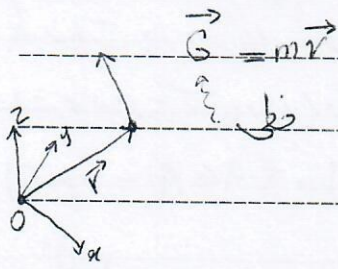


Subject:

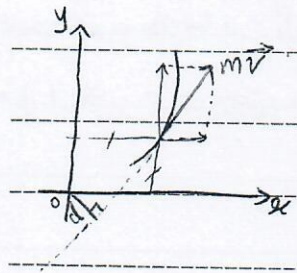
Year 1396 Month 1 Day 9



* (مغناطیسی = چرخشی)

$$H_0 = \vec{r} \times m\vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix}$$

$$H_0 = \underbrace{m(yv_z - zv_y)}_{H_x} \hat{i} + \underbrace{m(zv_x - xv_z)}_{H_y} \hat{j} + \underbrace{m(xv_y - yv_x)}_{H_z = mrv} \hat{k}$$



$$z = 0$$

$$v_z = 0$$

$$H_z = mrv$$

← (چرخش)

$$\vec{H}_0' = \vec{r}' \times m\vec{v}' + \vec{r} \times m\vec{v}' = \vec{r} \times m\vec{a}$$

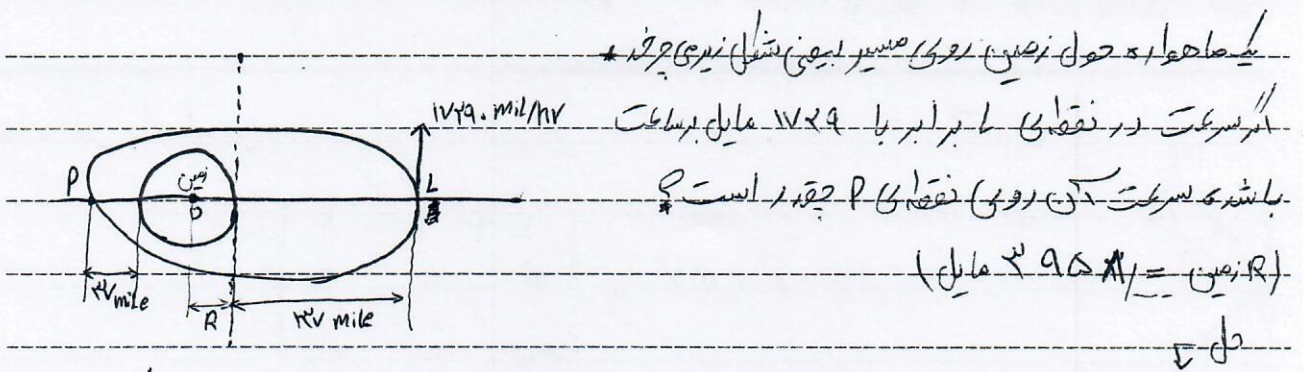
$$\vec{H}_0' = \vec{r} \times \sum \vec{F} = \sum \vec{M}_0 \quad \hookrightarrow \quad \frac{d\vec{H}_0}{dt} = \sum \vec{M}_0 \quad \hookrightarrow \quad d\vec{H}_0 = \sum \vec{M}_0 dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} d\vec{H}_0 = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M}_0 dt \quad \rightarrow \quad \Delta \vec{H}_0 = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M}_0 dt$$

$$\Delta H_x = \int_{t_1}^{t_2} \sum M_x dt \quad \hookrightarrow \quad \Delta H_y = \int_{t_1}^{t_2} \sum M_y dt \quad \hookrightarrow \quad \Delta H_z = \int_{t_1}^{t_2} \sum M_z dt$$

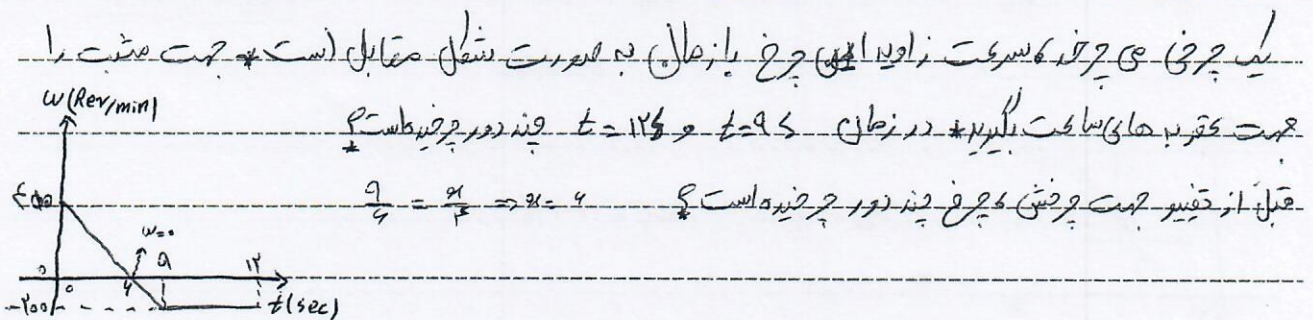
Subject:

Year ۱۳۹۷ Month ۱ Day ۲۰



$m v_d = \text{ثابت}$

$m (1729) (R + r_v) = m v_p (R + r_v) \Rightarrow v_p = 1729 \frac{3959 + r_v}{r_v + 3959} \text{ mile/hr}$



$\Delta \theta = \int_{t_1}^{t_2} w dt$

$\Delta \theta = \frac{400 \times 4}{2} \times \left(\frac{1}{40} \right) = 20 \text{ Rev}$

۲۰ دور می چرخد و عقربه ها رو تغییر جهت می ده

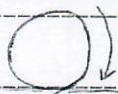
$\Delta \theta = \frac{-200 \times 4}{2} \times \left(\frac{1}{40} \right) = -10 \text{ Rev}$

$\Delta \theta = \frac{-200 \times 4}{2} \times \left(\frac{1}{40} \right) = -10 \text{ Rev}$

میانگین تا اینجا

Subject: فصل پنجم

Year ۱۳۹۷ Month ۱ Day ۲۰



در اینجا نیز جسم را در یک مسیر دایره‌ای در نظر می‌گیریم. تغییر شکل می‌دهیم.

حرکت انتقالی و چرخشی را در یک آن که هر دو را با هم در نظر بگیریم باید نوشت و اعتمادش ثابت باشد.

سرعت زاویه‌ای *

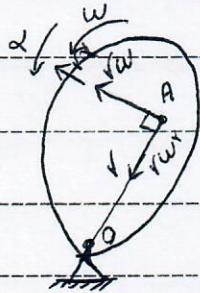
$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \theta'$ * سرعت زاویه‌ای است

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \omega' = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \theta''$ * شتاب زاویه‌ای

$\frac{ds}{dt} = v = s'$ * $a = \frac{dv}{dt} = v' = \frac{d^2s}{dt^2} = s''$ * از فصل ۲ داریم

$v dv = a ds \rightarrow \omega d\omega = \alpha d\theta$

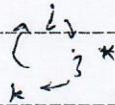
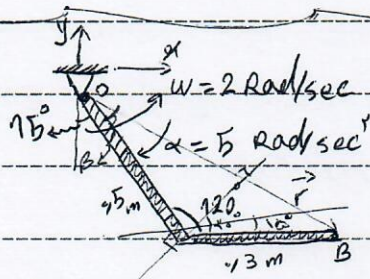
حرکت چرخشی *



$$\vec{v}_A = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \therefore$$

$$a_A = \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

$$\Rightarrow a_A = \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \therefore$$



در محاسبه نشان داده شده سرعت وشتاب در نقطه B

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \vec{r} = 2\vec{k} \times [0.13 \cos 15^\circ \vec{i} + 0.5 \sin 15^\circ \vec{j}]$$

$$= -[0.13 \cos 15^\circ + 0.5 \sin 15^\circ] \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = -0.1838 \vec{j} \quad \text{و} \quad 1.121 \vec{i} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{0.1838^2 + 1.121^2} = 1.14 \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_B = \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = 5\vec{k} \times [0.13 \cos 15^\circ \vec{i} + 0.5 \sin 15^\circ \vec{j}] + 2\vec{k} \times (-0.1838 \vec{j} + 1.121 \vec{i})$$

$$\vec{a}_B = -5.148 \vec{i} + 0.144 \vec{j} \text{ m/sec}^2$$

$$a_B = \sqrt{5.148^2 + 0.144^2} = 5.148 \text{ m/sec}^2$$

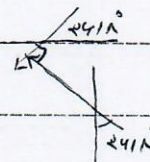
(روش تریگونومی)

$$OB = r = \sqrt{0.13^2 + 0.5^2 - 2(0.13)(0.5) \cos 15^\circ} = 0.47 \text{ m}$$

$$v_B = r\omega = 0.47 \times 2 = 0.94 \text{ m/s} \quad \text{و} \quad \theta = 15^\circ$$

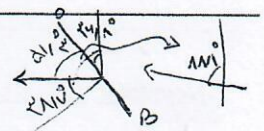
$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{0.13}{0.47} \sin 15^\circ \right) = 4.14^\circ$$

$$a_B = \begin{cases} r\alpha = 0.47 \times 5 = 2.35 \text{ m/sec}^2 \\ r\omega^2 = 0.47 \times 2^2 = 1.88 \text{ m/sec}^2 \end{cases}$$



