۱ گزینه ۴

ابتدا ابعاد استخر را برحسب متر می‌نویسیم. داریم:

$$۶۰\text{inch} \times \frac{۲/۵\text{cm}}{۱\text{inch}} = ۱۵۰\text{cm} = ۱/۵\text{m}$$

$$۳۰\text{ft} \times \frac{۱۲\text{inch}}{۱\text{ft}} \times \frac{۲/۵\text{cm}}{۱\text{inch}} = ۹۰۰\text{cm} = ۹\text{m}$$

$$۱۰\text{یارد} \times \frac{۳\text{ft}}{۱\text{یارد}} \times \frac{۱۲\text{inch}}{۱\text{ft}} \times \frac{۲/۵\text{cm}}{۱\text{inch}} = ۹۰۰\text{cm} = ۹\text{m}$$

بنابراین حجم استخر برابر است با: $V = ۱/۵ \times ۹ \times ۹ = ۱۲۱/۵\,\text{m}^۳$

آهنگ ورود آب به استخر برابر با $۰/۲۴\frac{\text{m}^۳}{\text{min}}$ و آهنگ خروج آب از استخر برابر با $۲/۲۴\frac{\text{m}^۳}{\text{min}}$ است، بنابراین در هر دقیقه:
$۲/۲۴ - ۰/۲۴ = ۲\text{m}^۳$

آب از استخر خارج می‌شود. درنتیجه مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا $۲۳۰/۳۴۳۷۵\,\text{m}^۳$ آب استخر خالی شود برابر است با:

$$t = \frac{۱۲۱/۵}{۲} = ۶۰/۷۵\,\text{min}$$

۲ گزینه ۲

شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت است.

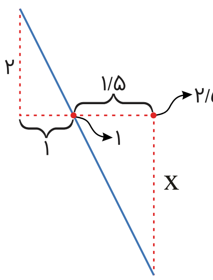
رابطهٔ شتاب متوسط: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

در نمودار حرکت یکنواخت (سرعت ثابت) شیب خط نمودار برابر با سرعت می‌باشد.

گام ۱: در بازهٔ (۰-۲/۵) شیب خط ثابت است بنابراین داریم: $v_۱ = v_{av(۰-۱)} \Rightarrow v_۰ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۲}{۱} = -۲\,\text{m/s}$

در بازهٔ (۶-۵) شیب خط ثابت است بنابراین داریم:

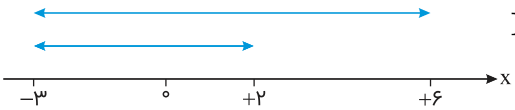
$$v_۶ = v_{av(۵-۶)} \Rightarrow v_۶ = \frac{x_۶}{۱} = x_۶ \qquad a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۶ - v_۰}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{x_۶ - (-۲)}{۶} \Rightarrow x_۶ = ۶\,\text{m}$$



گام دوم: با تشابه داریم:

$$\frac{x}{۲} = \frac{۱/۵}{۲} \Rightarrow x = ۳\,\text{m}$$

گام سوم: مسافت را در مدت ۴ s محاسبه می‌کنیم:



$$L = ۲ + ۳ + ۳ + ۶ = ۱۴$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۷}{۳}\,\text{m/s}$$

به دلیل طولانی بودن مسیر حل احتمال اشتباه محاسباتی وجود دارد.

۳ گزینه ۳

سرعت متوسط بین دو لحظه، شیب خط قاطع آن دو نقطه در نمودار مکان - زمان است.

همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سه بازهٔ زمانی $t_۰$ تا $t_۱$ و $t_۱$ تا $t_۲$، $t_۰$ تا $t_۲$ شیب خط واصل یکسان است؛ ولی شیب خط واصل در نمودار A در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ بیشتر است پس گزینهٔ ۳ صحیح می‌باشد.

درک مفهوم سرعت متوسط و بیان آن روی نمودار برای حل این سؤال لازم است.

