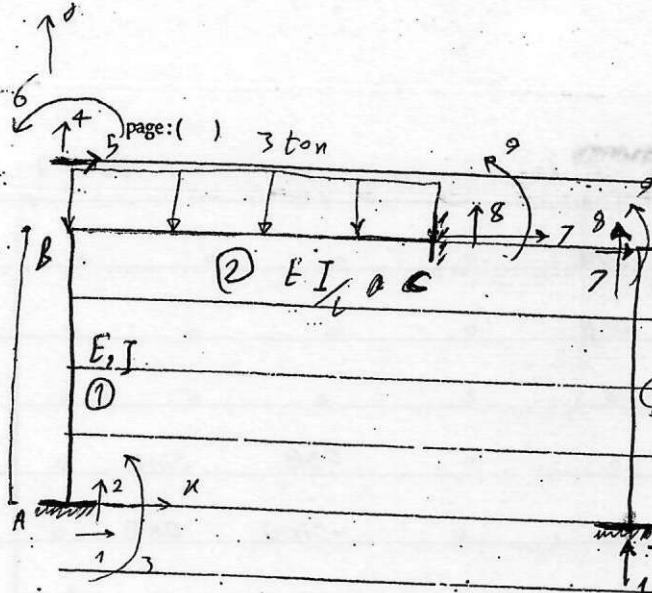


Year: Month: Day: ()



رویس شماره کتابی

بار چوبی و مس سماره اول و بار رسی دوم و بار رسی سماره ۸

کشی اول و دوم مورد محاسبه قرار می گیرد

Handwritten notes on lined paper:

1

6

7

8

9

Handwritten text at the top right: $\frac{1}{8}$ and $\frac{1}{9}$ (possibly representing $\frac{1}{8}$ and $\frac{1}{9}$).

Handwritten text in the middle right: K_{17}, K_{18}, K_{19} (possibly representing K_{17}, K_{18}, K_{19}).

Handwritten text in the bottom right: K_{17}, K_{18}, K_{19} (possibly representing K_{17}, K_{18}, K_{19}).

Subject:

Year: Month: Day: ()

دوره باقی مانده و زنی

page: () فصل 5

معادله انتگرالی و رابطه بین تابع و مشتق چهار داریم. مشتق معادله (معادله انتگرالی) را می توان به این صورت نوشت:

تغییر تابع در حد و تغییرات تابعی مشتق، معادلات انتگرالی

5

$$F(y, y', x) = 0 \quad y(x) = ?$$

معادله انتگرالی طریقی و معادله

تابعی که مشتق آن را معادله انتگرالی و معادله انتگرالی

10 تابع معادله مشتقات تابع و تغییرات در حد انتگرال تابع است.

$$F(y^n, y^{n-1}, \dots, y, x) = 0$$

نقطه طریقی

اگر معادله انتگرالی هیچ کدام از این ها و مشتقات y نکات 2 باشد معادله انتگرالی و معادله انتگرالی

15

$$2y''^2 + y'^2 + xy = 7x$$

معادله انتگرالی غیر خطی خواهد بود.

هیچ راهی برای حل معادلات انتگرالی غیر خطی وجود ندارد.

مثال:

دوره باقی مانده و زنی 8

$$y' = x \quad y(x) = ? \quad \xrightarrow{\text{حالت}} \quad y = \frac{x^2}{2}$$

25

$$\frac{dy}{dx} = x \rightarrow dy = x \cdot dx \rightarrow \int dy = \int x \cdot dx \rightarrow y = \frac{x^2}{2} + c$$

$$y' + yz = 0 \rightarrow y = e^{-x} \quad , -e^{-x} + e^x z = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + yz = 0$$

$$-dy = -y \cdot dx \rightarrow \frac{dy}{y} = -dx \quad , \int \frac{dy}{y} = -\int dx \quad , \ln y = -x + C \quad , y = e^{-x+C}$$

در این حالت می توانیم از روش جداسازی متغیرها استفاده کنیم

$$D[y(x), x] = 0 \quad \text{و به دست می آید}$$

$$y^* \quad \text{و به دست می آید}$$

$$D[y^*(x), x] = R_{\min}$$

$$y^* \quad D \quad R_{\min} \quad \text{و به دست می آید}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

