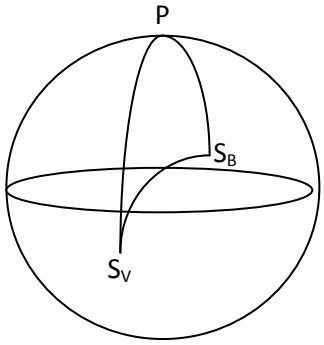
به نامِ خدایِ مهربان

تیمِ المپیادِ نجوم و اخترفیزیک ۲۰۱۰ ایران

IRAN National Team of 4th IOAA

پاسخِ تشریحی یِ ششمین آزمونِ مرحله یِ اولِ المپیادِ اخترفیزیکِ کشور

. پرسش هایِ چند گزینه ای :



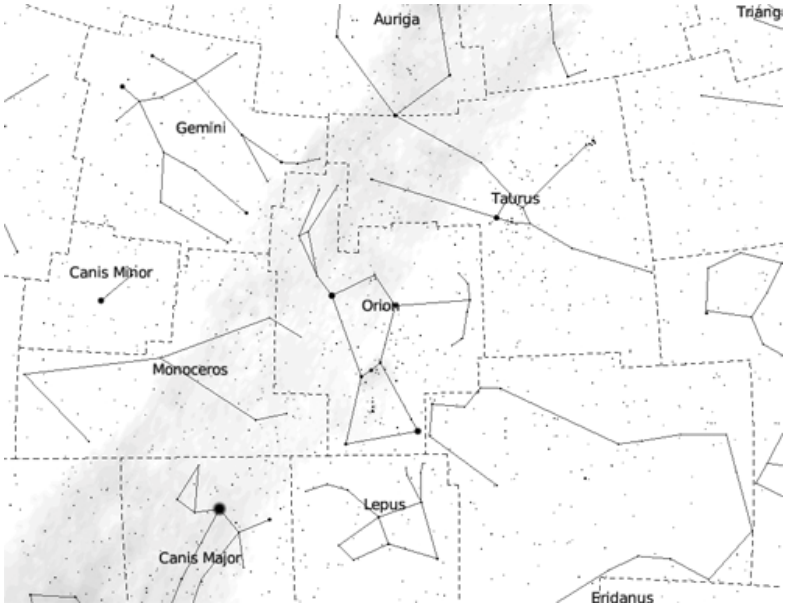
- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱ ؛ گزینه ی الف .

$$\cos(S_V, S_B) = \sin\delta_V \sin\delta_B + \cos\delta_V \cos\delta_B \cos(\alpha_V - \alpha_B)$$

$$\Longrightarrow \theta(S_V, S_B) = 32°47'35''$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲ ؛ گزینه یِ د .

شکل خود گویاست.



- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳ ؛ گزینه یِ الف .

همانطور که در شکلِ مقابل هم مشخص است کهکشان مارپیچی یِ NGC 253

تقریبا از لبه دیده می شود.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ٤ ؛ گزینه ی ب .

رابطه یِ زیر با دقتِ خوبی به کار می آید

$$L_{Body} \sim A\sigma T^4$$

برایِ این کار باید مساحتِ سطحِ بدنِ انسان را تخمین بزنیم، به این منظور از رابطه یِ Boyd برایِ مساحتِ سطح بدن استفاده می کنیم

$$BSA_{\text{body surface area}} = 3.207 \times 10^{-4} \times m^{(0.7285 - 0.0188 \log m)} \times h^{0.3} = 1.9\, m^2$$

که در روابطِ بالا h قدِ فرد بر حسبِ سانتی متر و m جرمِ آن بر حسبِ گرم است که مقادیرِ میانگین آنها را ۱۹۰ و ۷۰۰۰۰ در نظر گرفته ایم.

$$L_{Body} \approx 10^3$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۵ ؛ گزینه یِ ب .

در اوایلِ فصلِ تابستان سیاره یِ زحل تقریبا به شکلی که در گزینه یِ ب آمده دیده می شود.