۴ گزینه ۳

چون مکان اولیه و نهایی دو متحرک یکسان است پس جابه‌جایی و درنتیجه سرعت متوسط دو متحرک یکسان است. همچنین مسافت طی شده توسط متحرک A بیش از متحرک B است پس تندی متوسط A از B بیشتر است. ($\bar{s}_A > \bar{s}_B$)

۵

گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ حرکت دو جسم را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_\circ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{\circ - ۱۶}{۸ - \circ}t + ۱۶ \Rightarrow x_A = -۲t + ۱۶ \\ x_B = \dfrac{-۲۵ - (-۲۹)}{۸ - \circ}t + (-۲۹) \Rightarrow x_B = \circ/۵t - ۲۹ \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو جسم به هم می‌رسند داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۲t + ۱۶ = \circ/۵t - ۲۹ \Rightarrow ۲/۵t = ۴۵ \Rightarrow t = ۱۸\,s$$

مکان دو جسم در این لحظه برابر است با:

$$x_A = x_B = \circ/۵ \times ۱۸ - ۲۹ \Rightarrow x_A = x_B = -۲\circ\,m$$

۶

الف

برای به دست آوردن معادلهٔ مکان- زمان هر متحرک باید سرعت (v) و مکان اولیهٔ $(x_\circ)$ هر متحرک را به دست آوریم. برای متحرک A داریم:

$$\left.\begin{aligned} v_A &= \frac{۲\circ - ۱\circ}{۱\circ - \circ} = ۱\,m/s \\ x_{\circ A} &= ۱\circ\,m \end{aligned}\right\} \Rightarrow x = v_A t + x_{\circ A} \Rightarrow x_A = t + ۱\circ$$

متحرک B در مدت ۱۰ ثانیه به‌اندازهٔ ۳۰ متر جابه‌جا شده است؛ پس:

$$v_B = \frac{۳\circ}{۱\circ} = ۳\,m/s$$

همچنین طبق نمودار:

$$x_{\circ B} = ۲۵\,m$$

بنابراین معادلهٔ مکان- زمان این متحرک:

$$\Rightarrow x_B = ۳t + ۲۵$$

ب

ابتدا مکان هر متحرک در لحظهٔ $t = ۱\circ\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$x_A = t + ۱\circ \xrightarrow{t=۱\circ\,s} x_A = ۲\circ\,m$$

$$x_B = ۳t + ۲۵ \xrightarrow{t=۱\circ\,s} x_B = ۵۵\,m$$

حالا با کم کردن مکان دو متحرک در این لحظه، فاصلهٔ بین آن‌ها به دست می‌آید.

فاصلهٔ متحرک‌ها از یکدیگر در لحظهٔ $t = ۱\circ s$: $x_B - x_A = ۵۵ - ۲\circ = ۳۵\,m$

۷
گزینه ۳

ابتدا سرعت دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = \frac{۲۰۰ - ۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\,m/s$$
$$v_B = \frac{۲۰۰}{۱۰} = ۲۰\,m/s$$

چون دو متحرک هم‌جهت حرکت کرده‌اند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با:

$$v = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰\,m/s$$

هنگامی‌که فاصلهٔ دو متحرک کمتر یا مساوی ۲۰ متر می‌شود یعنی فاصلهٔ دو متحرک ابتدا ۲۰ متر شده، سپس به صفر رسیده و مجدداً برابر $۲۰\,m$ می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow ۴۰ = ۱۰t \Rightarrow t = ۴\,s$$

روش دوم:

باتوجه‌به نمودار، معادلهٔ حرکت جسم‌ها را می‌نویسیم:

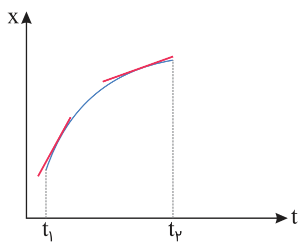
$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۱۰t + ۱۰۰ \\ x_B = ۲۰t - ۲۰۰ \end{cases}$$

