانگین سطر
A	$\frac{\frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \frac{5}{41}}{3} = 0,103$
B	$\frac{\frac{2}{9} + \frac{2}{13} + \frac{6}{41}}{3} = 0,174$
C	$\frac{\frac{6}{9} + \frac{10}{13} + \frac{30}{41}}{3} = 0,723$

$$\frac{0,309}{3} = 0,103$$

بر این اساس از نظر کیفیت، عرضه‌کننده C بالاترین وزن را دارد و اولویت‌های بعد به ترتیب با B و A است. به همین ترتیب، وزن نسبی عرضه‌کنندگان براساس شاخص‌های قیمت و خدمات بعد از فروش محاسبه شود.

جدول ۱۲.۵ ماتریس مقایسات زوجی

قیمت	A	B	C
A	۱	۴	۵
B	۰,۲۵	۱	۳
C	۰,۲۰	۰,۳۳۳	۱
جمع	۱,۴۵	۵,۳۳۳	۹

جدول ۱۳.۵ ماتریس نرمال شده

قیمت	A	B	C
A	۰,۶۹	۰,۷۵۰	۰,۵۵۶
B	۰,۱۷۲	۰,۱۸۸	۰,۳۳۳
C	۰,۱۳۸	۰,۰۶۳	۰,۱۱۱

جدول ۱۴.۵ وزن عرضه‌کنندگان براساس قیمت

قیمت	میانگین سطر
A	۰,۶۶۵
B	۰,۲۳۱
C	۰,۱۰۴

جدول ۱۵.۵ ماتریس مقایسه زوجی

مقایسه به از فروش	A	B	C
A	۱	۲	۴
B	۰,۵	۱	۵
C	۰,۲۵	۰,۲	۱
جمع	۱,۷۵	۳,۲	۵

جدول ۱۶.۵ ماتریس نرمال شده

مقایسه به از فروش	A	B	C
A	۰,۵۷۱	۰,۶۲۵	۰,۲
B	۰,۲۸۶	۰,۳۱۲	۰,۵
C	۰,۱۴۳	۰,۰۶۲	۰,۱

جدول ۱۷.۵ وزن در دسترس

وزنهای مقایسه به از فروش

مقایسه به از فروش	میانگین سطر
A	۰,۵۴۲
B	۰,۳۹۹
C	۰,۱۰۹

جدولهای زیر محاسبات مربوط به ماتریس مقایسه زوجی شاخصها را نشان می دهد

جدول ۱۸.۵ ماتریس مقایسه زوجی

مقایسه به از فروش	کیفیت	قیمت	شاخصها
کیفیت	۱	۲	۵
قیمت	۰,۵۰۰	۱	۲
مقایسه به از فروش	۰,۲	۰,۵۰۰	۱
جمع	۱,۵۰۰	۳,۰۰۰	۷

جدول ۱۹.۵ ماتریس نرمال شده

مقایسه به از فروش	کیفیت	قیمت	شاخصها
کیفیت	۰,۳۳۳	۰,۶۶۶	۰,۷۱۴
قیمت	۰,۱۶۷	۰,۳۳۳	۰,۳۵۷
مقایسه به از فروش	۰,۲۸۶	۰,۵۰۰	۰,۳۵۷
جمع	۰,۷۱۴	۱,۵۰۰	۱,۴۲۹

جدول ۲۰.۵ وزن شاخصها

میانگین سطر	شاخصها
۰,۳۳۳	کیفیت
۰,۲۸۶	قیمت
۰,۱۰۹	مقایسه به از فروش

ملاحظه شود که شاخصها در جدول ۲۰.۵ وزنهای شاخصها کیفیت بالاتری دارد

گام ۹: وزنهای نهایی را محاسبه کنید

برای گام نهم وزنهای نهایی را محاسبه کنید. برای این منظور، وزنهای شاخصها را در وزنهای مقایسه زوجی ضرب کنید. به عنوان مثال، وزنهای نهایی برای شاخصهای کیفیت و قیمت به ترتیب ۰,۳۳۳ × ۰,۷۱۴ = ۰,۲۳۸ و ۰,۲۸۶ × ۰,۳۵۷ = ۰,۱۰۲ خواهند بود. وزنهای نهایی برای مقایسه به از فروش نیز به همین روش محاسبه می شود.

شاخص مربوط ضرب و با هم جمع می‌شوند. برای نمونه به منظور محاسبه وزن نهایی گزینه A، وزن کیفیت این گزینه (۰/۱۰۳) در وزن شاخص کیفیت (۰/۶۳۳) ضرب و با حاصل ضرب وزن قیمت این گزینه (۰/۶۶۵) در وزن شاخص قیمت (۰/۲۶۰) جمع می‌شود و حاصل این عبارت را نیز باید با حاصل ضرب وزن خدمات بعد از فروش گزینه A، (۰/۵۳۲) در وزن شاخص خدمات بعد از فروش (۰/۱۰۶) جمع کرد:

$$A = [(0.103 \times 0.633) + (0.665 \times 0.260) + (0.532 \times 0.106)] = 0.295$$

به همین ترتیب وزن نهایی گزینه‌های B و C محاسبه می‌شود.