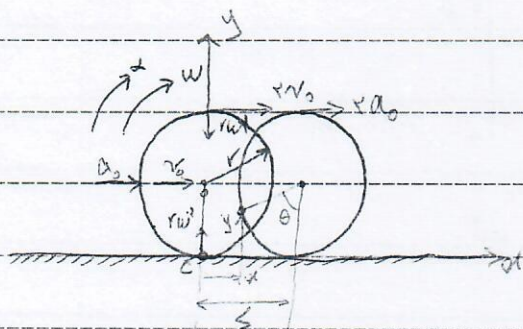
$$a_B = \sqrt{2.35^2 + 1.88^2} = 3.01 \text{ m/sec}^2$$

$$\tan^{-1} \frac{1.88}{2.35} = 39.1^\circ \quad \therefore$$



Year 1595 Month 1 Day 22

عزت مملکت و موضوع قرار



حریت غلامش ایک چرخِ روی بہ امتدادِ مسیح *

$$S = r\theta$$

$$\dot{s} = r \dot{\theta} \rightarrow v_t = r \omega$$

$$\dot{\theta} = r \dot{\theta} \longrightarrow \alpha_r = r \dot{\theta}$$

$$r\omega^2 = r_p^2 / r$$

$$x = r \sin \theta \quad y = r \cos \theta$$

$$x' = s - r\theta' \cos \theta \quad y' = r\theta' \sin \theta$$

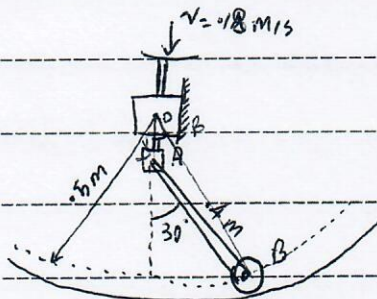
$$x' = r_0 - r_0 \cos \theta \quad ; \quad y' = r_0 \sin \theta$$

$$x'' = a_0 - a_0 \cos \theta + r_0 \theta' \sin \theta \quad y'' = a_0 \sin \theta + r_0 \theta' \cos \theta$$

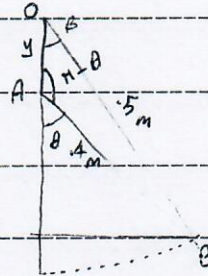
$$x'' = a_0 - a_0 \cos \theta + r \omega' \sin \theta, \quad y'' = a_0 \sin \theta + r \omega' \cos \theta$$

Subject:

Year ۱۳۹۷ Month ۱ Day ۲۷



مسئله: قائم با سرعت ۰.۱۸ م/ث. در لحظه‌ای که زاویه ۳۰ درجه است، سرعت و شتاب نقطه B را پیدا کنید. (۱) زاویه ۳۰ درجه، (۲) سرعت و شتاب نقطه B را پیدا کنید.



$$v_A = v_B + v_{AB} \cos(40^\circ)$$

$$0.18 = v_B + 0.18 \cos 40^\circ \quad \theta = 40^\circ \rightarrow v_B = 0.114 \text{ m/s}$$

$$0 = v_B v_B + 0.18 v_B \cos 40^\circ - 0.18 v_B \sin 40^\circ$$

$$\theta' = \frac{v_B v_B + 0.18 v_B \cos 40^\circ}{0.18 \sin 40^\circ} \quad \theta = 40^\circ \quad \theta' = \omega_{AB} = 14.2 \text{ Rad/sec}$$

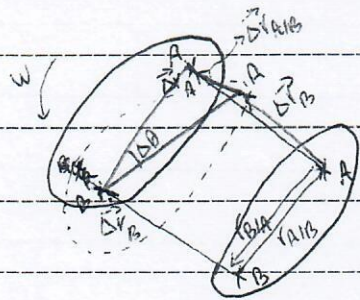
$$v_A = v_B + v_{AB} \cos \beta \quad \text{مشتق نسبت به زمان} \rightarrow 0 = v_B v_B + v_B \cos \beta + v_B \sin \beta$$

$$\Rightarrow \beta' = \frac{v_B \cos \beta - v_B v_B}{v_B \sin \beta} \quad \beta = 40^\circ \quad \beta' = \frac{v_B \cos \beta - v_B v_B}{v_B \sin \beta} \Rightarrow v_B = \omega_{AB} \beta' = 10 \beta'$$

$$\Rightarrow \beta = 14.2^\circ$$

Subject:

Year 1397 Month 1 Day 27



روش سرعت نسبی *

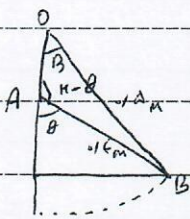
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \vec{r}_A}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}_B}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{r}_{A/B}}{\Delta t} \right]$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$\vec{v}_{A/B} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}$

$$|\Delta \vec{r}_{A/B}| \rightarrow AB \Delta \theta$$

$$\vec{v}_{A/B} = \vec{AB} \cdot \omega_{AB}$$



$$\frac{1.5}{\sin \theta} = \frac{1.6}{\sin(\pi - \theta)}$$

مثال قبل را با روش سرعت نسبی حل کنید * $\theta = \pi^\circ$ $\beta = 24.4^\circ$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A} = -1.1 \vec{j} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$\omega_{AB} \vec{k} \times 1.6 (\vec{i} \sin \beta - \vec{j} \cos \beta) = -1.1 \vec{j} + \omega_{AB} \vec{k} \times 1.6 (\vec{i} \sin \beta - \vec{j} \cos \beta)$$

$$(1.6 \omega_{AB} \sin \beta) \vec{j} + (1.6 \omega_{AB} \cos \beta) \vec{i} = -1.1 \vec{j} + 1.6 \omega_{AB} \vec{j} + 1.6 \sqrt{3} \omega_{AB} \vec{i}$$

$$\begin{cases} 1.6 \omega_{AB} \cos \beta = 1.6 \sqrt{3} \omega_{AB} \\ 1.6 \omega_{AB} \sin \beta = -1.1 + 1.6 \omega_{AB} \end{cases}$$

$$\omega_{AB} = 14.29 \text{ Rad/sec}$$

$$\omega_{AB} = 15/1.6 \text{ Rad/sec}$$

$$\vec{v}_B = 1.6 \omega_{AB} (\vec{i} \cos \beta + \vec{j} \sin \beta)$$

$$\vec{v}_B = 1.6 \omega_{AB} = 4.1 \text{ m/s}$$

روش صبر بردارها

Subject: $\rightarrow$

Year ۱۴۹۷ Month ۱ Day ۲۹

$$\begin{cases} 4.5 \Delta \alpha_{OB} - 1.5 \sqrt{2} = 4.5 \sqrt{2} \alpha_{AB} - 2.5 \sqrt{2} \\ 4.5 \alpha_{OB} + 1.5 \sqrt{2} = 4.5 + 4.5 \alpha_{AB} + 2.5 \sqrt{2} \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\alpha_{OB} = -2.9 \text{ Rad/sec}$$

$$\alpha_{AB} = 4.5 \text{ Rad/sec}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

مثال قبل را از روش تکیه مثلثاتی مرکز آبی حل کنید *

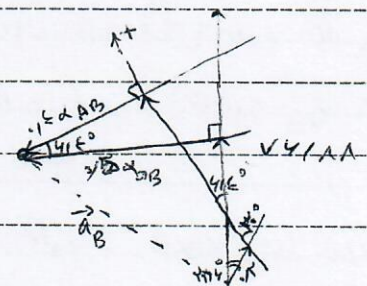
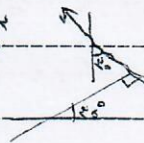
$$\vec{OB} \omega_{OB}^i = 1.5 (1.414)^i = 2.121 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_{OB} \vec{OB} = 1.5 \alpha_{OB}$$

$$a_A = 1.5 \text{ m/s}^2 \uparrow$$

$$\vec{AB} \omega_{AB}^i = 4.5 (1.414)^i = 6.364 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_{B/A} \vec{AB} = 4.5 \alpha_{AB}$$



$$1.5 \cos 45^\circ + 6.364 \cos 45^\circ = 6.88 \cos 41.4^\circ + 1.5 \sin 41.4^\circ$$

$$\alpha_{OB} = 2.9 \text{ Rad/s}^2$$

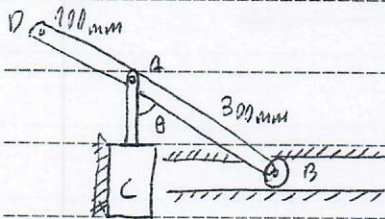
$$\alpha_{AB} = 4.5 \text{ Rad/s}^2$$

روش مثلثاتی

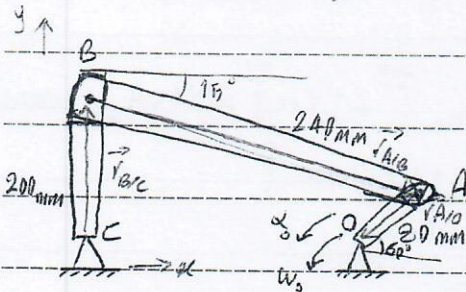
Subject:

Year 1397 Month 2 Day 2

مثال/مسئله: C دارای سرعت ثابت 15 m/s به سمت بالا است. شتاب B را در موقعیت $\theta = 45^\circ$ محاسب کنید.



در فضای مختصات داده شده سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای A را به ترتیب به دست آورید. $\omega = 1 \text{ Rad/s}$ باشد.