با استفاده از شرط مسأله در مورد فاصلهٔ دو جسم داریم:

$$\begin{cases} x_A - x_B = ۲۰ \Rightarrow -۱۰t + ۳۰۰ = ۲۰ \Rightarrow t = ۲۸\,s \\ x_B - x_A = ۲۰ \Rightarrow -۱۰t' - ۳۰۰ = ۲۰ \Rightarrow t' = ۳۲\,s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = ۴\,s$$

۸
گزینه ۲

سرعت ذره در هر لحظه از حرکت برابر شیب مماس بر منحني نمودار مکان- زمان ذره در آن لحظه، است. شیب مماس بر منحنی نمودار مکان- زمان ذرهٔ موردنظر با گذشت زمان، کاهش مي یابد پس سرعت ذره با گذشت زمان کاهش مي یابد. بنابراین حرکت کندشونده با شتاب ثابت است.



۹
گزینه ۴

متحرک در مدت $۲۰\,s$، $۱۶\,m$ را رفته و $۱۶\,m$ برگشته است؛ پس مسافتی برابر با $۳۲\,m$ را طی کرده است؛ بنابراین داریم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۲}{۲۰} = ۱/۶\,m/s$$

متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰\,s$ در مکان $x_۱ = ۸\,m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ در مکان $x_۲ = ۰$ است؛ بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۸}{۲۰ - ۱۰} = -۰/۸\,m/s$$

حالا داریم:
$$\frac{S_{av}}{|v_{av}|} = \frac{۱/۶}{۰/۸} = ۲$$

۱۰ نرده‌ای

۱۱ مکان

۱۲ است

۱۳ تغییر سرعت

۱۴ **الف** متحرک A جهت محور x، متحرک B خلاف جهت محور x.

ب خیر

۱۵

الف t_1

ب یک‌بار

پ کندشونده

ت t_1 تا t_2

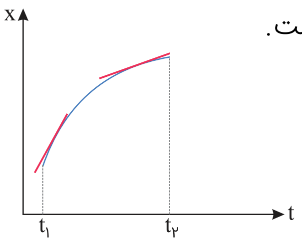
ث خلاف جهت محور x

۱۶

لف افزایش

ب $l = 8 + 2 = 10\,m$

۱۷ گزینه ۱



سرعت ذره در هر لحظه از حرکت برابر شیب مماس بر منحنی نمودار مکان- زمان ذره در آن لحظه است.

شیب مماس بر منحنی نمودار مکان- زمان ذرهٔ موردنظر با گذشت زمان، کاهش می‌یابد

پس سرعت ذره با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

۱۸ گزینه ۱

باتوجه‌به رابطهٔ $v(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$، سرعت متحرک در هر لحظه از حرکت، شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان در آن لحظه است. پس سرعت جسم از لحظهٔ t_1 تا t_2، منفی از لحظهٔ t_2 تا t_3 مثبت است. پس جهت سرعت ذره یک بار و در لحظهٔ t_2 تغییر می‌کند.

۱۹ گزینه ۳

نمودار مکان- زمان متحرکی که با سرعت ثابت بر خط راست حرکت می‌کند یک خط راست است که شیب این خط راست همان سرعت متحرک می‌باشد پس سرعت متحرک موردنظر در تمام لحظات از جمله لحظه‌ای که در مبدأ مکان قرار دارد برابر خواهد بود با شیب خط رسم شده و این شیب برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-2-4}{5-0} = -1/2\,m/s$$

توجه کنید که علامت منفی به معنای آن است که متحرک در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند.

۲۰

الف $t = 2\,s$

ب در بازهٔ صفر تا ۲ ثانیه

پ $v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \dfrac{-1-1}{6} \Rightarrow v_{av} = -\dfrac{1}{3}\,m/s$

ت $t = 2\,s$

۲۱ گزینه ۲

ابتدا با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده در ۶ ثانیهٔ نخست و مکان متحرک در $t = ۶\,s$ را حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{\ell_{(۰,۶\,s)}}{۶} \Rightarrow \ell_{(۰,۶\,s)} = ۱۲\,m$$
$$\ell_{(۰,۶\,s)} = |۴-۲| + |۲-۴| + |۸-۲| + ۸ - x_{۶\,s}$$
$$\Rightarrow ۱۲ = ۲+۲+۶+۸-x_{۶\,s} \Rightarrow x_{۶\,s} = ۶\,m$$