درستی حل معادله تفاضلی: ۱۱ درستی شوری طارین

(۲) درستی تفاضلی باقی مانده درستی

تفاوت معادله تفاضلی

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y_2 - y_1}{\Delta x}$$

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y_2 - y_1}{\Delta x} \Rightarrow y_2 = y_1 + y' \Delta x$$

درستی اجزاء معادله تفاضلی برای حل اعدادی که در دسترس نیستند از اعدادی که در دسترس است

درستی تفاضلی معادله تفاضلی در دسترس است که جواب آنجا که معادله تفاضلی است

درستی اجزاء معادله تفاضلی معادله تفاضلی در دسترس است

$$y' + y = 0 \Rightarrow y = e^{-x}$$

$$y' + 2y + 2x^2 = 0$$

$$D_1[y(x), x] = 0$$

$$y'' + 2xy + y' - x = 0$$

$$D_2[y(x), x] = 0$$

$$3y^3 + y'^2 + y'' + x + 1253 = 0$$

$$D_3[y(x), x] = 0$$

۸ حالتی معادله تفاضلی

$$D[y(x), x] = 0$$

Soroush

$$y(x) \quad y'(x) \quad R(x) \rightarrow \text{باقی مانده}$$

فعلیه ای قابل قبول است که با فرض تابع $R(x)$ در $[a, b]$ به صورت زیر تعریف شود:

* جوابی قابل قبول است که $R(x)$ را در $[a, b]$ Min می کند.

محل استیسی $y^*(x)$ در a

$$\Rightarrow D[y^*(x), x] = R(x) \quad a \leq x \leq b$$

B.C $\int$ رابطه $y(a) = y_1$ و $y(b) = y_2$

C.B $\int$ رابطه $y(a) = y_1$ و $y(b) = y_2$

رابطه $y(a) = y_1$ و $y(b) = y_2$ (B.C) و رابطه $y(a) = y_1$ و $y(b) = y_2$ (C.B)

اگر تابع $y^*(x)$ را به صورت زیر بنویسیم:

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot N_i(x)$$

$N_i(x)$: تابع پایه

C_i : ضرایب

$$y(x) = \sum_{i=1}^3 C_i \cdot N_i(x) = C_1 \cdot N_1(x) + C_2 \cdot N_2(x) + C_3 \cdot N_3(x)$$

* اگر تابع $y^*(x)$ را به صورت زیر بنویسیم:

$N_i(x)$: تابع پایه

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

از رابطه‌ی بالا

$$y(a) = 0 \quad \text{و} \quad y(b) = 0$$

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot N_i(x)$$

$$5 \quad D[y^*(x), x] = R(x)$$

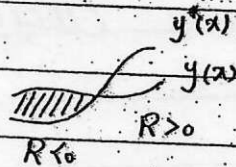
$$\int_a^b w(x) R(x) \cdot dx = 0$$

تابع وزن

تابع وزن تابعی است که از آن به کمک ضرایب می‌توانیم جواب را پیدا کنیم.

10

$$w(x) \neq 1 \quad \rightarrow \quad \int_a^b R(x) \cdot dx = 0 \quad \rightarrow \quad \text{که ضریب قابل قبول است}$$



15

$$w(x) = R(x) \quad \rightarrow \quad \int_a^b R^2(x) \cdot dx = 0 \quad \rightarrow \quad \text{قابل قبول است}$$

از آن ضرایب قابل قبول

20

روش گالارکین (Galerkin Methode)

$$w_i(x) = N_i(x) \quad \rightarrow \quad \int_a^b N_i(x) \cdot R(x) \cdot dx = 0$$

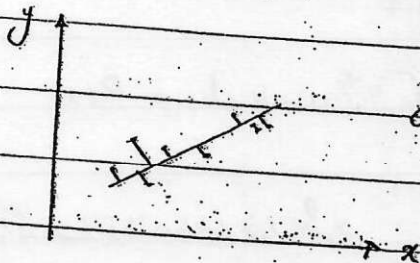
25

N_i معادله درجه دوم است که در a و b صفر می‌شود و در c ضریب می‌گیرد.

$$\text{Soroush} \quad N_1(x) = (x-a)(x-b)$$

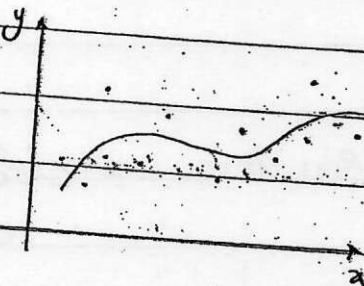
$$y^*(x) = C_1 (x-a)(x-b)$$

در این صورت می توانیم این از روش های اجزای ثابت و درستی است.