شتاب زاویه‌ای میل‌های AB و BC را محاسب کنید.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B}$$

$$\vec{\omega}_A \times \vec{r}_{A/O} = \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B}$$

$$10 \vec{k} \times 100 (\cos 15^\circ \vec{i} + \sin 15^\circ \vec{j}) = \omega_{BC} \vec{k} \times 200 \vec{j} + \omega_{AB} \vec{k} \times 240 \vec{i}$$

$$X 100 (\vec{j} \cos 15^\circ - \vec{i} \sin 15^\circ)$$

$$\Rightarrow 100 \vec{j} - 100 \sqrt{3} \vec{i} = 200 \omega_{BC} \vec{i} + (240 \omega_{AB} \cos 15^\circ) \vec{j} + (-240 \omega_{AB} \sin 15^\circ) \vec{i}$$

$$\begin{cases} 100 \sqrt{3} = -200 \omega_{BC} + 240 \omega_{AB} \sin 15^\circ \\ 100 = 240 \omega_{AB} \cos 15^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{AB} = 11.154 \text{ Rad/s} \\ \omega_{BC} = 1 \text{ Rad/s} \end{cases}$$

روش دیگری

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

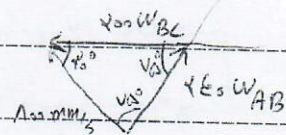
$$v_A = \bar{OA} \omega_{OA} = 100 \times 1 = 100 \text{ mm/s}$$



$$v_B = \bar{BC} \omega_{BC} = 200 \omega_{BC}$$



$$v_{A/B} = \bar{AB} \omega_{AB} = 240 \omega_{AB}$$



$$100 = 200 \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = 1 \text{ Rad/s}$$

$$240 \omega_{AB} = (100 \sin 15^\circ) / (1)$$

$$\omega_{AB} = 11.154 \text{ Rad/s}$$

NoteBook

Sarv

29

Subject: _____

Year 1397 Month 2 Day 2

محاسبه‌ی شتاب

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B})$$

$$\underbrace{\vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{A/O} + \vec{\omega}_{OA} \times (\vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{A/O})}_{a_A} = \underbrace{\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C} + \vec{\omega}_{BC} \times (\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C})}_{a_B} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B})$$

$$\times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B})$$

$$10\vec{k} \times 10(\cos 10^\circ \vec{i} + \sin 10^\circ \vec{j}) + 10\vec{k} \times (10\cos 10^\circ \vec{j} - 10\sin 10^\circ \vec{i}) = \alpha_{BC} \vec{k} \times 200\vec{j} + 10\vec{k} \times (-200\sin 10^\circ \vec{i} + 200\cos 10^\circ \vec{j}) + \alpha_{AB} \vec{k} \times 200(\cos 10^\circ \vec{i} - \sin 10^\circ \vec{j}) + 10\vec{k} \times (200\sin 10^\circ \vec{j} + 200\cos 10^\circ \vec{i})$$

$$\Rightarrow 200\vec{j} - 200\sqrt{3}\vec{i} - 1000\vec{i} - 1000\sqrt{3}\vec{j} = 200\alpha_{BC}\vec{i} - 200\alpha_{BC}\vec{j} + (-200\alpha_{AB}\cos 10^\circ)\vec{i} + (200\alpha_{AB}\sin 10^\circ)\vec{j} - 4000\vec{i} + 1000\sqrt{3}\vec{j}$$

$$\begin{cases} -200\sqrt{3} - 1000 = 200\alpha_{BC} - 200\alpha_{AB}\cos 10^\circ - 4000 \\ 200 - 1000\sqrt{3} = -200\alpha_{BC} + 200\alpha_{AB}\sin 10^\circ + 1000\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\alpha_{AB} = 14.03 \text{ Rad/s}^2$$

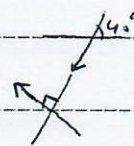
$$\alpha_{BC} = 13.11 \text{ Rad/s}^2$$

روشی دیگر (تجرباتی)

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{A/O} = 10 \times (10) = 1000 \text{ mm/s}^2$$

$$a_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{A/O} = 10 \times 10 = 100 \text{ mm/s}^2$$



$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C} = 200 \times (10) = 2000 \text{ mm/s}^2$$

$$a_B = \vec{a}_C + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C} = 200 \times 10 = 2000 \text{ mm/s}^2$$

NoteBook

Sarv

40

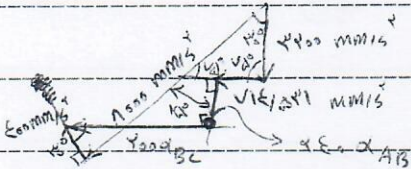
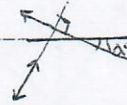


Subject: $\rightarrow$

Year: 1994 Month: 2 Day: 3

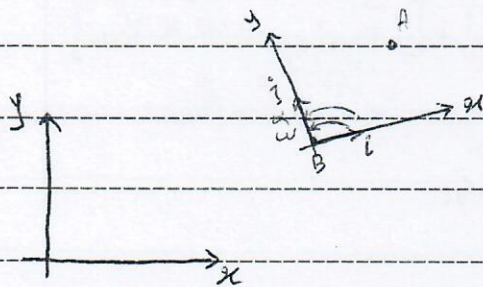
$$\omega_{AB} = \frac{v_{AB}}{r_{AB}} = \frac{4.5 \text{ m/s}}{0.1 \text{ m}} = 45 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_{AB} = \frac{a_{AB}}{r_{AB}} = \frac{4.5 \text{ m/s}^2}{0.1 \text{ m}} = 45 \text{ rad/s}^2$$

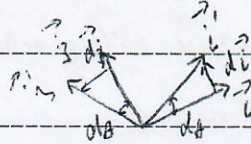


$$1.5 \text{ m/s}^2 - 4.5 \left(\frac{1}{0.1} \right) = 4.5 - 45 \cos 30^\circ + 45 \alpha \cos 10^\circ$$

$$\alpha_{AB} = 14.1 \text{ rad/s}^2$$

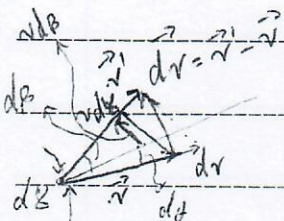


* در حالت *



$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d(\omega \vec{j})}{dt} \rightarrow \vec{i}' = \omega \vec{j} = \vec{\omega} \times \vec{i}$$

$$\frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d(-\omega \vec{i})}{dt} \rightarrow \vec{j}' = -\omega \vec{i} = \vec{\omega} \times \vec{j}$$



$$\frac{r d\theta}{dt} = r\omega$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

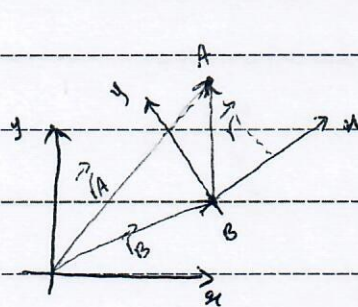
$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{xy} = v'_x \vec{i} + v'_y \vec{j} + v_x \vec{i}' + v_y \vec{j}'$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{xy} = v'_x \vec{i} + v'_y \vec{j} + \vec{\omega} \times [v_x \vec{i} + v_y \vec{j}]$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{xy} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{xy} + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Subject:

Year: 1st Month: 1 Day: 1



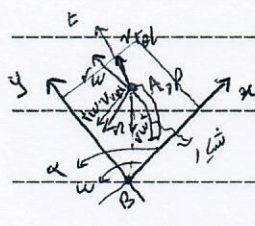
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r} + (\dot{x}\vec{i}' + \dot{y}\vec{j}') = \vec{v}_{rel}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{rel}$$

(A/B) N.R



$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

(A/B) N.R

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

(A/B) N.R

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}) + [(\vec{v}'_{rel})_{xy} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}]$$

(v')_{xy} (v'_{rel})_{xy}

(v'_{rel})_{xy} = (v''_{rel})_{xy} = \vec{a}_{rel}}

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{P/B} + \vec{a}_{cr} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

(A/B) N.R

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

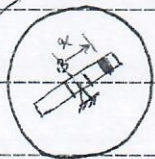
$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{cr} + \vec{a}_{rel}$$

Subject:

Year 1397 Month 2 Day 5

$$\omega = \dot{\phi}$$

$$\alpha = \dot{\omega}$$



مثال

$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_{rel}$$

$$r \omega' = \frac{d}{dt} (r \omega)$$

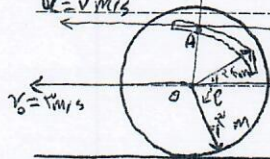
$$\frac{d}{dt} (r \omega) = r \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dr}{dt}$$

دیسک بشمار دار نشان داده شده و بدون لغزش روی افق می لغزد. در لحظه نشان داده شده سرعت

$$v' = v \text{ m/s}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

و شتاب برابر با 4 m/s^2 است و سرعت



$$v_0 = 2 \text{ m/s}$$

$$a_0 = 4 \text{ m/s}^2$$

لکه بی A نسبت به بشمار برابر با $u = 2 \text{ m/s}$ و تغییرات

آن $u' = v \text{ m/s}^2$ است و شتاب (در لحظه) A حساب کنید.