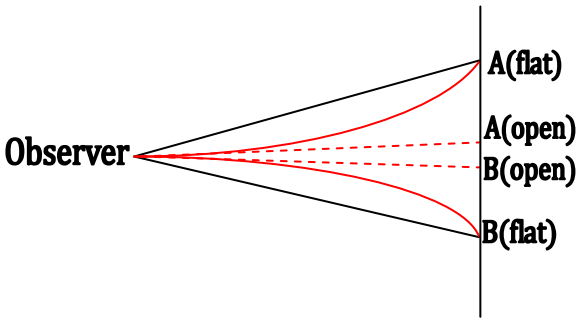
- پاسخِ سوالِ شماره ی ٦ ؛ گزینه ی الف .

زاویه ی استوایِ زهره با دایره البروج بیش از ۹۰ است ، فلذا از دیدِ ما زهره به دورِ خود برعکسِ بقیه ی سیاره ها می گردد.

- پاسخِ سوالِ شماره ی ۷ ؛ گزینه ی الف .

در واقع حرکت این دو روی بیضیِ بسیار کشیده ای می باشد که خروج از مرکز آن به ۱ میل می کند.$(b = 0)$

- پاسخِ سوالِ شماره ی ۸ ؛ گزینه ی ج .



همانطور که از شکل هم پیداست دو رویداد تحتِ زاویه ی کوچکتری در جهانِ باز دیده می شوند.

- پاسخِ سوالِ شماره ی ۹ ؛ گزینه ی د .

اندیسِ یک برای ستاره نزدیکتر و اندیسِ دو برای ستاره ی دورتر به کار می بریم

$$\pi''_{par} = \frac{1}{d_{pc}}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = 2.512^{m_2 - m_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 4{d_2}^2 \quad \Longrightarrow \quad d_2 = 0.8\, pc$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۰ ؛ گزینه یِ و .

نزدیک ترین ستاره به ما آلفا – قنطورس می باشد ولی این ستاره برایِ این ناظر قابلِ رویت نمی باشد؛ چرا که شرطِ دیده قابلِ مشاهده بودن اینگونه است

$$\delta \geq \varphi - 90$$

فلذا گزینه یِ و یعنی ستاره یِ بارنارد که در فاصله یِ $5.9\ L.Y.$ از ما قرار گرفته است پاسخِ صحیح خواهد بود.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۱ ؛ گزینه یِ د .

بررسی یِ نورِ ابرانواختر هایِ نوع Ia تخت بودنِ هندسه یِ جهان را نشان داده است.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۲ ؛ گزینه یِ الف .

$$\text{بزرگنمایی} \equiv m = \frac{f_{obj}}{f_{eye}}$$

$$FOV_{eff} = \frac{FOV_{eye}}{m} = \frac{45^\circ}{2500mm/26mm} = 0^\circ.47$$

به نظر می رسد اگر منظور حل با روشِ تقریبی یِ بالا باشد باید میدانِ دیدِ چشمی را ۵۰ درجه در نظر گرفت که گزینه یِ ه را نتیجه می دهد.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۳ ؛ گزینه یِ ه .

ارتفاع خورشید $= a$,$\tan a = \frac{\text{طول میله}}{\text{طول سایه}}$ $\rightarrow a = 30°.0$

برای عرض های شمالی : $a_{\text{ظهر}} = 90 - \varphi - \varepsilon$

برای های عرض جنوبی : $a_{\text{ظهر}} = 90 - \varphi + \varepsilon$

$\varphi_N = 36.5$

$\varphi_S = 83°.5$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ١٤ ؛ گزینه یِ ج .

با توجه به این روابط در مکانیک سماوی داریم:

$E \propto -\frac{1}{a}$, $h = rv_\theta$ $in\ prehelion;$ $h_3 > h_2 > h_1$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۵ ؛ گزینه یِ ب .

با توجه به اختلافِ زیاد بین گزینه ها از تغییراتِ میلِ خورشید در یک روز صرفنظر می کنیم .

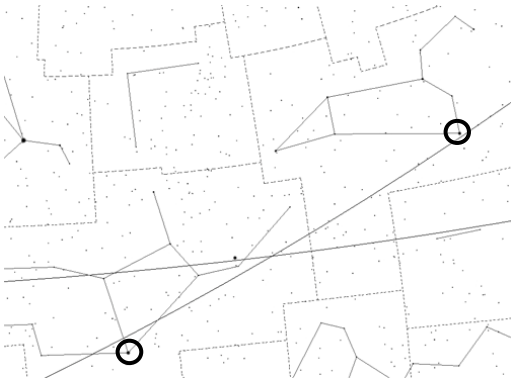
زاویه یِ بینِ مسیرِ ظاهری یِ خورشید و افق ، متممِ عرضِ جغرافیایی خواهد بود .