خطی با شیب مثبت است
باز می شود

خطی با شیب منفی است
min به نام است



10- در محاسبه خطی با شیب مثبت یا منفی
اگر در این حالت (a, b) نامیده می شود
به عنوان آن که مشتق گرفتن با اشتغال
گرفته و جواب آن را می گیریم

15- در این صورت

معادله این است $D[y(x), x]_{x_0} = y(x)$ ؟

Try $y^*(x) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot N_i(x)$

$\Rightarrow D[y^*(x), x] = R(x, C_i)$

$N_i(x)$ تابع از پایه ها هستند و در حقیقت
در این صورت (x, C_i) را می گیریم

$\Rightarrow \int_a^b \underbrace{N_i(x)}_{w_i(x)} \cdot \underbrace{R(x, C_i)}_{\text{تابع درستی}} dx = 0$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$y^* = C_i \cdot N_i(x)$$

$$N_i(x) = (x-a)^p (x-b)^q$$

$$N_i(x) = \underline{a_0} + \underline{a_1}x + \underline{a_2}x^2 \quad \leftarrow x=b, x=a \rightarrow \text{Siob}$$

$$y'' - 10x^2 - 5 = 0$$

: exp

$$y'' - 10x^2 = 5 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$y(0) = 0 \quad ; \quad y(1) = 0 \quad \rightarrow (a=0, b=1)$$

$$N_i(x) = (x-a)(x-b) \quad \text{(Siob)}$$

$$N_i(x) = x(x-1) = x^2 - x \quad \text{(Siob)}$$

$$y^*(x) = C_1(x^2 - x)$$

20

$$R(x, C_1) = D[y^*(x), x]$$

$$y^*(x) = C_1(x^2 - x)$$

$$25 \quad y'^*(x) = 2C_1(x-1)$$

$$y''(x) = 2C_1$$

$$D[y^*(x), x]$$

$$R(x, C_1) = 2C_1 - 10x^2 - 5$$

$$N_1(x) = (x^2 - x)$$

$$\int_a^b N_1(x) (2C_1 - 10x^2 - 5) dx = 0$$

$$\int_0^1 (x^2 - x) (2C_1 - 10x^2 - 5) dx = \int_0^1 (2C_1x^2 - 10x^4 - 5x^2 - 2C_1x + 10x^3 + 5x) dx = 0$$

$$C_1 = 4$$

$$y^*(x) = 4x(x+1)$$

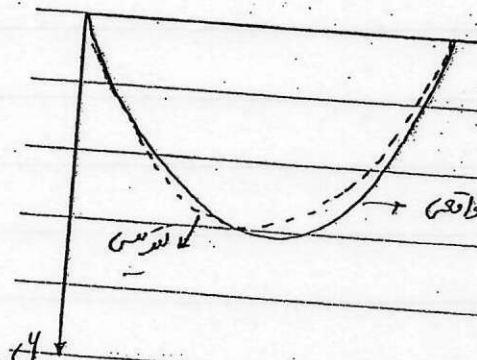
Check:

$$y'' - 10x^2 - 5 = 0$$

$$\int y'' = \int 10x^2 + 5$$

$$\int y' = \int \frac{10x^3}{3} + 5x + C_1$$

$$y = \frac{10x^4}{12} + \frac{5x^2}{2} + C_1x + C_2$$



Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\begin{cases} y'' - 10x^2 - 5 = 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0, \quad y(1) = 0 \end{cases}$$

exp و این دو معادله را برای تقریب از تابع $y(x)$ در بازه $[0, 1]$ استفاده می‌کنیم.

$$y'' - 10x^2 - 5 = 0$$

این معادله را می‌توانیم به صورت $y'' = 10x^2 + 5$ بنویسیم. این معادله را می‌توانیم با استفاده از روش گال (Galerkin) حل کنیم.