سرعت متحرک $t = ۶s$ و $t = ۶\,s$ که برابر با شیب خط مماس بر نمودار در این دو لحظه است را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} t = ۳\,s \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = ۰ \Rightarrow v_{t=۳\,s} = ۰ \\ t = ۶\,s \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = v_{۶\,s} = \dfrac{۰-۶}{۸-۶} = -۳\,m/s^{۲} \end{cases}$$

بنا بر رابطهٔ $a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$، شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۶\,s} - v_{۳\,s}}{۶-۳} = \frac{-۳-۰}{۳} = -۱\,m/s^{۲}$$

۲۲ گزینه ۲

ابتدا معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم. هر دو متحرک سرعت ثابت دارند.

$$\begin{cases} v_A = \dfrac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \dfrac{۲-۱۲}{۵} = -۲\,m/s \Rightarrow x_A = v_A t + x_A = -۲t + ۱۲ \\ v_B = \dfrac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \dfrac{۲-(-۴)}{۵-۰} = ۱/۲\,m/s \Rightarrow x_B = v_B t + x_B = ۱/۲t - ۴ \end{cases}$$

حالا بردار مکان A را -۴ برابر بردار مکان B قرار می‌دهیم.

$$\vec{d}_A = -۴\vec{d}_B \Rightarrow -۲t + ۱۲ = -۴(۱/۲t - ۴) \Rightarrow ۲/۸t = ۴ \Rightarrow t = \frac{۱۰}{۷}\,s$$

حالا مکان هر دو متحرک در $t = \dfrac{۱۰}{۷}\,s$ و فاصلهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_{A(\frac{۱۰}{۷}\,s)} = -۲(\dfrac{۱۰}{۷}) + ۱۲ \\ x_{B(\frac{۱۰}{۷}\,s)} = ۱/۲(\dfrac{۱۰}{۷}) - ۴ \end{cases} \Rightarrow \text{فاصلهٔ دو متحرک} = |x_A - x_B| = |۳/۲ \times \frac{۱۰}{۷} - ۱۶|$$

$$= |\frac{۳۲}{۷} - ۱۶| = |\frac{۳۲-۱۱۲}{۷}| = \frac{۸۰}{۷}\,m$$

۲۳

گزینه ۴

بردار مکان متحرک در ۳ ثانیهٔ نخست حرکت در خلاف جهت محور بوده است زیرا متحرک در ۳ ثانیهٔ نخست در مکان های منفی بوده است. طبق نمودار در این بازه متحرک از $x_\circ$ به $x = \circ$ رسیده است. با استفاده از تندی متوسط متحرک در این بازه، مکان اولیهٔ متحرک را به دست می آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۴ = \frac{|\circ - x_\circ|}{۳} \Rightarrow x_\circ = -۱۲\,m$$

شیب خط مماس بر نمودار در $t = \circ$ که برابر با سرعت متحرک در $t = \circ$ است، محاسبه می‌کنیم.

$$v_\circ = \frac{\circ - x_\circ}{۲ - \circ} = \frac{\circ - (-۱۲)}{۲} = +۶\,m/s$$

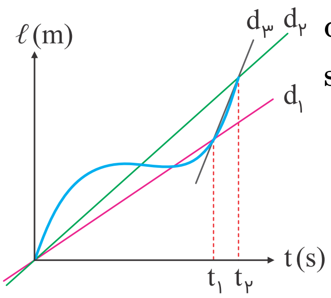
با توجه به نمودار شیب خط مماس در $t = ۱\circ\,s$ برابر صفر است. پس سرعت متحرک در $t = ۱\circ\,s$ برابر صفر است. حالا با استفاده از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، شتاب متوسط در دو ثانیهٔ نخست حرکت را محاسبه می کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱\circ\,s} - v_\circ}{۱\circ - \circ} = \frac{\circ - ۶}{۱\circ} = -\circ/۶\,m/s^۲$$
$$\Rightarrow |a_{av}| = \circ/۶\,m/s^۲$$