$90 - \varphi = 54°.3$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ١٦ ؛ گزینه یِ ب .

در شکل مسیرِ دایره البروج که از میانِ صورت هایِ فلکی یِ شیر

و سنبله عبور می کند نشان داده شده است.



- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۷ ؛ گزینه یِ ه .

شرطِ لازم و کافی یِ پایستار بودنِ یک نیرو این است که جمله یِ نیرو دیفرانسیلِ کاملِ تابعی به نام تابعِ پتانسیل باشد. یعنی :$\nabla \times F = 0$ ؛ که عبارتِ زیر را نتیجه می دهد:

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \quad \Longrightarrow \quad -x = -2cx \quad \Longrightarrow \quad c = \frac{1}{2}$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۸ ؛ گزینه یِ ب .

متاسفانه صورتِ این سوال هم گویا نبود و صورت مساله ابهام دارد ؛ در هر حال کمیتِ داده شده را شعاعِ مدارِ دایروی یِ سیاره در نظر می گیریم ، با نگاهی به گزینه ها متوجه می شویم سیاره با زمین هم جهت در مدار حرکت می کند.

$$T_{yr}{}^2 = a_{Au}{}^3 \quad \rightarrow T_{yr_p} = 27_{yr} \quad , \quad \frac{1}{T_{\text{هلالی}}} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_p} \quad \rightarrow \quad T_{\text{هلالی}} \approx 379 \text{ روز}$$

15 بهمن $89 = 379 +$ زمان گذشته = زمان حال

به نظر می رسد از آنجایی که مقدارِ تناوبِ هلالی عددی بینِ ۳۷۹ و ۳۸۰ روز است باید تاریخِ ۱۵ امِ بهمن ماه را به عنوانِ پاسخِ صحیح در نظر گرفت.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۱۹ ؛ گزینه یِ ه .

$$1 = m_{max} - m_{min} = 5\, log\left(\frac{d_{max}}{d_{min}}\right)$$

$$\frac{T}{2} = \frac{d_{max} - d_{min}}{c} \quad , \; R = \frac{d_{max} + d_{min}}{2}$$

برای بیشینه شدنِ R فاصله یِ ستاره در هر دو حالت باید بیشینه باشد . یعنی ستاره رویِ خطِ راست حرکت می کند.

$$R_{max} = 3 \times 10^{-3} L.y.$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۰ ؛ گزینه یِ و .

با توجه به فرضِ مساله جدایی یِ زاویه ایِ خورشید و زمین از دیدِ عطارد برابر با ۸۰ درجه است پس برایِ درصدِ روشنایی یِ قرصِ عطارد داریم

$$A = \frac{1+\cos(80°)}{2} \approx 0.59$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۱ ؛ گزینه یِ ه .

با دنبال کردنِ همان روشی که در سوالِ شماره یِ ۱۲ پی گرفتیم ، میدانِ دیدِ تلسکوپ هایی که در گزینه ها آمده را این چنین محاسبه می کنیم.

الف) $1°.14$ **ب)** $0°.51$ **ج)** $0°.80$ **د)** $1°.44$ **ه)** $2°.08$

ظاهرا گزینه یِ ه پاسخِ صحیح می باشد.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۲ ؛ گزینه یِ ه .

$$\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3.5} \approx \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4$$
$$\Longrightarrow \quad \frac{R}{R_\odot} \approx 2.3$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۳ ؛ گزینه یِ ج .

$$\frac{E}{m} = \frac{{v_\infty}^2}{2} - \frac{GM}{R} = 0 \;\rightarrow\; v_\infty = \left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2}$$

$$\frac{v_{\infty(Jupiter)}}{v_{\infty(Earth)}} = \left(\frac{M_J}{M_E}\frac{R_E}{R_J}\right)^{1/2} \approx 5.3 \;\rightarrow\; v_{(Jupiter)} - v_{\infty(Jupiter)} = 47.1\ km.s^{-1}$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲٤ ؛ گزینه یِ الف .

$$n = \frac{E}{14.1\ Mev} = \frac{L_{sun} \times \Delta t}{14.1\ Mev} \approx 10^{38}$$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۵ ؛ گزینه یِ و .