$$N_1 = x(x-1), \quad N_2 = x^2(x-1)$$

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot N_i(x)$$

$$y^*(x) = c_1 x(x-1) + c_2 x^2(x-1)$$

10

$$(x-a)^p (x-b)^q$$

$$R(x, c_1, c_2) = D[y^*(x), x] = (y^*)'' - 10x^2 - 5$$

$$b) \quad y^{*'}(x) = 2c_1 x - c_1 + 3c_2 x^2 - 2c_2 x$$

$$y^{*''}(x) = 2c_1 + 6c_2 x - 2c_2$$

$$R(x, c_1, c_2) = 2c_1 + 6c_2 x - 2c_2 - 10x^2 - 5$$

20

$$\begin{cases} \int_0^1 N_1(x) \cdot R(x, c_1, c_2) dx = 0 \\ \int_0^1 N_2(x) \cdot R(x, c_1, c_2) dx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{c_1}{3} - \frac{c_2}{6} + \frac{4}{3} = 0 \\ -\frac{c_1}{6} - \frac{2c_2}{15} + \frac{3}{4} = 0 \end{cases}$$

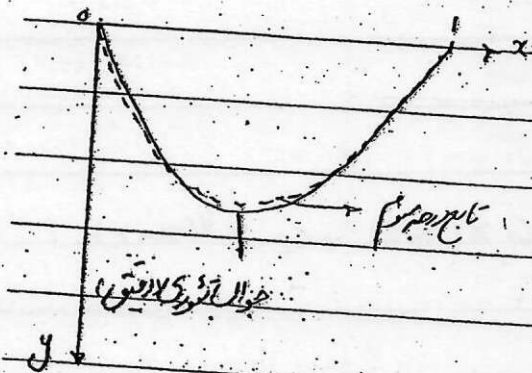
25

$$y^* = \frac{5}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{19}{6}x$$

حل انتگرالی

$$y(x) = \frac{5}{6}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{19}{3}x$$

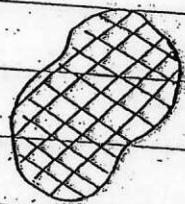
حل انتگرالی



در اجزای محدود می توانیم سطحی مانند دود را تبدیل به یک حالت دیگر در دود

15 با توجه به روش اجزای محدود سطح را به خلال تبدیل می کنیم و برای هر خلال با استفاده از روش انتگرال

معادله انتگرالی مانند $y^*(x)$ حل می کنیم و خواهیم دید برای هر بازه با توجه به روش انتگرال می توانیم


 $y^*(x)$

خواهیم داشت

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

حل معادله راندا سبل تدریس:

نقطه در معادله راندا سبل

D.F

$$y(x) = ?$$

5

$$y^*(x) = \text{مجموعه} + \text{مجموعه}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y^*(x) = \sum_{i=1}^N C_i \cdot N_i(x) \\ \int N_i(x) \cdot R(x) dx = 0 \end{array} \right.$$

10

در معادله راندا سبل معادله راندا سبل

معادله راندا سبل و معادله راندا سبل

$$15 \left\{ \frac{d^2 y}{dx^2} + y = 4x \quad 0 \leq x \leq 1 \right.$$

: exp

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) = 0 \\ y(1) = 1 \end{array} \right. \rightarrow \text{مجموعه}$$

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot N_i(x)$$

20

$$N_i(x) = (x-a)^p (x-b)^q$$

$$y^*(x) = C_i (x-a)^p (x-b)^q + \frac{x}{p}$$

25

برای معادله راندا سبل معادله راندا سبل

Soroush

$$\Rightarrow y^*(x) = C_1 x(x-1) + f_1(x)$$

$$y^*(x) = C_1 \underbrace{x(x-1)}_{N_1(x)} + x$$

تابع پایه را می توانیم به صورت $y_1(x) = x(x-1)$ بنویسیم
 و تابع $f_1(x) = x$ را می توانیم به صورت $f_1(x) = x$ بنویسیم

تابع پایه را می توانیم به صورت $y_1(x) = x(x-1)$ بنویسیم
 و تابع $f_1(x) = x$ را می توانیم به صورت $f_1(x) = x$ بنویسیم

$$\int_0^1 N_1(x) \cdot R(x) dx = 0$$

Galerkin Method 8

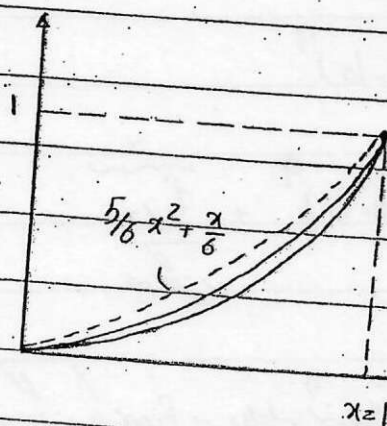
$$(y^*(x))' = 2C_1 x - C_1 + 1$$

$$(y^*)'' = 2C_1$$

$$\Rightarrow 2C_1 + C_1 \underbrace{x(x-1)}_{y^*} + x - 4x = R(x, C_1)$$

$$\int_0^1 x(x-1) \cdot [2C_1 + C_1 x(x-1) + x - 4x] \cdot x dx = 0 \quad \Rightarrow C_1 = \frac{5}{6}$$