$$B = [(0.174 \times 0.633) + (0.231 \times 0.260) + (0.366 \times 0.106)] = 0.210$$

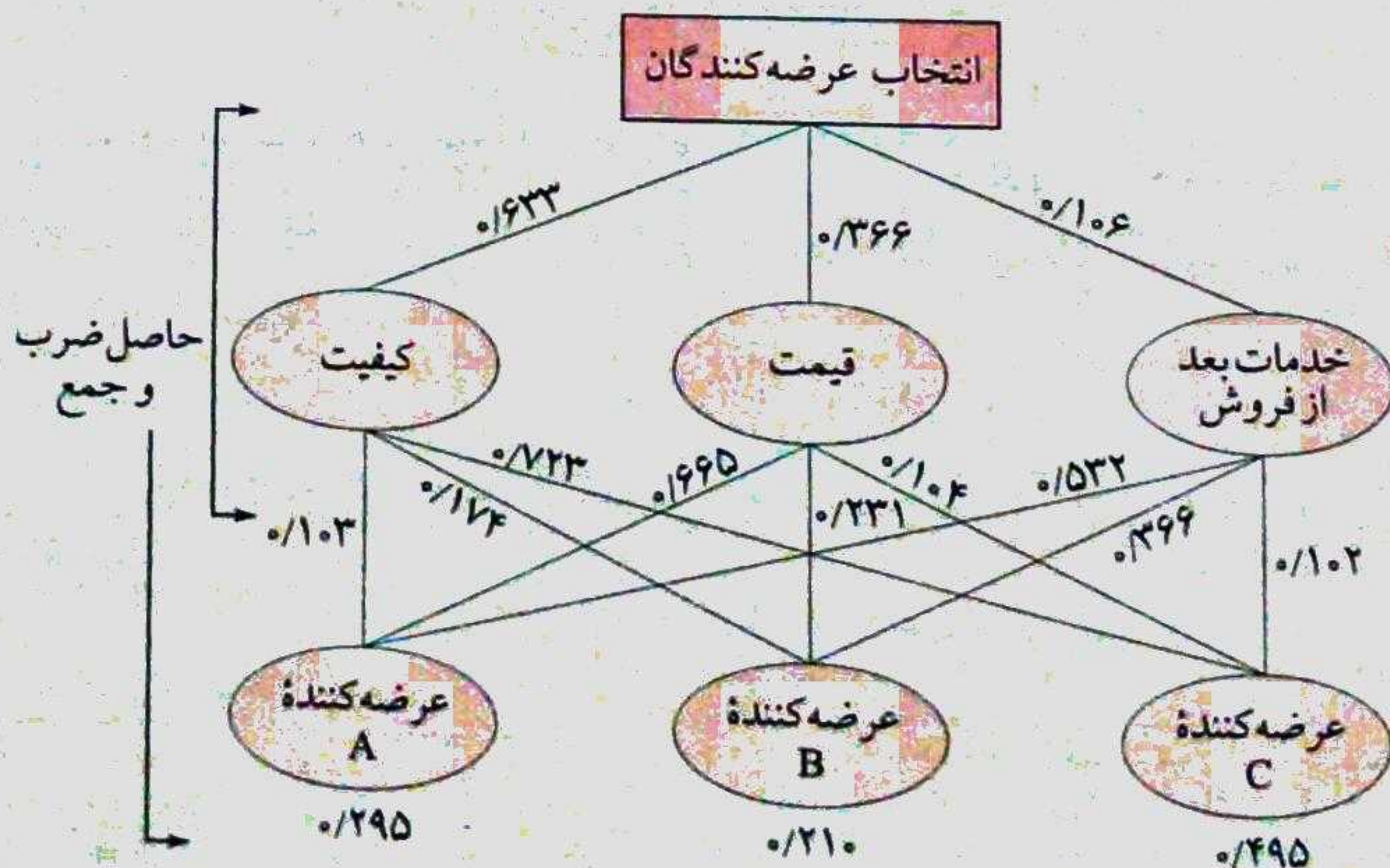
$$C = [(0.723 \times 0.633) + (0.104 \times 0.260) + (0.102 \times 0.106)] = 0.495$$

رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها بر مبنای وزن نهایی به دست آمده انجام می‌شود.

محاسبات فوق را به صورت ضرب ماتریسی، نیز می‌توان انجام داد:

		خدمات بعد از			
		فروش	شاخص‌ها		
عرضه‌کننده	کیفیت	قیمت	فروش	شاخص‌ها	
A	۰/۱۰۳	۰/۶۶۵	۰/۵۳۲	۰/۶۳۳	۰/۲۹۵
B	۰/۱۷۴	۰/۲۳۱	۰/۳۶۶	۰/۲۶۰	۰/۲۱۰
C	۰/۷۲۳	۰/۱۰۴	۰/۱۰۲	۰/۱۰۶	۰/۴۹۵

پس عرضه‌کننده C با بالاترین وزن در اولویت اول و عرضه‌کنندگان A و B به ترتیب در اولویت‌های بعدی قرار دارند. شکل ۵.۵ خلاصه محاسبات را نشان می‌دهد.



شکل ۵.۵ انتخاب بهترین عرضه‌کننده.