در آسمان به طورِ کلی ۸۸ صورت فلکی موجود می باشد که هر کدام به وسیله یِ مرزی بسته از دیگر صورت هایِ فلکی تمیز داده می شوند و سطحی از آسمان را به خود اختصاص می دهند بجز دو مرزِ بسته یِ سرِ مار و دمِ مار که با هم یک صورت فلکی را می سازند پس آسمان توسطِ این مرز ها به ۸۹ قسمت تقسیم می شود.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲٦ ؛ گزینه یِ الف .

$$\cos H = -\tan\delta \tan\varphi$$

اگر ستاره در عبور بالایی برای ناظر B باشد توسط ناظر A دیده نخواهد شد ولی اگر در عبور بالایی ناظر A باشد توسط ناظر B دیده خواهد شد پس ستاره در عبور بالایی برای ناظر A می باشد.

$$24 - H_A = 18.3\ h$$
$$24 - H_B = 17.2\ h$$

پس گزینه یِ الف صحیح است.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۷ ؛ گزینه یِ الف .

طولانی ترین کسوف کلی یِ قرن در تاریخِ ۱ امِ مرداد ماهِ سال گذشته به وقوع پیوست که از شرقِ آسیا و اقیانوسِ آرام قابلِ مشاهده بود . از آنجایی که سرعتِ زاویه ای متناسب با عکسِ فاصله است در حالتِ کلی طولانی ترین گرفت در حالتِ گزینه یِ ب اتفاق می افتد اما با توجه به اینکه گرفتِ کلی مد نظر است پاسخ گزینه یِ الف است. که البته با معادلات هم می توان این موضوع را نشان داد که اینجا قصدِ انجامِ این کار را نداریم.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۸ ؛ گزینه یِ د .

مقادیرِ گزینه ها اینگونه است:

ماهِ هلالی	$29^d\ 12^{\mathrm{h}}\ 44^{\mathrm{m}}\ 3^{\mathrm{s}}$	**ماهِ گرهی**	$27^d\ 5^{\mathrm{h}}\ 5^{\mathrm{m}}\ 36^{\mathrm{s}}$
ماهِ آنومالی	$27^d\ 13^{\mathrm{h}}\ 18^{\mathrm{m}}\ 33^{\mathrm{s}}$	**ماهِ نجومی**	$27^d\ 12^{\mathrm{h}}\ 44^{\mathrm{m}}\ 3^{\mathrm{s}}$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۲۹ ؛ گزینه یِ ب .
احتمالا چنین عددی صحیح نمی باشد.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۰ ؛ گزینه یِ ب .

به نظر می رسد مقصودِ طراحِ سوال این باشد که در چه بازه یِ تاریخی ظهر در تاریک – روشن (نجومی یا دریایی) رخ می دهد. میلِ خورشید در حدِ این حالات برابرِ با ۱٤– ، ۲۰– ، ۲۳/۵– خواهد بود . فلذا پاسخِ صحیح گزینه یِ ب خواهد بود.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۱ ؛ گزینه یِ و .

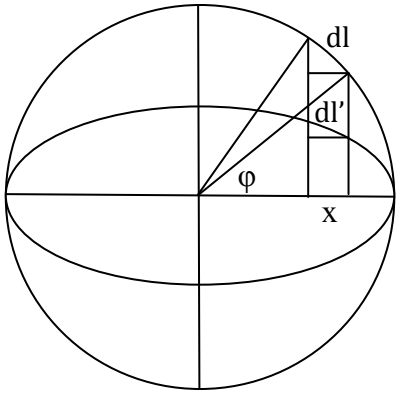
با توجه به اطلاعات مسأله مبنی بر اینکه دو جسم در فاصله یِ بینهایت دور از یک دیگر در حالِ حرکت به سمت یکدیگرند نتیجه می گیریم که مدارِ آن دو باز می باشد.پس مدارها یا سهمی اند یا هذلولی:

$$E = K + U(r) \quad \lim_{r\to\infty} U(r) = 0$$

$$K \geq 0 \quad \to E \geq 0 \quad \to$$

مدار یا سهمی است یا هذلولی ؛ این دو به سمتِ هم حرکت می کنند و به یک فاصله یِ کمینه می رسند، پس جهتِ حرکتِ اولیه یِ آنها با هم یک فاصله یِ محدود داشته است که در مقابلِ فاصله آن دو از یکدیگر در بی نهایت صرف نظر شده است. نتیجه می گیریم مدارها هذلولی اند.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۲ ؛ گزینه یِ الف .