$$y^*(x) = \frac{5}{6} x(x-1) + x = \frac{5}{6} x^2 + \frac{x}{6}$$



تابع پایه را می توانیم به صورت $y_1(x) = x(x-1)$ بنویسیم

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - 10x^2 = 5 & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0 = y(1) \end{cases}$$

exp و انتگرال گیری

باستفاده از روش انتگرال گیری

$$y^*(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2$$

(2) در حالتی که

$$\begin{cases} 0 = C_0 \\ C_1 + C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C_2 = -C_1$$

$$y^*(x) = C_1 x - C_1 x^2 = C_1 (x - x^2) = C_1 \cdot N_1(x)$$

در اینجا $N_1(x)$ را به عنوان یک تابع پایه در نظر می‌گیریم

$$(y^*(x))' = -2C_1 x + C_1$$

در اینجا

$$\Rightarrow -2C_1 - 10x^2 - 5 = R(x, C_1)$$

$$(y^*(x))'' = -2C_1$$

20

$$N_1(x) = x - x^2, \quad R = -2C_1 - 10x^2 - 5$$

$$\int_0^1 (x - x^2)(-2C_1 - 10x^2 - 5) dx = 0 \Rightarrow C_1 = -4$$

25

پس تابع $y^*(x)$ به صورت زیر خواهد بود

Soroush

$$y^*(x) = -4(x - x^2)$$

در اینجا $y^*(x)$ را به عنوان یک تابع پایه در نظر می‌گیریم

(4) محل صفر

2/10/1402

$$y^*(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4$$

$$B.C \begin{cases} y(0) = 0 \rightarrow C_0 = 0 \end{cases}$$

$$y(1) = 0 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0$$

$$y^*(x) = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 - (C_1 + C_2 + C_3) x^4$$

$$y^*(x) = \underbrace{C_1 x(1-x^3)}_{N_1(x)} + \underbrace{C_2 x^2(1-x^2)}_{N_2(x)} + \underbrace{C_3 x^3(1-x)}_{N_3(x)}$$

$$\sum_{i=1}^3 C_i \cdot N_i = y^*(x)$$

$$y^*(x) = \sum C_i \cdot N_i(x)$$

$$U_{WE} = R(x, C_1, C_2, C_3) = -12 C_1 x^2 + C_2 (2 - 12 x^2) + C_3 (6x - 12 x^2) - 10 x^2 - 5$$

$$\int_0^1 x(1-x^3) [\quad] dx = 0$$

$$\int_0^1 x^2(1-x^2) [\quad] dx = 0$$

$$\int_0^1 x^3(1-x) [\quad] dx = 0$$

$$y^*(x) = \frac{5}{6} x^4 + \frac{5}{2} x^2 - \frac{10}{3} x$$

Subject:

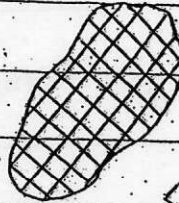
Year: Month: Day: ()

page: ()

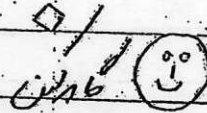
اولی اجزاء مورد مطالعه:



D.F.



D.F.



$$\frac{d^2 y}{dx^2} + f(x) = 0$$

مسئله بایستی (در صورت نیاز) حل شود.

$$a \leq x \leq b$$

$$x=a$$

$$x=b$$

$$y(a) = y_a$$

$$y(b) = y_b$$

طرح کلی و اجزای مورد نیاز:

$$x_0 = a$$

$$x_{M+1} = b$$

$$x_0 \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad \dots \quad (M) \quad x_b$$

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad \dots \quad x_M \quad x_{M+1}$$



$$y^*(x) = \sum_{i=1}^M C_i N_i(x)$$

M+1

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^{M+1} y_i \cdot n_i(x)$$

$C_i \rightarrow y_i$

$n \leftarrow R_n$

مقادیر تابع در نقاط y_i ها تعیین می شود. این نقاط در بازه $[a, b]$ قرار می گیرند. R_n و n مشخص می کنند.