۲۴

گزینه ۲

با قرینه کردن قسمت هایی از نمودار که متحرک در حرکت در خلاف جهت محور xها است نسبت به خط افقی، نمودار مسافت - زمان به دست می آید. خط واصل بین لحظات در این نمودار برابر تندی متوسط است. با توجه به شیب خط ها مقایسهٔ زیر بین تندی متوسط ها برقرار است.



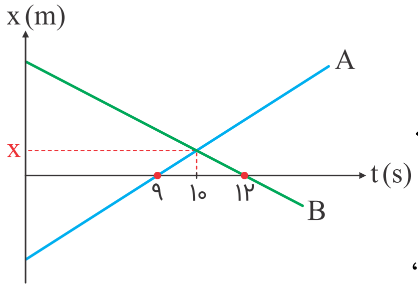
شیب $d_۳ >$ شیب $d_۲ >$ شیب $d_۱$

$$s_{av(t_۱,t_۲)} > s_{av(\circ,t_۲)} > s_{av(\circ,t_۱)} \Rightarrow s_۳ > s_۲ > s_۱$$

بنابراین گزینهٔ ۲ درست است.

۲۵
گزینه ۲

با توجه به نمودار و این که شیب خط برابر سرعت متحرک است، نسبت تندی متحرک ها را به دست می آوریم.



$$\begin{cases} v_A = \dfrac{x - ۰}{۱۰ - ۹} = x \\ v_B = \dfrac{۰ - x}{۱۲ - ۱۰} = \dfrac{-x}{۲} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{|v_A|}{|v_B|} = ۲$$

با توجه به این که فاصلهٔ اولیهٔ متحرک ها، ۲۴۰ متر است و در $t = ۱۰\,s$ به هم رسیده اند، داریم:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = ۲۴۰ \Rightarrow |v_A(۱۰)| + |v_B(۱۰)| = ۲۴۰$$

$$\xrightarrow{|\frac{v_A}{v_B}|=۲} |۲۰v_A| + |۱۰v_B| = ۲۴۰ \Rightarrow |v_B| = ۸\,m/s\ ,\ |v_A| = ۱۶\,m/s$$

بردار مکان متحرک A در ۹ ثانیهٔ نخست در خلاف جهت محور است. مسافت طی‌شده توسط متحرک B در این مدت برابر است با:

$$\ell_B = v_B \Delta t = ۸ \times ۹ = ۷۲\,m$$

۲۶
گزینه ۳

ابتدا شیب خط مماس بر نمودار در $t = ۶\,s$ که برابر با سرعت متحرک در $t = ۶\,s$ است را به دست می‌آوریم.

$$v_{t=۶\,s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{۱۲ - ۰}{۶ - ۳} = ۴\,m/s$$

معادلهٔ خط مماس بر منحنی را می‌نویسیم. با استفاده از این معادله و باتوجه‌به این‌که خط نمودار را در $t = ۲\,s$ قطع می‌کند. مکان متحرک در $t = ۲\,s$ را به دست می‌آوریم.

$$\text{معادلهٔ خط مماس} = ۴t - ۱۲ \xrightarrow{t=۲\,s} x_{۲\,s} = ۴(۲) - ۱۲ = -۴\,m$$

باتوجه‌به $x_۰ = ۱۲\,m$ و $x_{۲\,s} = -۴\,m$، معادلهٔ مکان - زمان متحرک در ۳ ثانیهٔ نخست را می‌نویسیم و مکان متحرک در $t = ۱\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av(۰,۲\,s)} = v = \frac{-۴ - ۱۲}{۲ - ۰} = -۸\,m/s$$
$$x = vt + x_۰ = -۸t + ۱۲ \Rightarrow x_{۱\,s} = -۸(۱) + ۱۲ = ۴\,m$$

