

به نام خدا

طراحی الگوریتم ها ترم پاییز (94-95)

سری دوم تمرینات

زمان تحویل : 1394/08/28

توجه :

- ❖ حداکثر تا تاریخ مشخص شده می توانید تمرینات خود را تحویل دهید.
- ❖ هرگونه کپی برداری به منزله ی تقلب حساب خواهد شد و نمره ی صفر برای شما در نظر گرفته می شود.

1. تنها 4 مورد از روابط بازگشتی زیر را حل کنید :

$$T(n) = T(n - 1) + \frac{1}{n}$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{\log n}{\log \log n}$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$$

$$T(n) = 8T\left(\frac{n}{8} + 9\right) + 8n - 9$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{4n}{5}\right) + n$$

$$T(n) = \sqrt{\sqrt{n}T(\sqrt{n})} + \sqrt{n} \log n$$

2. الگوریتمی به روش تقسیم و غلبه از مرتبه ی زمان $O(\log_3 n)$ برای جستجوی کلید x در آرایه مرتب شده $A[1 \dots n]$ بنویسید (راهنمایی: به الگوریتم جستجوی دودویی دقت کنید و با تغییر ساختار آن به این الگوریتم برسید)

3. در صورتی که الگوریتم مرتب سازی ادغامی را بر روی آرایه A به اندازه ی \sqrt{n} انجام دهیم ، زمان اجرای آن را محاسبه کنید .

4. فرض کنید الگوریتمی با روش تقسیم و غلبه برای حل مسئله ای به اندازه n آن را به k زیر مسئله به اندازه \sqrt{n} تقسیم می کند سپس با هزینه $\theta(1)$ زیر مسئله ها را ترکیب می کند. اگر هزینه اجرای الگوریتم برابر $\theta(\log n)$ باشد مقدار k را بدست آورید.

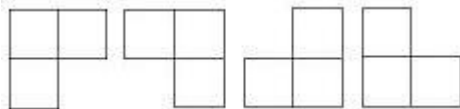
6. الگوریتمی به روش تقسیم و غلبه از مرتبه $O(n)$ برای محاسبه عبارت $P(x, y) = x^y$; $x \geq 1, y \geq 0$ بنویسید

7. دنباله رو به رو را در نظر بگیرید $\langle 4, 12, 15, 3, 25, 19, 32, 42 \rangle$
 الف) عملیات Max-Heap را بر روی دنباله نشان دهید.
 ب) عملیات Min-Heap را بر روی دنباله نشان دهید.
 ج) عملیات HeapSort را بر روی دنباله نشان دهید.

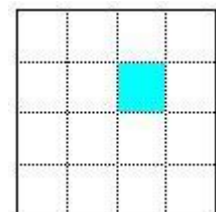
8. شبه کد Max-Heapify را به صورت غیر بازگشتی بنویسید

حل مسئله ی زیر اختیاری است و نمره ی اضافی دارد

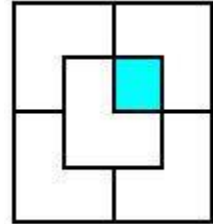
9. فرض کنید زمینی به ابعاد $n * n$ داریم بطوریکه $n = 2^k$ می باشد. قصد داریم این زمین را با کاشی هایی به شکل زیر بجز یکی از خانه های آن پوشانده شود.



مثلا" فرض کنید زمین $4*4$ داریم :



و خانه ای که به رنگ آبی است را قصد نداریم کاشی کنیم . شکل نهایی بصورت زیر است :



الف) فرض کنید مقدار n و مختصات نقطه ای که نمیخواهیم کاشی شود را داریم ، الگوریتمی با رویکرد تقسیم و غلبه بنویسید که این زمین را با توضیحات داده شده کاشی کند. سپس با استفاده از استقرار نشان دهید الگوریتم شما درست کار خواهد کرد.

ب) رابطه ی بازگشتی الگوریتم خود را بنویسید و با حل آن مرتبه ی زمان اجرای الگوریتم خود را بدست آورید.