R, n

مثال ۱
 $x_2 < x < x_3$

درای هر x ی y^* (مثلاً)

$y^*(x) = y_2 \cdot n_2(x) + y_3 \cdot n_3(x)$ $x_2 < x < x_3$

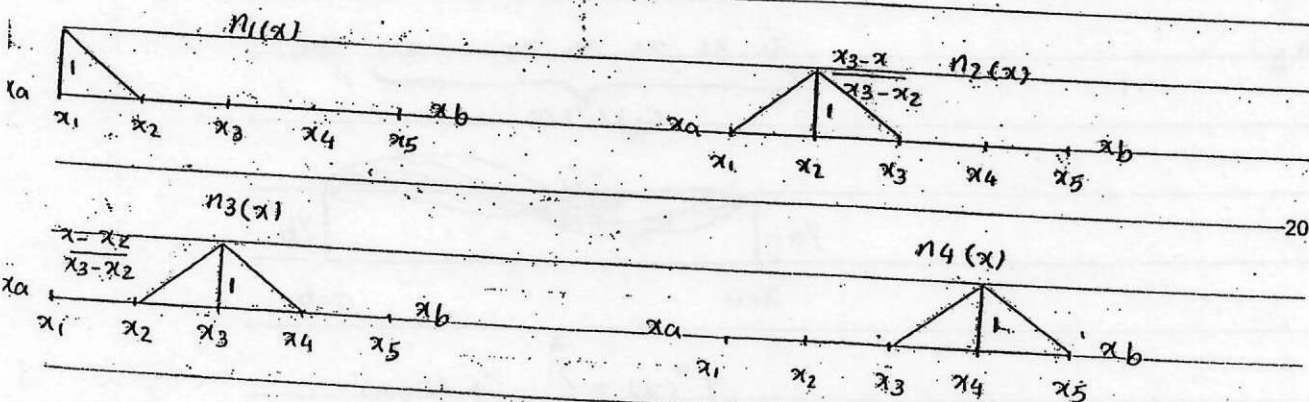
مثال ۲
 $y^*(x) = y_i \cdot n_i(x) + y_{i+1} \cdot n_{i+1}(x)$

$x_i < x < x_{i+1}$

مثال ۳

10

$$\begin{cases} n_i(x) = \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & x_{i-1} < x < x_i \\ n_i(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} & x_i < x < x_{i+1} \\ n_i(x) = 0 & x > x_{i+1} \text{ or } x < x_{i-1} \end{cases}$$



Subject:

Year:

Month:

Day:

()

Page: ()

 $n(3) :$

$$y^*(x) = y_2 n_2(x) + y_3 n_3(x)$$

$$x_2 < x < x_3$$

$$y^*(x) = y_2 \frac{x_3 - x}{x_3 - x_2} + y_3 \frac{x - x_2}{x_3 - x_2}$$

5

 $n(4) :$

$$y^*(x) = y_3 \frac{x_4 - x}{x_4 - x_3} + y_4 \frac{x - x_3}{x_4 - x_3}$$

$$x_3 < x < x_4$$

10

 $n(b, b) :$

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^5 y_i \cdot n_i(x)$$

15

$$R(x, y_i) = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2 y^*}{dx^2} + f(x) \right] = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2}{dy^2} \{ y_i n_i(x) \} + f(x) \right]$$

$$\int_a^b n_j(x) \cdot R(x, y_i) dx = \int_a^b n_j(x) \left[\sum_{i=1}^{M+1} \frac{d^2}{dy^2} \{ y_i n_i(x) \} + f(x) \right] dx = 0$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, M+1$$

20

$$\Rightarrow \int_{x_j}^{x_{j+1}} n_j(x) \left[\frac{d^2}{dx^2} (y_i n_j(x) + y_{j+1} + n_{j+1}(x)) + f(x) \right] dx = 0$$

for $M+1$

$$j = 1, \dots, M+1$$

25

روش گال برای حل مسائل (کلاس)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + f(x) = 0 \quad a < x < b$$

$$x_j < x < x_{j+1}$$

$$y(x) = y_1 N_1(x) + y_2 N_2(x)$$

$$y(x_j) = y_j$$

↓
 y_j

↓
 y_{j+1}

$$y(x_{j+1}) = y_{j+1}$$

* جای نگران نباشید! در این روش ما فقط دو نقطه x_j و x_{j+1} را در نظر می‌گیریم.