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{2}{0.2} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{a_0}{R} = \frac{4}{0.2} = 20 \text{ rad/s}^2$$

$$v_{rel} = u$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

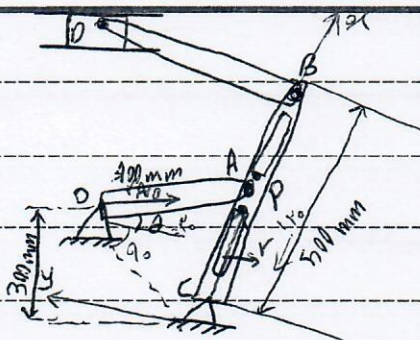
$$\vec{v}_A = -2\vec{i} + 10\vec{k} \times 0.2\vec{j} + 2\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_A = -2\vec{i} \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_0 + \vec{\omega}' \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{a}_{rel}$$

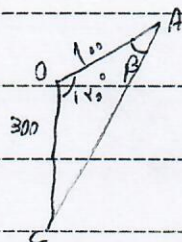
$$\vec{a}_A = 4\vec{i} + (-20\vec{k}) \times 0.2\vec{j} + 10\vec{k} \times (-0.2\vec{i}) + 2(10\vec{k}) \times (0.2\vec{j}) + (-2\vec{i})$$

$$\vec{a}_A = 4\vec{i} + (-4\vec{j}) \text{ m/s}^2$$



اگر در لحظه نشان داده شده، سرعتی $\omega_{AB} = 4 \text{ rad/s}$ ثابت $\theta = 15^\circ$ برابر با ω_{BC} باشد. چرخه در موقعیت $\theta = 15^\circ$ سرعت و شتاب زاویه‌ای میله BC را حساب کنید *

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$



$$AC = \sqrt{100^2 + 300^2 - 2 \times 100 \times 300 \cos 15^\circ} \Rightarrow AC = 240.154$$

$$B = \sin^{-1} \left(\frac{300 \sin 15^\circ}{240.154} \right) \Rightarrow B = 41.1^\circ \quad \alpha = 13.12^\circ$$

$$\vec{v}_A = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B}$$

$$\vec{v}_A = 4 \vec{k} \times (100 \vec{i} \cos 15^\circ - 100 \vec{j} \sin 15^\circ)$$

$$\vec{v}_A = 400 \vec{j} + 214 \vec{i} \text{ mm/s}$$

$$\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r} = \omega_{BC} \vec{k} \times 240.154 \vec{i} = 240.154 \omega_{BC} \vec{j}$$

$$\vec{v}_{rel} = v_{rel} \vec{i}$$

$$400 \vec{j} + 214 \vec{i} = 240.154 \omega_{BC} \vec{j} + v_{rel} \vec{i}$$

$$\Rightarrow v_{rel} = 214 \text{ mm/s}$$

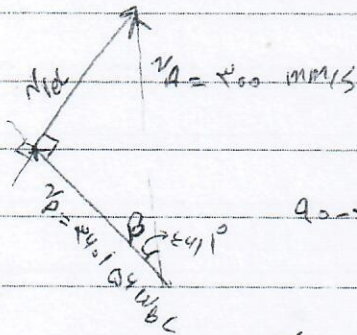
$$400 = 240.154 \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = 1.66 \text{ rad/s}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_{rel}$$

$$v_A = \omega_{AB} \times r_{A/P} = 100 \times 4 = 400 \text{ mm/s}$$

$$v_P = \omega_{BC} \times r_{P/B} = 240.154 \omega_{BC}$$

$$v_{rel} = ?$$



$$\theta = 90 - 48.9 = 41.1^\circ$$

$$v_{rel} = 300 \sin 48.9^\circ$$

$$\Rightarrow v_{rel} = 214 \text{ mm/s}$$

$$v_p = 300 \cos 48.9^\circ = 196 \text{ mm/s} \Rightarrow \omega_{BC} = 1.02 \text{ rad/s}$$

~~10) $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{\omega}'_{BC} \times \vec{r} + \vec{\omega}_{BC} \times (\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}) + \omega_{BC} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$~~

$$10) \vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{\omega}'_{BC} \times \vec{r} + \vec{\omega}_{BC} \times (\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}) + \omega_{BC} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

$$\vec{a}_A = \vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{AO} + \vec{\omega}_{OA} \times (\vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{AO}) = \omega \vec{k} \times (r_0 \vec{j} + 114 \vec{i}) = -446 \vec{i} + 446 \vec{j} \text{ mm/s}^2$$

$$\vec{\omega}'_{BC} \times \vec{r} = \alpha_{BC} \vec{k} \times 40.1 \vec{i} = 40.1 \alpha_{BC} \vec{j}$$

$$\vec{\omega}_{BC} \times (\vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}) = 1.02 \vec{k} \times 40.1 \vec{i} \times 1.02 \vec{j} = -140 \vec{i} \text{ mm/s}^2$$

$$\omega_{BC} \times \vec{v}_{rel} = 1.02 \vec{k} \times 214 \vec{i} = 218 \vec{j}$$

$$20) \vec{a}_{rel} = a_{rel} \vec{i}$$

$$-446 \vec{i} + 446 \vec{j} = 40.1 \alpha_{BC} \vec{j} - 140 \vec{i} + 218 \vec{j} + a_{rel} \vec{i}$$

$$\begin{cases} -446 = -140 + a_{rel} & \Rightarrow a_{rel} = -306 \text{ mm/s}^2 \\ 446 = 40.1 \alpha_{BC} + 218 & \Rightarrow \alpha_{BC} = 11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha_{BC} = 11$$

روش ترسیمی

$$\vec{a}_A = \vec{a}_p + \vec{a}_{cr} + \vec{a}_{rel}$$

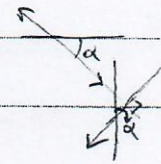
$$\vec{OA} \propto \omega_{OA} = 0$$

$$a_A = \vec{OA} \omega_{OA}^r = 100 \times 2 = 200 \text{ mm/s}^2 \quad \swarrow 45^\circ$$

5

$$\vec{CP} \propto \alpha_{BC} = 44.72 \times \alpha_{BC}$$

$$a_p = \vec{CP} \omega_{BC}^r = 44.72 \times (-1.244) = -55.6 \text{ mm/s}^2$$

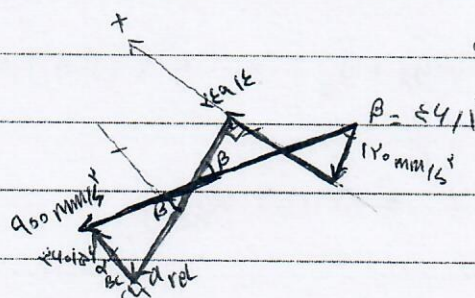


$$a_{cr} = r \omega_{BC}^r r_{rel} = 44.72 \times (-1.244) \times (1.4) = -74.915 \text{ mm/s}^2$$



10

$$a_{rel} = ?$$



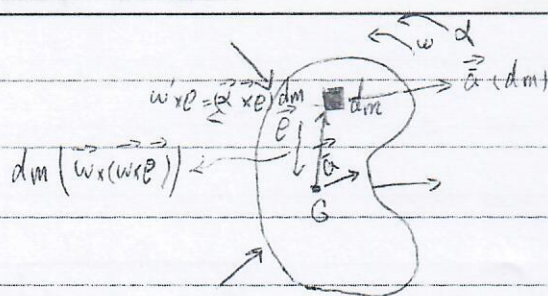
15

$$900 \sin 41.1 = 74.915 + 44.72 \alpha_{BC}$$

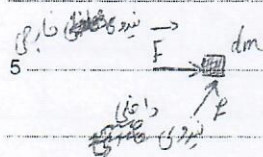
$$\Rightarrow \alpha_{BC} = 1.11 \text{ Rad/s}^2 \quad \uparrow$$

20

25



* حرکت جسم صلب در فضای سه بعدی



$$\vec{F} + \vec{f} = \vec{a}(dm) + [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] dm + (\vec{a} \times \vec{r}) dm$$

$$\Rightarrow \sum \vec{F} + \sum \vec{f} = \int_m \vec{a} + \int_m [\vec{\omega} (\vec{\omega} \times \vec{r})] dm + \int_m (\vec{a} \times \vec{r}) dm$$

$$= \vec{a} \int_m dm + \vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \int_m \vec{r} dm] + \vec{a} \times \int_m \vec{r} dm$$

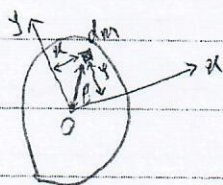
$$\Rightarrow \boxed{\sum \vec{F} = m \vec{a}} \quad \therefore$$

$$M_G = \vec{r} \times (\vec{F} + \vec{f})$$

$$M_G = \vec{r} \times \vec{a} dm + \vec{r} \times \alpha dm$$

$$\sum M_G = \int \vec{r} \times \vec{a} dm + \int \vec{r} \times \alpha dm = \left[\int_m \vec{r} dm \right] \times \vec{a} + \alpha \left[\int_m \vec{r} \times \vec{r} dm \right]$$

$$\boxed{\sum M_G = \vec{I} \alpha} \quad \therefore$$



$$I_{z,m} = \int_m r^2 dm$$

$$I_{x,m} = \int_m y^2 dm$$

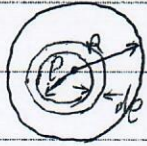
$$I_{y,m} = \int_m x^2 dm$$



$$\bar{I} = MR^2$$

نسبت به محور میانی

* انتقال خلف $\bar{I}$



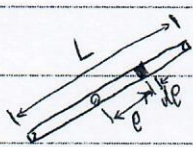
دیسک به مرکزیت

$$\bar{I} = \int_0^R \rho r^2 \cdot 2\pi r dr = \frac{2\pi\rho}{4} R^4 = \frac{1}{2} MR^2$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{1}{2} MR^2$$

نسبت به محور میانی

$$\bar{I} = \frac{1}{2} MR^2$$



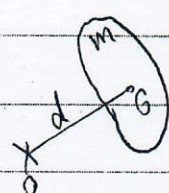
نسبت به مرکزیت

$$\bar{I} = \int_{-L/4}^{L/4} \rho x^2 dx = \frac{\rho}{3} x^3 \Big|_{-L/4}^{L/4} = \frac{\rho}{3} \frac{L^3}{8} = \frac{1}{12} ML^2$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{1}{12} ML^2$$