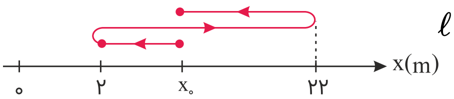
حالا نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_{av(۱\,s,۶\,s)}}{v_{t=۶\,s}} = \frac{\frac{x_{۶\,s} - x_{۱\,s}}{۶ - ۱}}{۴} = \frac{\frac{۱۲ - ۴}{۵}}{۴} = ۰/۴$$

۲۷ گزینه ۴

اطلاعات مربوط به شتاب و شیب خط مماس برای پیدا کردن مسافت غیرضروری هستند و نیازی به آن‌ها نیست. باتوجه‌به نمودار مسافت طی‌شده در ۶ ثانیهٔ نخست برابر است با:

$$\ell = (x_۰ - ۲) + (۲۲ - ۲) + (۲۲ - x_۰) = ۴۰\,m$$



تندی متوسط در این بازه برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۶} = \frac{۲۰}{۳}\,m/s$$

۲۸ گزینه ۲

این ذره در لحظه‌های $۶\,s$ و $۱۵\,s$ برای اولین و آخرین بار تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه‌ها به ترتیب در مکان‌های $۱۷\,m$ و $۳۱\,m$ قرار دارد. سرعت متوسط آن را در این بازهٔ زمانی حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۱\,m - ۱۷\,m}{۱۵\,s - ۶\,s} = \frac{۱۴}{۹}\,m/s$$

همچنین ذره در لحظه‌های $۲\,s$ و $۲۰\,s$ از مبدأ مکان می‌گذرد. برای محاسبهٔ تندی متوسط ذره در این بازهٔ زمانی به این صورت عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_۱(۲\,s, ۶\,s) = ۱۷\,m - ۰\,m = ۱۷\,m \\ \Delta x_۲(۶\,s, ۱۰\,s) = ۸\,m - ۱۷\,m = -۹\,m \\ \Delta x_۳(۱۰\,s, ۱۵\,s) = ۳۱\,m - ۸\,m = ۲۳\,m \\ \Delta x_۴(۱۵\,s, ۲۰\,s) = ۰\,m - ۳۱\,m = -۳۱\,m \end{cases}$$

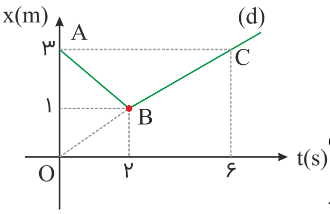
$$\Rightarrow \text{مسافت طی‌شده } L = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| + |\Delta x_۴| = ۸۰\,m$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۸۰\,m}{۲۰\,s - ۲\,s} = \frac{۴۰}{۹}\,m/s \Rightarrow \frac{S_{av}}{v_{av}} = ۲/۸$$

۲۹

گزینه ۳

در ابتدا معادلهٔ خطی از نمودار مکان زمان که از مبدأ مختصات عبور می‌کند را به دست می‌آوریم (خط d) و به‌وسیلهٔ آن مکان متحرک را در لحظهٔ $t = ۲s$ مشخص می‌کنیم (شکل زیر):



$$\text{خط } d : x = \frac{۳}{۶}t = \frac{۱}{۲}t$$

$$\text{نقطهٔ } B : t_B = ۲s \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲ = ۱m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ برابر با شیب پاره‌خط AB و سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر با شیب پاره‌خط BC است، بنابراین:

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = \frac{۱ - ۳}{۲ - ۰} = \frac{-۲}{۲} = -۱m/s \Rightarrow \vec{v}_۱ = -\vec{i}$$

$$t_۲ = ۴s \Rightarrow v_۲ = \frac{۳ - ۰}{۶ - ۰} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}m/s \Rightarrow \vec{v}_۲ = \frac{۱}{۲}\vec{i}$$

و در پایان شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $t = ۱s$ تا $t = ۴s$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}\vec{i} - (-\vec{i})}{۴ - ۱} = \frac{\frac{۳}{۲}\vec{i}}{۳} = \frac{۱}{۲}\vec{i}$$