$$N_1(x) = \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j}$$

N_2

$$N_2(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j}$$

$$x_{j+1} - x_j$$

N_3

$$\Rightarrow y(x) = y_j \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} + y_{j+1} \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j}$$

$$R_e(x, y_j, y_{j+1}) = \frac{d^2 y^e}{dx^2} + f(x) = \frac{d^2}{dx^2} [y_j N_1(x) + y_{j+1} N_2(x)] + f(x)$$

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} N_i(x) R_e(x, y_j, y_{j+1}) dx = \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_i(x) \left[\frac{d^2 y^e}{dx^2} + f(x) \right] dx = 0$$

$$i = 1, 2$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} \underbrace{N_i(x)}_u \underbrace{\frac{d^2 y}{dx^2}}_{v'} dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} \underbrace{N_i(x)}_u \cdot \underbrace{f(x)}_{v'} dx = 0 \quad i=1,2$$

سوال 5: اثبات

5

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$vu' = (uv)' - v'u$$

10

$$\int vu' = \int (uv)' - \int v'u$$

$$\int vu' = uv - \int v'u$$

سوال 15: $\int \underbrace{x}_v \cdot \underbrace{\cos x}_{u'} dx = \underbrace{x}_v \cdot \underbrace{\sin x}_u - \int \sin x = x \sin x + \cos x$

15

$$\int \underbrace{\cos x}_v \cdot \underbrace{x}_{u'} dx$$

20

سوال 20: اثبات $\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f'(x)g(x)dx$

25

Soroush

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} N_i(x) \frac{dy^e}{dx} dx = \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_i(x) f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_j}^{x_{j+1}}$$

$$= 0 \quad i=1,2$$

$$\begin{cases} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dy^{(e)}}{dx} dx = \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_1(x) f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_j}^{x_{j+1}} \\ \int_{x_j}^{x_{j+1}} \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dy^{(e)}}{dx} dx = \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_2(x) f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_{j+1}}^{x_j} \end{cases}$$

$$y^e(x) = y_1 \cdot N_1 + y_2 \cdot N_2$$

$$J=1 \rightarrow \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx} \left[y_1 \frac{dN_1}{dx} + y_2 \frac{dN_2}{dx} \right] dx = \int_{x_1}^{x_2} N_1(x) f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx} \left[y_1 \frac{dN_1}{dx} + y_2 \frac{dN_2}{dx} \right] dx = \int_{x_1}^{x_2} N_2(x) f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_j}^{x_f}$$

K_{11}	K_{12}	y_1	F_1
K_{21}	K_{22}	y_2	F_2

ماتریس سختی

$$K_{ij} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_i}{dx} \cdot \frac{dN_j}{dx} dx$$

153-

$$y(x) = \frac{x^2}{\ln 2} + \frac{3}{\ln 2} \cdot \ln x - 1 = y(x)$$

حسب این تابع را در نقطه $x=1$ و $x=2$ محاسبه می‌کنیم.

$$y(x) = y_1 \cdot \underbrace{N_1(x)}_{\text{تابع 1}} + y_2 \cdot \underbrace{N_2(x)}_{\text{تابع 2}} = y(x)$$

$$y(x) = y_1 \cdot \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + y_2 \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



$$\int_{x_1}^{x_2} N_i(x) \left[\frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) - 4x \right] dx = 0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} N_i(x) \cdot \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) - \int_{x_1}^{x_2} N_i(x) \cdot 4x \cdot dx = 0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \underbrace{N_i(x)}_u \cdot \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right)_{v'} = \int_{x_1}^{x_2} N_i(x) \cdot 4x \cdot dx$$

$$\underbrace{N_i(x)}_u \cdot \underbrace{x \frac{dy}{dx}}_v \bigg|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} \underbrace{\frac{dN_i}{dx}}_{u'} \cdot \underbrace{x \frac{dy}{dx}}_{v'} dx = \int_{x_1}^{x_2} N_i \cdot 4x \cdot dx$$

$$N_i x \frac{dy}{dx} \bigg|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} x \frac{dN_i}{dx} \left(\frac{dN_1}{dx} y_1 + \frac{dN_2}{dx} y_2 \right) dx = - \int_{x_1}^{x_2} N_i \cdot 4x \cdot dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_i}{dx} \left(y_1 \frac{dN_1}{dx} + y_2 \frac{dN_2}{dx} \right) dx = N_i x \frac{dy}{dx} \bigg|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_i \cdot dx$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