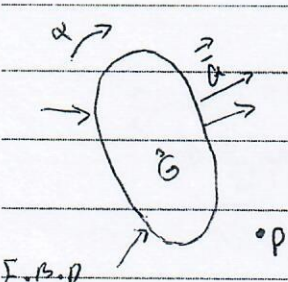
نسبت به محور میانی

* انتقال خلف $\bar{I}$

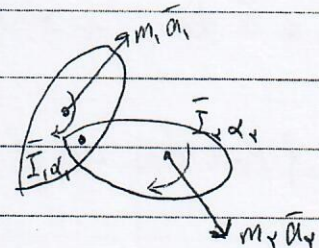
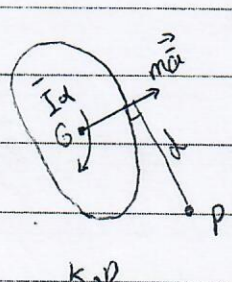


$$I_O = \bar{I} + md^2$$

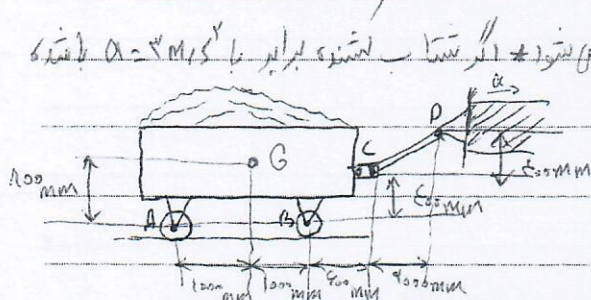
* دیاگرام آزاد جسم صلب



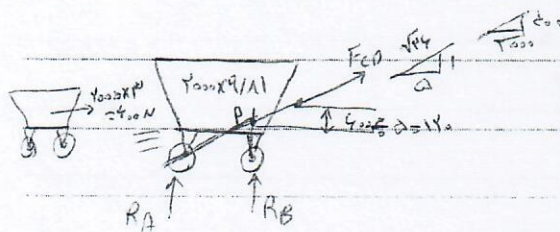
=



$$\sum M_P = \bar{I} \alpha + m \bar{a} d$$



الف) با توجه به داده‌های مسئله و با استفاده از روش انرژی کمترین، مقدار نیروی کششی در کابل را محاسبه کنید.
 ب) با توجه به داده‌های مسئله و با استفاده از روش انرژی کمترین، مقدار واکنش‌های تکیه‌گاه‌ها را محاسبه کنید.



$$\sum M_B = 0$$

$$1000 R_B - 1000 R_A + F_{CD} \left(\frac{1}{\sqrt{14}} \right) \times 1400 + F_{CD} \times \left(\frac{3}{\sqrt{14}} \right) \times 600 = 0$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_x$$

$$F_{CD} \times \left(\frac{3}{\sqrt{14}} \right) = 4000 \text{ N} \Rightarrow F_{CD} =$$

15

$$\sum F_y = m \bar{a}_y$$

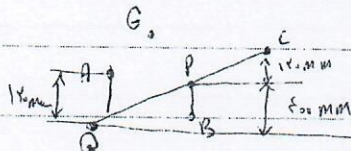
$$F_{CD} \times \left(\frac{1}{\sqrt{14}} \right) - 2000 \times 9.81 + R_A + R_B = 0$$

$$R_A = 11350 \text{ N} \quad R_B = 6000$$

روش دوم

$$\sum M_P = \bar{I} \ddot{\alpha} + m \bar{a} d$$

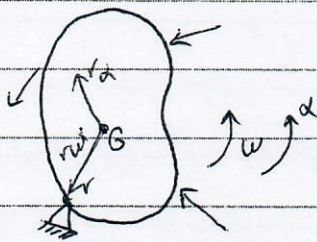
$$2000 \times 9.81 \times 1000 - 2000 R_A = -4000 \times 0.20 \Rightarrow R_A = 11350 \text{ N}$$



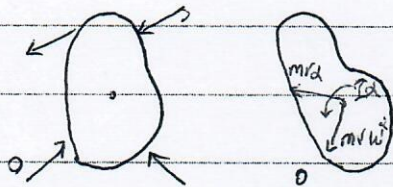
$$\sum M_Q = m \bar{a} d$$

$$2000 R_B - (2000 \times 9.81) \times 1000 = -9800 \times 4000 \Rightarrow R_B = 6000$$

چرخش جسم صلب حول یک نقطه ثابت *



5



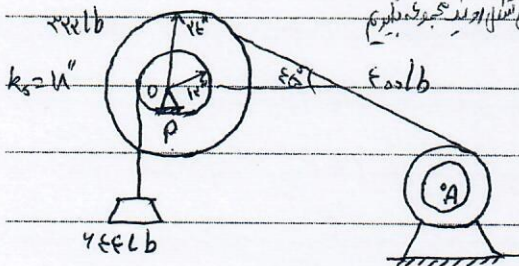
$$\sum M_O = I \alpha + (mr \alpha) r = (\bar{I} + mr^2) \alpha$$

$$\begin{cases} \sum M_O = I_O \alpha \\ \sum \vec{F} = m \vec{a} \end{cases}$$

$$k_O = \sqrt{\frac{I_O}{m}} \Rightarrow \bar{k} = \sqrt{\frac{\bar{I}}{m}}$$

10

موتور A با چرخانند قرقره‌ی ۳۲۲ lb، P و وزنه ۴۴۴ lb را بالای یک نیروی که موتور با چرخانند
پیش و اورد می‌زند. برابر با ۴۴۴ lb باشد. عکس العمل تکیه‌گاه O و شتاب زاویه‌ی قرقره را حساب کنید.
(شتاب تیرا سیون قرقره نسبت به O برابر ۱۱ in است) * شتاب و سرعت را در محورها بنویسید



$$-444 \times \frac{1}{12} + 400 \times \frac{1}{12} = 22 \times 12 \alpha + 400 \left(\frac{1}{12} \right)^2 \alpha^2 \Rightarrow \alpha = 3.97 \text{ rad/s}^2$$

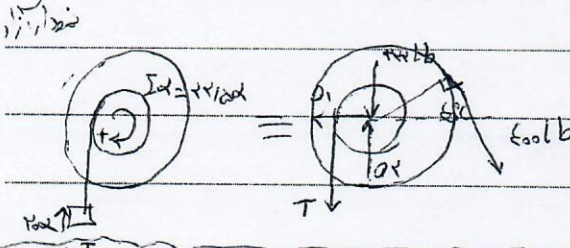
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow O_1 = 400 \sqrt{2} = 565.68 \text{ lb}$$

$$\sum F_y = 200 \Rightarrow -444 + O_2 - 222 - 400 \sqrt{2} = 20 \times 3.97 \Rightarrow O_2 = 1322 \text{ lb}$$

$$I = mk_O^2$$

$$I = \frac{422}{32.2} \left(\frac{11}{12} \right)^2 = 22.12 \text{ lb ft sec}^2$$

20



$$ma = \frac{444}{32.2} \times \frac{1}{12} \alpha = 200$$

25

$$\Sigma F = ma$$

$$T - 4EF = 40\alpha$$

$$\Sigma M_O = I_O \alpha$$

$$400 \times \frac{4}{3} - \frac{1}{12} T = 4212 \alpha$$

$$\alpha = 4.44 \text{ Rad/s}^2$$

$$T = 717 \text{ lb}$$

5

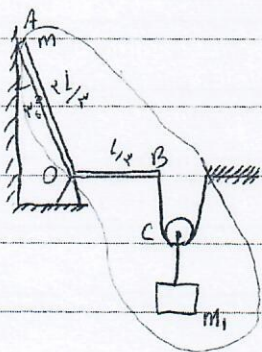
$$\Sigma F_{Ox} = m \bar{a}_{Ox} = 0$$

$$Q_1 = 400 \sqrt{2} = 565.68 \text{ lb}$$

$$\Sigma F_y = m \bar{a}_y = 0$$

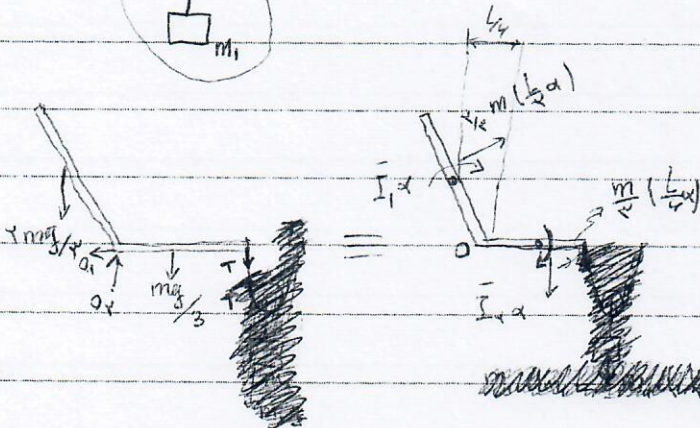
$$-717 + Q_1 - 422 - 400 \sqrt{2} = 0 \Rightarrow Q_1 = 1422 \text{ lb}$$

10



سیله با جرم m با یک پیچ به دیوار استوار است. در $t=0$ رها شده است و
 انتهای آن به وسیله یک کابل و قرقره به یک سیله m_1 متصل شده و از آنجا به
 نشان داده شده به سمت راست حرکت می‌کند. در حالت اول $t=0$ و $(4m)$ و
 * $(m_1 = 40 \text{ و } m = 40)$

