

پرسش نخست

عددهای $1, 2, 3, \dots, 20$ روی تخته سیاه نوشته شده‌اند. در هر مرحله می‌توانیم هر دو عدد دلخواه روی تخته مثل a و b را پاک کنیم...

الف) و عدد $a + b - 1$ را روی تخته بنویسیم. پس از ۱۹ مرحله چه عددی روی تخته نوشته شده است؟
ب) و عدد $a + b + ab$ را روی تخته بنویسیم. پس از ۱۹ مرحله چه اعدادی می‌توانند روی تخته باشند؟

پرسش دوم

شش گنجشک روی شش درخت نشسته‌اند، روی هر درخت یک گنجشک. درختان در یک ردیف قرار دارند و هر درخت از درخت بعدی ۱۰ متر فاصله دارد. اگر گنجشکی از یکی از درخت‌ها به درخت دیگری پرواز کند، هم‌زمان با او گنجشک دیگری از درختی به درختی دیگر پرواز می‌کند که فاصله‌اش از آن به اندازه‌ی دو درخت قبلی است، البته در جهت مخالف. آیا ممکن است همه‌ی گنجشک‌ها روی یک درخت جمع شوند؟ برای هفت گنجشک و هفت درخت چطور؟

پرسش سوم (دوره‌ی تابستانه المپیاد کامپیوتر ایران ۹۱ - آزمون تئوری دوم)

یک جدول $m \times n$ داریم که در هر کدام از خانه‌های آن علامت چپ، راست یا پایین قرار دارد. علاوه بر این یک مهره در یک خانه از این جدول قرار دارد و این مهره در هر خانه از جدول که قرار بگیرد، طبق جهت آن خانه از جدول حرکت می‌کند. علاوه بر این اگر علامت این خانه چپ یا راست باشد، پس از حرکت وارونه می‌شود، یعنی چپ به راست تبدیل می‌شود و بالعکس. الگوریتمی از $O(mn)$ ارائه کنید که با گرفتن جدول و موقعیت اولیه مهره امکان خروج مهره از جدول را تشخیص دهد و در صورت خروج ضلعی که مهره از آن خارج می‌شود را مشخص کند.

پرسش چهارم* (دوره‌ی تابستانه المپیاد کامپیوتر ایران ۹۱ - آزمون تئوری دوم)

ثابت کنید اگر یال‌های گراف K_n را بتوان به تعدادی مثلث افراز کرد، یال‌های گراف $K_{(2n+1)}$ را نیز می‌توان به تعدادی مثلث افراز کرد.

پیروز باشید.