$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad , \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

از آنجایی که $a = r$ نتیجه می گیریم که دوره تناوب ها برابرند.

$$P_1 = \int dl \quad , \quad P_2 = \int dl'$$

طول x برابر می باشد با $x = dl\cos\theta \ , \ x = dl'\cos\theta'$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ , \ x^2 + y^2 = 1$$

$$diff: tan\theta = \frac{1}{tan\varphi} \ , \ tan\theta' = \beta\frac{1}{tan\varphi'}$$

$$\varphi' > \varphi \rightarrow tan\varphi' > tan\varphi \rightarrow \frac{\alpha}{tan\varphi} > \frac{1}{tan\varphi'}$$

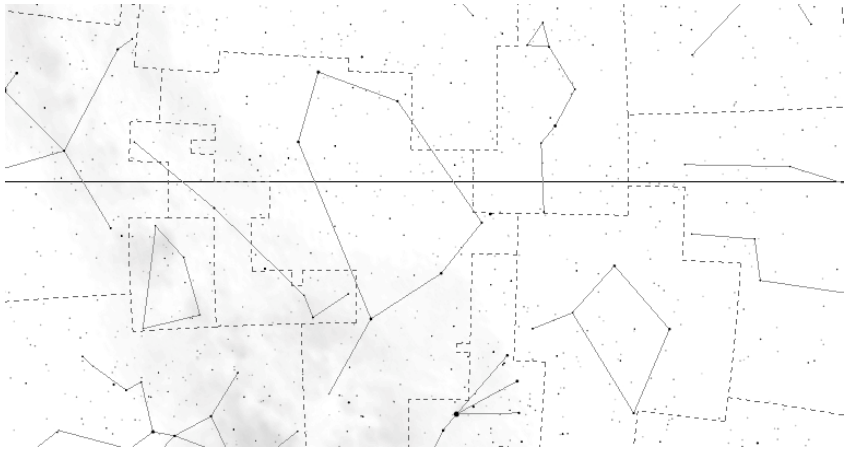
$$\hookrightarrow tan\theta' = \frac{\alpha\beta}{tan\varphi} \rightarrow \theta' < \theta$$

از آنجا نتیجه می شود که $\cos\theta' \geq \cos\theta$ ؛ نتیجه می گیریم $dl > dl'$

نتیجه می گیریم $P_1 > P_2$ پس $v_1 > v_2$

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۳ ؛ گزینه یِ ج .

طبقِ تصویرِ زیر مسیرِ دایره البروج از محدوده یِ صورت فلکی یِ مارافسای هم عبور می کند.



- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳٤ ؛ گزینه یِ و .

با توجه به نقشه سر سو حدودا در نقطه یِ اعتدال بهاری قرار گرفته است ، که این حالت تنها برای ناظرانِ رویِ استوا روی می دهد چون نقطه یِ اعتدال بهاری رویِ استواست.از طرفی این نقشه در ساعاتِ آغازینِ شب گرفته شده زمانی که خورشید برای ناظر پشتِ زمین است پس خورشید در نقطه یِ مقابلِ اعتدالِ بهاری یعنی اعتدالِ پاییزی قرار دارد در نتیجه این نقشه در نیمه شب یکی از شب هایِ پاییز تهیه شده است.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۵ ؛ گزینه یِ د .

حلِ این مساله به صورتِ تحلیلی البته امکان پذیر است ، به این شکل که بسطِ زاویه یِ آنومالی نسبت به زمان نوشته شده و مساله بررسی شود ، اما اینجا قصدِ حلِ دقیقِ این مساله را نداریم و صرفا هدف تعیینِ جوابِ نهاییِ می باشد.
به این منظور حالتِ بسیار خاصِ یک مدارِ دایره ای و یک بیضی یِ بسیار کشیده را در نظر می گیریم ، در این حالت با توجه به برابر بودنِ انرژی هایِ کلِ مدار ، سرعتِ هر دو جسم در گره ها برابر v است. بعد از گذشتنِ زمانِ بسیار کوتاه dt جسمِ در مدارِ دایره به گرهِ دیگر می رسد حال آنکه جسمِ دیگر vdt را طی کرده و به گرهِ دیگر نمی رسد.
بارِ دیگر تاکید می کنم حلِ دقیقِ این مساله در حالتِ کلی به گونه ای دیگر خواهد بود که این جا به آن نمی پردازیم.