15



20



$$m_1 a_{m_1} = m_1 \left(\frac{a}{2} \right) = \frac{m_1 a L}{4}$$

25

$$m_1 g - 2T = m_1 \frac{L \alpha}{4}$$

$$\bar{I}\alpha + \frac{r}{R} m \left(\frac{L}{r} \right) \left(\frac{L}{r} \right) + \bar{I}\alpha + \left(\frac{m}{r} \frac{L}{r} \alpha \right) \frac{L}{r} = -\frac{r m g}{r} \frac{L}{r} + \frac{m g}{r} \frac{L}{r} + \frac{L T}{r}$$

$$\underbrace{\left[\bar{I} + \frac{r}{R} m \left(\frac{L}{r} \right)^2 \right]}_{I_0} \alpha + \underbrace{\left[\bar{I} + \frac{m}{r} \left(\frac{L}{r} \right)^2 \right]}_{I_0} \alpha = \frac{-m g L}{1 \cancel{r}} + \frac{L T}{r}$$

$$\left[\frac{1}{r} (r m r) \left(\frac{L}{r} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{m}{r} \left(\frac{L}{r} \right)^2 \right] \alpha = -\frac{m g L}{1 \cancel{r}} + \frac{L T}{r} \quad 5$$

$$\left[\frac{1}{r} (r \times r_0) \left(\frac{L}{r} \right)^2 + \frac{1}{r} \left(\frac{r_0}{r} \right) \left(\frac{L}{r} \right)^2 \right] \alpha = \frac{-r_0 \times \cancel{r} \times L}{1 \cancel{r}} + \frac{r T}{r}$$

$$\begin{cases} r_0 \alpha = -10 g + r T \\ r_0 g - r T = r_0 \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{9.1 \cancel{1}}{1 \cancel{r}} = 9.1 \text{ rad/s}^2$$

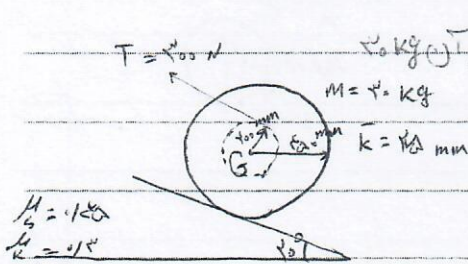
$$\Rightarrow T = 9.1 \cancel{N}$$

10

15

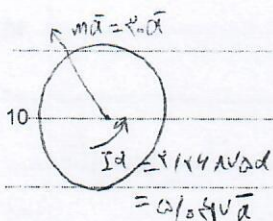
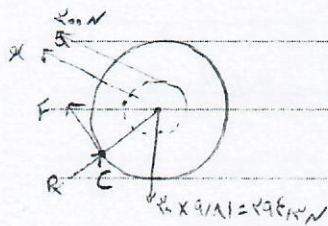
20

25



این قرقره به شعاع داخلی ۱۵ میلی‌متر و شعاع خارجی ۴۰ میلی‌متر است و جرم آن ۳ کیلوگرم است و دور میله‌ای دافنی ۱۵ میلی‌متر از لبه‌ی چپ به شعاع ۱۵ میلی‌متر از لبه‌ی راست میله‌ای در حالت سکون قرار گرفته که به شعاع ۱۵ میلی‌متر است و نیروی ۳۰۰ نیوتن کشیده می‌شود و اگر ضریب اصطکاک و ضریب اصطکاک به ترتیب ۰/۱۵ و ۰/۱۲ باشد که استاب مرکز این قرقره چقدر است؟ (یعنی همانی سطح شیب‌دار است) *

چقدر طول می‌کشد تا این قرقره در مرکز و روی سطح قرار گیرد و در آن صورت سرعت مرکز قرقره چقدر است؟



$$\bar{I} = m \bar{k}^2 = 3 \times 0.15^2 = 21.414 \text{ kg.m}^2$$

$$\bar{\alpha} = r \alpha = 0.15 \alpha$$

$$\sum M_C = \bar{I} \alpha + m \bar{a} d$$

$$300 \times 0.40 - 29.4 \times 0.15 \sin 30^\circ = 21.414 \bar{\alpha} + 3 \times \bar{\alpha} (0.15)$$

$$\Rightarrow \bar{\alpha} = 1.07 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F_x = m \bar{a}_x \rightarrow F + 300 - 29.4 \sin 30^\circ = 3 (1.07) \rightarrow F = 42.19 \text{ N}$$

$$\sum F_y = m \bar{a}_y \rightarrow 29.4 \cos 30^\circ - R = 0 \rightarrow R = 274.14 \text{ N}$$

$$F_{\max} = \mu_s R = 0.15 \times 274.14 = 42.19 \text{ N} > 42.19 \text{ N} \quad \checkmark$$

20

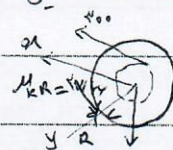
$$x = \frac{1}{2} \bar{\alpha} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times 0.15}{1.07}} = 1.1 \text{ s}$$

$$v = \bar{\alpha} t \rightarrow v = 1.1 \times 1.07 = 1.18 \text{ m/s}$$

25

اگر نزدیک اصطکاک استاتیکی و ۱/۱۲ و نزدیک اصطکاک جنبشی و ۰/۱ باشد و مسند ی قبل را حل کنید *

$$F_{max} = \frac{1}{2} R = 0.12 \times 9.8 \times 10 = 11.76 \text{ N} < 41.9 \text{ N}$$



$$\sum M_G = I \alpha$$

$$9.8/44 \times 0.5 \times R + 300 \times 0.12 = 21.24 \times \alpha$$

5

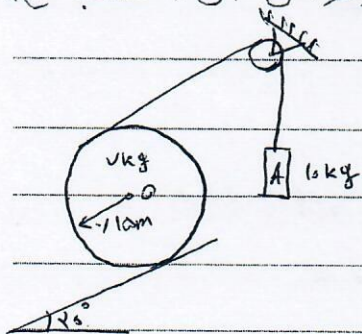
$$\sum F_x = m \bar{a}_x \rightarrow 300 - 9.8/44 - 29.412 \sin 40^\circ = 30 \bar{a} \rightarrow \bar{a} = 0.122 \text{ m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \times 0.122 \times 5} = 1.104 \text{ m/s}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 5}{0.122}} = 9.12 \text{ s}$$

10

در شکل نشان داده شده، توپ در لحظه اول با سرعت ۷ m/s و شعاع ۱۵۰ mm به وسیله ی نخ به دور آن پیچیده و از قوس عبور کرده به فرود می آید. ۱۰ kg به متصل است * دیس روی سطح شیبدار قرار دارد * اگر نخ صاف باشد و شیبدار باشد و جسم از حالت سکون رها شود و شتاب زاویه ای دیس را به شرطی که ۱۵ دیس به صورت خالی (بدون نخ) به شتاب بگیرد * محاسبه ی شتاب زاویه ای دیس (شرخوردن آن را حساب کنید) *



$$a_B = \bar{a}$$

$$a_A = 2 \bar{a}$$

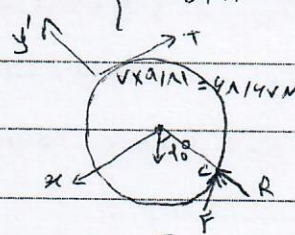
$$a_A = 2 \bar{a} = 0.122 \times 2 = 0.244 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{a} = 0.122 \text{ m/s}^2$$

و نزدیک اصطکاک سطح صاف است *

$$v^2 = 2 a x \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 0.122 \times 5} = 1.104 \text{ m/s}$$

$$v = 0.122$$



20

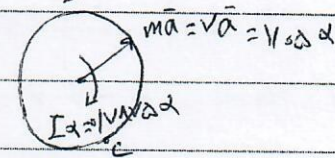
$$I = k m r^2 = \frac{1}{2} (7) (0.15)^2 = 0.07875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\sum F_y = m a_y \text{ (1) } \downarrow$$

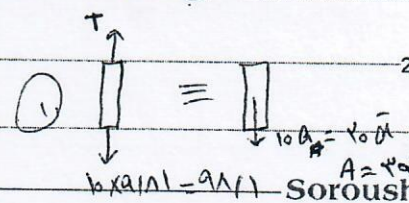
$$9.8/11 - T = 4.2 \text{ (2)}$$

$$\sum M_C = I \alpha + m \bar{a} d \text{ (3)}$$

$$13T - 9.8/11 (0.15 \sin 40^\circ) = 0.07875 \alpha + 4.2 \times 0.15 (0.15) \text{ (3)}$$



25



Soroush

۵۴

I $\rightarrow \alpha = 4 \text{ rad/s}^2$, $T = 4 \text{ kN}$
 II

$$\sum F_y' = m \bar{a}_y'$$

$$5 - 4 \times 1.4 \cos 40^\circ + R = 0 \quad R = 4.46 \text{ kN}$$

$$\sum F_{xt} = m \bar{a}_x$$

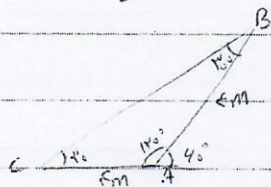
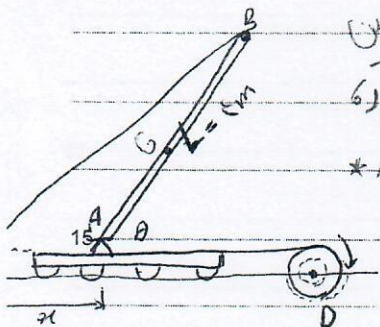
$$4 \times 1.4 \sin 40^\circ - F - T = -1.105 \alpha$$

$$F = 1.17 \text{ kN}$$

$$\mu_{\min} = \frac{F}{R} = 0.26$$

10

دال بقی AB به جرم ۱۲ تن به آهستگی توسط موتور D و کابل متصل به بقی چرخدار باشد می شود
 در موقعیت $\theta = 40^\circ$ ، α فاصله ای کفی چرخدار تا نقطه ای ثابت C روی زمین
 برابر با ϵ متر است . اگر در این موقعیت کابل متصل به موتور با رد شود
 شتاب کفی (که جرم آن ناچیز است) و کشش کابل متصل به زمین را حساب کنید *