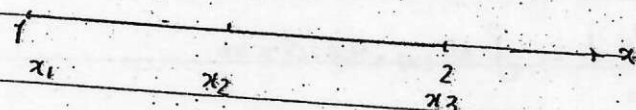
page: ()

$$\int_{K_{11}} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} \cdot (y_1) \cdot dx + \int_{K_{12}} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} \cdot (y_2) \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} N_1(x) \cdot f(x) dx + \frac{dy^e}{dx} \Big|_{x_1}$$

$$5 \quad \left[\underbrace{\int \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} (y_1) dx}_{K_{21}} + \underbrace{\int \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} (y_2) dx}_{K_{22}} = \int_{x_1}^{x_2} N_2(x) \cdot f(x) dx \cdot \frac{dy}{dx} \right]_{x_2}$$

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 4x = 0 \quad 1 \leq x \leq 2$$

~~$10 \quad y(1) = y(2) = 0$~~



15

① $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{4}$



Italy

$$y(x_2) = y_2$$

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 4x = 0 \rightarrow \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) - 4x = 0$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$N_1 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} \cdot x y_1 + \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} \cdot x y_2 = -N_1(x_1) x_1 \cdot \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_1(x) \cdot dx$$

$$N_2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} \cdot x y_1 + \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} \cdot x y_2 = x_2 \frac{dy}{dx} \Big|_{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_2(x) \cdot dx$$

$$\begin{bmatrix} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} \cdot x & \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} \cdot x \\ \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_1}{dx} \cdot x & \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx} \cdot \frac{dN_2}{dx} \cdot x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_1(x) \cdot dx \\ x_2 \frac{dy}{dx} \Big|_{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_2(x) \cdot dx \end{bmatrix}$$

$$N_1(x) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \quad \frac{dN_1}{dx} = -1 \cdot x \cdot \frac{1}{x_2 - x_1} = -\frac{1}{x_2 - x_1}$$

$$N_2(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{dN_2}{dx} = \frac{1}{x_2 - x_1}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{(x_2 - x_1)} \cdot x \cdot dx \cdot y_1 + \int_{x_1}^{x_2} \frac{-1}{(x_2 - x_1)^2} \cdot x \cdot y_2 = -x \cdot \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} 4x \cdot N_1(x) \cdot dx$$

$$\frac{1}{(x_2 - x_1)^2} x \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} \cdot y_1 + \frac{-1}{(x_2 - x_1)^2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} \cdot y_2 = \dots$$

20

$$[k^e] = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2(x_2 - x_1)^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$25 \quad y = y_1 \cdot N_1 + y_2 \cdot N_2$$

Soroush

$$\frac{dy}{dx} = y_1 \frac{dN_1}{dx} + y_2 \frac{dN_2}{dx} = y_1 \frac{1}{x_2 - x_1} + y_2 \frac{1}{x_2 - x_1}$$

y_1	y_2	y_3
1	2	3
①	②	③

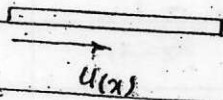
1	1	2
2	2	3

5

$$E \frac{d^2 u}{dx^2} = 0$$

معادله دیفرانسیل از مرتبه دوم است

10



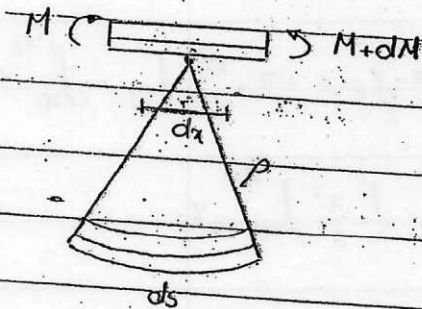
$$EI y'' = M(x)$$

معادله دیفرانسیل از مرتبه دوم است

$$EI y'''' = q(x)$$

معادله دیفرانسیل از مرتبه چهارم است

15



$$ds = r d\theta$$

$$ds = r \frac{dy}{dx}$$



$$u(x) = u_1 N_1(x) + u_2 N_2(x)$$

20

$$q, l, a$$

25