- پاسخِ سوالِ شماره یِ ۳۶ ؛ گزینه یِ الف .

در این سوال می توانستید از نتایجِ حالتِ ساده یِ روشِ tully-fisher استفاده کنید.

$v^2 = \frac{M}{R}$, $L \propto R^2$, $L \propto M_{\text{جرم}}$

$L \propto {v_{max}}^4 \quad \rightarrow \quad \frac{L_B}{L_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^4 \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 0.33$

. مساله های ِ با پاسخ ِ کوتاه :

پاسخ ِ مساله ی ِ شماره ی ِ یک : 1.08×10^2 .

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_D+m_I)} a^3$$
$$m_D + m_I = \rho \frac{4}{3} \pi({R_D}^3 + {R_I}^3)$$
$$\Longrightarrow a = 108\ km$$

پاسخ ِ مساله ی ِ شماره ی ِ دو : 2.00×10^1 .

$$\Delta\theta = \left({15^\circ}/{hour}\right) \times \Delta t$$

همانطور که در سوالات ِ ۱۲ و ۲۱ اشاره کردیم داریم:

$$\text{بزرگنمایی} \equiv m = \frac{f_{obj}}{f_{eye}} = \frac{1270}{f_{eye}}$$

$$FOV_{eff} = \frac{FOV_{eye}}{m}$$

$$\Delta\theta = \frac{FOV_{eye}}{m} \quad , \quad f_{eye} = 20\ mm$$

پاسخ ِ مساله ی ِ شماره ی ِ سه : 2.73×10^{12} .

می دانیم فاصله ی ِ خورشید تا راه شیری برابر $8\ kpc$ **است.**

$$V = \pi R^2 \times 0.1$$
$$V\left(\text{قیر}\right) = \frac{20}{100}\ V = \frac{20}{100}\ \pi R^2 \times 0.1$$
$$\frac{V\left(\text{قیر}\right)}{V_\odot} = 2.73 \times 10^{12}$$

پاسخِ مساله ی ِ شماره ی ِ چهار : 1.90×10^{1} .

$$1 + z_{tot} = (1 + z_{Grav})(1 + z_{dop}) \rightarrow z_{Grav} = 5.26 \times 10^{-3}$$

$$1 + z_{Grav} = \frac{1}{1-\frac{\Delta U}{c^2}} \Rightarrow z = \frac{R_S}{r} \quad , \quad R_{Schwarzschild} = \frac{2GM}{c^2}$$

$$r = 190\ R_S$$

پاسخِ مساله ی ِ شماره ی ِ پنج : 1.16×10^{15} .

$$m_s - m_m = 2.5\ log\left(\frac{f_m}{f_s}\right) \quad , \quad f_m = \frac{n\ .100W.R}{4\pi {r_m}^2}$$
$$\hookrightarrow n = \frac{4\pi {r_m}^2 f_s}{100W.R}.10^{[0.4(m_s - m_m)]} = 1.16 \times 10^{15}$$

پاسخِ مساله ی ِ شماره ی ِ شش : 5.67×10^{1} .

برای ِ قطر ِ مردمک خروجی ی ِ تلسکوپ (Exit Pupil Diameter)داریم

$$EPD = \frac{f_e}{F_\#} \quad , \quad F_\# = \frac{f_o}{D_t}$$
$$\hookrightarrow EPD.\frac{f_o}{D_t} = f_e = 56.7mm$$

پاسخِ مساله ی ِ شماره ی ِ هفت : 8.13×10^{1} .

$$\theta_{lim} = 1.22\frac{\lambda_{eff}}{D_{tel}} \quad , \quad \theta = \frac{r_{events}}{d_{nebula}}$$
$$\hookrightarrow r = 1.22\frac{d_{nebula}}{D_{tel}}\lambda_{eff} \approx 81.3\ A.U.$$

سرافراز باشید

بهراد طوقی ، امیررضا صداقت ، کام یار عزیز زاده

اعضای ِ تیم ِ ملی ی ِ ایران در المپیاد ِ بین المللی ی ِ اخترفیزیک ِ سال ِ ۲۰۱۰