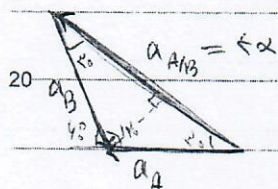


$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$a_A \leftarrow$$

$$a_B \swarrow 40^\circ$$

$$a_{A/B} \swarrow 40^\circ$$



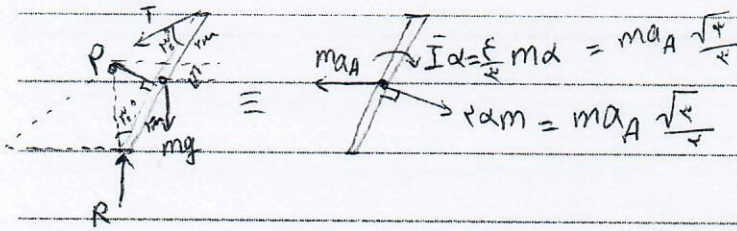
$$a_B = a_A$$

$$a_{A/B} = \epsilon \alpha = 2 a_A \cos 40^\circ \Rightarrow \epsilon \alpha = a_A \sqrt{3}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a} = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}$$

$$a_{G/A} = \overline{AG} \alpha = 2 \alpha \quad \swarrow 40^\circ$$

25



$$\overset{+}{\curvearrowleft} \sum M_P$$

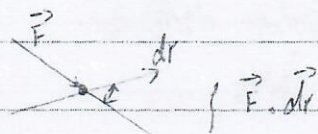
$$mg(x \sin 45^\circ) = m a_A \frac{\sqrt{r}}{r} + m a_A \left(\frac{r}{\cos 45^\circ} - r \cos 45^\circ \right) \Rightarrow a_A = \frac{g}{\frac{\sqrt{r}}{r} + \frac{r}{\sqrt{r}} - \sqrt{r}} = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overset{+}{\leftarrow} \sum F_x$$

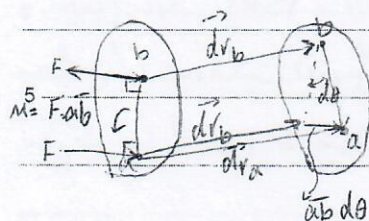
$$T \cos 45^\circ = m a_A - m a_A \frac{\sqrt{r}}{r} \cos 45^\circ = \frac{m}{\epsilon} a_A \Rightarrow T = \frac{m a_A}{\epsilon \sqrt{r}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{12 \times 10}{\epsilon \sqrt{r}} \Rightarrow T = 291.5 \text{ kN}$$

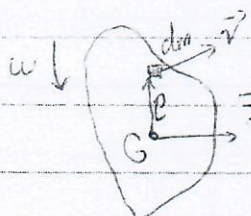
$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| |d\vec{r}| \cos \theta$$



کار و انرژی



$$F \cdot ab \cdot d\theta = \int M d\theta$$



انرژی جنبشی یک جسم جامد

$$T = \int_m \frac{1}{2} v^2 dm$$

$$\vec{v} = \vec{v}_G + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v} = (\vec{v}_G + \vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{v}_G + \vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$v^2 = \vec{v}_G \cdot \vec{v}_G + (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2 \vec{v}_G \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$v^2 = v_G^2 + r^2 \omega^2 + 2 \vec{v}_G \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

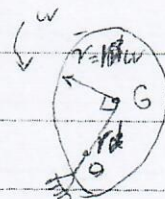
$$T = \int_m \frac{1}{2} [v_G^2 + r^2 \omega^2 + 2 \vec{v}_G \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r})] dm$$

$$T = \frac{1}{2} v_G^2 \int_m dm + \frac{1}{2} \omega^2 \int_m r^2 dm + \vec{v}_G \cdot (\vec{\omega} \times \int_m \vec{r} dm)$$

20

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$T = \frac{1}{2} m (v_G \omega)^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (m r_G^2 + I) \omega^2 = \frac{1}{2} I_O \omega^2$$

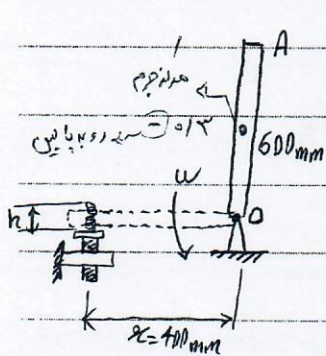


25

$$U' = \Delta T + \Delta \gamma_g + \Delta \gamma_e$$

رابطه کار و انرژی *

تغییر انرژی پتانسیل فنر
تغییر انرژی پتانسیل گرانشی
تغییر انرژی جنبشی جسم صلب



5 میلای نازک ۱۸ kg و ۵ A از حالت سکون و از موقعیت قائم رها می شود.
در هنگامی که از موقعیت افقی می گذرد، فنر با سختی $k = 20 \text{ kN/m}$ را می فشارد و فنر بدون تنظیم شود ($h = ?$) تا سرعت زاویه ای میلای افقی برابر $\omega = 4 \text{ rad/s}$ باشد.

$$U' = \Delta T + \Delta \gamma_g + \Delta \gamma_e$$

$$T = \frac{1}{2} I_o \omega^2 = \frac{1}{2} (111) \omega^2 = 49 \omega^2$$

10

$$I_o = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \times 18 \times 1.2^2 \Rightarrow I_o = 111 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Rightarrow \Delta T = 49 \omega^2 = 49 \times 16 = 784 \text{ (ج)}$$

$$\Delta \gamma_g = m g \Delta h = 18 \times 9.81 \times (-1.2) = -211.7 \text{ (ج)}$$

15

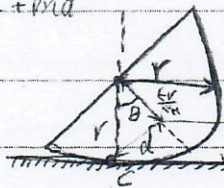
$$\Delta \gamma_e = \frac{1}{2} k h^2 = \frac{20000}{2} \times h^2 = 10000 h^2$$

$$0 = 784 - 211.7 + 10000 h^2 \Rightarrow h = 0.255 \text{ m} = 255 \text{ mm}$$

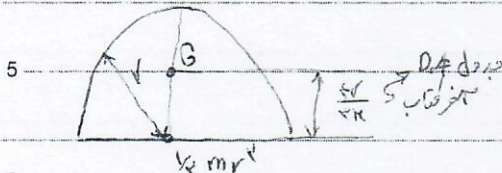
20

25

$$I_C = \bar{I} + md^2$$



نیم چرخ نیلضاف توپ از حالت سکون و از موقعیت نشان داده شده رها می شود. اگر اصطکاک جهت جلوگیری از لغزش کافی باشد بیشترین سرعت زاویه ای نیم چرخ را روی سطح افقی حساب کنید.



$$\bar{I} = \frac{1}{2} mr^2 - m \left(\frac{r}{\sin \theta} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \right) mr^2 = 0.3199 mr^2$$

$$\Delta U = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_c$$

$$10 \quad T = \frac{1}{2} I_C \omega^2$$

$$d^2 = r^2 + \left(\frac{r}{\sin \theta} \right)^2 - 2r \left(\frac{r}{\sin \theta} \right) \cos \theta$$

$$d^2 = \left[1 + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{2}{\sin \theta} \cos \theta \right] r^2$$

$$15 \quad I_C = 0.3199 mr^2 + m \left[1 + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{2}{\sin \theta} \cos \theta \right] r^2$$

$$I_C = \left(1.0 - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} \right) mr^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} \left(1.0 - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} \right) mr^2 \omega^2$$

$$\Delta V_g = mg \Delta h = mg \left[-\frac{r}{\sin \theta} (\cos \theta' - \cos \theta) \right]$$

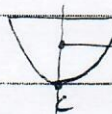
$$0 = \left(1.0 - \frac{2 \cos \theta'}{\sin \theta} \right) mr^2 \omega^2 - \frac{2mg}{\sin \theta} (\cos \theta' - \cos \theta) r$$

$$20 \quad \omega^2 = \frac{2g}{\sin \theta} \frac{\cos \theta' - \cos \theta}{1.0 - \frac{2 \cos \theta'}{\sin \theta}}$$

$$\cos \theta' = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2g}{\sin \theta} \frac{0 - \cos \theta}{1.0 - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta}} \Rightarrow 1.0 - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} + \frac{2}{\sin \theta} (1.0 - \cos \theta) = 0$$

روش دوم

$$\theta = \theta \Rightarrow T = 0$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{r}{R}\right)r = h$$


$$I_C = \frac{1}{2} m r^2 + m \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 r^2$$

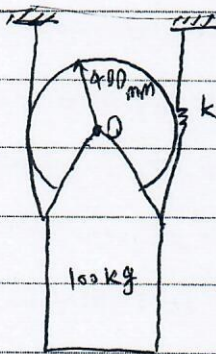
$$I_C = \frac{1}{2} m r^2 + m r^2$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} I_C \omega_{\max}^2 = \frac{3}{4} m r^2 \omega_{\max}^2$$

$$\Delta T_g = mg(h_f - h_i) = -\frac{5mg}{4R} (1 - \cos \theta) r$$

$$0 = \frac{3}{4} m r^2 \omega_{\max}^2 - \frac{5mg}{4R} (1 - \cos \theta) r$$

$$\omega_{\max}^2 = \frac{5}{3} \frac{g}{R} (1 - \cos \theta)$$



جرم این تیر 100 kg است و شتاب تیر از پایین حول مرکز جرم 200 mm است *
 یک فنر با جرم 100 kg به آن متصل است و بایک کابل و یک فنر با جرم 100 kg به آن متصل است *
 فنر 100 kg به آن متصل است و به یک فنر دیگر به آن متصل است *
 فنر 100 kg به آن متصل است و به یک فنر دیگر به آن متصل است *

$$I = 100 \times 100^2 = 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\gamma_0 = 1 \text{ f W} \rightarrow W = 1/2 \gamma_0$$

$$T = \frac{1}{2} (100 \times \gamma_0^2 + \frac{1}{2} I \omega^2) = \frac{1}{2} (100 \times \gamma_0^2 + \frac{1}{2} (10^6) (\gamma_0^2)) \Rightarrow T = 19104 \gamma_0^2$$

$$\Delta T_g = 100 \times 9.81 (-1/2) = -490.5 \text{ (ج)}$$

~~در ادامه~~

$$\alpha_1 = 0.1 \text{ m}, \alpha_2 = 0.1 + 2 \times 0.1 = 0.3 \text{ m}$$

$$\Delta T_e = \frac{1}{2} k (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) = \frac{1000}{2} (0.3^2 - 0.1^2) = 40 \text{ (ج)}$$

$$U' = \Delta T + \Delta T_g + \Delta T_e = 0 \Rightarrow 0 = 19104 \gamma_0^2 - 490.5 + 40 \Rightarrow \gamma_0 = 4.44 \text{ m/s}$$

$$U = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$$

با استفاده از (ایکس) کار و انرژی

$$dU' = dT + dV_g + dV_e$$

$$T = \sum \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \sum \frac{1}{2} I \omega^2$$