۳۰

الف ۱۲ متر

ب

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow x = ۲t - ۴$$

پ

$$v = v_{av} = \frac{x - x_۰}{t' - t_۰} \Rightarrow ۲ = \frac{۰ - (-۴)}{t' - ۰} \Rightarrow t' = ۲\,s$$

۳۱ گزینه ۴

$$\left.\begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{\circ A} \\ x_B &= v_B t + x_{\circ B} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x_B - x_A = (v_B - v_A)t + x_{\circ B} - x_{\circ A}$$

$$t' \text{ لحظهٔ}: \ v_A t' + x_{\circ A} = v_B t' + x_{\circ B} \Rightarrow (v_B - v_A)t' + x_{\circ B} - x_{\circ A} = \circ \Rightarrow t' = \frac{-(x_{\circ B} - x_{\circ A})}{v_B - v_A}$$

$$\begin{cases} t_۱ \text{ در لحظهٔ}: x_B - x_A = (v_B - v_A)t_۱ + x_{\circ B} - x_{\circ A} = \frac{۱}{۲}(x_{\circ B} - x_{\circ A}) \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲} \times \frac{-(x_{\circ B} - x_{\circ A})}{v_B - v_A} = \frac{۱}{۲}t' \\ t_۲ \text{ در لحظهٔ}: x_B - x_A = (v_B - v_A)t_۲ + x_{\circ B} - x_{\circ A} = \frac{-۱}{۲}(x_{\circ B} - x_{\circ A}) \Rightarrow t_۲ = \frac{۳}{۲} \times \frac{-(x_{\circ B} - x_{\circ A})}{v_B - v_A} = \frac{۳}{۲}t' \end{cases}$$

پس $۲ = \frac{\frac{۱}{۲}t' + \frac{۳}{۲}t'}{t'} = \frac{t_۱ + t_۲}{t'}$ پاسخ مسأله خواهد بود.

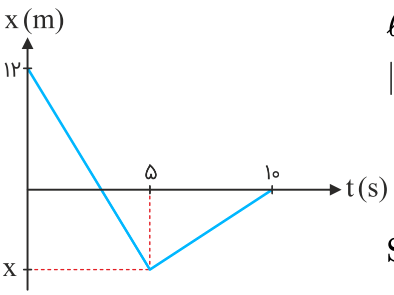
۳۲ گزینه ۴

بازه	۰-۳	۳-۶	۶-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۲	۱۲-۱۳
x	+	+	−	−	−	−	+
v	+	−	−	۰	−	+	+
a	−	−	−	۰	+	+	+

بنابراین باتوجه‌به جدول، مشاهده می‌شود در بازه‌های زمانی (۳-۶)، (۹-۱۱) و (۱۲-۱۳) ثانیه، حاصل‌ضرب شتاب در سرعت در مکان مثبت است، یعنی به مدت $۶ = ۱ + ۲ + ۳$ ثانیه.

۳۳ گزینه ۱

مکان متحرک در $t = ۵\,s$ را x در نظر می‌گیریم. باتوجه‌به نمودار مسافت و جابه‌جایی متحرک در ۱۰ ثانیهٔ نخست برابر است با:



$$\ell = ۱۲ + ۲|x|\ m$$
$$|\Delta x| = ۱۲\ m$$

باتوجه‌به این‌که تندی متوسط، $۱/۵\ m/s$ بیشتر از اندازهٔ سرعت متوسط است، پس:

$$S_{av} - |v_{av}| = ۱/۵ \Rightarrow \frac{۱۲ + ۲|x|}{۱۰} - \frac{۱۲}{۱۰} = ۱/۵ \Rightarrow |x| = ۷/۵\ m$$

بردار مکان در لحظهٔ t' تغییر جهت داده است. باتوجه‌به نمودار، t' برابر است با:

$$\frac{-۷/۵ - ۱۲}{۵ - ۰} = \frac{۰ - ۱۲}{t' - ۰} \Rightarrow t' = \frac{۴۰}{۱۳}\ s$$