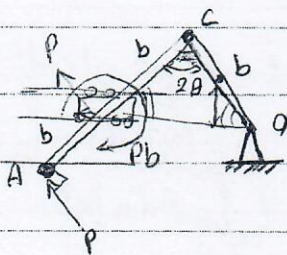
$$dT = \sum m \vec{v} d\vec{v} + \sum I \omega d\omega$$

$$dT = \sum m \vec{a} d\vec{s} + \sum I \alpha d\theta \quad \therefore$$

$$dV_g = \sum m g dh \quad \therefore$$

$$dV_e = \sum k x dx \quad \therefore$$

10



سیستم نشان داده شده در معنی افقی قرار دارد (و شتاب)

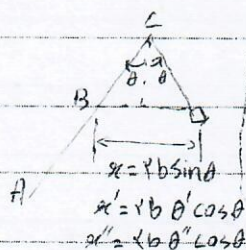
ماده های AC و BC جرم m و طول $2b$ و لغزشی در B

جرم ناچیز + شتاب زاویه ای صاف را در هنگام انحراف

در سمت راست و چپ

15

$$T = \frac{1}{2} I_{OC} \omega^2 + \frac{1}{2} I_{AC} \omega^2 + \frac{1}{2} m_{AC} v_B^2$$



$$I_{OC} = \frac{1}{2} m b^2$$

$$I_{AC} = \frac{1}{12} (2m) (2b)^2 = \frac{2}{3} m b^2$$

$$x = 2b \sin \theta \quad x' = 2b \theta' \cos \theta \quad x'' = 2b \theta'' \cos \theta - 2b \theta'^2 \sin \theta \quad \text{if } \theta = 0 \rightarrow x'' = 2b \theta'' \cos \theta = 2b \alpha \cos \theta$$

$$20 \quad T = \frac{1}{2} m b^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m b^2 \omega^2 + m v_B^2 = m b^2 \omega^2 + m v_B^2$$

$$dT = m b^2 \omega d\omega + 2 m v_B dv_B = m b^2 \alpha d\theta + 2 m \underbrace{\frac{d}{dt} (2b \cos \theta)}_{x''} dx = m b^2 \alpha d\theta + 2 m (2b \cos \theta) (2b \cos \theta d\theta)$$

$$= m b^2 \alpha (1 + 4 \cos^2 \theta) d\theta$$

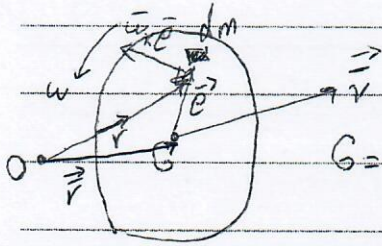
$$\text{Soroush}$$

$$25 \quad dU' = (Pb) d\theta + (P \cos \theta) dx = Pb d\theta + (P \cos \theta) (2b \cos \theta d\theta) = Pb (1 + 2 \cos^2 \theta) d\theta$$

$$dU' = dT \Rightarrow Pb (1 + 2 \cos^2 \theta) = m b^2 \alpha (1 + 4 \cos^2 \theta)$$

Soroush

۹۱



$$\vec{G} = \int_m \vec{v}_{dm} dm \quad \therefore$$

$$= \int (\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}) dm = \int_m \vec{v} dm + \int_m \vec{\omega} \times \vec{r} dm \quad 5$$

$$= \vec{v} \left[\int_m dm \right] + \vec{\omega} \int_m \vec{r} dm \quad \rightarrow \vec{G} = m\vec{v} \quad \therefore$$

$$\vec{G}' = m\vec{v}' = m\vec{a} = \sum \vec{F} \rightarrow d\vec{G} = \sum \vec{F} dt \rightarrow \Delta \vec{G} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F} dt \quad \therefore$$

$$\Delta G_x = \Delta(m\bar{v}_x) = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_{ix} dt \quad \therefore$$

$$\Delta G_y = \Delta(m\bar{v}_y) = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_{iy} dt \quad \therefore$$

اندازه حرکت زاویه ای جسم الصلب *

$$H_G = \int_m \vec{r} \times \vec{v}_{dm} dm = \int_m \vec{r} \times (\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}) dm = \int_m \vec{r} \times \vec{v} dm + \int_m \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dm$$

15

$$H_G = \int_m \omega r^2 dm = \omega \int_m r^2 dm = \bar{I} \omega \quad \therefore$$

$$H_G' = \bar{I} \omega' = \bar{I} \alpha = \sum M_G \quad \therefore$$

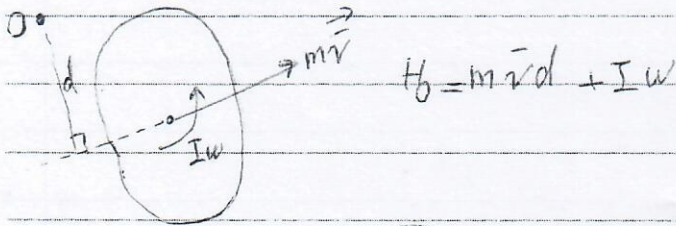
$$dH_{G/G} = \sum M_{G/G} dt \rightarrow \Delta H_{G/G} = \int_{t_1}^{t_2} \sum M_{G/G} dt \quad \therefore$$

$$\vec{H}_O = \int \vec{r} \times \vec{v}_{dm} dm = \int \vec{r} \times (\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}) dm = \int \vec{r} \times \vec{v} dm + \int \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dm$$

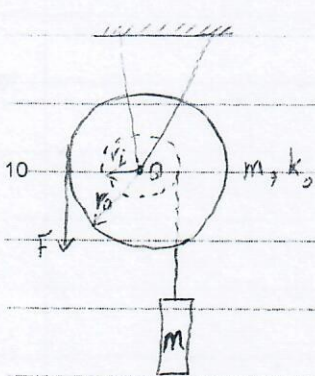
$$= \left[\int \vec{r} dm \right] \times \vec{v} + \int \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dm + \int \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dm$$

25

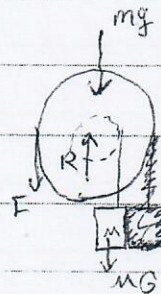
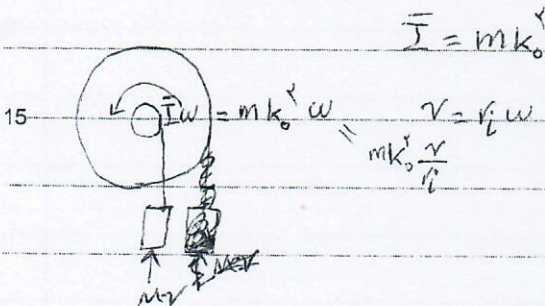
$$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v} + H_G \quad \therefore$$



$$5 \quad \vec{H}_O = \sum \vec{r}' \times m \vec{v}' + \sum \vec{r}' \times m \vec{v}' + \vec{H}_O' \Rightarrow H_O = \sum \vec{M}_O$$



قرقره‌ای نشان داده شده به قسمت های دایمی خارجی آن، یک جایی پیچیده شده است.
 یک دایمی وزنه ای به جرم M متصل است و نیروی F به یک خارجی وارد می شود.
 سیستم را در حال سکون نگه داشته و نیروی F را به یک خارجی اعمال می کنیم و بعد از آنکه
 به ثانیه، سرعت وزنه ای افزایش پیدا می دهد (است) جرم قرقره M و شعاع آن r_i است.
 به مرکز k_o است) * $m = 5 \text{ kg}$ و $M = 10 \text{ kg}$ و $r_i = 150 \text{ mm}$ و $r_o = 75 \text{ mm}$ و $k_o = 140 \text{ mm}$
 و $F = 75 \text{ N}$ (است) *



$$+ \downarrow H_O = m k_o^2 \frac{v}{r_i} + M v r_i = M \left[\frac{m}{M} \left(\frac{k_o}{r_i} \right)^2 + 1 \right] v r_i$$

20

$$+ \downarrow \sum M_O = F r_o - M g r_i$$

$$\Delta H_O = \int_{t_1}^{t_2} \sum M_O dt = M \left[\frac{m}{M} \left(\frac{k_o}{r_i} \right)^2 + 1 \right] v r_i = (F r_o - M g r_i) / (v)$$

$$25 \quad v = \frac{v \Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \times 9.11 \times 10^{-3}}{10 \left[\left(\frac{140}{150} \right)^2 + 1 \right] (7/10)} \Rightarrow v = 0.11 \text{ m/sec}$$

page: ()

Subject:

Year : Month : Day : ()

5

10

15

20

25

Soroush